農業工程學報 | 第 67 卷 – 第 4 期 |
中華民國 110 年 12 月出版

以 SARIMA 模型預測濁水溪沖積扇地下水補注地質敏感區之地下水水位變化

PREDICTION OF GROUNDWATER LEVEL VARIATIONS BY USING SARIMA MODEL IN GROUNDWATER RECHARGE GEOLOGICALLY SENSITIVE AREA, CHOUSHUI RIVER ALLUVIAL FAN

國立成功大學
地球科學系
大學部專題生
陳 洪 毅
Hong-Yi Chen

國立成功大學
資源工程學系
博士班研究生
楊 亞 欣
Ya-Sin Yang

國立成功大學
資源工程學系
副教授
葉 信 富*
Hsin-Fu Yeh

摘　要

地下水為台灣重要但水資源之一，因成本低且品質穩定等特性，過去受到大量抽取導致部分區域發生地層下陷及海水入侵等問題，其中又以濁水溪沖積扇最為嚴重，隨著氣候變化與社會經濟發展，加上台灣氣候降雨分布不均、乾旱事件頻傳、且用水需求與日俱增，使地下水有效管理成為必要之課題。對此，政府將濁水溪沖積扇扇頂部分區域劃設地下水補注地質敏感區。地下水的管理需先掌握地下水變動行為，以進行有效的預測，依據既有數據特徵建立合適的評估模型，能夠提早應變與規劃未來地下水的管理需求。因此，本研究蒐集濁水溪沖積扇地下水補注地質敏感區內地下水觀測井 1997 ~ 2018 年長期地下水位，以 Mann-Kendall test、Sen's slope estimator 進行趨勢分析，並採用基於數據的時間序列方法建立地下水水位模型，考量地下水的週期特徵，本研究進行頻率分析並建立各口井之地下水水位 SARIMA 模型，用以預測未來地下水水位。研究結果顯示，1997 ~ 2018 年整體地下水水位呈現下降趨勢，頻率分析結果顯示地下水具有 12 個月的週期，各口井 SARIMA 模型預測分析結果顯示未來 5 年地下水位週期性變化明顯，雖然大多數井地下水水位無明顯上升或下降趨勢，但未來水位仍有強烈的季節性週期。本研究分析結果可提供將來水資源管理作為參考依據。

關鍵詞：地下水、SARIMA 模型、預測、濁水溪沖積扇、地質敏感區。

* 通訊作者，國立成功大學資源工程學系副教授
701 台南市大學路 1 號，hfyeh@mail.ncku.edu.tw

JOURNAL OF TAIWAN AGRICULTURAL ENGINEERING
VOL. 67, NO. 4, DECEMBER 2021
DOI - 10.29974/JTAE.202112_67(4).0006

PREDICTION OF GROUNDWATER LEVEL VARIATIONS BY USING SARIMA MODEL IN GROUNDWATER RECHARGE GEOLOGICALLY SENSITIVE AREA, CHOUSHUI RIVER ALLUVIAL FAN

Hong-Yi Chen
Department of Earth Sciences, National Cheng Kung University

Ya-Sin Yang
Department of Resources Engineering, National Cheng Kung University

Hsin-Fu Yeh*
Department of Resources Engineering, National Cheng Kung University

ABSTRACT

Groundwater is one of important water resources in Taiwan. Due to the characteristic of low cost and stable quality, large amount of groundwater extraction in the past caused problem such as land subsidence and seawater intrusion in some areas, especially in Choushui River alluvial fan. With climate change and socio-economic development, coupled with uneven distribution of rainfall, frequent droughts, and increasing water demand, groundwater management become a crucial issue in Taiwan. In response, the government has delineated a Groundwater Recharge Geologically Sensitive Area in part of the top of Choushui River alluvial fan. Groundwater management needs to capture the existing variation of ground in order to make effective prediction. Based on existing data characteristics, an appropriate evaluation mode can be developed to respond to and plan for future groundwater management.

Therefore, this study collected the long-term groundwater level of the groundwater observation wells in the Groundwater Recharge Geologically from 1997 to 2018. Mann-Kendall test and Sen's slope were used for trend analysis, and data-driven time series analysis was used to develop groundwater level model. Considering the periodic characteristics of groundwater, this study used frequency analysis and developed SARIMA model for each well to predict groundwater level. The results showed the groundwater level has a downward trend from 1997 to 2018. The frequency analysis results showed that groundwater has a 12-month cycle. The SARIMA model prediction showed groundwater level has obvious periodic changes in the next 5years. Although the groundwater level of most wells has no obvious upward or downward trend, the future groundwater level will still have a strong seasonal cycle. This study can provide a reference for future groundwater resources management.

Keywords: Groundwater, SARIMA model, Forecast, Choushui river alluvial fan, Geological sensitive area.

Chen, H.Y., Yang, Y.S., & Yeh, H.F.* (2021). "Prediction of Groundwater Level Variations by Using SARIMA Model in Groundwater Recharge Geologically Sensitive Area, Choushui River Alluvial Fan." *Journal of Taiwan Agricultural Engineering,* 67(4), 91-103. https://doi.org/10.29974/JTAE.202112_67(4).0006

一、前言

地下水為世界淡水重要來源之一(Li *et al*. 2013)，也是臺灣用水重要的淡水水源之一，具有低成本、品質穩定等特性。當長期及過度抽取地下水時，容易造成地下水水位持續下降，並可能造成地層下陷與海水入侵等問題，如彰化縣、雲林縣、嘉義縣、屏東縣、宜蘭縣及台北市，又以彰化縣及雲林縣最為嚴重。彰化縣及雲林縣位於臺灣中部，為重要的農業大縣，位於濁水溪沖積扇地下水分區，因產業用水需求而抽取大量地下水，造成沿海區域嚴重地層下陷問題。近年來，地層下陷區域開始從沿海區域開始往內陸移動，高鐵沿線經過嚴重的下陷區，針對該區域的地下水管理，政府也採取一連串的調查與防治計畫，如經濟部推動長期的「地下水保育暨地層下陷防治計畫」，並依據地質敏感區畫定變更及廢止辦法第四條，於濁水溪沖積扇之扇頂劃設「地下水補注地質敏感區」，將扇頂具有多層地下水層之共同補注區，及補注之地下水體可做為區域性供水之重要水源之區域具體劃分，並透過觀測井持續觀測該區域地下水水位，以掌握區域地下水的變化狀況(經濟部地質調查所，2014)。凸顯地下水的管理，關鍵在於了解地下水變動行為，並掌握地下水水位(Tabari *et al*. 2012; Emamgholizadeh *et al*. 2014)。

地下水水位的觀測及預測為地下水資源管理的重要工作，對區域水資源管理具有重要意義。地下水水位預測依據分析方法可分為物理模型與統計模型，物理模型依賴大量降雨數據、地下水抽水量及水文地質參數等現地調查資料，能夠描述地下水的物理機制與含水層之交互作用(Anderson *et al*. 2015; Langevin *et al*. 2017)，但經常受限於數據及參數取得的問題(McDonnell *et al*. 2007; Chang *et al*. 2016)。統計模型已被證實為有效的替代方案，如多變量線性迴歸模型(Zhang *et al*. 2017)、ARIMA 模型(Gibrilla *et al*. 2018)。其中，ARIMA 模型為目前應用廣泛的時間序列模型之一，具有線性預測方法及簡單的模型建構過程(Khashei *et al*. 2012)，包含模型識別、參數估計及殘差檢定等主要分析步驟。季節性整合移動平均自迴歸模型(Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average model, SARIMA model)發展自 ARIMA 模型，適用於具有強烈季節性特徵的時間序列數據，能夠提供更精準的預測，已廣泛應用於社會經濟及病理學方面的預測(Nobre *et al.* 2001; Chen and Wang 2007)。近年來，SARIMA 在水文的應用逐漸增加(Shirmohammadi *et al*. 2013)，如長期逕流量的預測(Valipour 2015)、降雨量的預測(Dabral and Murry 2017)及地下水水位的預測(Khalek and Ali 2016)。

因此，本研究以濁水溪沖積扇地下水補注敏感區為研究區域，蒐集區域內地下水觀測井長期的地下水水位數據，分析 1997 ~ 2018 年該區域之地下水水位長時間的趨勢與變化，並建立基於觀測數據的方法之地下水水位預測模型，評估未來 5 年內的地下水水位變化，以提供規劃水資源調配政策之參考。

二、研究區域

本研究區域為濁水溪沖積扇地下水補注地質敏感區(如圖 1 所示)，該區域特點包含(1)為多層地下水層之共同補注區、(2)補注之地下水體可做為區域性供水之重要水源。整體劃設之敏感區面積約 198.9 平方公里，約佔全區面積約 9.6 %，範圍包括八卦臺地及斗六

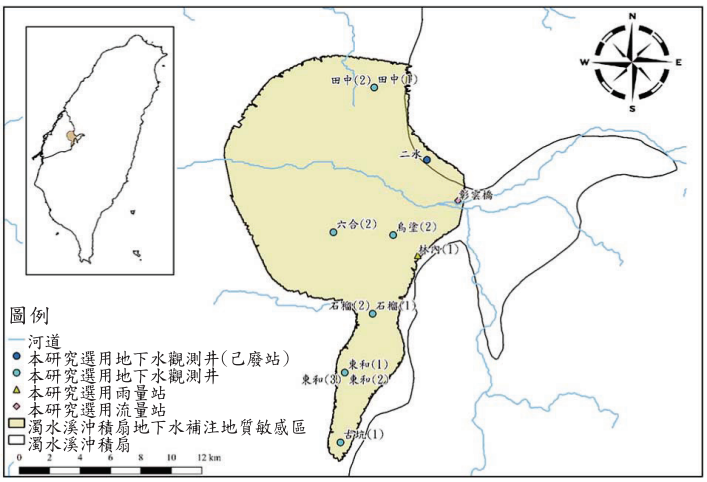

圖 1　本研究選用觀測井與雨量站分布圖

JOURNAL OF TAIWAN AGRICULTURAL ENGINEERING
VOL. 67, NO. 4, DECEMBER 2021
DOI - 10.29974/JTAE.202112_67(4).0006

丘陵西側山麓地帶之局部。行政區涵蓋彰化縣的田尾鄉、田中鎮、北斗鎮、溪州鄉、二水鄉，以及雲林縣的西螺鎮、莿桐鄉、林內鄉、斗六市、古坑鄉。補注區之補注量 4.16 億噸/年，約佔全區 31.7 % (經濟部地質調查所，2014)。

三、水文資料處理

本研究採用經濟部水利署所屬之第四、五河川局所管轄地下水水位觀測井的觀測資料，觀測井的地理位置分布圖則如圖 1 所示，資料來源為水利署所發行之水文年報。本研究採用 1997 ~ 2018 年之觀測資料(除二水監測井至 2017)，首先擷取日地下水水位資料，計算出月均地下水水位資料並以逐月月平均水位進行後續分析。對於缺值則採用線性迴歸補遺的方法，例如若 1999 年 2 月份的資料有缺漏，則填入 1997 ~ 2018 年其餘年份中二月份的平均水位值。

四、研究方法

本研究採用 Mann-Kendall test、Sen's slope estimator 進行趨勢分析，依此觀察地下水位的變動情形，再檢定趨勢平穩性，確定水位資料序列為平穩，並利用時間序列模型分析方法，建立 SARIMA 模型，若模型成功通過驗證便可依此模型進行水位預測，整體研究流程圖如圖 2 所示，分析方法說明如後。

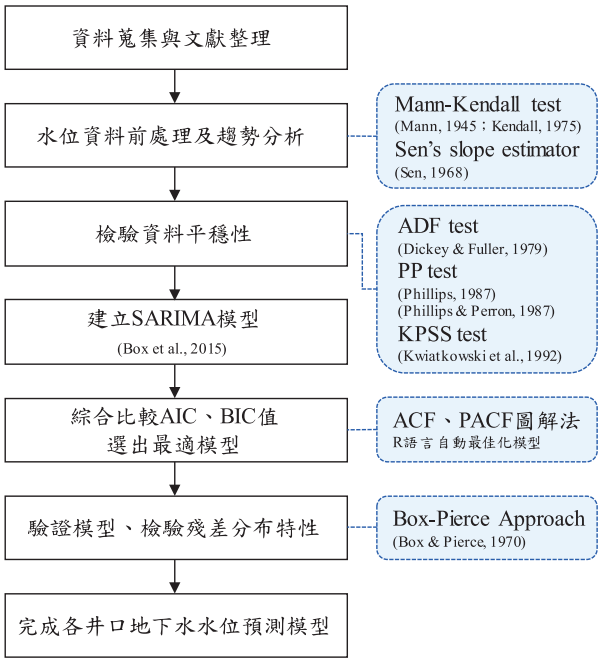

圖 2　研究流程圖

4.1 水文資料分析方法

4.1.1 Mann-Kendall test (Mann 1945; Kendall 1975)

Mann-Kendall test 為一種無母數的資料趨勢檢定法，可以利用連續資料中數據的大小關係檢驗趨勢性，並且可以處理資料中的極值、缺失項，而看出整筆資料是否有明顯趨勢性。該分析方法優點為：(1)無需對數據進行分佈檢驗，極端值也可參與趨勢檢驗；(2)允許有缺失值；(3)是分析相對數量級而非數字本身，所以微量值或低於檢測範圍的值也可分析；(4)在時間序列分析中，無需指定是否是線性趨勢。兩變量間的相關係數即 Mann-Kendall 相關係數，也稱 Mann-Kendall 統計數 S。若假設有一筆時間序列資料為 $X=\{X_1,X_2,X_3,\ldots X_n\}$，則其計算公式如下：

$$S=\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=i+1}^{n}\operatorname{sgn}(X_j-X_i)$$

$$\operatorname{sgn}(X_j-X_i)\begin{cases}1 & X_j-X_i>0\\ 0\ \text{if} & X_j-X_i=0\\ -1 & X_j-X_i<0\end{cases}$$

$$Var(S)=\frac{1}{18}\left[n(n-1)(2n+5)-\sum_{i=1}^{m}T_i(T_i-1)(2T_i+5)\right] \quad \text{.....(2)}$$

$$Z=\begin{cases}\dfrac{S-1}{\sqrt{Var(S)}} & S>0\\ 0 \quad if & S=0\\ \dfrac{S+1}{\sqrt{Var(S)}} & S<0\end{cases} \quad \text{.....(3)}$$

m 為時間序列資料中數值相等的組數，而 T_i 為數值相等的第 i 組所含的數值數目。因此當 $|Z|>Z_{\alpha/2}$ 時，代表時間序列資料具有顯著趨勢，$S>0$ 表示有顯著上升趨勢，$S<0$ 則有顯著下降趨勢，α 稱為顯著水準。本研究選定顯著水準為 5%，即 $Z_{\alpha/2}=1.96$。故若 $|Z|<1.96$ 表示其產生的上升或下降趨勢都不顯著。M-K 趨勢檢定係數 τ 值則定義如下(Kendall 1975)：

$$\tau=\frac{S}{N}=\frac{S}{n(n-1)/2} \quad \text{.....(4)}$$

n 為樣本數。當 $\tau>0$ 時，代表時間序列資料有上升趨勢，而當 $\tau<0$ 時，則代表時間序列資料有下降趨勢。

4.1.2 Sen's slope estimator (Sen 1968)

利用線性模型估算未來這些數據發展的斜率，也就是可得知資料隨時間的連續變化性，以預估資料趨勢走向。是一種計算時間序列真實趨勢斜率的方法，其優點為不易受極端值所影響，此方法採用時間序列資料內任兩筆資料所求得全部斜率的中位數做為真實斜率，故不受極端值所影響。假設一組資料隨時間變化性為 $f(t)$，其計算公式如下：

$$f(t) = Q_t + B \quad \text{.....(5)}$$

$$Q_i = median(\frac{X_j - X_k}{j-k})，i=1,2,\ldots N，j>k \quad \text{.....(6)}$$

得到 Q_i 後，以原本資料序列為基礎，求出真實斜率所代表方程式如下：

$$\Upsilon_t = Q_i \times t + X_t \quad \text{.....(7)}$$

4.2 平穩性檢定方法

在建立 ARIMA 模型前，如果使用的時間序列資料具有隨機趨勢，可能產生的問題如下：(1)以自迴歸模型估計隨機趨勢序列，所得到的自迴歸係數有小樣本向下偏誤(small-sample downward bias)；(2)以自迴歸模型估計隨機趨勢序列，所得到自迴歸係數的 t-統計量(t-statistic)的極限分配不為標準常態；(3)虛假迴歸(spurious regression)，即兩不相干的變數，只因為具有隨機趨勢，就會讓我們估計出一個不存在的相關性。故需要檢驗時間序列單根是否存在，以分析序列是否有隨機趨勢。

4.2.1 Augmented Dickey-Fuller test (Dickey and Fuller 1979)

Augmented Dickey-Fuller test 簡稱為 ADF test，ADF test 的前身 DF test 是一種沒有考慮到殘差是否有自我相關及異質變異的問題的檢定模型，直接假設殘差為白噪音，故 ADF test 修正了這個設定，在考慮殘差項具有序列相關性後，若考慮一個 AR(p)模型，其計算公式如下：

$$\Upsilon_t = \varphi_1 \Upsilon_{t-1} + \varphi_2 \Upsilon_{t-2} + \cdots + \varphi_p \Upsilon_{t-p} + \varepsilon_t \quad \text{.....(8)}$$

$$\Upsilon_t = \varsigma_1 \Delta\Upsilon_{t-1} + \varsigma_2 \Delta\Upsilon_{t-2} + \cdots + \varsigma_{p-1} \Delta\Upsilon_{t-p+1} + \beta \Upsilon_{t-1} + \varepsilon_t$$
$$\text{.....(9)}$$

依照其是否具有常數項或時間趨勢又可分成三種型態：(一)無常數項及時間趨勢、(二)含常數項但無時間趨勢、(三)含常數項與時間趨勢，

$$\Upsilon_t = \begin{cases} Type\,1 & \varsigma_1 \Delta\Upsilon_{t-1} + \varsigma_2 \Delta\Upsilon_{t-2} + \cdots + \varsigma_{p-1} \Delta\Upsilon_{t-p+1} + \beta \Upsilon_{t-1} + \varepsilon_t \\ Type\,2 & \varsigma_1 \Delta\Upsilon_{t-1} + \varsigma_2 \Delta\Upsilon_{t-2} + \cdots + \varsigma_{p-1} \Delta\Upsilon_{t-p+1} + \beta \Upsilon_{t-1} + \varepsilon_t + \alpha \\ Type\,3 & \varsigma_1 \Delta\Upsilon_{t-1} + \varsigma_2 \Delta\Upsilon_{t-2} + \cdots + \varsigma_{p-1} \Delta\Upsilon_{t-p+1} + \beta \Upsilon_{t-1} + \varepsilon_t + \alpha + \delta t \end{cases}$$

.....(10)

可以依照 ADF test 的虛無假設為 Υ_t 具有單根，對立假設 Υ_t 為不具單根。

檢定結果

$$\Upsilon_t = \begin{cases} Type\,1 & H_0 : \beta = 1, H_1 : \beta < 1 \\ Type\,2 & H_0 : \beta = 1 (\alpha = 0), H_1 : \beta < 1 \\ Type\,3 & H_0 : \beta = 1 (\delta = 0), H_1 : \beta < 1 \end{cases} \quad \text{.....(11)}$$

ADF test 是一個左尾檢定，故 ADF test 統計量越小 (< 5 %，表示不具單根機率 > 95 %)，越能提供證據拒絕「具有單根」的虛無假設，即代表 p 值越小，越不具單根可能性越高，資料越平穩，不具隨機趨勢。

4.2.2 Phillips and Perron test (Phillips 1987; Phillips and Perron 1988)

由於 ADF test 需要選擇適合的落後期數 p 以消除殘差的序列相關性問題。ADF test 其檢定力在真正的 AR(1)模型或係數很接近 1 時非常低，誤差機率高，實際上是定態時間序列，但也可能無法拒絕有單根的虛無假設。故 PP test 慮了殘差可能存在自我相關及異質變異，利用無母數方法修正了 ADF test 的估計式，以無母數(non-parametric)之方法處理殘差項。其計算公式如下：

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 (t - \frac{T}{2}) + \cdots + \mu_t \quad \text{.....(12)}$$

其中，T 為觀察值數目。

檢定方式則跟 ADF test 相同，故 PP test 允許殘差有弱相關性和同質的干擾，取代了 ADF test 獨立與同質性的假設，使得殘差項不須刻意假設為白噪音，若存在序列相關與異質變異也能檢定時間序列是否具單根，用來輔助 ADF test。因此一般在進行單根檢定時，會同時做 ADF test 與 PP test。

4.2.3 KPSS test (Kwiatkowski et al. 1992)

本方法提供了另一種觀點，因為序列相關一般的單根檢定都是將「序列具有單根」放在虛無假設，而對立假設則是「序列為定態」。而 KPSS test 正好相反，其虛無假設是「序列為定態」。因此 KPSS 單根

JOURNAL OF TAIWAN AGRICULTURAL ENGINEERING
VOL. 67, NO. 4, DECEMBER 2021
DOI - 10.29974/JTAE.202112_67(4).0006

檢定可以提供 ADF 與 PP 單根檢定的互補，做為一種「確認分析」，唯有兩種不同檢定具有一致結果，才能「確認」序列是否為單根之結論。其計算公式如下：

$$x_t = r_t + \beta_t + \varepsilon_1 \quad \text{.....(13)}$$

基於線性迴歸，分成三部分，β_t 為確定性趨勢，r_t 為隨機趨勢，ε_t 為穩定殘差。若檢定量 > 臨界值，表示拒絕虛無假設，表示序列有非定態性質；反之，若檢定量 < 臨界值，則無法拒絕虛無假設，表示序列為定態。但 KPSS test 的主要缺點是它具有很高的 I 型錯誤率(經常拒絕原假設)。故很容易將資料序列誤判為不穩應，所以其中一個解決方法就是和其他單根檢定同時使用，通常最常和 ADF test 同時檢驗，確保結果正確性。

而單根檢驗的結果若呈現非平穩時間序列，一般可以通過差分的方式消除單位根，來得到平穩序列，若檢定之間出現矛盾則有以下幾種常見解決方法。

例：ADF test 與 KPSS test 檢驗方式產生兩種結果處理方式

(1) 兩種檢驗均得出結論：序列是非平穩的->序列是非平穩的
(2) 兩種檢驗均得出結論：序列是平穩的->序列是平穩的
(3) KPSS =平穩；ADF =非平穩->趨勢平穩，去除趨勢後序列嚴格平穩
(4) KPSS =非平穩；ADF =平穩->差分平穩，利用差分可使序列平穩。

4.3 季節性整合移動平均自迴歸模型 (SARIMA model) (Box *et al*. 2015)

SARIMA 為時間數列分析中常見的分析方法，由 Box 等人開發之隨機單變量時間序列模型，主要處理具時間相依性的依變數資料，被運用在預測連續性資料的趨勢的技術，是現今在分析時間數列中，最常見的方法之一。此模型由 AR 自迴歸(Autoregressive)，I 差分(Integrated)，MA 移動平均(Moving average)組成，代表由 p 階的自迴歸項數，d 為差分次數，q 階的移動平均項數，將沒有固定序列的資料先經由差分處理，變成恆定序列的資料，在進行預測。ARIMA 的建模過程可分成五步驟，(一)檢視資料平穩性，若為不平穩序列則透過差分計算式處理；(二)判斷為自我相關函數 (autocorrelation function, ACF)，或是偏自相關函數 (partial autocorrelation, PACF)，並選擇適合模型；(三)對選擇模型估計使用的參數(p、d、q)；(四)適用各種診斷法確認選擇模型是否恰當；(五)對未來趨勢進行分析，其表示方式如下：

$$\phi(B)\Delta^d z_t = \theta(B)\mathrm{a}_t \quad \text{.....(14)}$$

其中 $\phi(B)$、$\theta(B)$分別是計算 p、d 的多項式，Δ^d 表示差分 d 階，z_t 表示原始資料序列，$\mathrm{a_t}$ 表示經 ARIMA 模型轉換後資料序列

非季節性的 AR(p)模型、MA(d)分別可以表示成

$$\left.\begin{aligned}\phi(B) &= (1-\phi_1 B-\phi_2 B^2-\ldots-\phi_p B^p\\ \theta(B) &= (1-\theta_1 B-\theta_2 B^2-\ldots-\theta_q B^q\end{aligned}\right\} \quad \text{.....(15)}$$

SARIMA 模型則是用來處理含有季節性、週期性的時間序列預測，將 p，d，q 都具有季節項，故形式如下：

$$ARIMA(p,d,q)(P,D,Q)_m \quad \text{.....(16)}$$

其中，m 為每一循環週期的時間長度。

其表示方式如下：

$$\phi_p(B)\Phi_p(\mathrm{B}^s)\nabla^d\nabla_s^D z_t = \theta_q(B)\Theta_Q(B^S)\mathrm{a}_t \quad \text{.....(17)}$$

p 為非季節性 AR 階數、d 為差分次數、q 為非季節性 MA 階數、P 為季節性 AR 階數、D 為季節性差分次數、Q 為季節性 MA 階數、s 為一季長度、Φ 為季節性 P 階的 AR 參數，Θ 為季節性 Q 階的 MA 參數。觀察資料的 ACF 及 PACF 選用合適的模型，如表 1 所示。

表 1　依據 ACF、PACF 選擇參考模型

ACF	PACF	判識模型
指數 or 正負相間式遞減	p 期後截斷	AR model
q 期後 cut off	指數 or 正負相間式遞減	MA model
指數 or 正負相間式遞減	指數 or 正負相間式遞減	ARMA model

最後將 70%的數據去做迴歸分析，30%拿來檢驗看模型是否有符合，以赤池訊息準則(Akaike information criterion, AIC)及貝氏訊息準則(Bayesian information criterion, BIC)決定最佳之模型，AIC (Akaike 1974)與 BIC (Schwarz 1978)所計算出來的值越小，則代表模型的配適度越佳。其計算方式如下：

$$Aic(p,q) = NIn(\sigma_\varepsilon^2) + 2(p+q) \quad \text{.....(18)}$$

$$Bic = \ln(n)k - 2\ln(\acute{L}) \quad \text{.....(19)}$$

其中，k 為模型參數個數，Ĺ 為似然函數，n 為樣本數量。驗證成功後便可對未來進行趨勢估算。

4.4 ARIMA 模型驗證

4.4.1 Box-Pierce Approach (Box and Pierce 1970)

Box-Pierce Approach 可用於檢驗殘差獨立性，通常應用在 ARIMA 建模中的檢驗，用於擬合 ARIMA 模型的殘差，其虛無假設為數據獨立隨機分布，即從序列中挑出的樣本相關性為零，對立假設為數據不是獨立分布，互相有序列相關性。其計算方法如下：

$$Q_{BP} = n\sum_{k=1}^{h}\rho_k^2 \quad \text{.....(20)}$$

n 為樣本數量，ρ 為 lag = k 時的樣本自相關，h 為測試 lag 值

由於該檢定的虛無假設是殘差序列為白雜訊 (white noise)，因此 p-value 應該顯著大於 0.05，才能說明殘差數據為獨立隨機分布。

數據分析時，本研究使用 R 語言進行分析，R 語言為一款完全免費授權、原始碼公開的統計程式語言，且由於 R 語言中整合了共約 13,300 多個數據分析套件，因此已廣泛應用於統計、分析大數據資料。本研究所選用之 R 語言版本為 R-3.6.1，在平穩性檢定時所使用之套件為「tseries」；頻率分析使用之套件為「TSA」；計算 SARIMA 的 R 語言自動最佳解則使用「forcast、lmtest」套件。

五、結果與討論

5.1 地下水位變化分析

本研究建立各井口的水文歷線圖後，可瞭解濁水溪沖積扇扇頂內的地下水水位變化。根據各井口間地下水位資料的相關性分析結果得知濁水溪沖積扇扇頂區域中各井口地下水水位資料相關性都偏高，如表 2 所示。表示該含水層不論縱向或是橫向通透性都十分良好，互相影響牽動明顯，反映出地質敏感區的特性。地下水的滲透力越強、流動性越高也意味若其受到污染擴散速度越快，影響範圍越廣等。尤其此處又屬於周遭民生、產業高度依賴的重要水源，因此對於其水資源、水質等的控管極為重要。

對於整體水位趨勢的分析，本研究採用 Mann-Kendall test、Sen's slope estimator 兩種方法，觀測其週期性與趨勢。各測站之 Mann-Kendall test 結果則如表 3 所示。代表井口如圖 3 所示，上方所標示之趨勢線為 Sen's slope estimator 分析之結果。因此可發現在長時間尺度之下結果顯示|Z| > 1.96 的田中(1)、田中(2)、石榴(1)具有較明顯、穩定的水位下降趨勢，其中石榴(1)的下降趨勢最明顯，Z 值更是到達-4.78。根據 Sen's slope estimator 所求出的趨勢斜率得到下降速度約為 9.6 cm/year，而石榴(2)則是唯一有顯著的上升趨勢。由於本研究在進行 Mann-Kendall test、Sen's slope estimator 時所採取信賴區間為 95%。因此根據其餘井口分析結果的 Z 值的絕對值判斷其屬於不顯著上升或下降趨勢。但大多的分析結果 Z 值及趨勢斜率仍都為負值，仍表示出研究區域需要水資源規劃方針的迫切性。

表 2　各井口地下水水位資料相關性

站名	田中(1)	田中(2)	二水	古坑(1)	東和(1)	東和(2)	東和(3)	六合(2)	烏塗(2)	石榴(1)	石榴(2)
田中(1)											
田中(2)	0.991										
二水	0.682	0.675									
古坑(1)	0.833	0.831	0.577								
東和(1)	0.811	0.802	0.532	0.9							
東和(2)	0.835	0.833	0.554	0.937	0.894						
東和(3)	0.907	0.907	0.565	0.901	0.864	0.913					
六合(2)	0.954	0.954	0.676	0.86	0.799	0.864	0.909				
烏塗(2)	0.971	0.971	0.705	0.853	0.785	0.836	0.891	0.961			
石榴(1)	0.702	0.676	0.427	0.689	0.725	0.73	0.741	0.69	0.655		
石榴(2)	0.679	0.681	0.504	0.783	0.683	0.754	0.739	0.725	0.704	0.409	

JOURNAL OF TAIWAN AGRICULTURAL ENGINEERING
VOL. 67, NO. 4, DECEMBER 2021
DOI - 10.29974/JTAE.202112_67(4).0006

表 3　濁水溪沖積扇頂各測站 Mann-Kendall test 分析結果

站名	S	Z	τ	判定結果
田中(1)	-3560	-2.48	-0.10	下降
田中(2)	-2843	-1.98	-0.08	下降
二水	-1845	-1.38	-0.05	不顯著下降
古坑(1)	2268	1.58	0.07	不顯著上升
東和(1)	-1302	-0.90	-0.04	不顯著下降
東和(2)	519	0.36	0.01	不顯著上升
東和(3)	-264	-0.18	0	不顯著下降
六合(2)	-569	-0.40	-0.02	不顯著下降
烏塗(2)	-878	-0.61	-0.03	不顯著下降
石榴(1)	-6850	-4.78	-0.20	下降
石榴(2)	11418	7.96	0.33	上升

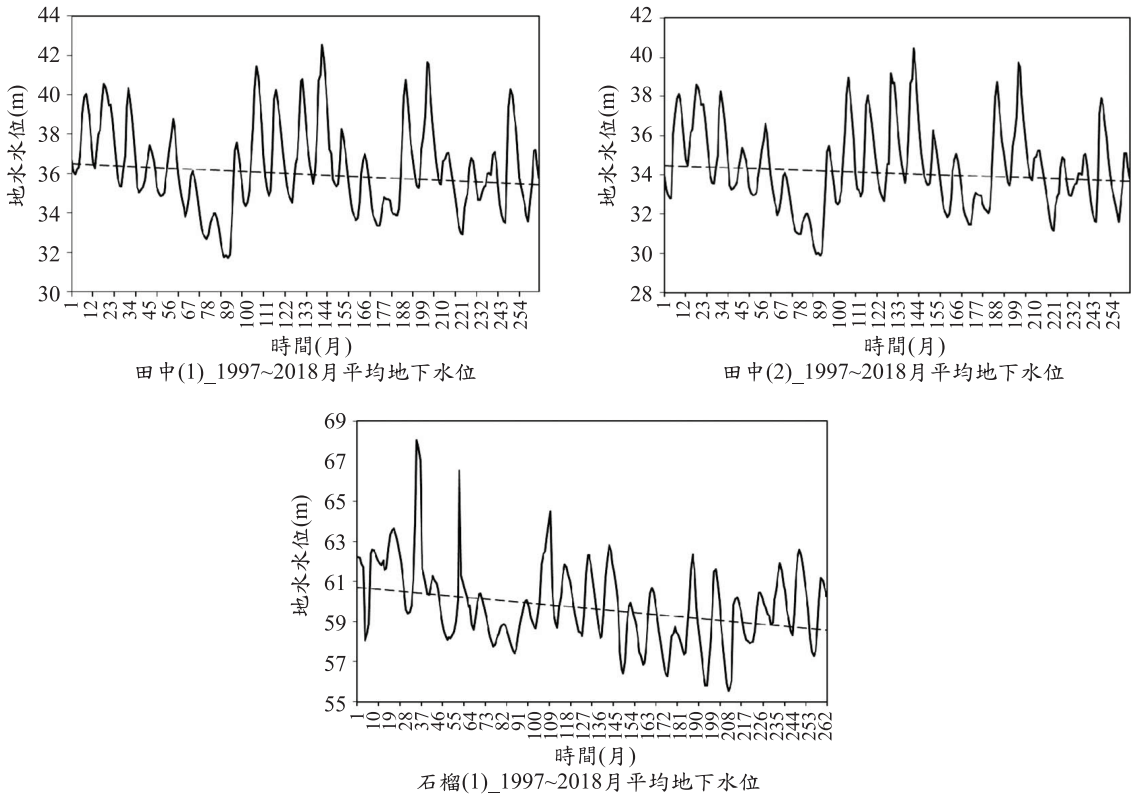

圖 3　濁水溪沖積扇頂測站水文歷線圖與 Sen's slope estimator 分析結果

歷年逐月水位資料顯示平均水位最高的是東和(1)井口，水位在 71.2 m ~ 54.4 m 之間變化，平均水位有 61.3 m。而古坑(1)井口的水位變化範圍最大、最顯著，其水位最高值與最低值相差最大為 35.2 m。二水井口則在有紀錄的資料中最後記錄到一筆水位異常高值，水位來到 86.73 m，可能有一暴雨事件或是設備異常導致故障，在此之後便無紀錄。推測在此次事件後井口及損壞。整體而言，本研究所採用之觀測井的地下水位在這 20 年間沒有顯著變化，但是每年都表現出強烈的季節性週期變化，在每年的夏末秋初之際約 8 月、9 月記錄到水位最高值，而在春初的 1 月、2 月水位來到最低點。

5.2 SARIMA 模型選擇

本研究為分別建立適合各井口的 SARIMA 模型，首先須檢驗資料的平穩性，因資料在平穩狀態下才能將其輸入模型並進行擬合、預測分析。本研究各項檢驗平穩性檢定的之 p-value 值及判定最終結果分別如表 4 所示。下一步將統一檢驗結果，觀察其分析結果

為皆平穩或是有所矛盾，再將檢定結果矛盾的不平穩井口進行適當處理後。如 ADF 平穩、KPSS 不平穩，則本研究採用一階差分處理，使資料呈現平穩態。

而由於本研究採用之 SARIMA 模型為季節性的 ARIMA 模型，因此除平穩性檢驗外還需檢驗資料之變化週期。本研究經過頻率分析轉換檢驗後，結果顯示每口井皆具有接近 12 個月一次的季節性週期，頻率分析轉換圖如圖 4 所示，因此表示這些資料適用 SARIMA 模型。篩選 SARIMA 模型的方法，本研究首先使用 R 語言進行自動匹配 SARIMA 模型的結果，再以 ACF、PACF 圖解法所取得的模型參數 p、q 值的範圍。將以上兩種方法所得之 SARIMA 模型參數在範圍內篩選，並計算該模型的 AIC、AICc、BIC 值，再將不同組合所計算出的 AIC、AICc、BIC 值進行綜合比較。最後得出的最小值及代表為最適模型。本研究採用 1997 ~ 2018 年共 264 個月地下水水位資料進型模型的訓練與驗證，訓練資料集比例為 80%，驗證資料集比例為 20%，也就是每個測站都各別總輸入 1997 ~ 2018 年共 22 年的資料拆解成 1997 ~ 2014 年(前 80%)、2015 ~ 2018 年(後 20%)進行驗證，最後選擇出最適模型如表 5 所示。選定 SARIMA 模型後，本研究對預選模型進行殘差檢驗，若殘差檢驗結果為隨機分布，確認殘差和時間序列資料無相關性，才代表此模型可以進行下一階段預測。而本研究採用 Box-Pierce Approach 模型檢驗的結果 p 值如表 6 所示。將檢驗結果繪製成圖，殘差分佈圖如圖 5 所示，根據分析結果顯示 p-value 值皆 ＞0.05，

表 4　各井口平穩性檢定結果 p value 值

井口	ADF test	PP test	KPSS Level	KPSS Trend	判定結果
田中(1)	0.19	0.01	0.1	0.1	一階差分後平穩
田中(2)	0.11	0.01	0.1	0.1	一階差分後平穩
二水	0.01	0.01	0.1	0.1	平穩
古坑(1)	0.01	0.01	0.1	0.1	平穩
東和(1)	0.01	0.01	0.1	0.1	平穩
東和(2)	0.01	0.01	0.1	0.1	平穩
東和(3)	0.02	0.01	0.1	0.1	平穩
六合(2)	0.01	0.01	0.1	0.1	平穩
烏塗(2)	0.01	0.01	0.1	0.1	平穩
石榴(1)	0.01	0.01	0.01	0.01	一階差分後平穩
石榴(2)	0.03	0.01	0.01	0.01	一階差分後平穩

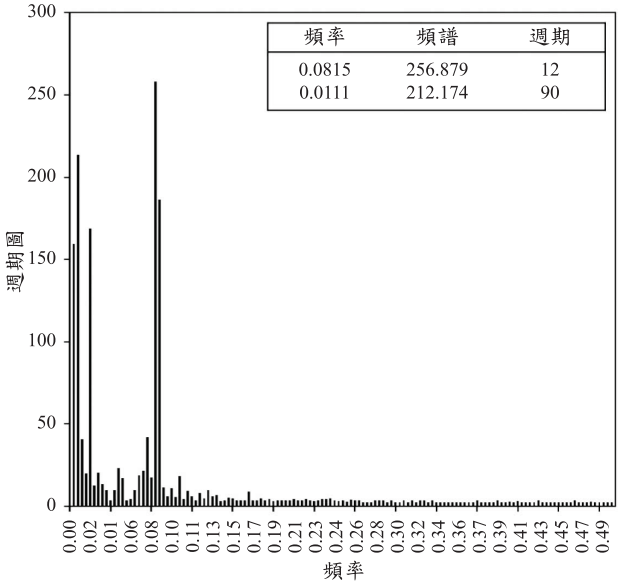

圖 4　田中(1)頻率分析圖

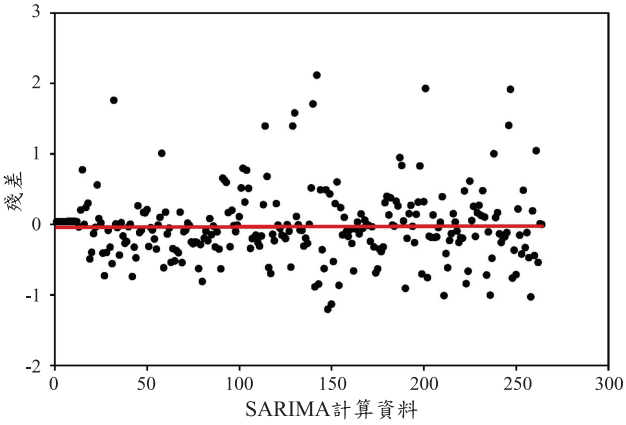

圖 5　田中(1)殘差分佈圖

且殘差分佈圖也明顯皆隨機散布於 0 值附近，說明殘差序列屬於白雜訊，不具相關性。因此可判斷各井口之 SARIMA 模型適用於進行預測。

5.3 研究區域內地下水位預測

經由 Box-Pierce Approach 檢驗可知各井口 SARIMA 模型殘差皆隨機分布，不具相關性，因此模型適用於預測。本研究基於 SARIMA 最適模型預測各地下水水井 2019 ~ 2023 年的地下水水位(除二水測站是由 1997 ~ 2017 年資料模擬 2018 ~ 2020 年，預測 2021 ~ 2022 年水位變化)，總計向後推算水位的時間長度和既有觀測資料長度比約為 20 ~ 30 %，是較為合理的區間，若預測時間太長則會造成預測結果精度漸

JOURNAL OF TAIWAN AGRICULTURAL ENGINEERING
VOL. 67, NO. 4, DECEMBER 2021
DOI - 10.29974/JTAE.202112_67(4).0006

表 5　各井口評估選用模型

井口	最適模型	AIC	AICc	BIC	MAE
田中(1)	SARIMA(1,0,1)(1,1,1)$_{12}$	433.75	433.99	451.39	0.35
田中(2)	SARIMA(1,0,1)(1,1,1)$_{12}$	493.02	493.26	510.66	0.37
二水	SARIMA(1,0,1)(0,0,2)$_{12}$	1337.54	1337.886	1358.719	1.53
古坑(1)	SARIMA(1,0,1)(1,0,1)$_{12}$	1130.14	1130.47	1151.60	1.13
東和(1)	SARIMA(2,0,1)(2,1,0)$_{12}$	896.44	896.78	917.62	0.92
東和(2)	SARIMA(1,0,1)(1,0,1)$_{12}$	1043.48	1043.81	1064.94	0.96
東和(3)	SARIMA(2,0,0)(2,1,0)$_{12}$	487.42	487.66	505.06	0.45
六合(2)	SARIMA(2,0,0)(0,1,1)$_{12}$	612.94	613.11	627.06	0.49
烏塗(2)	SARIMA(1,0,1)(1,0,1)$_{12}$	687.97	688.30	709.43	0.56
石榴(1)	SARIMA(1,0,1)(0,1,1)$_{12}$	658.94	659.11	673.06	0.51
石榴(2)	SARIMA(1,0,1)(1,1,1)$_{12}$	901.93	902.17	919.58	0.78

表 6　各井口 Box-Pierce Approach 檢驗結果

井口	最佳解	p-value
田中(1)	SARIMA(1,0,1)(1,1,1)$_{12}$	0.5226
田中(2)	SARIMA(1,0,1)(1,1,1)$_{12}$	0.6926
二水	SARIMA(1,0,1)(0,0,2)$_{12}$	0.9979
古坑(1)	SARIMA(1,0,1)(1,0,1)$_{12}$	0.9678
東和(1)	SARIMA(2,0,1)(2,1,0)$_{12}$	0.7104
東和(2)	SARIMA(1,0,1)(1,0,1)$_{12}$	0.8009
東和(3)	SARIMA(2,0,0)(2,1,0)$_{12}$	0.9911
六合(2)	SARIMA(2,0,0)(0,1,1)$_{12}$	0.6380
烏塗(2)	SARIMA(1,0,1)(1,0,1)$_{12}$	0.8102
石榴(1)	SARIMA(1,0,1)(0,1,1)$_{12}$	0.9276
石榴(2)	SARIMA(1,0,1)(1,1,1)$_{12}$	0.8352

表 7　Sen's slope 趨勢斜率變化圖

井口	1997~2018 年趨勢斜率	2019~2023 年趨勢斜率	變化結果
田中(1)	-0.004	0.021	上升
田中(2)	-0.003	0.016	上升
二水	-0.003	-0.001	上升
古坑(1)	0.006	0.001	下降
東和(1)	-0.003	0.012	上升
東和(2)	0.002	0.008	上升
東和(3)	0	0.005	上升
六合(2)	0	0.011	上升
烏塗(2)	-0.001	-0.001	-
石榴(1)	-0.008	0.006	上升
石榴(2)	0.025	-0.023	下降

低，最後失去參考性，也就是各測站將全 1997～2018 年的水位資料輸入後，對 2019 ~ 2023 的水位進行模擬預測，模擬時間共 5 年，介於輸入資料(22 年)的 20 ~ 30 %，介於合理範圍之中，結果較為恰當。本研究基於已建立之 SARIMA 模型預測未來 5 年地下水水位如圖 6 所示，包含觀測資料(黑色實線)、模擬數據(藍色虛線)及預測數據(紅色實線)，其中藍色虛線區段為驗證資料區段，紅色實線區段為預測區段。本研究將預測區段進行 Sen's slope estimator 分析，如表 7 所示，顯示 2018 年以後地下水位的變化趨勢傾向變的平穩，但季節性特徵仍存在，水位週期性變動明顯，高低峰值差異巨大，顯示仍需要提前做好因應準備。例如根據本研究結果分析顯示，古坑(1)井口的水位乾濕季變化顯著，水位震盪幅度甚至在半年內就可以達到 10 m 之多。此外二水測站在 2017 年 12 月產生一筆異常的極高水位紀錄，推測為測站損壞，且根據分析結果水位也再無變動，故不具參考價值。

另外根據前人研究指出，臺灣依照雨量變化定義出的乾濕季時間範圍，濕季為 5 月至 11 月，乾季則為 11 月至隔年 4 月(王士榮，2019)。因此本研究透過分析乾濕季地下水位震盪幅度的結果，顯示大多井口地下水水位隨乾濕季變動起伏明顯，都有在乾濕季交替時觀察到顯著的震盪，如古坑(1)，如圖 7 所示，在濕季進入乾季時的水位平均下降達 1.9 m，水位落差最大幅度在 2013 年終的濕季至 2014 年初的乾季，甚至達到 6.85 m。而東和(1)、東和(2)最大下降幅度也有 4 ~ 5 m 的紀錄，其餘井口在濕季結束後水位下降的幅度也至少都有可能下降達 2 ~ 3 m 的機會。乾濕季水位震盪顯示大多井口都在 2001 年底至 2004 年初期間發生水位持續下降的情形，即便從乾季進入濕季水位也無回升的趨勢，2 年間水位持續下降最大達 8 m。其原因可能與極端氣候所造成的雨量變化有關，2001 年底至 2002 年初的乾季，雨量來到近 50 年來的新低，且 2002 年 4、5 月的梅雨季也未帶來預期中的有效降雨，導致 2002 年至 2004 年連續三年皆發生將近 7 個月的乾旱事件，對全臺皆造成嚴重影響，其中石榴(2)受到這起乾旱事件影響非常劇烈，水位屢創新低，才造成

乾旱結束後，整體上水位出現顯著上升的趨勢，而石榴(2)測站整體水位變動幅度大，且年際尺度間變化較不穩定可能使模型較難以捕捉其長期趨勢，因此 SARIMA 模型對於石榴(2)的預測結果由原先的上升趨勢轉為下降，可能基於輸入的觀測資料，模型捕捉到水位記錄中的前十年因乾旱事件水位顯著下降，並在乾旱結束後水位回升的多年週期性變化訊號，使預測結果一開始呈現下降趨勢。

根據本研究之模擬、預測結果顯示，自 2018 年以後地下水平均水位無顯著的改變，但面對明顯的週期

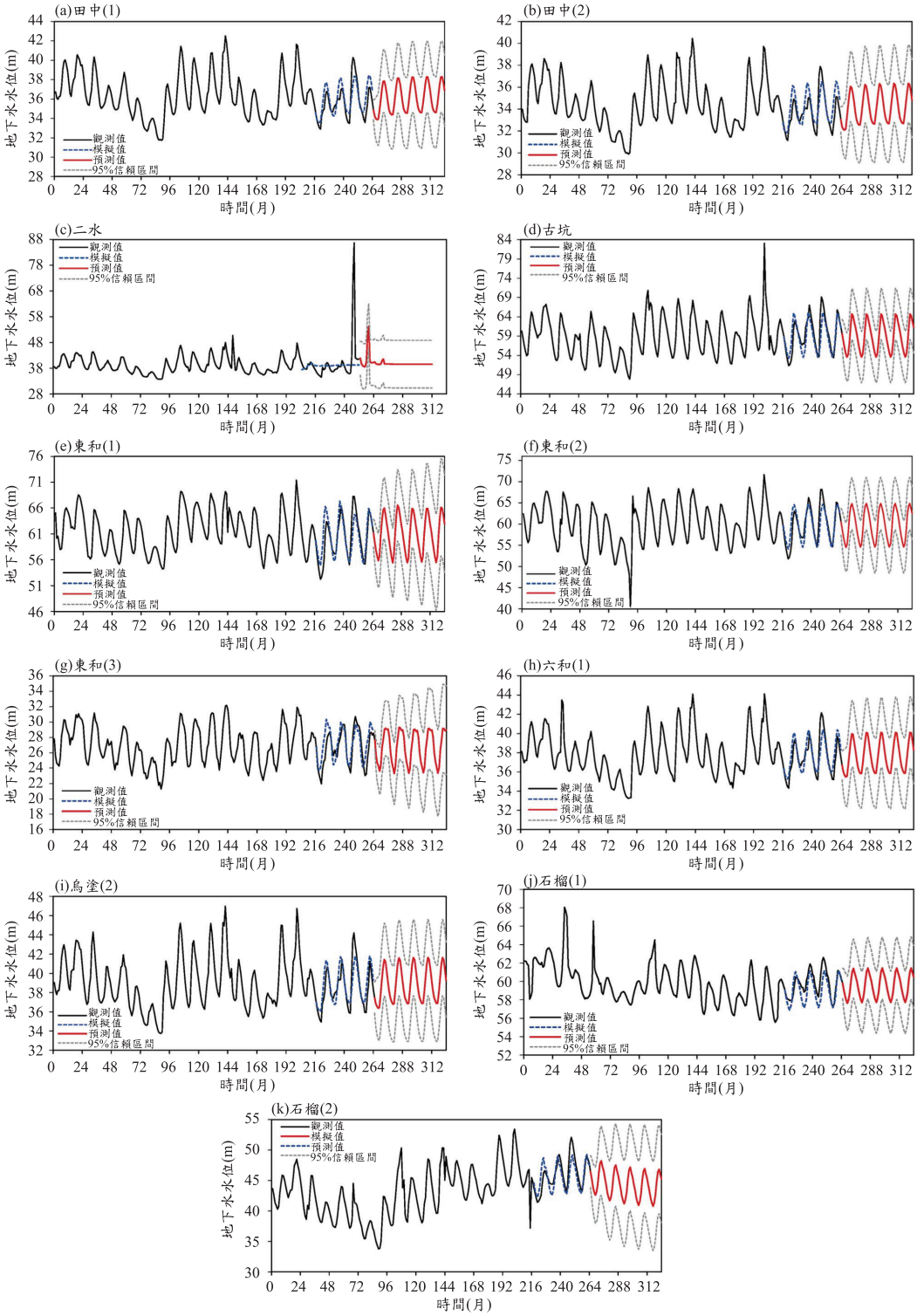

圖 6　各井口地下水位預測結果

性變化，適當制定水資源管理策略，訂定明確抽水指標，使各產業在地下水位高峰值時才適當抽水，在水位較低時就避免再繼續超抽地下水等，仍可有效預防地層下陷、海水倒灌等問題的加劇。

六、結論

本研究評析 1997 ~ 2018 年濁水溪沖積扇地下水補注敏感區內長期觀測之地下水水位，採用非參數的 Mann-Kendall test、Sen's slope estimator 評估區域內過去 22 年的地下水位變動趨勢，顯示本研究區域整體地下水位呈現持續下降趨勢，頻率分析結果顯示地下水具有 12 個月的週期，並據以建立每口觀測井地下水水位 SARIMA 模型，並透過 AIC、AICc、BIC、MAE 及殘差檢驗，得到每口觀測井最佳化且是合用於預測之 SARIMA 模型。預測分析結果顯示未來 5 年地下水位週期性變化明顯，雖然大多數井地下水水位無明顯上升或下降趨勢，但未來水位仍有強烈的季節性週期，如何在水位高低鋒值適當分配用水資源，將是未來政府制定新的水資源規劃方針時可以著重分析的方向。

本研究採用基於數據的統計模型，依賴過去的地下水水位資料，無須其他水文參數及複雜的物理模型，建立地下水水位的 SARIMA 時間序列模型，能快速且合理預測近幾年的地下水水位，以提供區域地下水管理參考依據。然而，SARIMA 是一種線性預測方法，儘管加入週期性考量提升模型的精確性，但對於地下水水位非線性動態變化的預測仍受到限制，且不適用於長期的預測。因此，建議在未來研究中應考量影響地下水水位動態因素間的相互作用。

參考文獻

1. Akaike, H. "A new look at the statistical model identification," *IEEE transactions on automatic control*, 19, 6, 716-723, 1974.
2. Anderson, M. P., Woessner, W. W., and Hunt, R. J. *Applied groundwater modeling: simulation of flow and advective transport*, Academic press, 2015.
3. Box, G. E., Jenkins, G. M., Reinsel, G. C., and Ljung, G. M. *Time series analysis: forecasting and control*, John Wiley & Sons, 2015.
4. Box, G. E., and Pierce, D. A. "Distribution of residual autocorrelations in autoregressive-integrated moving average time series models," *Journal of the American statistical association*, 65, 332, 1509-1526, 1970.
5. Chang, F. J., Chang, L. C., Huang, C. W., and Kao, I. F. "Prediction of monthly regional groundwater levels through hybrid soft-computing techniques," *Journal of hydrology*, 541, 965-976, 2016.
6. Chen, K. Y., and Wang, C. H. "A hybrid SARIMA and support vector machines in forecasting the production values of the machinery industry in Taiwan," *Expert Systems with Applications*, 32, 1, 254-264, 2007.
7. Dabral, P., and Murry, M. Z. "Modelling and forecasting of rainfall time series using SARIMA," *Environmental Processes*, 4, 2, 399-419, 2017.
8. Dickey, D. A., and Fuller, W. A. "Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root," *Journal of the American statistical association*, 74, 366a, 427-431, 1979.
9. Emamgholizadeh, S., Moslemi, K., and Karami, G. "Prediction the groundwater level of bastam plain (Iran) by artificial neural network (ANN) and adaptive neuro-fuzzy inference system (ANFIS)," *Water Resources Management*, 28, 15, 5433-5446, 2014.
10. Gibrilla, A., Anornu, G., and Adomako, D. "Trend analysis and ARIMA modelling of recent groundwater levels in the White Volta River basin of Ghana," *Groundwater for Sustainable Development*, 6, 150-163, 2018.
11. Kendall, M. G. *Rank correlation methods*, London, 1975.
12. Khalek, M. A., and Ali, M. A. "Comparative Study of Wavelet-SARIMA and Wavelet-NNAR Models for Groundwater Level in Rajshahi District," *IOSR Journal of Environmental Science, Toxicology and Food Technology (IOSR-JESTFT)*, 10, 1-15, 2016.
13. Khashei, M., Bijari, M., and Ardali, G. A. R. "Hybridization of autoregressive integrated moving average (ARIMA) with probabilistic neural networks (PNNs)," *Computers & Industrial Engineering*, 63, 1, 37-45, 2012.
14. Kwiatkowski, D., Phillips, P. C., Schmidt, P., and Shin, Y. "Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root: How sure are we that economic time series have a unit root?," *Journal of econometrics*, 54, 1-3, 159-178, 1992.
15. Langevin, C. D., Hughes, J. D., Banta, E. R., Niswonger, R. G., Panday, S., and Provost, A. M. (2017).

"Documentation for the MODFLOW 6 Groundwater Flow Model." US Geological Survey.

16. Li, F., Feng, P., Zhang, W., and Zhang, T. "An integrated groundwater management mode based on control indexes of groundwater quantity and level," *Water Resources Management*, 27, 9, 3273-3292, 2013.
17. Mann, H. B. "Non-parametric tests against trend," *Journal of the Econometric Society*, 13, 2, 245-259, 1945.
18. McDonnell, J., Sivapalan, M., Vaché, K., Dunn, S., Grant, G., Haggerty, R., Hinz, C., Hooper, R., Kirchner, J., and Roderick, M. "Moving beyond heterogeneity and process complexity: A new vision for watershed hydrology," *Water resources research*, 43, 7, 2007.
19. Nobre, F. F., Monteiro, A. B. S., Telles, P. R., and Williamson, G. D. "Dynamic linear model and SARIMA: a comparison of their forecasting performance in epidemiology," *Statistics in Medicine*, 20, 20, 3051-3069, 2001.
20. Phillips, P. C. "Towards a unified asymptotic theory for autoregression," *Biometrika*, 74, 3, 535-547, 1987.
21. Phillips, P. C., and Perron, P. "Testing for a unit root in time series regression," *Biometrika*, 75, 2, 335-346, 1988.
22. Schwarz, G. "Estimating the dimension of a model," *The annals of statistics*, 6, 2, 461-464, 1978.
23. Sen, P. K. "Estimates of the regression coefficient based on Kendall's tau," *Journal of the American statistical association*, 63, 324, 1379-1389, 1968.
24. Shirmohammadi, B., Vafakhah, M., Moosavi, V., and Moghaddamnia, A. "Application of several data-driven techniques for predicting groundwater level," *Water Resources Management*, 27, 2, 419-432, 2013.
25. Tabari, H., Nikbakht, J., and Some'e, B. S. "Investigation of groundwater level fluctuations in the north of Iran," *Environmental Earth Sciences*, 66, 1, 231-243, 2012.
26. Valipour, M. "Long-term runoff study using SARIMA and ARIMA models in the United States," *Meteorological Applications*, 22, 3, 592-598, 2015.
27. Zhang, M., Hu, L., Yao, L., and Yin, W. "Surrogate models for sub-region groundwater management in the beijing plain, China," *Water*, 9, 10, 766, 2017.
28. 經濟部(2014)。地下水補注地質敏感區劃定計畫書 G0001 濁水溪沖積扇。
29. 王士榮(2019)。濁水溪流域地下水資源開發與管理。臺灣水利，67(1)，43-67。

收稿日期：民國 109 年 09 月 02 日
修改日期：民國 109 年 10 月 16 日
接受日期：民國 110 年 06 月 30 日