農業工程學報｜第 68 卷 － 第 4 期｜
中華民國 111 年 12 月出版

運用新型熱傳輸模式與地下溫度剖面推估降雨入滲率

ESTIMATION OF RAINFALL INFILTRATION RATES BY NEW HEAT TRANSFER MODELS AND SUBSURFACE TEMPERATURE PROFILES

國立臺灣大學
生物環境系統工程學系
博士後研究
張 家 豪
Cia-Hao Chang

國立臺灣大學
生物環境系統工程學系
博士後研究
蔡 義 誌
Yi-Zhih Tsai

國立臺灣大學
生物環境系統工程學系
副教授
許 少 瑜
Shao-Yiu Hsu

國立臺灣大學
生物環境系統工程學系
教授
余 化 龍
Hwa-Lung Yu

國立臺灣大學
生物環境系統工程學系
博士後研究
林 穎 凡
Ying-Fan Lin

國立臺灣大學
生物環境系統工程學系
碩士班研究生
葉 欣 瑋
Sin-Wei Yeh

國立臺灣大學
生物環境系統工程學系
助理教授
蔡 瑞 彬*
Jui-Pin Tsai

摘　要

降雨入滲為地下水的重要補注來源，但直接量測入滲率在實際執行上有所困難。例如以傳統雙環入滲計無法量測完整的入滲過程，而以土壤水分計或張壓力計等方法在安裝儀器時需要相對專業的訓練與較高的成本。由於地下水與土壤之間存在持續的熱交換，進而影響地層中的溫度剖面(簡稱地溫剖面)，故近年來已有研究利用熱作為示蹤劑觀測地面水與地下水之間的互動。因此，本研究以新興的分散式光纖測溫系統量測地溫剖面，並發展新的熱傳輸解析模式，結合最佳化方法來推估現地入滲率。同時，本研究也在國立臺灣大學校內建置的試驗場進行入滲試驗，並設定三種相異雨型的降雨事件，將流量計量測到的入滲率與推估之入滲率相比較。研究結果顯示，在不同雨型的條件下，推估結果與流量計量測的數據相近，且解析模式的模擬結果也與數值模式一致，驗證了此方法的正確性與現地應用上的可行性。此推估方法的優點為運算效率高，且不需得知土壤水文地質參數的資訊，僅需了解其熱性質即可進行推估。最後，本模式在邊界與初始條件的適用性較過往的模式更為廣泛，可成為更實用的地下水入滲分析工具。

關鍵詞：分散式光纖測溫系統、熱傳輸模式、參數推估、降雨入滲、地溫剖面。

* 通訊作者，國立臺灣大學生物環境系統工程學系
10617 台北市羅斯福路四段一號，skysky2cie@gmail.com

JOURNAL OF TAIWAN AGRICULTURAL ENGINEERING
VOL. 68, NO. 4, DECEMBER 2022
DOI - 10.29974/JTAE.202212_68(4).0002

ESTIMATION OF RAINFALL INFILTRATION RATES BY NEW HEAT TRANSFER MODELS AND SUBSURFACE TEMPERATURE PROFILES

Cia-Hao Chang
National Taiwan University
Department of Bioenvironmental Systems Engineering

Yi-Zhih Tsai
National Taiwan University
Department of Bioenvironmental Systems Engineering

Shao-Yiu Hsu
National Taiwan University
Department of Bioenvironmental Systems Engineering

Hwa-Lung Yu
National Taiwan University
Department of Bioenvironmental Systems Engineering

Ying-Fan Lin
National Taiwan University
Department of Bioenvironmental Systems Engineering

Sin-Wei Yeh
National Taiwan University
Department of Bioenvironmental Systems Engineering

Jui-Pin Tsai*
National Taiwan University
Department of Bioenvironmental Systems Engineering

ABSTRACT

Rainfall infiltration is an important source of groundwater recharge, but it is difficult to measure the infiltration rate directly in practice. For example, using traditional double-ring infiltrometers is unable to measure complete infiltration process. Installation of soil moisture meters or manometers requires experts and consumes high costs. Since the heat exchange between the groundwater and soils is incessant and affects the temperature profiles in strata (subsurface temperature profiles, STP), some studies have used the heat as a groundwater flow tracer to observe the interaction between surface water and groundwater for the past few years. Therefore, this study utilizes a distributed temperature sensing system (DTS) to measure the subsurface temperature profiles and develops a new heat-transfer analytical model combined with the optimization method to estimate in-situ infiltration rates. Moreover, this study executes an infiltration test in an experimental field built at the National Taiwan University campus. We set up three rainfall events with different rainfall patterns and compare the infiltration rate measured by a flowmeter with that estimated by the present model and method. The results show that under the different rain patterns, the curves of the estimated infiltration rate are similar to those of the measured infiltration rate. Also, the STP simulated by the developed model are consistent with a numerical model. These validate the correctness of the present method and its feasibility in field application. This estimation method has the advantage of high efficiency in calculation. The information of soil hydrogeological parameters is needless, but only that of soil thermal properties is. Finally, the developed model has more extensive applicability in boundary and initial conditions than previous models, and can become a more useful tool for groundwater infiltration analysis.

Keywords: Distributed temperature sensing systems, Heat-transfer models, Parameter estimation, Rainfall infiltration, Subsurface temperature profiles.

Chang, C.H., Tsai, Y.Z., Hsu, S.Y., Yu, H.L., Lin, Y.F., Yen, S.W., & Tsai, J.P.* (2022). "Estimation of Rainfall Infiltration Rates by New Heat Transfer Models and Subsurface Temperature Profiles." *Journal of Taiwan Agricultural Engineering,* 68(4), 35-43. https://doi.org/10.29974/JTAE.202212_68(4).0002

一、前言

地下水資源為人類所需且重要的淡水資源之一，而地表入滲為其重要的補注來源，根據經濟部水利署水利規劃試驗所的網頁資料，台灣地區的年均地下水入滲量約 40 億噸 (https://www.wrap.gov.tw/cp.aspx?n=26272)，其中降雨入滲貢獻相當程度的比例。然而，台灣目前對於降雨入滲的觀測較為缺乏，對於地下水的分析多仰賴地下水觀測井網，而觀測地下水位為降雨、抽水與河川等眾多地下水系統外部因素干擾混合的結果，因此較難由地下水位直接量化降雨入滲對地下水系統補注的貢獻量。為了釐清降雨入滲的量值，建立降雨入滲的觀測系統有其必要性，但台灣至今仍缺少直接量測入滲率的觀測站，而難以直接觀測入滲率的時空分布，此為當下急需解決的關鍵課題。

傳統上，量測現地入滲率的方法有兩種：一種是採用入滲計，包括雙環入滲計、改進的 Philip Dunne 入滲計及 minidisc 入滲計。但這些入滲計無法連續監測地層中的入滲率，且不能看到入滲過程的時序變化 (Ahmed and Borst, 2019)。另一種是埋設大量的土壤水分計或壓力計，但耗費的經濟與勞力成本皆高過於埋設量測溫度的裝置 (Medina *et al*., 2020)。另外，地表水會影響地表的溫度 (Kurylyk *et al*., 2019)，而地表水入滲也會透過熱傳輸機制，影響地層中的溫度剖面 (簡稱地溫剖面)，故通過連續監測地下溫度剖面來分析暫態入滲率是可行的做法 (Clark, 2015)。

應用地溫觀測探討地下水流為近年來之新興研究，且日益受到重視。其理論為地溫剖面變化主要來自地表溫度變化產生的熱源與地下水之間的持續交互作用，而地層中的熱交換機制主要為熱傳導與熱平流，故地溫剖面可反應地下水流與熱源交換的結果。此外，由於溫度計發展成熟，量測者不需事前接受相關專業訓練即可輕易地監測地溫變化，因此地溫被視為優良的地下水流示蹤劑 (Clark, 2015)。到目前為止，已有不少研究利用地溫作為示蹤劑調查地下水的流向或流量 (Uchida and Hayashi, 2005; Hatch *et al*., 2006; Keery *et al*., 2007; Schmidt *et al*., 2007; McCallum *et al*., 2012)。這些研究通常使用一維垂直向熱傳導-平流方程式來描述在地層中受地下水流影響的地溫。為了數值計算上的效率，有些論文發展基於此控制方程式的熱傳輸解析模式來模擬地溫剖面，並觀察不同垂直向地下水流率之值對地溫剖面之影響 (Reiter, 2001; Weir, 2009; Kumar *et al*., 2010)。這些模式後續也被應用於現地試驗，進行實際場址之入滲率推估 (Gunawardhana and Kazama, 2011; Kurylyk and Irvine, 2016; Kurylyk *et al*., 2018)。

在過去發展的解析模式中，主要可分為穩態與暫態模式兩類。前一類模式的解較為簡單且不須初始條件，其邊界條件也都設定地表溫度為定值 (Bredehoeft and Papadopulos, 1965; Harris and Chapman, 1995; Shan and Bodvarsson, 2004)；而後一類模式的解較為複雜，故通常假設地層厚度為半無限，以簡化其數學模式。此類模式的貢獻在探討時序性變化的地表溫度對地溫剖面的影響，如地表溫度為週期性變化 (Suzuki, 1960)、線性變化 (Carslaw and Jaeger, 1959)、指數性變化 (Kurylyk and MacQuarrie, 2014) 或階梯性變化 (Taniguchi *et al*., 1999) 等。部分評論性文章 (review papers) 對於前述文獻有較詳細的整理與描述 (Anderson, 2005; Kurylyk *et al*., 2019)。

前述研究不論是穩態或是暫態模式，皆與實際入滲情況有所差異。譬如，地表溫度的時序變化或初始地溫剖面可能較過往模式中假設的更加的不規則。有鑒於此，本研究針對前述不足處發展一個新的地下熱傳解析模式，以完整描述地溫剖面受入滲影響的時序變化。此外，也設置入滲池進行現地試驗，透過新興的分散式光纖測溫系統 (distributed temperature sensing systems, DTS) 溫度測量技術量測地溫剖面，再應用此模式分析量測的溫度資料，以求得受不同降雨事件影響的現地瞬時入滲率，並與觀測入滲率比較，驗證此模式與推估方法的可行性與正確性。

二、研究方法

2.1 入滲試驗設置

本研究在國立臺灣大學校區內建置室外入滲池來進行入滲試驗，觀測系統配置則如圖 1 所示。入滲池之長為 4 m，寬 1.5 m，高 2.3 m。透過連接降雨模擬器可製造不同型態的降雨事件，入滲池側邊設置溢流口可控制特定水深，池底傾斜且設計一排水口。降雨模擬器、溢流口、排水口處皆設置流量計，分別量測入滲池的入流量與排水量。此降雨模擬器可調整降雨強度，最大可達 100 mm/hr，並以透明塑膠布阻隔外部強風干擾，使降雨能順利滴落於入滲池面的範圍內。本研究以 DTS 進行溫度測量，使用的解讀儀型號為 AP Sensing N4385B，其環境設定如下：空間解析度 1 m (每一公尺取得一筆溫度資料)、雙通道觀測 (光纖兩端接頭同時與解讀儀連接的配置)、採樣頻率為 60

JOURNAL OF TAIWAN AGRICULTURAL ENGINEERING
VOL. 68, NO. 4, DECEMBER 2022
DOI - 10.29974/JTAE.202212_68(4).0002

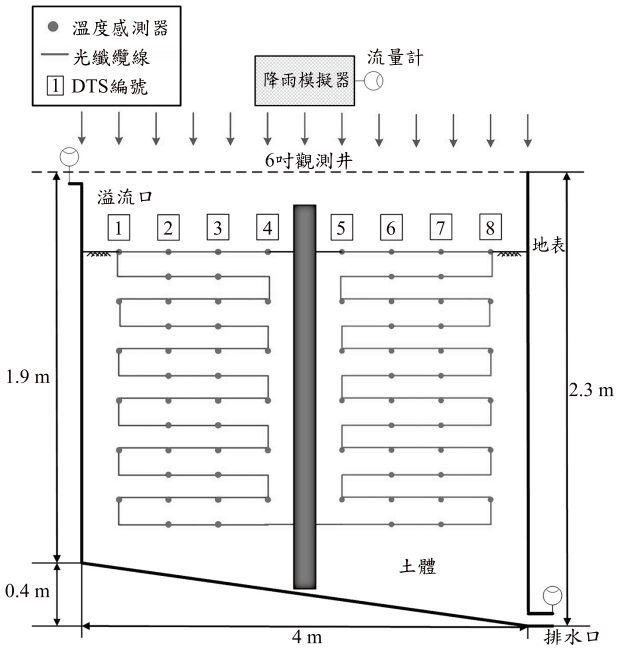

圖 1　入滲試驗場之儀器配置

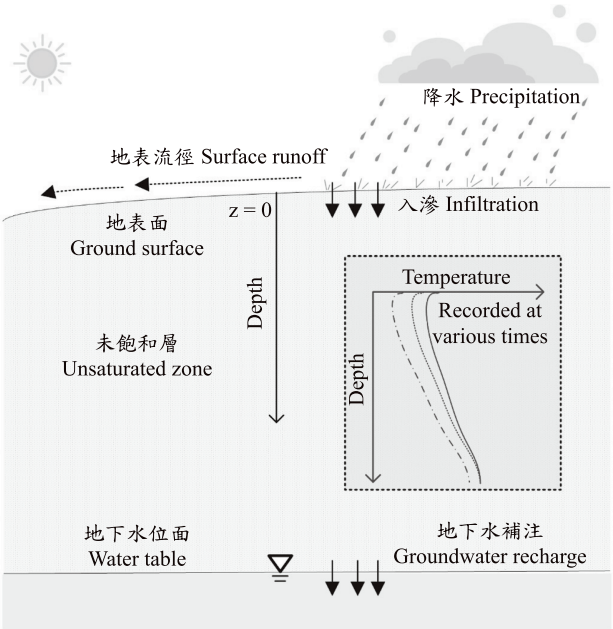

圖 2　地下熱傳輸概念模式之示意圖

秒一筆資料、精度為 0.1 °C。接著，在水平方向選定八個位置，依序將八組光纖安裝在土壤中 (即 DTS No. 1 ~ 8)，其中，DTS No. 1、4、5、8 有六個深度的測量點 (包含量測地表的溫度變化)，兩個相鄰測量點之間的垂直距離為 20 cm；DTS No. 2、3、6、7 則有 12 個，兩相鄰測量點間的垂直距離為 10 cm。

2.2　地下熱傳輸數學模式

地下熱傳輸之概念模式如圖 2 所示。訂定地表為參考原點 ($z = 0$)，原點向下延伸為 z 軸正方向，代表深度。假設土層內的巨觀熱傳現象遵守傅立葉定律 (Fourier's law) 與能量守恆，並以在土壤中之熱傳導，與入滲引起之水流造成的熱平流為熱傳輸的主要機制。基於上述假設，則土層中的暫態熱傳控制方程式可表示為 (Molina-Giraldo *et al*., 2011):

$$(\lambda_0 + \gamma C_w n_e v)\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - n_e C_w v \frac{\partial T}{\partial z} = C\frac{\partial T}{\partial t} \quad \text{.....(1)}$$

其中，$T(z,t)$ 為土層中的溫度，t 為觀測時間，λ_0 為土體的熱導度，γ 為巨觀延散係數 (macro dispersivity)，n_e 為土壤有效孔隙率，C_w 為水的體積熱容量，C 為土體的體積熱容量，v 為地下水滲流速度。考慮土層在初始狀態具有熱梯度 (thermal gradient) 效應，則其初始條件可表示為：

$$T = T_0 + \kappa_1 z + \kappa_2 z^2 + \kappa_3 z^3, \quad t = 0 \quad \text{.....(2)}$$

其中，T_0 為初始平衡溫度，κ_1、κ_2、及 κ_3 為待定係數。這些參數之值可透過擬合量測到的初始地溫剖面求得。考慮地表溫度隨時間週期性變化，則土層頂部邊界條件可表示為：

$$T = T_1 + \sum_{n=1}^{P} \phi_{ck} \cos(\frac{2\pi n}{\lambda} t) + \phi_{sk} \sin(\frac{2\pi n}{\lambda} t), \quad z = 0$$
$$\text{.....(3)}$$

其中，T_1、ϕ_{ck}、ϕ_{sk}、λ、及 P 是待定係數，可藉由擬合地表溫度時序變化資料來求得。因為土層中的溫度主要受到來自地表溫度變化之熱源影響，且溫度計設置深度未達地下水位面，故模式之下邊界條件可利用下式表示：

$$\frac{\partial T}{\partial z} = 0, \quad z \to \infty \quad \text{.....(4)}$$

2.3　地溫解析解

前述模式可經由變數變換以及傅立葉變換求得其解析解。令 $T = \Theta e^{\alpha z - \beta t}$ 、$U = n_e C_w v / (\lambda_0 + \gamma C_w n_e v)$ 、及 $D = C / (\lambda_0 + \gamma C_w n_e v)$ ，代入式 (1) ~ (4) 可得：

$$\frac{\alpha^2}{\beta}\frac{\partial \Theta}{\partial t} = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial z^2} \quad \text{.....(5)}$$

$$\Theta = e^{-\alpha z}(T_0 + \kappa_1 z + \kappa_2 z^2 + \kappa_3 z^3), \quad t = 0 \quad \text{.....(6)}$$

$$\Theta = e^{\beta t}\left[T_1 + \sum_{n=1}^{P}\phi_{ck}\cos(\frac{2\pi n}{\lambda}t) + \phi_{sk}\sin(\frac{2\pi n}{\lambda}t)\right],$$
$$z = 0$$
.....(7)

$$\frac{\partial\Theta}{\partial z} = 0,\ z \to \infty$$ .....(8)

其中，$\alpha = U/2$ 與 $\beta = U^2/4D$ 。對式 (5) ~ (8) 進行傅立葉正弦-餘弦變換，則得到：

$$-\varepsilon^2\overline{\Theta} + \frac{\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon^2+\alpha^2}}(\frac{e^{t\beta}\alpha^2}{\varepsilon\sqrt{\alpha^2+\varepsilon^2}}T_1^{'}) = \frac{\alpha^2}{\beta}\frac{d\overline{\Theta}}{dt}$$ .....(9)

$$T_1^{'} = T_1 + \sum_{n=1}^{P}\phi_{ck}\cos(\frac{2\pi n}{\lambda}t) + \phi_{sk}\sin(\frac{2\pi n}{\lambda}t)$$ .....(10)

其中，ε為傅立葉變數。接著，可求得常微分方程式 (9) 的通解：

$$\begin{aligned}\overline{\Theta} = {} & \frac{1}{(\alpha^2+\varepsilon^2)^4}e^{-\frac{t\beta\varepsilon^2}{\alpha^2}}\varepsilon(T_0\alpha^6 - 2T_1^{'}\alpha^6 + \\ & 2e^{t\beta(1+\frac{\varepsilon^2}{\alpha^2})}T_1^{'}\alpha^6 + 3T_0\alpha^4\varepsilon^2 - 6T_1^{'}\alpha^4\varepsilon^2 + \\ & 6e^{t\beta(1+\frac{\varepsilon^2}{\alpha^2})}T_1^{'}\alpha^4\varepsilon^2 + 3T_0\alpha^2\varepsilon^4 - 6T_1^{'}\alpha^2\varepsilon^4 + \\ & 6e^{t\beta(1+\frac{\varepsilon^2}{\alpha^2})}T_1^{'}\alpha^2\varepsilon^4 + T_0\varepsilon^6 - 2T_1^{'}\varepsilon^6 + \\ & 2e^{t\beta(1+\frac{\varepsilon^2}{\alpha^2})}T_1^{'}\varepsilon^6 + 2\alpha^5\kappa_1 + 4\alpha^3\epsilon^2\kappa_1 + 2\alpha\epsilon^4\kappa_1 + \\ & 6\alpha^4\kappa_2 + 4\alpha^2\varepsilon^2\kappa_2 - 2\varepsilon^4\kappa_2 + 24\alpha^3\kappa_3 - 24\alpha\varepsilon^2\kappa_3)\end{aligned}$$
.....(11)

最後，利用傅立葉逆變換公式可得到描述地溫的解析解：

$$T = \frac{2e^{\beta t-\alpha z}}{\pi}\int_0^{\infty}\overline{\Theta}\frac{\varepsilon\cos(\varepsilon z)+\alpha\sin(\varepsilon z)}{\sqrt{\varepsilon^2+\alpha^2}}d\varepsilon$$ .....(12)

2.4 數值模式驗證

為驗證前述模式的解析解，本研究也發展數值解。此數值解應用克蘭克－尼科爾森法 (Crank-Nicolson method) (Crank and Nicolson, 1996) 來離散數學模式 (1) ~ (4)，則其近似式可分別表示為：

$$D\frac{T_i^{k+1}-T_i^k}{\Delta t} = \frac{1}{2\Delta z^2}\left[(T_{i+1}^{k+1}-2T_i^{k+1}+T_{i-1}^{k+1})+(T_{i+1}^k-2T_i^k+T_{i-1}^k)\right] - \frac{U}{2\Delta z}(\frac{T_{i+1}^{k+1}-T_{i-1}^{k+1}}{2}+\frac{T_{i+1}^k-T_{i-1}^k}{2})$$
.....(13)

$$T_i^0 = T_0 + \kappa_1 i\Delta z + \kappa_2(i\Delta z)^2 + \kappa_3(i\Delta z)^3$$ .....(14)

$$T_1^{k+1} = T_1 + \sum_{n=1}^{P}\phi_{ck}\cos(\frac{2\pi n}{\lambda}k\Delta t) + \phi_{sk}\sin(\frac{2\pi n}{\lambda}k\Delta t)$$
.....(15)

$$T_{N_z+1}^{k+1} = T_{N_z-1}^{k+1}$$ .....(16)

須求得的特定位置與時間之溫度則可寫為：

$$T \approx \frac{1}{2}(T_i^{k+1}+T_i^k)$$ .....(17)

其中，Δt為時間間距，Δz為垂直方向的網格大小，Nz為垂直方向的總節點數，下標i為節點編號，$i\Delta z$表示節點深度，k代表時間t在$k\Delta t$的時刻。解析解與數值解預測的溫度剖面之比較如圖 3 所示。使用的參數值如下：$T_0 = 22°C$、$T_1 = 25°C$、$\kappa_1 = 2°C/m$、$\kappa_2 = -5°C/m^2$、$\kappa_3 = 5°C/m^3$ 、 $n_e = 0.2$ 、 $C = 2\times10^6\ J/m^3/°C$ 、 $C_w = 4\times10^6\ J/m^3/°C$、$\lambda_0 = 2\ W/m/°C$、$\gamma = 5\times10^{-3}\ m$、$v = 5\times10^{-6}\ m/sec$ 、 $\Delta z = 0.02\ m$ 、 $\Delta t = 864\ sec$ 。結果顯示，兩種解預測之溫度剖面曲線幾乎吻合，意即解析解的推導過程無誤且其對地溫的模擬結果正確。

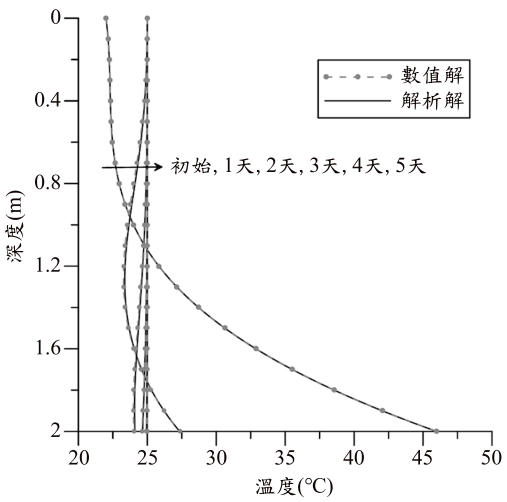

圖 3　解析解與數值解預測時序性地溫剖面之比較

JOURNAL OF TAIWAN AGRICULTURAL ENGINEERING
VOL. 68, NO. 4, DECEMBER 2022
DOI - 10.29974/JTAE.202212_68(4).0002

2.5 入滲率推估方法

以地溫剖面推估入滲率的整體流程如圖 4 所示。此流程以發展的解析解為基礎，搭配入滲試驗所量測的地溫剖面與地表溫度變化資料，並利用最小平方法求得地下水滲流速度 v。其目標函數可定義為：

$$E=\sum_{j=1}^{M}(T_{F,j}-T_{A,j})^2 \quad (18)$$

其中，E 為預測誤差平方和，M 為量測時刻之總數，$T_{F,j}$為第 j 時間點的地溫剖面，$T_{A,j}$為第 j 時間點解析解模擬之地溫剖面。若欲使 E 為最小，則 E 對 v 的一階偏導數之值須為零，即：

$$-2\sum_{j=1}^{M}(T_{F,j}-T_{A,j})\frac{\partial T_{A,j}}{\partial v}=0 \quad (19)$$

上式可利用前向差分法近似為：

$$\sum_{j=1}^{M}(T_{F,j}-T_{A,j})\frac{T_{A,j}(v+\Delta v)-T_{A,j}(v)}{\Delta v}=0 \quad (20)$$

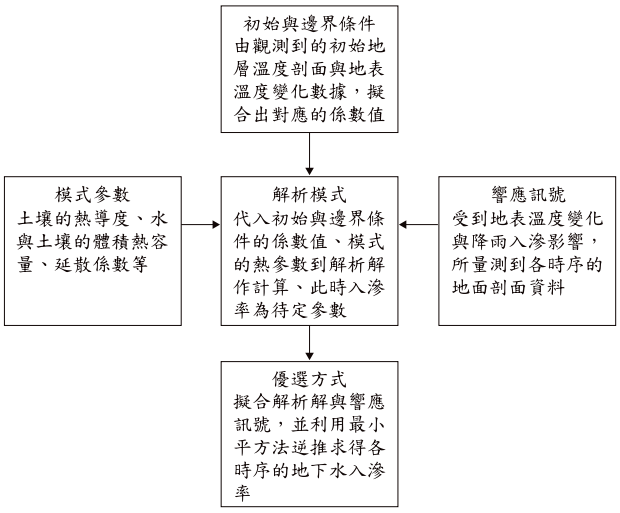

圖 4　運用地溫剖面與熱傳輸解析模式推估入滲率的流程

其中，Δv 可令為 $0.001v$ (Yeh *et al*., 2008)。此非線性方程式可透過萊文貝格－馬夸特法 (Levenberg-Marquardt algorithm) (Levenberg, 1944; Marquardt, 1963) 求得 v 值。將各量測時刻所紀錄之地溫剖面資料，分別透過上述方法逐一計算其 v 值，如此即可得到暫態的地下水滲流速度。此外，量測到的地溫剖面或地表溫度變化資料可能含有相當多的雜訊，因此須先將雜訊去除再做後續分析 (Rudin *et al*., 1992)。

三、結果與討論

本研究在砂土環境下進行了三個不同降雨型態的入滲試驗，再根據量測到的溫度觀測資料來推估現地入滲率並分析其結果。經實驗室分析，此砂土由含量為 97.7 %的砂粒、2.2 % 的坋粒、0.1 % 的黏粒所構成，土壤孔隙率為 47.7 %，飽和水力傳導度介於 0.0067 到 0.014 cm/sec 之間。使用的土壤熱傳輸參數如下：$C_w=4.18\times10^6\ \mathrm{J/m^3/°C}$、$C=2.55\times10^6\ \mathrm{J/m^3/°C}$、$\lambda_0=2.15\ \mathrm{W/m/°C}$、$\gamma=0.83(\log d)^{2.414}\ \mathrm{m}$，其中 d 為試驗地點的特徵尺度 (Xu and Eckstein, 1995)，在此試驗中為最深量測點的位置，依八組 DTS 溫度計設置可分別求得。由於砂土的平均孔隙較大，使得降雨入滲快，在短時間內即可讓土壤達到飽和，故此試驗入滲分為兩個期間，前期為非飽和入滲，後期則為飽和入滲。因入滲池下方流量計其量測值在初期較不穩定，因此本研究取其流量穩定後之數值進行分析，而此時之土壤幾乎達到飽和，故本研究主要探討飽和階段之入滲率為主。

3.1 均勻強降雨案例

此試驗雨型為均勻強降雨，如圖 5a 所示，降雨強度約為 75 mm/hr，其延時為一天；以前述推估方法可得到時序入滲率之模擬結果如圖 5b 所示，觀測時間為一天。結果顯示，在飽和入滲期間，真實入滲率應較接近流量計量測之值，此期間入滲率變化幅度不大，僅在後期隨時間略為遞減，推估與量測結果皆呈現此趨勢，指出推估結果應為合理。由儀器配置圖可知，入滲池底部傾斜，因此將產生往排水口流動之側向流場，其中，DTS No. 1 ~ 4 與 DTS No. 5 ~ 8 分列於井管兩側，且 DTS No. 5 ~ 8 與流量計 (裝設於下游排水口處) 位於同側。此時，由於土壤已達飽和狀態，故流場以側向流為主，致使基於 DTS No. 5 ~ 8 量測資料所推估的入滲率較流量計數值與基於 DTS No. 1 ~ 4 資料之推估結果為高。且因側向流之故，使得自 DTS No. 5 ~ 8 資料所推估的入滲率將會被高估 (相較真實入滲率而言)。入滲率低於降雨強度，可能是因為土壤的異質性造成水流與溫度剖面在量測上的時間延滯，此外，由於各組 DTS 所量測的初始溫度剖面與地表溫度變化略有不同，也導致基於各組溫度數據所推估的入滲率有所差異，另一方面也顯示此入滲池環境不僅有垂直向，亦有側向熱流的傳輸。

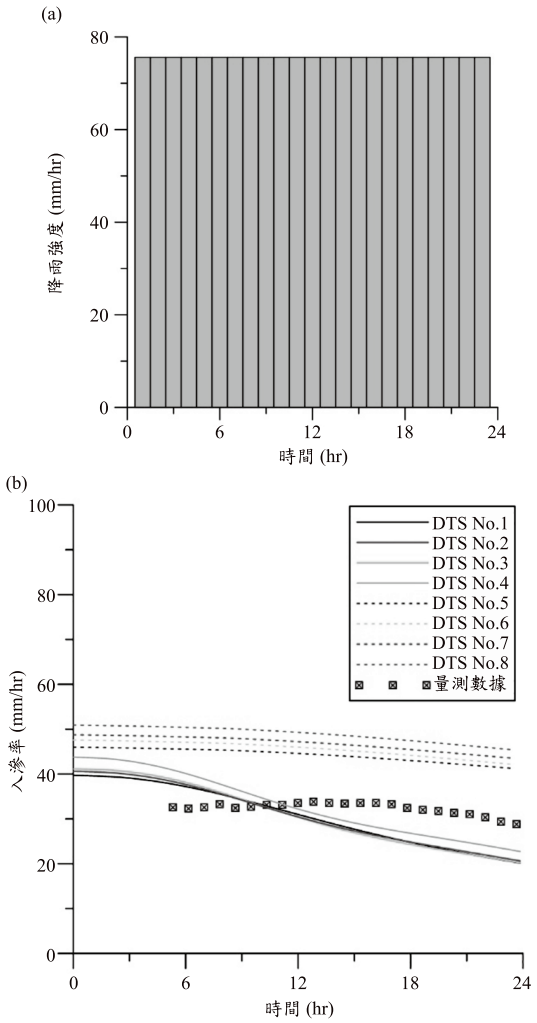

圖 5 均勻強降雨的 (a) 雨型圖與其；(b)推估入滲率的時序曲線

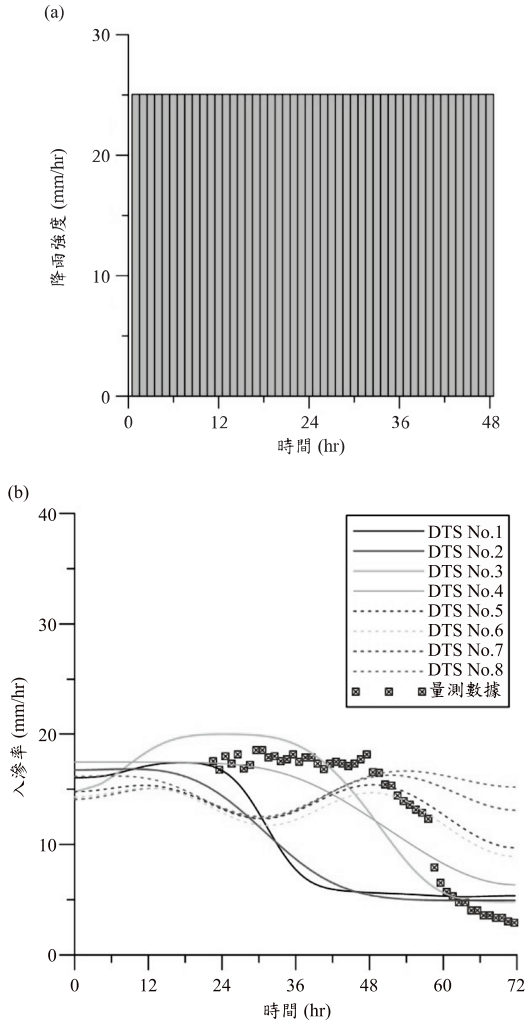

圖 6 均勻弱降雨的 (a) 雨型圖與其；(b) 推估入滲率的時序曲線

3.2 均勻弱降雨案例

此試驗雨型為均勻弱降雨，如圖 6a 所示，降雨強度約為 25 mm/hr，其延時為兩天；在此降雨條件下得到的入滲率推估結果如圖 6b 所示，觀測時間為三天。由圖中可知，根據各組 DTS 溫度量測資料所求得之入滲率與流量計量測的數值相近，且皆無超過降雨強度。降雨後約 20 小時進入飽和入滲期間，此期間入滲率變化不顯著；48 小時後進入退水期間，流率逐時遞減，推估結果大抵也符合此趨勢，可判斷推估結果應屬合理。

3.3 不均勻降雨案例

此試驗雨型為非均勻降雨，如圖 7a 所示，可分為七個降雨期間，各期間降雨量約從 10 ~ 25 mm/hr 不等，其延時設定為兩天；其推估入滲率結果如圖 7b 所示，觀測時間為三天。結果顯示，以 DTS No. 5 ~ 8 量測資料所推估的入滲率較流量計量測數值為高，此為設計之入滲池底部傾斜所造成的側向流場導致。DTS No. 1 ~ 4 因位於上游而受側向流場影響較不顯著，因此，在第 23 ~ 38 小時之間的飽和入滲期間，基於此四組量測資料所推估之結果較接近真實入滲率。在第 38 小時左右，由於排水口在量測期間產生漏沙現象，令此時流量計的量測數值忽然劇增，後又因進入退水期間而逐漸遞減。在上游流場的 DTS No. 1 ~ 4，其推估結果較無呈現劇烈的入滲率變化；而在下游流場的 DTS No. 5 ~ 8，其推估結果則可反映此種變化趨勢，乃因這四組溫度計位置較近於排水口處。由此也可獲得驗證：本推估方法在真實入滲率因故而產生劇烈變

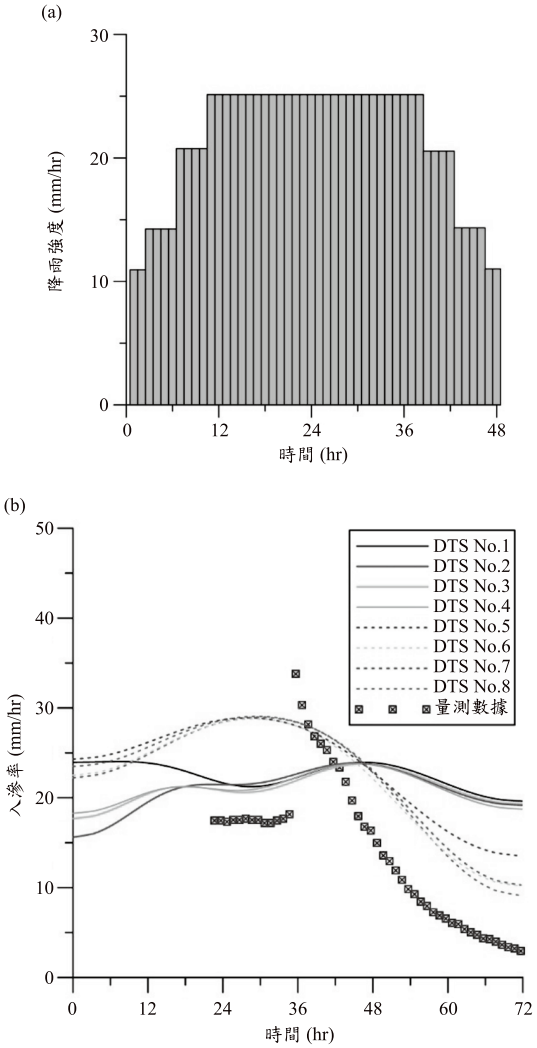

圖 7 不均勻降雨的 (a) 雨型圖與其；(b) 推估入滲率的時序曲線

化的情況下，仍可藉由對應的溫度變化資料推估出合理的入滲率。

四、結論

本研究建立新的地溫解析模式與入滲率推估方法：利用地溫剖面與地表溫度的時序性變化資料求得推估流程所需的參數值，並運用最佳化方法來推估入滲率。該模式的解析解與推估方法分別透過數值模擬與現地入滲試驗驗證了其正確性與可行性。本研究所發展的新解析模式與推估方法可成功推估在不同降雨型態的條件，甚至入滲率發生劇烈變化情況下的現地暫態入滲率。此外，該模式能擬合各種地表溫度時序變化曲線，且具備精簡程式碼、節省運算時間、需要的參數資訊較少等優點，相較傳統地下水流模式可更有效率地推估現地入滲率，成為實用的地下水文分析工具。

致謝

本研究承蒙科技部計畫編號 MOST 110-2116-M-002-024 和 MOST 111-MOEA-M-008-001、教育部高等教育深耕計畫編號 110L4000-1、及經濟部水利署計畫編號 WRA110BT612008 和 WRA09BT612007 的經費資助而得以完成，謹致謝忱。

參考文獻

1. Ahmed, F., M. Borst (2019), Monitoring infiltration rates with time domain reflectometers, *Water Environ Res*, 91(12), 1638-1649, doi: 10.1002/wer.1165.
2. Anderson, M. P. (2005), Heat as a ground water tracer, *Ground Water*, 43(6), 951-968.
3. Bredehoeft, J. D., and I. S. Papaopulos (1965), Rates of vertical groundwater movement estimated from the Earth's thermal profile, *Water Resour Res*, 1(2), 325-328.
4. Carslaw, H. S., and J. C. Jaeger (1959), *Conduction of heat in solids*. London: Oxford University Press.
5. Clark, I. D. (2015), *Groundwater geochemistry and isotopes*, 1 ed., xvii, 438 pages pp., Taylor and Francis Group, Boca Raton.
6. Crank, J., and P. Nicolson (1996), A practical method for numerical evaluation of solutions of partial differential equations of the heat-conduction type, *Advances in Computational Mathematics*, *6*(1), 207-226.
7. Gunawardhana, L. N., and S. Kazama (2011), Climate change impacts on groundwater temperature change in the Sendai plain, Japan, *Hydrol Process*, *25*(17), 2665-2678.
8. Harris, R. N., and D. S. Chapman (1995), Climate-change on the Colorado plateau of eastern Utah inferred from borehole temperatures, *J Geophys Res-Sol Ea*, *100*(B4), 6367-6381.
9. Hatch, C. E., A. T. Fisher, J. S. Revenaugh, J. Constantz, and C. Ruehl (2006), Quantifying surface water-groundwater interactions using time series analysis of streambed thermal records: Method development, *Water Resour Res*, *42*(10).

10. Keery, J., A. Binley, N. Crook, and J. W. N. Smith (2007), Temporal and spatial variability of groundwater-surface water fluxes: Development and application of an analytical method using temperature time series, *J Hydrol*, *336*(1-2), 1-16.
11. Kumar, A., D. K. Jaiswal, and N. Kumar (2010), Analytical solutions to one-dimensional advection-diffusion equation with variable coefficients in semi-infinite media, *J Hydrol*, *380*(3-4), 330-337.
12. Kurylyk, B. L., and D. J. Irvine (2016), Analytical solution and computer program (FAST) to estimate fluid fluxes from subsurface temperature profiles, *Water Resour Res*, *52*(2), 725-733.
13. Kurylyk, B. L., and K. T. B. MacQuarrie (2014), A new analytical solution for assessing climate change impacts on subsurface temperature, *Hydrol Process*, *28*(7), 3161-3172.
14. Kurylyk, B. L., D. J. Irvine, A. A. Mohammed, V. F. Bense, M. A. Briggs, J. W. Loder, and Y. Geshelin (2018), Rethinking the use of seabed sediment temperature profiles to trace submarine groundwater flow, *Water Resour Res*, *54*(7), 4595-4614.
15. Kurylyk, B. L., D. J. Irvine, and V. F. Bense (2019), Theory, tools, and multidisciplinary applications for tracing groundwater fluxes from temperature profiles, *Wires Water*, *6*(1), e1329.
16. Levenberg, K. (1944). A method for the solution of certain nonlinear problems in least squares. *Quarterly of Applied Mathematics, 2*, 164-168.
17. Marquardt, D. W. (1963). An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, *11*(2), 431–441. http://www.jstor.org/stable/2098941
18. McCallum, A. M., M. S. Andersen, G. C. Rau, and R. I. Acworth (2012), A 1-D analytical method for estimating surface water-groundwater interactions and effective thermal diffusivity using temperature time series, *Water Resour Res*, *48*.
19. Medina, R., C. Pham, M. H. Plumlee, A. Hutchinson, M. W. Becker, P. J. O'Connell (2020), Distributed temperature sensing to measure infiltration rates across a groundwater recharge basin, *Ground Water*, doi: 10.1111/gwat.13007.
20. Molina-Giraldo, N., P. Bayer, and P. Blum (2011), Evaluating the influence of thermal dispersion on temperature plumes from geothermal systems using analytical solutions, *Int. J. Therm. Sci.*, *50*(7), 1223-1231.
21. Reiter, M. (2001), Using precision temperature logs to estimate horizontal and vertical groundwater flow components, *Water Resour Res*, *37*(3), 663-674.
22. Rudin, L. I., S. Osher, and E. Fatemi (1992), Nonlinear total variation based noise removal algorithms, *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 60(1), 259-268.
23. Schmidt, C., B. Conant, M. Bayer-Raich, and M. Schirmer (2007), Evaluation and field-scale application of an analytical method to quantify groundwater discharge using mapped streambed temperatures, *J Hydrol*, *347*(3-4), 292-307.
24. Shan, C., and G. Bodvarsson (2004), An analytical solution for estimating percolation rate by fitting temperature profiles in the vadose zone, *J Contam Hydrol*, *68*(1-2), 83-95.
25. Suzuki, S. (1960), Percolation measurements based on heat flow through soil with special reference to paddy fields, *Journal of Geophysical Research*, *65*(9), 2883-2885.
26. Taniguchi, M., D. R. Williamson, and A. J. Peck (1999), Disturbances of temperature-depth profiles due to surface climate change and subsurface water flow: 2. An effect of step increase in surface temperature caused by forest clearing in southwest western Australia, *Water Resour Res*, *35*(5), 1519-1529.
27. Uchida, Y., and T. Hayashi (2005), Effects of hydrogeological and climate change on the subsurface thermal regime in the Sendai Plain, *Phys Earth Planet In*, *152*(4), 292-304.
28. Weir, G. J. (2009), A mathematical model of rainfall-controlled geothermal fields, *Transport Porous Med*, *77*(2), 323-334.
29. Xu, M., and Y. Eckstein (1995), Use of weighted least-squares method in evaluation of the relationship between dispersivity and field scale, 33(6), 905-908.
30. Yeh, H. D., Y. C. Chang, and V. A. Zlotnik (2008), Stream depletion rate and volume from groundwater pumping in wedge-shape aquifers, *J Hydrol*, *349*(3-4), 501-511.

收稿日期：民國 111 年 08 月 05 日
修改日期：民國 111 年 08 月 18 日
接受日期：民國 111 年 09 月 20 日