二維 ESPH 淺水波模式應用於非浸沒與浸沒丁壩群之流場模擬

NUMERICAL SIMULATION OF FLOWS AROUND NON-SUBMERGED AND SUBMERGED SPUR DIKES USING A 2D ESPH SHALLOW WATER MODEL

國立中興大學
水土保持學系
周 俐 伶
Li-Ling Chou

國立中興大學
水土保持學系
施 凱 心
Kai-Hsin Shih

國立中興大學
水土保持學系
張 高 華*
Kao-Hua Chang

摘 要

本研究發展一套二維無網格淺水波模式來探討丁壩群對於渠道流場之影響。此模式中利用無網格數值方法—平滑粒子動力法 (smoothed particle hydrodynamics, SPH) 求解歐拉型態 (Eulerian) 的二維水深平均淺水波方程組。為提高模式之穩定性與準確性，將 HLLC (Harten-Lax-van Leer contact) 黎曼法、渠底摩擦坡度隱式及靜壓重建法計算法納入，可避免不連續處與極小水深時所產生的數值震盪及擁有靜水平衡 (well-balanced) 與正水深 (positivity-preserving) 之特性。雙根非浸沒式與五根浸沒式丁壩群流場試驗為本研究二個驗證案例，用來檢視此模式在不同浸沒性丁壩流場模擬之表現。收斂性分析指出各案例在水深與流速之模擬解皆有一階空間收斂率，而模擬的水深剖面及流速變化與試驗結果有一致趨勢，顯示此模式應用於丁壩群流場模擬是可信賴。進一步於非浸沒式與浸沒式丁壩群案例中分別比較丁壩間距與丁壩根數對於流場影響。就非浸沒式丁壩而言，丁壩間距對於流速減緩之影響距離有限，在入流福祿數為 0.13 之流況下，雙倍丁壩長間距之影響距離較單倍丁壩長間距約 1.08 倍。對於浸沒式丁壩，丁壩根數對於流速減緩之影響距離顯著，在入流福祿數為 0.52 之流況下，五根丁壩數之影響距離較一根及三根丁壩數約 1.42 倍及 1.14 倍。

關鍵詞：無網格、淺水波、丁壩、非浸沒式與浸沒式。

* 國立中興大學水土保持學系
402202 台中市南區興大路 145 號．kaohchang@nchu.edu.tw

NUMERICAL SIMULATION OF FLOWS AROUND NON-SUBMERGED AND SUBMERGED SPUR DIKES USING A 2D ESPH SHALLOW WATER MODEL

Li-Ling Chou
National Chung Hsing University
Department of Soil & Water Conservation

Kai-Hsin Shih
National Chung Hsing University
Department of Soil & Water Conservation

Kao-Hua Chang*
National Chung Hsing University
Department of Soil & Water Conservation

ABSTRACT

In this study, we develop a two-dimensional (2D) meshless shallow water model that employs smoothed particle hydrodynamics (SPH) to solve the Eulerian form of the 2D shallow water equations for simulating flows around non-submerged and submerged spur dikes. To improve stability and accuracy, the model incorporates an HLLC (Harten-Lax-van Leer-Contact) Riemann solver for handling discontinuities, an implicit approach for bed friction slope in cases of extremely shallow water, and a hydrostatic reconstruction technique to ensure well-balanced and positivity-preserving properties. Two experiments, one with two non-submerged spur dikes and another with five submerged spur dikes, are used to validate the developed model. Convergence analysis confirms that the simulated velocity and water depth exhibit a first-order spatial convergence rate. Additionally, the simulated water depth and velocity profiles show good agreement with the experimental results, demonstrating the model's reliability in simulating flows around spur dikes.

The two case studies further examine the effects of spur dike spacing and the number of spur dikes on flow characteristics. In the non-submerged case with an inflow Froude number of 0.13, spur dike spacing has a minimal impact on the distance required for the flow velocity behind the spur dikes to recover to 99% of the inflow velocity. When the spacing is twice the spur dike length, the recovery distance is 1.08 times that of the case with a spacing of one spur dike length. In the submerged case with an inflow Froude number of 0.52, the number of spur dikes significantly influences the distance required for the flow velocity behind the spur dikes to recover to 60% of the inflow velocity. When five spur dikes are used, the recovery distance is 1.42 times and 1.14 times that of the cases with one and three spur dikes, respectively..

Keywords: Smoothed particle hydrodynamics, Shallow water, Spur dike, Non-submerged and submerged.

Chou, L.L., Shih, K.H., & Chang, K.H.* (2025). "Numerical Simulation of Flows Around Non-submerged and Submerged Spur Dikes Using A 2D ESPH Shallow Water Model." *Journal of Taiwan Agricultural Engineering,* 71(2), 41-53. https://doi.org/10.29974/JTAE.202506_71(2).0003

一、前言

臺灣河川坡度多屬陡峭且水流湍急，常發生河床河岸嚴重沖蝕問題，丁壩為國內常用於河川治理的水工構造物之一。丁壩常依透水性、浸沒性及擺設角度來分類，即不透水性與透水性、非浸沒式與浸沒式、及向下式、垂直式與向上式 (Nandhini *et al.*, 2024)。目前已有許多以實驗方法來探討丁壩周圍流場變化之文獻，如，Yu *et al.* (2022) 在實驗水槽中觀察單根垂直式丁壩周圍紊流動能，受其透水性與浸沒性之影響；Esmaeli *et al.* (2022) 設置實驗室規模蜿蜒渠道，針對非浸沒式且垂直式丁壩群的透水性與長度，比較渠道岸邊沖蝕受其之影響程度；Elawady *et al.* (2000) 選取單根浸沒式丁壩，在實驗水槽中研究其擺設角度對於丁壩周圍流場之影響。此外，利用數值模式進行丁壩流場模擬與探討之文獻，包括：Gu *et al.* (2020) 以有限體積法求解三維納維-斯托克斯方程式 (Navier-Stokes equations) 的數值模式，就非浸沒式且垂直式丁壩群，執行不同丁壩間距之模擬並比較流場特性；Montazeri *et al.* (2022) 則是選用以有限差分法所建置的三維納維-斯托克斯模式，在存有單根非浸沒式且垂直式丁壩的渠道中，模擬汙染物受丁壩影響的而產生的擴散情形。

有別於網格數值模式中所求解的控制方程式為歐拉型態 (Eulerian)，可求解拉格朗日型態 (Lagrangian) 的無網格數值模式，近年來備受討論，其中又以平滑粒子動力法 (smoothed particle hydrodynamics, SPH) 最為廣泛使用來發展納維-斯托克斯模式 (Violeau, 2012)。SPH 以粒子取代網格呈現計算空間，利用核函數權重分配粒子間的交互作用占比，已被大量應用於含有自由液面的流場問題 (Monaghan, 1994)、多相流問題 (Le Touze and Colagrossi, 2025) 與流固耦合問題 (Li *et al.*, 2024)。另外，為節省計算資源進而處理大尺度的水利工程問題，SPH 亦被使用於求解拉格朗日型態的淺水波方程式 (shallow water equations)，稱之為 LSPH 淺水波模式，其一維與二維淺水波方程式分別為斷面平均與深度平均的簡化納維-斯托克斯方程式 (Chaudhry, 2022)。目前 LSPH 淺水波模式有被應用於潰壩流 (Chang *et al.*, 2011; Kao and Chang, 2012)、明渠流 (Vacondio *et al.*, 2012; Chang and Chang, 2013)、降雨逕流 (Chang *et al.*, 2016; Fei *et al.*, 2021) 與土石流 (Pastor *et al.*, 2018; Pastor *et al.*, 2023; Aslami *et al.*, 2023)。

除 LSPH 淺水波模式持續被發展外，Chang (2023) 率先以 SPH 求解歐拉型態的二維淺水波方程式，稱之為 ESPH 淺水波模式，並應用於降雨逕流問題，隨後其又擴展至處理渠道輸砂問題 (Chang *et al.*, 2024)。與 LSPH 淺水波模式相比，雖犧牲原有特色，即 (1)無非線性對流項的離散誤差及 (2) 無需特別處理乾濕床的不連續面；但因為不需要每個時間步重新搜尋鄰近交互作用粒子，大幅節省計算效率，更適合應用於大尺度問題。與網格淺水波模式相比，ESPH 淺水波模式展現特別優勢：以二維模式為例，在正交粒子排列下，會多出對角線上的 4 顆粒子，即可考慮粒子間於 8 方位上通量傳輸作用，但網格淺水波模式的網格間僅有 4 方位。此優勢在非規則且平坦地形及具有強烈側流效應之流場，會較網格淺水波模式有更符合實際現象之模擬結果 (Chang, 2023; Chang *et al.*, 2024)。周等 (2024) 首次將二維 ESPH 淺水波模式應用於單根非浸沒、不透水且垂直丁壩的周圍流場模擬。本研究將繼續探討二維 ESPH 淺水波模式在丁壩周圍流場的模擬表現，將考慮不透水性且垂直式丁壩，以非浸沒式與浸沒式丁壩群以發表試驗案例為研究案例，測試模式之收斂性與準確性，並各別討論丁壩間距與根數之流場差異。

二、理論與方法

2.1 二維淺水波方程式

本研究以二維淺水波方程式作為流場控制方程式，支配流場水深與速度向量之變化 (Chaudhry, 2022)，即 (1) 式。

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t}+\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x}+\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y}=\mathbf{S}_0(\mathbf{U})+\mathbf{S}_f(\mathbf{U}) \quad\text{.....................(1)}$$

其中，

$$\mathbf{U}=\begin{bmatrix} h \\ hu \\ hv \end{bmatrix}、\mathbf{F}=\begin{bmatrix} uh \\ u^2h+\frac{1}{2}gh^2 \\ uvh \end{bmatrix}、$$

$$\mathbf{G}=\begin{bmatrix} vh \\ uvh \\ v^2h+\frac{1}{2}gh^2 \end{bmatrix}、\mathbf{S}_0=\begin{bmatrix} 0 \\ ghS_{0,x} \\ ghS_{0,y} \end{bmatrix} 及$$

$$\mathbf{S}_f=\begin{bmatrix}0\\-ghS_{f,x}\\-ghS_{f,y}\end{bmatrix}。$$

(1) 式中，h 為水深、u 為 x 方向速度、v 為 y 方向速度、S_0 為底床坡度 $[=\left(S_{0,x},S_{0,y}\right)=\left(-\frac{\partial z_0}{\partial x},-\frac{\partial z_0}{\partial y}\right)]$、$S_f$ 為底床摩擦坡度 $[=\left(S_{f,x},S_{f,y}\right)=\left(\frac{n_{Ma}^2 u\sqrt{u^2+v^2}}{h^{4/3}},\frac{n_{Ma}^2 v\sqrt{u^2+v^2}}{h^{4/3}}\right)]$、$z_0$ 為底床高程、n_{Ma} 為曼寧粗糙係數與 g 為重力加速度。

2.2 SPH 離散方法

SPH 以粒子代表控制體積，於二維空間上，其體積 V 等於 l_0^2，l_0 為正交粒子間距。ϕ 表示任一物理量，(2) 式為 SPH 一階微分公式，其中核函數 ω_{ab}^a $[=\omega(r_{ab},l_a)]$ 用來權重決定粒子間的交互作用之占比，粒子 a 平滑長度 l_a 為決定鄰近交互作用粒子數 N 之參數，而 r_{ab} 為粒子間距。

$$\begin{bmatrix}\dfrac{\partial\phi}{\partial x}\\\dfrac{\partial\phi}{\partial y}\end{bmatrix}_a=\begin{bmatrix}-\sum_{b=1}^{b=N}V_b\phi_{ab}\left(B_{11}\dfrac{\partial\omega_{ab}^a}{\partial x_a}+B_{12}\dfrac{\partial\omega_{ab}^a}{\partial y_a}\right)\\-\sum_{b=1}^{b=N}V_b\phi_{ab}\left(B_{21}\dfrac{\partial\omega_{ab}^a}{\partial x_a}+B_{22}\dfrac{\partial\omega_{ab}^a}{\partial y_a}\right)\end{bmatrix}\quad ..(2)$$

(2) 式中，修正矩陣 $\begin{bmatrix}B_{11}&B_{12}\\B_{21}&B_{22}\end{bmatrix}$ 使(2)式具有一階準確，其為 $\begin{bmatrix}\sum_{b=1}^{b=N}V_b x_{ba}\dfrac{\partial\omega_{ab}^a}{\partial x_a}&\sum_{b=1}^{b=N}V_b y_{ba}\dfrac{\partial\omega_{ab}^a}{\partial x_a}\\\sum_{b=1}^{b=N}V_b x_{ba}\dfrac{\partial\omega_{ab}^a}{\partial y_a}&\sum_{b=1}^{b=N}V_b y_{ba}\dfrac{\partial\omega_{ab}^a}{\partial y_a}\end{bmatrix}^{-1}$，而 $\phi_{ab}=\phi_a-\phi_b$。(Violeau, 2012)

2.3 SPH 離散二維淺水波方程式

以 (2) 式進行 (1) 式空間離散，並假設粒子間交界面之通量 $\left(\mathbf{F},\mathbf{G}\right)_*=\dfrac{\left(\mathbf{F},\mathbf{G}\right)_a+\left(\mathbf{F},\mathbf{G}\right)_b}{2}$，即可得 SPH 離散二維淺水波方程式 [(3) 式]。

$$\frac{\partial\mathbf{U}_a}{\partial t}=2\sum_{b=1}^{b=N}V_b\left(\mathbf{f}_a-\mathbf{f}_*\right)\hat{C}\frac{\partial\omega_{ab}^a}{\partial r_{ab}}+\mathbf{S}_{0,a}+\mathbf{S}_{f,a}\quad ....(3)$$

其中，$\mathbf{f}_a=\left[\mathrm{f}_{a1}\ \mathrm{f}_{a2}\ \mathrm{f}_{a3}\right]^T=\mathbf{F}_a\cdot n_{x,ab}+\mathbf{G}_a\cdot n_{y,ab}$、$\mathbf{f}_*=\left[\mathrm{f}_{*1}\ \mathrm{f}_{*2}\ \mathrm{f}_{*3}\right]^T=\mathbf{F}_*\cdot n_{x,ab}+\mathbf{G}_*\cdot n_{y,ab}$、$n_{x,ab}\left(=\dfrac{-x_{ab}}{r_{ab}}\right)$ 與 $n_{y,ab}\left(=\dfrac{-y_{ab}}{r_{ab}}\right)$ 分別為粒子間單位向量的 x 與 y 之分量、$\hat{C}=-\sum_{b=1}^{b=N}V_b\dfrac{l_0^2}{r_{ab}}\dfrac{\partial\omega_{ab}^a}{\partial r_{ab}}$、$x_{ab}=x_a-x_b$ 及 $y_{ab}=y_a-y_b$。

2.4 HLLC (Harten-Lax-van Leer contact) 黎曼通量

粒子間交界面沿粒子間單位向量之通量 $\mathbf{f}_*$，以 HLLC 黎曼求解法計算而得，如 (4) 式所示。(Toro, 2024)

$$\mathbf{f}_*=\begin{cases}\mathbf{f}_a & \text{if } 0\le S_a\\\mathbf{f}_{*a} & \text{if } S_a\le 0\le S_{\mathrm{M}}\\\mathbf{f}_{*b} & \text{if } S_{\mathrm{M}}\le 0\le S_b\\\mathbf{f}_b & \text{if } 0\ge S_b\end{cases}\quad ....(4)$$

其中，

$\mathbf{f}_a=\mathbf{f}\left(h_a,\bar{\mathrm{U}}_a,\bar{\mathrm{V}}_a\right)$、$\mathbf{f}_b=\mathbf{f}\left(h_b,\bar{\mathrm{U}}_b,\bar{\mathrm{V}}_b\right)$、

$\mathbf{f}_{*a}=\left[\mathrm{f}_{*1}\ \mathrm{f}_{*2}\ \bar{\mathrm{V}}_a\mathrm{f}_{*1}\right]^T$、$\mathbf{f}_{*b}=\left[\mathrm{f}_{*1}\ \mathrm{f}_{*2}\ \bar{\mathrm{V}}_b\mathrm{f}_{*1}\right]^T$、

$$\begin{bmatrix}\mathrm{f}_{*1}\\\mathrm{f}_{*2}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dfrac{S_b\mathrm{f}_{a1}-S_a\mathrm{f}_{b1}+S_aS_b\left(h_a-h_b\right)}{S_b-S_a}\\\dfrac{S_b\mathrm{f}_{a2}-S_a\mathrm{f}_{b2}+S_aS_b\left(h_a\bar{\mathrm{U}}_a-h_b\bar{\mathrm{U}}_b\right)}{S_b-S_a}\end{bmatrix}、$$

$$\begin{bmatrix}\bar{\mathrm{U}}_a\\\bar{\mathrm{V}}_a\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}u_an_{x,ab}+v_an_{y,ab}\\-u_an_{y,ab}+v_an_{x,ab}\end{bmatrix}\text{及}$$

$$\begin{bmatrix}\bar{\mathrm{U}}_b\\\bar{\mathrm{V}}_b\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}u_bn_{x,ab}+v_bn_{y,ab}\\u_bn_{y,ab}+v_bn_{x,ab}\end{bmatrix}。$$

(4) 式中，S_a、S_b 與 S_M 可經由 (5) 式至 (7) 式計算而得。

$$S_a=\begin{cases}\bar{\mathrm{U}}_b-2\sqrt{gh_b} & \text{if } h_a=0\\\min\left(\bar{\mathrm{U}}_a-\sqrt{gh_a},\bar{\mathrm{U}}_*-\sqrt{gh_*}\right) & \text{if } h_a>0\end{cases}\quad ....(5)$$

$$S_b=\begin{cases}\bar{\mathrm{U}}_a+2\sqrt{gh_a} & \text{if } h_b=0\\\max\left(\bar{\mathrm{U}}_b+\sqrt{gh_b},\bar{\mathrm{U}}_*+\sqrt{gh_*}\right) & \text{if } h_b>0\end{cases}\quad .(6)$$

$$S_M=\frac{S_ah_b\left(\bar{\mathrm{U}}_b-S_b\right)-S_bh_a\left(\bar{\mathrm{U}}_a-S_a\right)}{h_b\left(\bar{\mathrm{U}}_b-S_b\right)-h_a\left(\bar{\mathrm{U}}_a-S_a\right)}\quad ....(7)$$

其中，$\bar{\mathrm{U}}_* = \frac{1}{2}\left(\bar{\mathrm{U}}_a + \bar{\mathrm{U}}_b\right) + \sqrt{gh_a} - \sqrt{gh_b}$ 、及 $h_* = \frac{1}{g}\left[\frac{1}{2}\left(\sqrt{gh_a} + \sqrt{gh_b}\right) + \frac{1}{4}\left(\bar{\mathrm{U}}_a - \bar{\mathrm{U}}_b\right)\right]^2$ 。

2.5 源項處理方法

2.5.1 底床坡度計算

為滿足靜水平衡 (well-balanced) 與正水深 (positivity-preserving) 之特性，以提高模式穩定性，本研究採用 Chen and Noelle (2017) 所提出的靜壓重建法。首先，定義粒子間交界面高程 $\tilde{z}_{0,ab}$ ，即

$$\tilde{z}_{0,ab} = \min(\bar{z}_{0,ab}, \bar{\eta}_{ab}) \quad \text{...(8)}$$

其中，$\bar{z}_{0,ab} = \max(z_{0,a}, z_{0,b})$ 、$\bar{\eta}_{ab} = \min(\eta_a, \eta_b)$ 、及 η 為水面高度。

重建後水深如 (9) 式所呈現，其供計算 (3) 式與 (4) 式時所用，而底床坡度則由 (10) 式而得。

$$\begin{aligned} \tilde{h}_a &= \min(\eta_a - \tilde{z}_{0,ab}, h_a) \\ \tilde{h}_b &= \min(\eta_b - \tilde{z}_{0,ab}, h_b) \end{aligned} \quad \text{......................................(9)}$$

$$\begin{bmatrix} \mathrm{S}_{0x} \\ \mathrm{S}_{0y} \end{bmatrix}_a = \begin{bmatrix} 2\sum_{b=1}^{b=N} V_b\left(z_{0,a} - \tilde{z}_{0,ab}\right)\left(B_{11}\frac{\partial \omega_{ab}^a}{\partial x_a} + B_{12}\frac{\partial \omega_{ab}^a}{\partial y_a}\right) \\ 2\sum_{b=1}^{b=N} V_b\left(z_{0,a} - \tilde{z}_{0,ab}\right)\left(B_{21}\frac{\partial \omega_{ab}^a}{\partial x_a} + B_{22}\frac{\partial \omega_{ab}^a}{\partial y_a}\right) \end{bmatrix}$$

$$\text{...(10)}$$

2.5.2 底床摩擦坡度計算

為避免水深過小導致底床摩擦坡度出現不合理結果，利用 Xia and Liang (2018) 所推求的解析公式更新受底床摩擦坡度所影響之速度通量。在不考慮底床摩擦坡度下求得 $\left[\left(h_a u_a\right)^* \quad \left(h_a v_a\right)^*\right]^T$ ，接著以 (11) 式更新得下一時刻 $\left[\left(h_a u_a\right)^{n+1} \quad \left(h_a v_a\right)^{n+1}\right]^T$ 。

$$\begin{bmatrix} \left(h_a u_a\right)^{n+1} \\ \left(h_a v_a\right)^{n+1} \end{bmatrix} = D \begin{bmatrix} \left(h_a u_a\right)^* \\ \left(h_a v_a\right)^* \end{bmatrix} \quad \text{................................(11)}$$

上式，

$$D = \begin{cases} 1 & \text{if } \lambda < 10^{-10} \\ \dfrac{1 - \sqrt{1 + 4\lambda}}{-2\lambda} & \text{if } \lambda \geq 10^{-10} \end{cases}$$ 、

$\lambda = \Delta t g n_{Ma,a}^2 (h_a^n)^{-\frac{4}{3}} \sqrt{\left(\frac{\left(h_a u_a\right)^*}{h_a^n}\right)^2 + \left(\frac{\left(h_a v_a\right)^*}{h_a^n}\right)^2}$ 及 Δt 為時間間距。

2.6 時間積分法

本研究以顯示法求解 (3) 式，下一時刻之變數值 $\mathbf{U}_a^{n+1}$ 由 (12) 式求得，而 Δt 必須滿足 CFL (Courant-Friedrichs-Lewy) 庫倫穩定條件 (Chaudhry, 2022)，如 (13) 式。

$$\mathbf{U}_a^{n+1} = \mathbf{U}_a^n + \Delta t\left(\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t}\right)_a^n \quad \text{.......................................(12)}$$

$$\Delta t \leq C_r \cdot \min_a\left(\frac{l_0}{\left|U_a\right| + \sqrt{gh_a}}\right) \quad \text{.............................(13)}$$

其中， C_r 為庫倫數，設定為 0.4，此值是參考 Chang (2023)。

2.7 邊界條件設定

圖 1 為 SPH 不同型態粒子之配置，流體粒子的水深與流速受 (3) 式所控制；邊壁粒子給於滑動邊界條件；入流粒子給定特定流量，出流粒子指派特定水深或水深梯度為 0，而入流粒子的水深及出流粒子的流量則利用黎曼不變數求得 (Chaudhry, 2022; Chang *et al.*, 2024)。

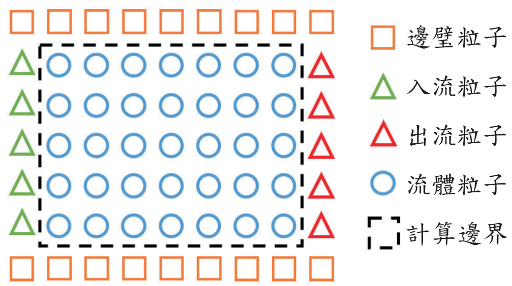

圖 1 SPH 不同型態粒子之配置

三、結果與討論

本研究以不透水性且垂直丁壩為探討對象，選取雙根非浸沒式丁壩及五根浸沒式丁壩之實驗室案例作為驗證案例，測試模式之收斂性與準確性。爾後於非浸沒式與浸沒式丁壩案例中分別比較丁壩間距與丁壩

JOURNAL OF TAIWAN AGRICULTURAL ENGINEERING
VOL. 71, NO. 2, JUNE 2025
DOI - 10.29974/JTAE.202506_71(2).0003

根數對於流場影響。模擬結果的準確性經 (14) 式計算相對均方根誤差而得，本研究案例模擬工作皆在 Intel (R) Core (TM) i7-8700K CPU 3.70 GHz 搭配 16 GB RAM 的個人電腦上執行。

$$E_\phi = \sqrt{\frac{\frac{1}{N_E}\sum_{i=N_E}\left(\phi_i^{\mathrm{SIM}} - \phi_i^{\mathrm{EXP/EXT}}\right)^2}{\sum_{i=N_E}\left(\phi_i^{\mathrm{EXP/EXT}}\right)^2}} \quad \text{.................(14)}$$

上式中，N_E 為觀測點數，上標 SIM 與 EXP 分別代表模擬與試驗之結果。

3.1 非浸沒式丁壩群

驗證案例 1 是採用 Brevis *et al.* (2014)於實驗室渠道量測雙根非浸沒式丁壩周圍流場之試驗。圖 2 為試驗配置圖，渠道長 9 m、寬 1.3 m 而底床坡度為 0.001，而長 l_s 0.25 m、寬 0.075 m 及高 0.05 m 之雙根不透水性丁壩，分別置於圖 2 中的 A 點與 B 點。兩種丁壩間距被考慮：間距為單倍丁壩長（$\lambda=1$），A 點與 B 點位置分別距入流邊界 3.000 m 與 3.325 m；間距為雙倍丁壩長（$\lambda=2$），A 點與 B 點位置分別距入流邊界 3.000 m 與 3.575 m。S_1、S_2 與 S_3 為實驗量測斷面，定義相對座標 X 與 Y，其原點為圖 2 中的 O_s。因此，$\lambda=1$ 案例中，S_1、S_2 與 S_3 的座標 X 為 0.25 l_s、0.50 l_s 與 0.75 l_s；$\lambda=2$ 案例中，S_1、S_2 與 S_3 的座標 X 為 0.25 l_s、1.00 l_s 與 1.75 l_s。

此案例之計算區域即圖 2 之平面圖，模擬初始水深 0.07 m，入流流量為 0.00975 m³/s，入流流速 u_0 為 0.107 m/s，入流福祿數為 0.13，而出流邊界條件採通量為 0，即 $\frac{\partial\phi}{\partial n}=0$；正交粒子間距 0.025 m (18720 顆粒子) 而在時間間距為 0.1 s，滿足 CFL 穩定條件。底床曼寧粗糙系數設置為 0.05，並進行無丁壩的流場模擬，圖 3 為其達穩態時 (t=1000 s) 之水深分布，說明此底床曼寧粗糙系數能達到均勻流況，與實驗配置一致。

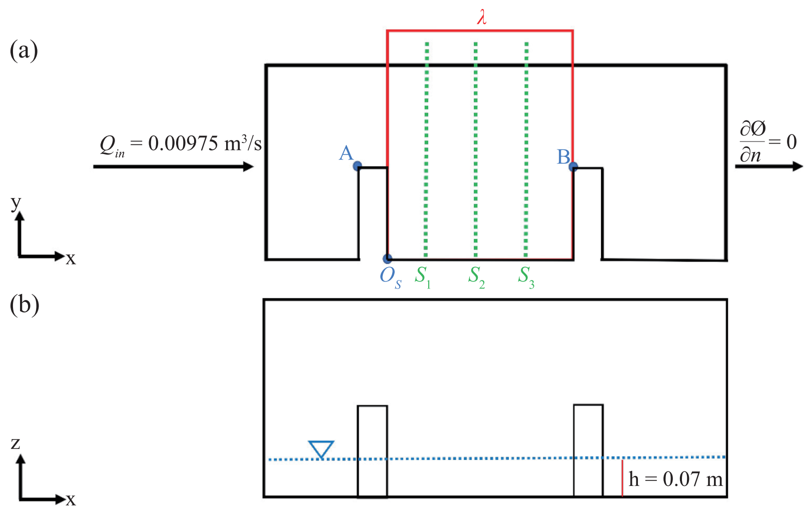

圖 2　研究案例 1 之試驗配置圖，(a) 平面圖及 (b) 縱面圖

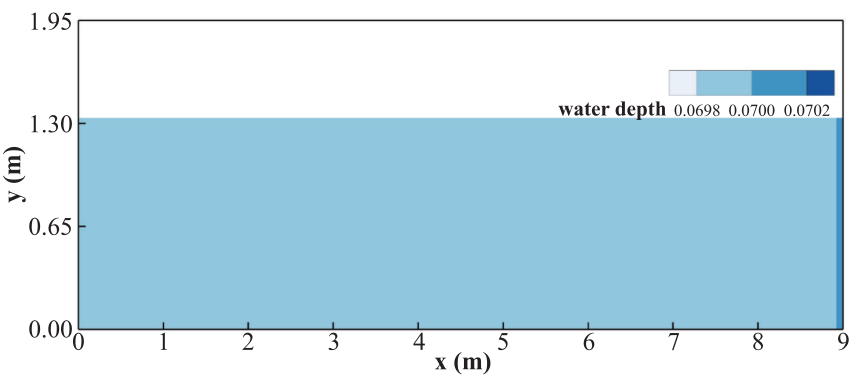

圖 3　研究案例 1 之無丁壩時穩態水深分布

3.1.1 收斂性與準確性分析

利用 3 種不同正交粒子間距 0.025 m (18,720 顆粒子)、0.0125 m (74,880 顆粒子) 與 0.00625 m (299,520 顆粒子)，以丁壩間距為單倍丁壩長案例來進行模式空間收斂性分析。分析結果水深之收斂率為 0.82 而流速 u 之收斂率為 0.97，顯示本模式具有一階空間收斂性。本案例以粒子間距 0.0125 m 及 t = 1000 s 之模擬結果與試驗結果比較，圖 4 和圖 5 分別為流速 u 與流速 v 於斷面 S_1、S_2 與 S_3 之變化情形。與試驗結果相比，流速 u 之準確性高，而流速 v 強度相較於流速 u 強度弱，使得誤差偏高，模擬結果與 Brevis *et al.* (2014) 試驗結果趨勢大致相符合。此外，圖 4 中試驗所量測的流速 u，在接近邊牆處有回流發生，但模擬結果無呈現此現象。由於曼寧公式僅解釋粗糙底床引起的垂直方向紊流動量變化，在未考慮紊流模組下，無法計算邊牆周圍形成邊界層的高速度梯度，忽略邊牆所引起的水平方向紊流動量變化所致。為量化誤差結果，就斷面 S_1、S_2 與 S_3 上的觀測點來計算流速 u 與流速 v 之相對均方根誤差，$\lambda=1$ 情境的流速 u 之與流速 v 之相對均方根誤差為 1.4%與 11.3%，而 $\lambda=2$ 情境的流速 u 之與流速 v 之均方根誤差為 7.7%與 10.2%。總體而言，本模式是能夠呈現雙根非浸沒式丁壩群周圍流場變化。

3.1.2 非浸沒式丁壩間距比較

為討論丁壩間距對於流場之影響，以單根非浸沒式丁壩為比較對象，圖 6 為丁壩群不同間距下之流場變化圖。由圖可得，上游水體接近第一根丁壩時，受到最大攔阻效應使得水深湧高幅度最大；當水體接近第二根丁壩時，因流速降低而水深湧高幅度減低。水體流經單根丁壩，壩前產生分離點 (圖 6a 的 A 點) 而壩後有渦流形成 (圖 6a 紅線區域)；水體流經雙根丁壩且 $\lambda=1$ 者時，兩根丁壩前皆產生分離點 (圖 6b 的 A 點與 B 點)，而丁壩間與第二根丁壩後皆有渦流形成 (圖 6b 的紅線區域)；水體流經雙根丁壩且 $\lambda=2$ 者時，分離點與渦流發生位置與 $\lambda=1$ 者一致 (圖 6c 的 A 點與 B 點及圖 6c 的紅線區域)，但因為丁壩間距較大，丁壩間形成較大的渦流。因為雙根丁壩有兩處分離點相近，交互作用下使得雙根丁壩下游處渦流出現較多擾動，表示本研究所採用的丁壩間距是會使得丁壩群間有重疊的影響區域。Brevis *et al.* (2014) 的 $\lambda=2$ 試驗案例中，有觀測第一根丁壩於牆邊處有小渦流產生，但本研究的模擬結果並未發現此結構，推測可能是基於計算效率考量，無採用高空間解析度所致。為量化比較圖 6 的三種情境，圖 7 為沿 y = 0.5 l_s 上流速 u 變化情形。對於第一根丁壩下游面至壩後流場回復至 0.99 倍入流流速之距離，單根丁壩、雙根丁壩且 $\lambda=1$ 與雙根丁壩且 $\lambda=2$ 之距離分別為 9.3 l_s、9.7 l_s 及 10.5 l_s。此研究案例結果顯示，雙根非浸沒式丁壩較單根非浸沒式丁壩對於流速減緩之影響距離約 1.08 倍。

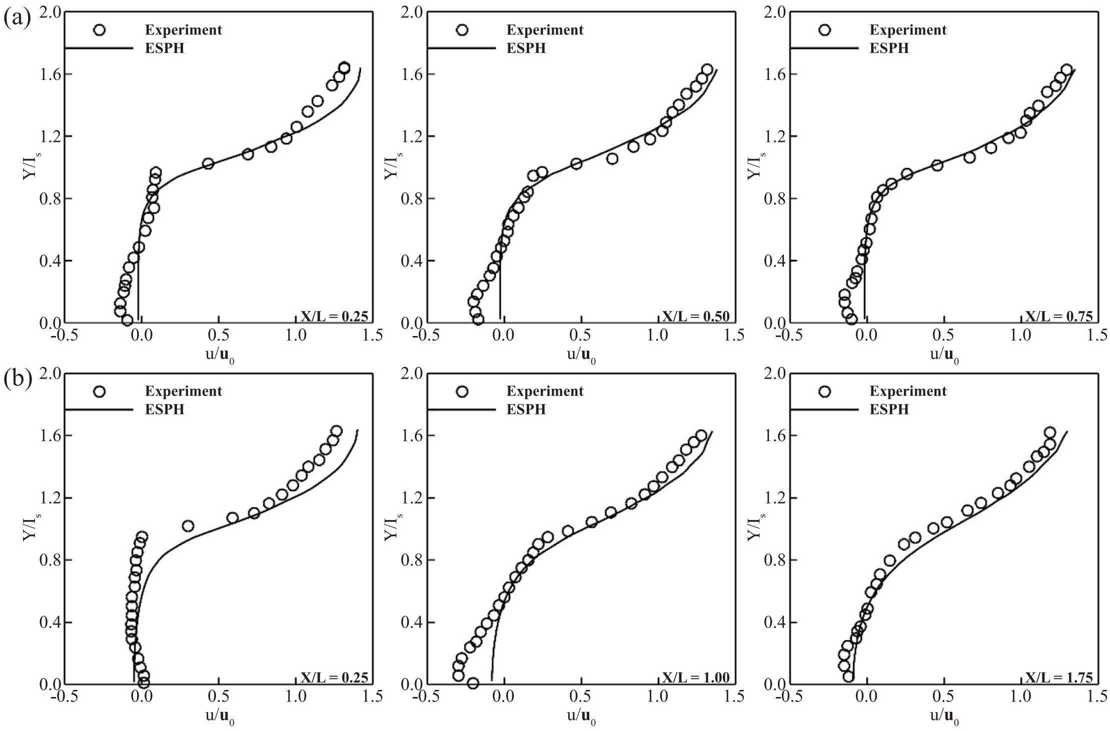

圖 4　研究案例 1 之流速 u 變化情形，(a) λ = 1 與 (b) λ = 2

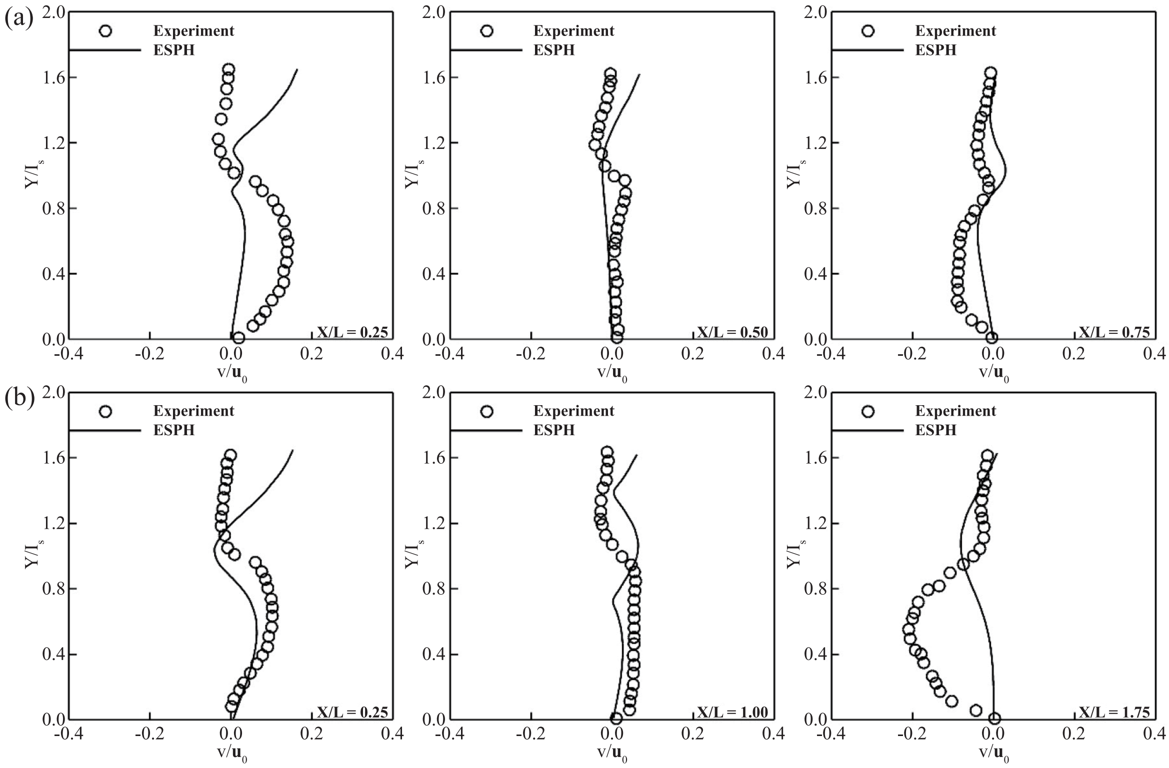

圖 5 研究案例 1 之流速 *v* 變化情形，(a) λ = 1 與 (b) λ = 2

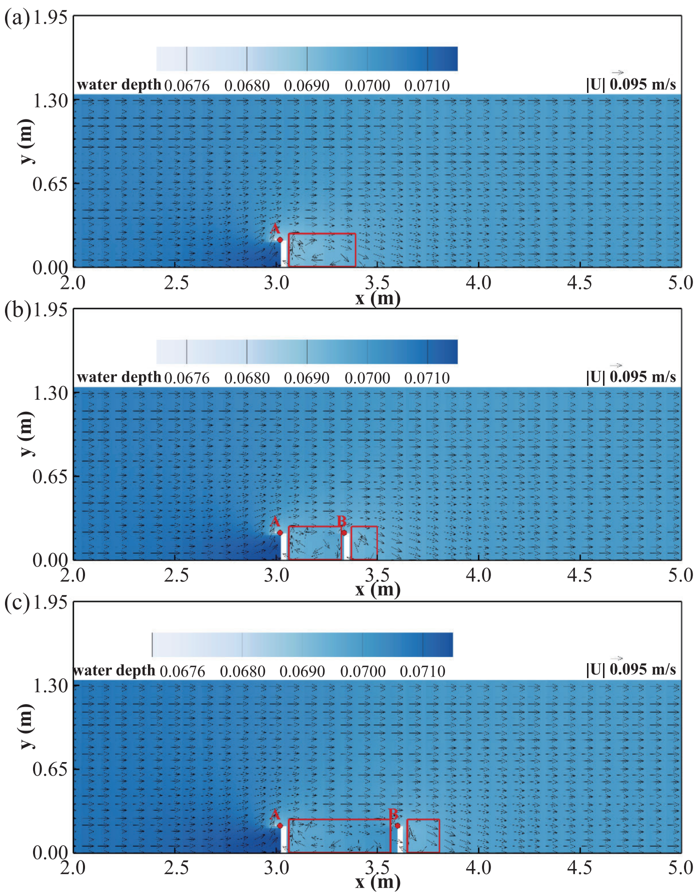

圖 6 研究案例 1 之丁壩群不同間距下之流場變化，(a) 單根丁壩、(b) 雙根丁壩且λ = 1 與 (c) 雙根丁壩且λ = 2

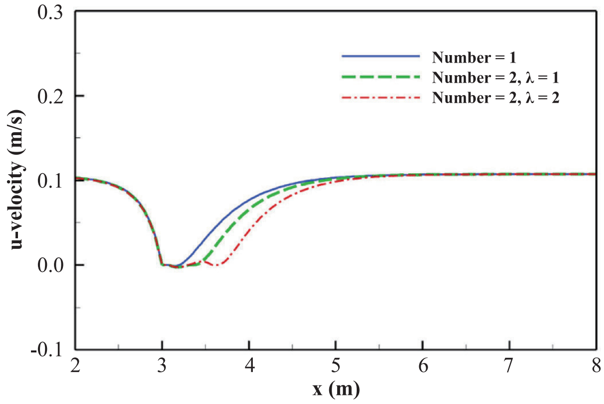

圖 7 研究案例 1 之丁壩群不同間距下之沿 $y = 0.5\ l_s$ 上流速 u 變化情形

3.2 浸沒式丁壩群

許等 (2014) 於實驗室矩形渠道所執行的多根浸沒式丁壩周圍流場觀測試驗為第二研究案例。渠道長 L 為 20 m、寬 B 為 1.6 m 及底床坡度為 0.0003，而丁壩長 l_s 為 0.4 m、寬 0.05 m 及高 0.06 m，共 5 根相同尺寸丁壩至於渠道中。圖 8 為本案例之試驗配置圖。圖中 S_i (I = 1 至 9) 為量測斷面，其位置分別為 x = 4.2 m、4.6 m、5.0 m、5.4 m、5.8 m、6.6 m、7.4 m、8.2 m 及 9.3 m，而 S_3、S_5、S_6、S_7 及 S_8 為丁壩擺置處，其中入流邊界位於 x = 0 m 處。

此案例之計算區域即圖 8 之平面圖，模擬初始水深 h_0 為 0.086 m，入流流量為 0.0655 m^3/s，入流流速 u_0 為 0.476 m/s，入流福祿數為 0.52，而出流邊界條件採通量為 0，即 $\dfrac{\partial \phi}{\partial n} = 0$；正交粒子間距 0.05 m (12,800 顆粒子)，而為滿足 CFL 穩定條件，時間間距設為 0.1 s。底床曼寧粗糙系數設置為 0.007，並進行無丁壩的流場模擬，圖 9 為其達穩態時 (t = 5000 s) 之水深分布，說明此底床曼寧粗糙系數能達到均勻流況，與實驗配置一致。

3.2.1 收斂性與準確性之分析

利用 3 種不同正交粒子間距 0.0500 m (12,800 顆粒子)、0.0250 m (51,200 顆粒子) 與 0.0125 m (204,800 顆粒子)，五根丁壩群間情境來進行模式空間收斂性分析。分析結果水深之收斂率為 2.45 而速度 u 之收斂率為 1.10，顯示本模式具有一階空間收斂性。本案例以粒子間距 0.025 m 及 t = 5000 s 之模擬結果與試驗結果比較，圖 10 為不同量測斷面 S 上流速 u 之變化情形，而圖 11 為水深於兩岸沿渠道變化情形。流速 u 在接

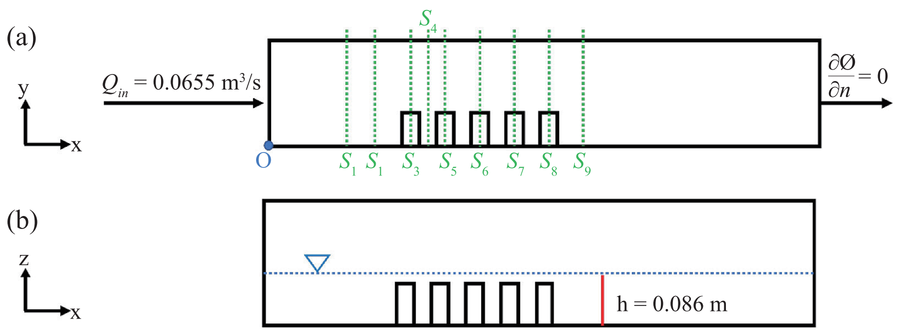

圖 8 研究案例 2 之試驗配置圖，(a) 平面圖及 (b) 縱面圖

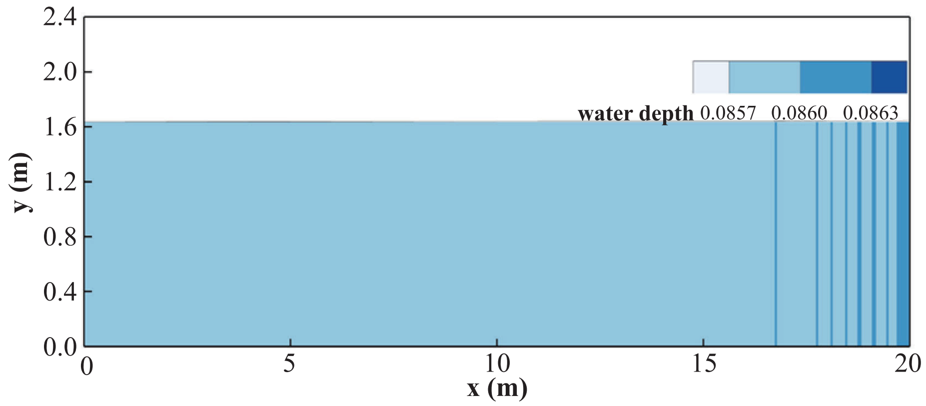

圖 9 研究案例 2 之無丁壩時穩態水深分布

DOI - 10.29974/JTAE.202506_71(2).0003

近第一根丁壩約為 0.8 倍 u_0 (圖 10a)；第二根丁壩後之流速 u 降至約 0.4 倍 u_0，而丁壩左側因流通斷面束縮，流速 u 升至約 1.2 u_0 (圖 10d)；受到丁壩群影響，流速 u 在丁壩群後還維持在約 1.6u_0 (圖 10i)，此值略高於試驗值約 1.2 u_0。水深在右岸處越過第一根丁壩而湧高至約 1.2 h_0，而後降至約 0.9 h_0；在左岸處流通斷面束縮，使得水深因流速增快而降至約 0.9 h_0。模擬結果與許等 (2014) 試驗結果趨勢一致，水深與流速 u 之相對均方根誤差為 2.0%與 2.6%。本模式在多根浸沒式丁壩群周圍流場變化之模擬能力是可信賴。

3.2.2 浸沒式丁壩根數比較

為討論丁壩群根數對於流場之影響，同時考慮單根與三根浸沒式丁壩之情境，圖 12 為丁壩群不同根數下之流場變化圖。圖 12a 中，水體越過丁壩產生些微擾動；圖 12b 中，水體在越過第二根丁壩時產生局部渦流，而第三根丁壩後大範圍的渦流區 (圖 12b 的紅線區域)；圖 12c 中，第二根丁壩至第五根丁壩間皆有渦流形成，由局部發展成丁壩間距大小，而第五根丁壩後同樣有大範圍的渦流區 (圖 12c 的紅線區域)。至於水深分布，浸沒式丁壩使得壩上水深最淺，但 3

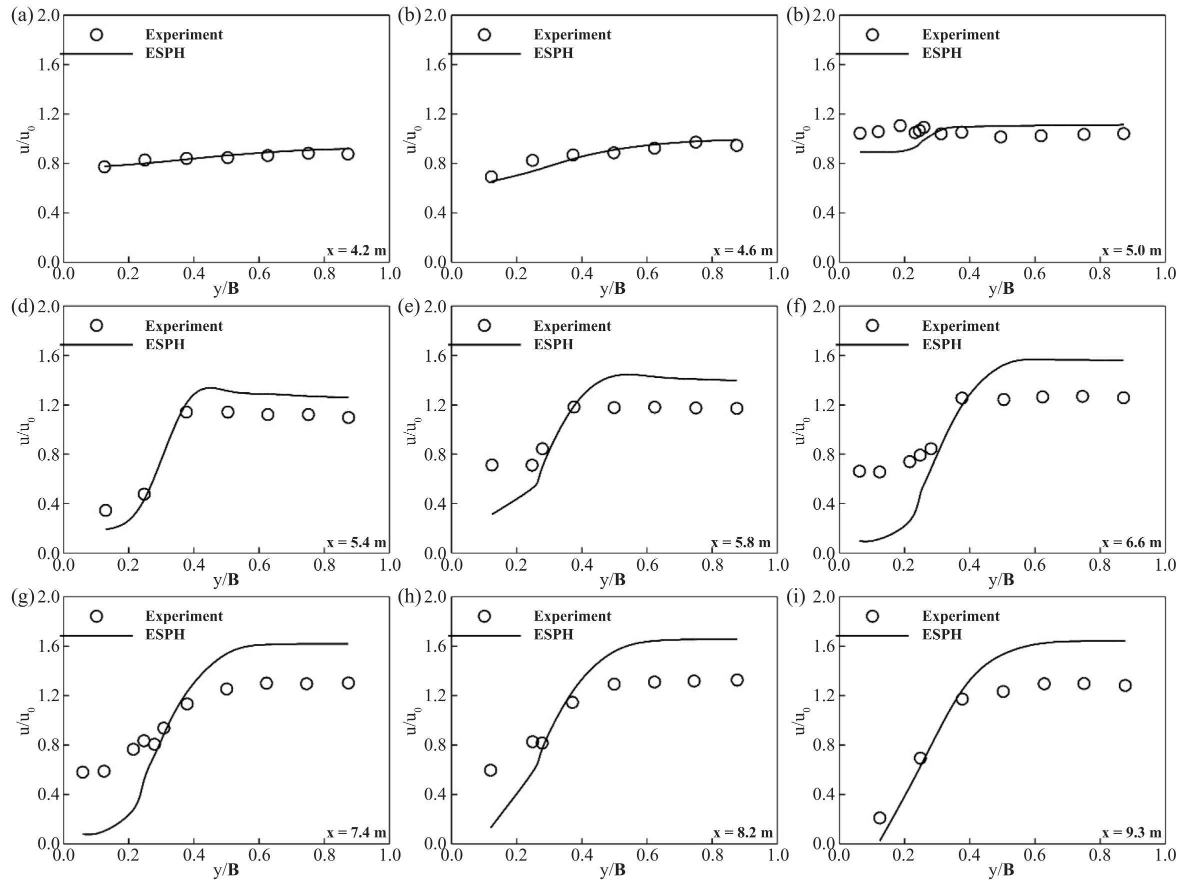

圖 10　研究案例 2 之不同斷面之流速 *u* 變化情形

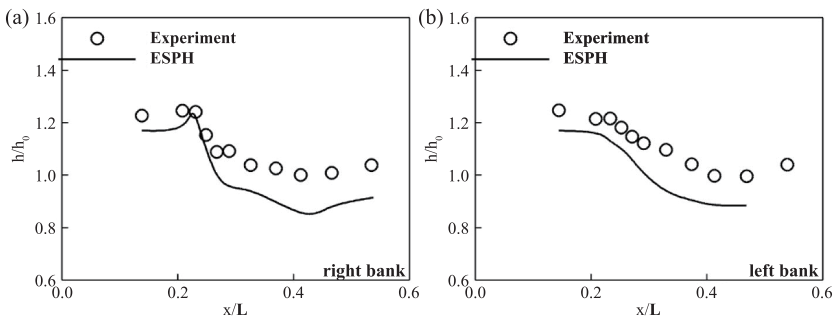

圖 11　研究案例 2 之水深沿渠道變化情形，(a) 右岸與 (b) 左岸

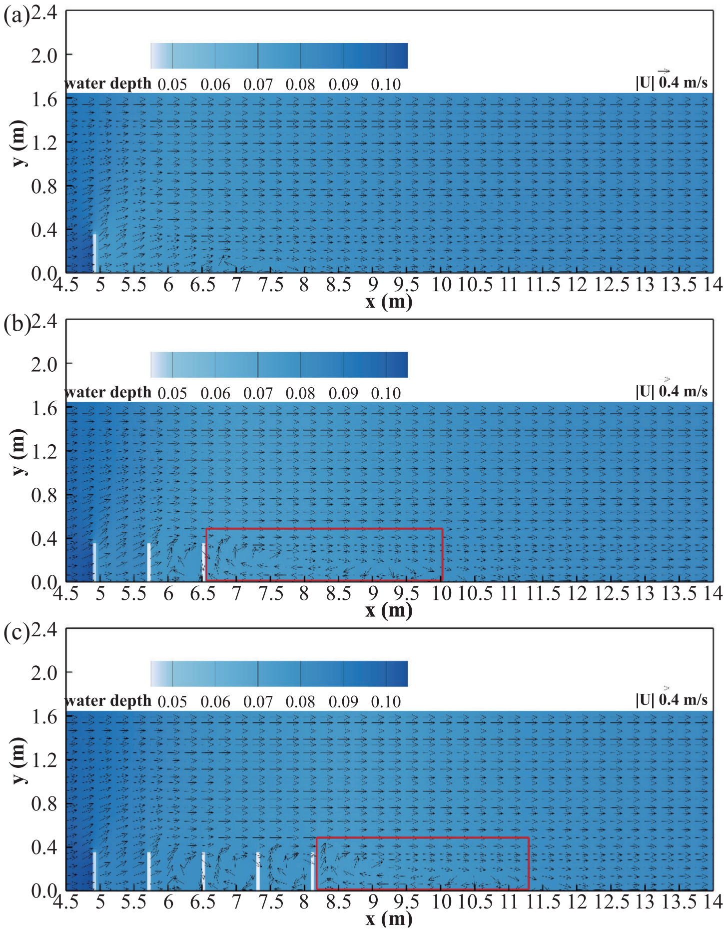

圖 12　研究案例 2 之丁壩群不同根數下之流場變化，(a) 單根、(b) 三根與 (c) 五根

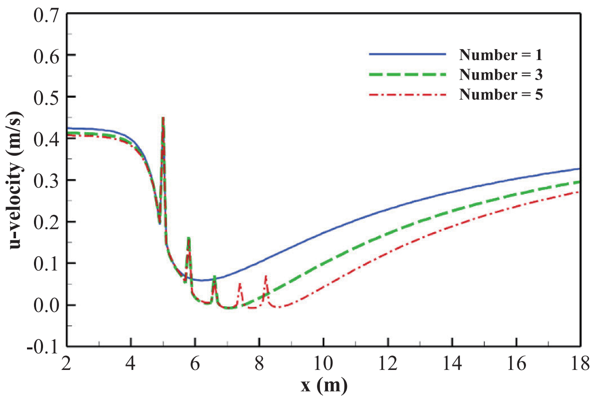

圖 13　研究案例 2 之丁壩群不同根數下之沿 $y = 0.5l_s$ 上流速 u 變化情形

種情境無明顯差異。為量化比較圖 12 的三種情境，圖 13 為沿 y = 0.5 l_s 上流速 u 變化情形。對於壩後流場回復至 0.6 倍 u_0 之距離，分別為 24.25 l_s、30.24 l_s 及 34.50 l_s (即 1.42:1.14:1.00)；但出流流速則分別為 0.73 u_0、0.67 u_0 及 0.63 u_0 (即 1.16:1.06:1.00)。此結果顯示浸沒式丁壩根數對於減緩流速有顯著影響。

四、結論

本研究發展一套二維無網格 ESPH 淺水波模式來探討丁壩群對於渠道流場之影響，其具有靜水平衡與正水深之特性，並可在含有不連續介面問題上維持穩定性。透過雙根非浸沒式與五根浸沒式丁壩群流場試驗案例進行收斂性分析，水深之收斂率為 0.82 與 2.45 而流速之收斂率為 0.97 與 1.10，顯示模式在求解水深與流速時可達一階空間收斂率。第一案例的丁壩間距為單倍丁壩長之情境中，流速 u 與流速 v 之相對均方根誤差為 1.4%與 11.3%，而雙倍丁壩長情境的流速 u 之與流速 v 之相對均方根誤差則為 7.7%與 10.2%；第二案例的水深與流速 u 之相對均方根誤差各為 2.0%與 2.6%。沒式丁壩案例相較下得到較佳模擬結果，是由於未考慮非浸沒式丁壩給予流場的水平方向紊流動量變化而引進較大誤差。由試驗結果為基準所計算出的準確性結果，表示本模式的模擬效能足以供後續應用與討論。

在相同的初始流況與邊界條件設置，於第一與第二研究案例中各別討論丁壩間距與丁壩根數對於流場之影響。就第一案例的非浸沒式丁壩，單根、雙根且單倍丁壩長間距及雙根且雙倍丁壩長間距對於壩後流場回復至 0.99 倍入流流速之距離，分別為 9.3 倍、9.7 倍及 10.5 倍之丁壩長；就第二案例的浸沒式丁壩，單根、三根及五根丁壩數對於壩後流場回復至 0.6 倍入流流速之距離，分別為 24.25 倍、30.24 倍及 34.50 倍之丁壩長；但出流流速則分別為 0.73 倍、0.67 倍及 0.63 倍之入流流速。透過情境設計並由此 ESPH 模式預測結果，量化出丁壩不同的浸沒性、間距及根數對於流場之影響，本研究所發展模式會是丁壩規劃設計上新的考量工具。為使模式更準確地提供流場模擬結果，納入紊流模式解釋水平方向紊流動量變化將是未來重要工作，同時局部加密粒子分布技術應同時發展，才能有效呈現邊壁周圍的紊流發展及其對流場之影響。

參考文獻

1. Aslami, M.H., B.D. Rogers, P.K. Stansby and A. Bottacin-Busolin, “Simulation of Floating Debris in SPH Shallow Water Flow Model with Tsunami Application,” *Advances in Water Resources*, 171, 104363, 2023.
2. Chang, K.H., Y.T. Wu, C.H. Wang and T.J. Chang, “A New 2D ESPH Bedload Sediment Transport Model for Rapidly Varied Flows Over Mobile Beds,” *Journal of Hydrology*, 634, 131002, 2024.
3. Chang, K.H., “A Novel Eulerian SPH Shallow Water Model for 2D Overland Flow Simulations,” *Journal of Hydrology*, 621, 129581, 2023.
4. Chang, T.J., Y.S. Chang and K.H. Chang, “Modeling Rainfall-runoff Processes using Smoothed Particle Hydrodynamics with Mass-varied Particles.” *Journal of Hydrology*, 543(B), 749-758, 2016.
5. Chang, T.J. and K.H. Chang, “SPH Modeling of One-Dimensional Nonrectangular and Nonprismatic Channel Flows with Open Boundaries.” *Journal of Hydraulic Engineering*, 139(11), 1142-1149, 2013.
6. Chen, G. and S. Noelle, “A New Hydrostatic Reconstruction Scheme Based on Subcell Reconstructions.” *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 55(2), 758-784, 2017.
7. Elawady, E., M. Michiue and O. Hinokidani., “Experimental Study of Flow Behavior Around Submerged Spur-dile on Rigid Bed,” *Annual Journal of Hydraulic Engineering, JSCE*, 44, 539-544, 2000.
8. Esmaeli, P., S. Boudaghpour, M. Rostami and M. Mirzaee, “Experimental Investigation of Permeability and Length of a Series of Spur Dikes Effects on the Control of Bank Erosion in the Meandering Channel,” *Ain Shams Engineering Journal*, 13(4), 101701, 2022.
9. Fei, X.M., H.X. Yan, T. Tao, K.L. Xin and S.P. Li, “Integrated Rainfall-runoff Process with Shallow Water Model by Mass Varied Smoothed Particle Hydrodynamics: Infiltration Effect Implementation,” *Journal of Hydrodynamics*, 33(6), 1190-1201, 2021.
10. Gu, Z., X. Cao, Q. Gu and W. Z. Lu, “Exploring Proper Spacing Threshold of Non-Submerged Spur Dikes with Ipsilateral Layout,” *Water*, 12(1), 172, 2020.
11. Kao, H.M. and T.J. Chang, “Numerical Modeling of Dambreak-induced Flood and Inundation Using Smoothed Particle Hydrodynamics,” *Journal of Hydrology*, 448-449, 232-244, 2012.
12. Le Touze, D. and A. Colagrossi, “Smoothed Particle Hydrodynamics for Free-surface and Multiphase Flows: A Review,” Reports on Progress in Physics, 88(3), 037001, 2025.
13. Li, J.P., F. Wang, M. Cao, L.Q. Yao, B. Wu, X.L. Su, J.H. Han, D.Q. Cao and Y.S. Tian, “Attitude Motion and Nonlinear Free-surface Deformation of Stone-Skipping Over Shallow Water,” *Physics of Fluids*, 36(12), 126105, 2024.
14. Monaghan, J.J., “Simulating Free Surface Flows with SPH,” *Journal of Computational Physics*, 110, 399-406, 1994.
15. Montazeri A., A. Abedini and M. Aminzadeh, “Numerical Investigation of Pollution Transport Around a Single Non-submerged Spur Dike,” *Journal of Contaminant Hydrology*, 248, 104018, 2022.
16. Nandhini, D., K. Murali, S. Harish, H. Schüttrumpf, K. Heins and T. Gries, “A State-of-the-art Review of Normal and Extreme Flow Interaction with Spur Dikes and its Failure Mechanism,” Physics of Fluids, 36(5), 051301, 2024.
17. Pastor, M., S.M. Tayyebi, A. Hernandez, L.A. Gao, M.M. Stickle and C. Lin, “A New Two-layer Two-Phase Depth-integrated SPH Model Implementing

Dewatering: Application to Debris Flows," Computers and Geotechnics, 153, 105099, 2023.

18. Toro, E.F. Computational Algorithms for Shallow Water Equations, Springer Cham, 2024.

19. Vacondio, R., B.D. Rogers, P.K. Stansby and P. Mignosa, "SPH Modeling of Shallow Flow with Open Boundaries for Practical Flood Simulation," *Journal of Hydraulic Engineering*, 128(6), 530-541, 2012.

20. Violeau, D., Fluid Mechanics and the SPH Method: Theory and Applications, Oxford University Press, United Kingdom, 2012.

21. Xia, X.L. and Q.H. Liang, "A New Efficient Implicit Scheme for Discretising the Stiff Friction Terms in the Shallow Water Equations," *Advances in Water Resources*, 117, 87-97, 2018.

22. Yu, T., B. Yun, P. Wang and L. Han, "Turbulent Kinetic Energy Distribution around Experimental Permeable Spur Dike," *Sustainability*, 14(10), 6250, 2022.

23. 周俐伶、陳御風、張高華：「新一代二維無網格淺水波模式應用於丁壩流場分析」，水土保持學報，第 54 卷第 1 期，pp. 3277-3288，2024。

24. 許慧、李國斌、尚倩倩、張明：「淹沒丁壩群二維數值模擬新方法」，水科學進展，第 25 卷第 3 期，2014。

收稿日期：民國 114 年 03 月 04 日
修改日期：民國 114 年 04 月 22 日
接受日期：民國 114 年 05 月 06 日