

用於監測魚菜共生系統之水耕部分的生物環境模型

BIO-ENVIRONMENTAL MODEL FOR MONITORING THE HYDROPONICS PART OF AN AQUAPONICS SYSTEM

行政院農業委員會
臺南區農業改良場
助理研究員

李 健*
Chien Li

國立中山大學
機械與機電工程學系
副教授

王 郁 仁
Yu-Jen Wang

摘 要

針對潮汐式魚菜共生系統之水耕部分，本文以能量平衡法建立一套監測模型，其以累積蒸發散量對氣候數據的迴歸分析來求取出作物生理特徵係數，並以其來監測植物在不同階段的生長狀況。模型以濕球溫度作為空氣濕度相關參數，並用濕球降差值來簡化系統與環境之顯熱傳導率的估算；另外亦應用創新求取方法所得出之濕球溫度的計算公式來方便此監測模型的應用。基於模型之生物環境監測系統不同於過去以視覺觀察方式，除能提供量化數據外，亦可將來應用於遠端無人化管理監控。

關鍵詞：水耕、魚菜共生、濕球溫度、濕球降差、能量平衡。

BIO-ENVIRONMENTAL MODEL FOR MONITORING THE HYDROPONICS PART OF AN AQUAPONICS SYSTEM

Chien Li*

Tainan District Agricultural Research and
Extension Station.coa

Yu-Jen Wang

National Sun Yat-Sen University
Department of Mechanical and
Electro-Mechanical Engineering

ABSTRACT

This article proposes an energy-balance-based regressive model to evaluate the plant physiology in the hydroponics part of an aquaponics system. It can monitor the growth of plant at different stages and assess whether the plant is in a healthy and suitable state according to the accumulative evapotranspiration mass of water and the environmental climate data. The model uses the wet-bulb temperature as a humidity-related parameter and uses the wet-bulb depression to simplify the estimation of the sensible heat conduction between the system and environment. To facilitate the calculation of wet-bulb temperature, the novel formulae for calculating wet-bulb temperature has also been introduced. The model-based bio-environmental monitoring can provide the quantified information beyond vision and can be applied to remote unmanned management and monitoring.

Keywords: Hydroponics, Aquaponics, Evapotranspiration, Wet-bulb depression, Energy balance.

Li, C.* & Wang, Y.J. (2021). "Bio-environmental Model for Monitoring the hydroponics part of an Aquaponics System." *Journal of Taiwan Agricultural Engineering*, 67(1), 60-71.

[https://doi.org/10.29974/JTAE.202103_67\(1\).0006](https://doi.org/10.29974/JTAE.202103_67(1).0006)

一、簡介

魚菜共生(aquaponics)是一種不斷發展的農業生產技術(Rakocy 等人 2006)，其將循環水產養殖(recirculating aquaculture)與另一種農業生產技術-水耕技術(hydroponics)相結合。除了水的循環利用外，魚菜共生系統利用硝化細菌將水中的氮轉化為亞硝酸鹽(nitrite, NO_2^-)和硝酸鹽(nitrate, NO_3^-)，使植物將其吸收作為肥料。一般獨立運作的水耕模組會直接將液態肥料加入水中，而魚菜共生的水耕則會直接使用養殖魚群的水進行植栽的灌溉。因此與純粹水耕栽種相比，將具有更佳的資源效率(resource efficiency)，其不僅循環利用水，還有魚排泄物中的氮磷鉀元素。

1.1 栽植環境水分蒸發散模型

在純粹水耕或者魚菜共生系統中，若要監測植物作物生理或生長程度，量測系統水分累積蒸發散量(evapotranspiration)將會是一個重要的途徑，蒸發散字面上的意思是蒸發(evaporation)與蒸散(transpiration)兩者的結合，蒸發泛指水由各類水液面轉為水汽；而蒸散則獨指由生物體表面排放至空氣的水汽。圖 1 為選定範圍的作物生長環境之能量平衡(energy balance)示意圖(Koning 1994)，其能量的形式有輻射(radiation)、蒸發散潛熱(latent heat)及顯熱傳遞(sensible heat)。

圖 1 作物生長環境能量進出率的平衡式為

$$\lambda E = R_n - H - S - G \quad (1)$$

其中 R_n 為射入系統之淨輻射功率($\text{Jm}^{-2}\text{s}^{-1}$)，嚴格來說為太陽輻射(solar radiation)減去其反射(reflection)及系統黑體輻射出之回輻射(back radiation)，許多研究會忽略反射及回輻射，在本論文也是一樣忽略。 H 為系統透過顯熱傳遞所排出之功率($\text{Jm}^{-2}\text{s}^{-1}$)， G 則為顯熱傳導入土面(soil)的功率($\text{Jm}^{-2}\text{s}^{-1}$)， S 為系統熱容(heat capacity)能量儲存率($\text{Jm}^{-2}\text{s}^{-1}$)。在絕大多數的研究中皆忽略式(1)的 S 值，因為在以天為時間尺度下，系統能量儲存率往往是因晝夜變動而正負相抵消。最後 λE 為水汽蒸發散所帶走的潛熱功率($\text{Jm}^{-2}\text{s}^{-1}$)，其中 λ (Jkg^{-1})為單位質量下水之蒸發潛熱(latent heat of vaporization)，而 E 為系統單位面積水汽之蒸發散率($\text{kgm}^{-2}\text{s}^{-1}$)，其是液體面蒸發及植物蒸散兩者之合。

在早期 1950 年代以前的研究是不特別分開描述蒸發與蒸散的，都直接統稱為蒸發。Bowen (1926)以能量平衡法研究蒸發散率時，將式(1)描述為

$$\lambda E = \frac{R_n - G}{1 + \beta_B} \quad (2)$$

而 β_B 為 Bowen ratio，可表示為

$$\beta_B = \frac{H}{\lambda E} \quad (3)$$

其為系統顯熱傳遞率 H 與蒸發散潛熱傳遞率 λE 的比值。

若假設式(2)中的蒸發散率 E 及地面導熱率 G 之傳遞方向皆為垂直地面，則利用不同高度的空氣濕度量若假設式(2)中的蒸發散率 E 及地面導熱率 G 之傳遞方向皆為垂直地面，則利用不同高度的空氣濕度量測可

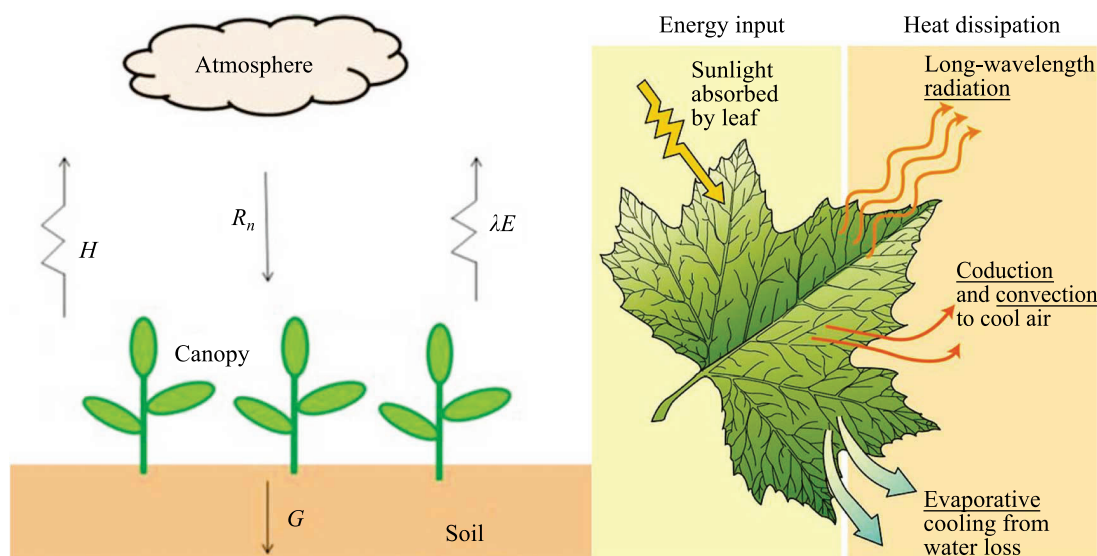


圖 1 作物生長環境所具有各型式能量(Koning 1994)

算出 E ，而不同深度的土壤溫度量測即可算出 G ；最後再加上日照淨輻射功率 R_n 的量測即可計算出式(2)的無因次 Bowen ratio β_B 。Euser 等人(2014)及 Schilperoort 等人(2018)提出以 distributed temperature sensing (DTS)技術來量測田區垂直方向的乾濕球溫度剖面，此方法可較傳統不同高度雙點量測方式獲得更穩定可靠的 β_B 值。 β_B 值是估算地表蘊含水分量的重要指標，例如沙漠乾燥地面，其能提供蒸發散潛熱傳遞率 λE 幾乎為零，所以大部分的能量交換需透過顯熱傳遞率 H ，因此所測得 Bowen ratio β_B 會非常高。Dicken 等人(2013)在網室(screenhouse)內以 β_B 值來估算整體作物的蒸發散量，並評估與其他蒸發散估算方法的差異性。

Penman (1948)以能量平衡法為基礎整合空氣動力學實驗結果發展出蒸發散率估算式 Penman equation，其定義為

$$\lambda E = \frac{\left. \frac{de_s}{dT} \right|_{T=T_{air}} (R_n - G) + \lambda \alpha P_{atm} g(u) [e_s(T_{air}) - e]}{\left. \frac{de_s}{dT} \right|_{T=T_{air}} + \alpha P_{atm}} \quad (4)$$

其中 e 是空氣在氣溫 T_{air} 時實際所含水蒸汽的氣體分壓 (partial pressure) 值(hPa)， $e_s(T_{air})$ 是在氣溫 T_{air} 時的空氣飽和蒸氣壓(saturation vapour pressure)， e_s 僅為氣溫 T_{air} 的函數，其代表水汽在氣溫 T_{air} 的空氣中所能達到的最高分壓值， α 為乾濕球係數(psychrometric coefficient)， P_{atm} 為大氣壓力。最後 $g(u)$ 為關連到系統顯熱及潛熱傳遞至外界的風速函數(wind function)，此函數經驗上可簡單視為風速 u 的線性函數。

由於蒸發與植物蒸散本質上有一定的差異，蒸散除了所處環境風速等氣象條件外還需要考慮到不同種類或狀態下植物葉面生理特徵的差異，因此 Monteith (1965)將 Penman (1948)的理論進一步發展成適用於葉冠的蒸發散估算式 Penman-Monteith equation，其定義為

$$\lambda E = \frac{(R_n - G) \left. \frac{de_s}{dT} \right|_{T=T_{air}} + \rho_a C_p [e_s(T_{air}) - e] r_a^{-1}}{\left. \frac{de_s}{dT} \right|_{T=T_{air}} + \alpha P_{atm} \left(1 + \frac{r_s}{r_a} \right)} \quad (5)$$

其中 ρ_a 為空氣密度(kgm^{-3})、 C_p 為空氣比熱($\text{Jkg}^{-1}\text{°C}^{-1}$)、 $r_s(\text{sm}^{-1})$ 為水從葉面蒸散至空氣的阻力 (canopy resistance)， $r_a(\text{sm}^{-1})$ 為關係到顯熱及潛熱傳遞的空氣動力阻力(aerodynamic resistance)， r_a 本質上正比於式(4)中 $g(u)$ 的倒數。

早期的研究主要是利用日照、空氣濕度及風速等

測得氣象數據結合經驗係數帶入式(5)來計算以草皮 (grass) 為參考地面之參考蒸發散率 ET_o (reference evapotranspiration)，並依此規劃農業灌溉用水需求(Allen 等人 1998)。若根據目標地面所栽種的作物種類及土壤水分張力程度來分別決定作物係數(crop coefficient) K_c 及土壤水分張力係數(soil water stress coefficient) K_s 後，即可推估目標地面潛勢蒸發散率(potential evapotranspiration) 為

$$ET_{c\ adj} = K_s K_c ET_o \quad (6)$$

由於水分蒸散主要是由透過葉面的氣孔(stoma)排出水汽，植物的蒸散量會間接反應出其生理狀態，例如當植物根部乾燥缺水時，其本能會縮緊葉面氣孔來降低蒸散作用，這樣的過程也會造成葉面累積太陽照射能量較不易透過水的蒸散潛熱排出，而使葉溫升高。

隨著紅外線測溫(infrared thermometer)技術的進步，當測量葉溫實際上已具有相當高可行性時，Jackson 等人(1977)最早提出以葉冠溫度(canopy temperature)作為估算蒸發散率的輸入參數，則式(1)忽略 S 後可為

$$\lambda E = R_n - G - g(u)c(T_{leaf} - T_{air}) \quad (7)$$

其中 $g(u)$ 為式(4)中的風速函數、 T_{leaf} 為葉溫，而 c 為一常數。

Idso 等人(1977)發現葉冠溫度可用來評估同氣候區域作物生長時缺水程度的差異，當作物根部缺水時葉溫會較高，他們亦發現在相同日照條件下作物產量 (yield) Y 與式(7)中的葉溫與氣溫差 ($T_{leaf} - T_{air}$) 累積值成以下之線性關係

$$Y = a - b \Sigma(T_{leaf} - T_{air}) \quad (8)$$

與式(7)相比較可發現在相同氣候條件下，產量 Y 與累積蒸發散量 ΣE 成正比。

Takakura 等人(2009)將式(7)之能量平衡式應用於溫室內之蒸發散量估算，並依此執行灌溉控制。Jackson 等人(1981)進一步提出以葉冠溫度來計算作物水分張力指數 CWSI(Crop Water Stress Indicator)的方法，其定義為

$$CWSI = 1 - \frac{E}{K_c ET_o} \quad (9)$$

其中 K_c 與 ET_o 分別為式(6)的作物係數與參考蒸發散率，而 E 為式(7)以葉冠溫度為基礎所估算之蒸發散率。

CWSI 值最大為 1，亦即 $E = 0$ ；而在無缺水之理想狀態 $E = K_c ET_o$ 時，CWSI 值為零。水分張力指數的發展將前述蒸發散模型進一步連結至實際作物生理感測層面。後續仍有一些研究將 CWSI 值的量測計算方

法進行討論及做改進，並應用至田區的給水灌溉判斷決策(Jones 1999; Alves 和 Pereira 2000)。

關於式(1)中顯熱傳遞率項 H 的建模，前面有提到 Idso 等人(1977)在式(7)中以葉冠溫度 T_{leaf} 與氣溫 T_{air} 的差值來估算，然而此方式只有葉冠生長至完全覆蓋地面時才較為適用。由於本研究的顯熱傳遞面除了葉面外還有養殖槽水面，因此亦不適合像式(7)般能簡單以葉冠溫度為單一參數進行建模。Norman 等人(1995)首先提出將具不同表面溫度之土面及葉冠在顯熱傳遞項 H 中分別獨立描述，Kustas 等人(2019)將此方法應用於田區作物與行間(interrow)土面的顯熱及潛熱傳遞率之分離。

另一方面要能長期連續量測整體分散之葉面的溫度技術上相當困難，因為植物葉面會生長移動，其整體葉冠面積也會跟著變化，在這情況下通常得使用昂貴的熱像儀進行大面積空中量測拍攝後，再進行後處理分析。例如 Suárez 等人(2009)利用熱像儀來遙測果樹葉冠溫度，其熱像圖片還需要分離土面背景後才能獲得實際葉冠溫度分佈及總面積。由於後處理的複雜性及高儀器成本，此方式並不適合擴展至大範圍區域的長期連續監測。

對於水持續循環的水耕或魚菜共生系統來說，量測式(1)中的蒸發散率 E 是相當容易的；相對地當以土壤耕作時灌溉水會下滲(infiltration)至地底或者逕流(runoff)至其他區域，因此要精確可靠地量測蒸發散率需要於場域製作大面積的測滲計(lysimeter)於地底下。若不考慮精確性，則可使用式(5)之 Penman-Monteith 法及式(6)來估算；雖然此方法有具有理論基礎，但其需輸入有效作物及環境特徵係數

r_s 、 r_a 、 K_c 及 K_s 。Piouceau 等人(2014)以測滲計來精確量測同齡但不同品種之竹子於熱帶生長環境的蒸發散量來逆向推得出各品種的作物及環境特徵係數，其獲取特徵資料亦可作為式(5)及式(6)之蒸發散估算法所需輸入係數。Anapalli 等人(2016)則以測滲計所測蒸發散量結合氣象數據來進行新開發之蒸發散模型的模擬與驗證。Zolnier 等人(2004)量測溫室薄膜(nutrient film)式水耕系統所栽種萵苣(lettuce)在不同葉面積下的水分蒸發散量，此方式利用水耕系統所具有的水循環裝置來直接測量蒸發散量，並以此評估當利用 Penman-Monteith 法來預測蒸發散量時的性能表現。

本文聚焦於探討在可方便量測實際累積蒸發散量及氣候數據的條件下，如何以這些資料配合本文開發之迴歸模型來監測栽種植物於不同階段的生長狀況。基於模型之生物環境監測系統將能提供除視覺觀察以外的量化指標數據，並有機會達到無人化省工監控管理。

二、材料與方法

2.1 水耕蒸發散模型建立

圖 2 為本研究的魚菜共生系統架構，其養殖箱中的水持續被泵浦傳送到植床中。當植床中的水位達到虹吸管(siphon)內管的邊緣時，水會開始排回到養殖箱中，其流量大於抽水機浦流速的數倍。因此，實現了植床周期性的潮汐(ebb-and-flow)灌溉，其能給予植物根部曝氣，從而促進植物生長。

若將本研究的魚菜共生系統於式(1)的顯熱傳遞項 H 以葉面及水面分開建模，則其顯熱傳遞項可寫成

$$\dot{H} = \frac{A_{sur}}{r_{sur}}(T_{sur} - T_{air}) + \frac{A_{leaf}}{r_{leaf}}(T_{leaf} - T_{air}) \quad (Js^{-1}) \quad \dots\dots\dots(10)$$

其中 A_{sur} 及 A_{leaf} 分別為蒸發總水面及作物總葉面的面積(m^2)，而 r_{sur} 及 r_{leaf} 分別為總水面及總葉面的單位面積等效熱阻($s^{\circ}CJ^{-1}m^2$)，此熱阻值跟環境風速有關，會與式(7)的風速函數 $g(u)$ 成反比，最後 T_{sur} 及 T_{leaf} 分別為水面及葉面的溫度($^{\circ}C$)。

由於水面與葉面皆具有蒸發冷卻的特性，其理論上最低冷卻溫度極限為濕球溫度 T_{wet} 。基於此特性 Alves 和 Pereira (2000)提出同時納入濕球溫度及葉溫來改進作物水分張力指數 CWSI 的定義，另外從 Wanjura 和 Upchurch (1997)之試驗所記錄的葉溫與氣溫的晝夜變化模式可發現葉溫總是會低於氣溫。所以氣溫 T_{air} 及濕球溫度 T_{wet} 可分別簡單視為葉溫變化的上界及下界，在本研究若不實際量測葉面及水面溫度的情況下，則改以 T_{wet} 作為建模參數為一簡單且合適選擇；此外利用下一節所敘述之濕球溫度轉換計算的新方法，由相對濕度 R_H 及氣溫 T_{air} 直接計算 T_{wet} 將變得相當簡單且容易。

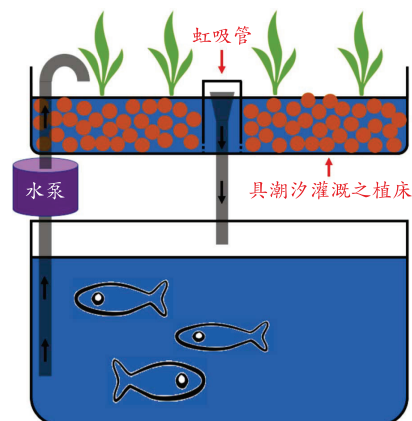


圖 2 植床具有潮汐式灌溉功能之魚菜共生系統架構

假設式(10)中的 T_{sur} 及 T_{leaf} 能以濕球溫度 T_{wet} 及氣溫 T_{air} 等效表示為

$$\begin{aligned} T_{sur} &= (1 - \tau_{sur})T_{air} + \tau_{sur}T_{wet} \\ T_{leaf} &= (1 - \tau_{leaf})T_{air} + \tau_{leaf}T_{wet} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (11)$$

其中轉換係數 τ_{sur} 及 τ_{leaf} 皆大於 0 且不超過 1，亦即 T_{sur} 及 T_{leaf} 皆小於 T_{air} 且大於 T_{wet} 。由於葉面為透過氣孔(stoma)蒸發葉內水分的表面，因此 τ_{leaf} 為與式(5)植物葉面氣孔阻力 r_s 有關的係數，氣孔阻力為葉片內的水汽向大氣擴散時，在葉片內部遇到的阻力。

根據式(11)定義，則式(10)可以改為

$$\hat{H} = (\tau_{sur} \frac{A_{sur}}{r_{sur}} + \tau_{leaf} \frac{A_{leaf}}{r_{leaf}})(T_{wet} - T_{air}) (Js^{-1}) \dots (12)$$

另外式(1)太陽所產生的淨輻射功率在本研究可近似為

$$\hat{R}_n = (\theta_s A_{sur} + \theta_{leaf} A_{leaf}) PAR (Js^{-1}) \dots\dots\dots (13)$$

其中 PAR ($\mu mol \ m^{-2} min^{-1}$) 為光合作用有效輻射能(photosynthetically active radiation)感測器所測得讀值， θ_{sur} 及 θ_{leaf} 皆各別隱含水面及葉面輻射吸收率及儀器量測轉換係數。光合作用有效光能是指波長 400 nm 至 700nm 的光輻射能，為葉綠素能吸收行光合作用的波長範圍。假設太陽輻射光譜各波長的相對強度幾乎固定，則可用式(13)之 PAR 值來轉換出太陽淨輻射功率 $\hat{R}_n$ 。

若忽略式(1)導入地面之熱傳導率 G ，且不考慮系統熱能存儲率 S ，則由式(1)、(12)、(13)可得到以下每分鐘量測值累積關係式

$$\Sigma_{k=1}^t E_k = K_{PAR} \Sigma_{k=1}^t PAR_k + K_T \Sigma_{k=1}^t [T_{air,k} - T_{wet,k}] \quad \dots\dots\dots (14)$$

其中

$$K_{PAR} = \frac{1}{\lambda \rho A_{tank}} (\theta_{sur} A_{sur} + \theta_{leaf} A_{leaf}) (\mu mol^{-1} m^3) \quad \dots\dots\dots (14a)$$

$$K_T = \frac{60}{\lambda \rho A_{tank}} (\tau_{sur} \frac{A_{sur}}{r_{sur}} + \tau_{leaf} \frac{A_{leaf}}{r_{leaf}}) (m^{\circ}C^{-1} min^{-1}) \quad \dots\dots\dots (14b)$$

而 t 為累積時間(min)、 ρ 為水密度(kgm^{-3})、 A_{tank} 為養殖箱水面積(m^2)、 $\Sigma_{k=1}^t PAR_k$ 為光合作用有效輻射累積值($\mu mol \ m^{-2}$)、 $\Sigma_{k=1}^t [T_{air,k} - T_{wet,k}]$ 為濕球降差(wet-bulb depression)累積值($^{\circ}C \ min$)，最後 $\Sigma_{k=1}^t E_k$ 為養殖箱因蒸發散所造成之水位變化量(m)。

式(14)中係數 K_{PAR} 及 K_T 為監測整個魚菜共生系統

水耕部分的重要指標係數，其可連結到栽培作物的生理及環境條件。 K_{PAR} 說明整個系統因太陽光輻射所導致蒸發散量；而 K_T 則為系統與環境顯熱傳遞所導致蒸發散量。

不同於前面所述前人研究，在後面將以本文所提出之魚菜共生系統之能量平衡式(14)的每分鐘量測累積值隨時間變化：計有蒸發散量累積值 $\Sigma_{k=1}^t E_k$ 、光合作用有效輻射累積值 $\Sigma_{k=1}^t PAR_k$ 及濕球降差累積值 $\Sigma_{k=1}^t [T_{air,k} - T_{wet,k}]$ 為輸入資料，利用迴歸分析求取出系統每日的作物生理及環境特徵係數值 K_{PAR} 及 K_T 來監測系統作物的生長狀態。此技術將可延伸用來執行遠端無人化的監測管理，能夠紀錄特徵係數的變化歷程，並可以有效察覺系統故障或作物生長異常。

2.2 濕球溫度轉換計算公式

上節所發展的蒸發散模型式(14)中的濕球溫度 T_{wet} 可以乾濕球溼度計直接量測(Lee 和 Wang 2017)，或者由露點溫度 T_{dew} 或相對濕度 R_H 進行換算。然而作者之前有發展出一套濕球溫度轉換計算公式的創新求取方法(Lee 和 Wang 2018)，此方法可求出任意溫度及大氣壓範圍內的高效率及高精度之轉換公式，此節將介紹此新方法給讀者。

各種濕度參數的關係可表示為如下

$$\begin{aligned} \frac{R_H}{100} &= \frac{e}{e_s(T_{air})} = \frac{e_s(T_{dew})}{e_s(T_{air})} \\ &= \frac{e_s(T_{wet}) - \alpha P_{atm} [T_{air} - T_{wet}]}{e_s(T_{air})} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (15)$$

透過進一步重新排列式(15)，可以得出 T_{wet} 和 T_{air} 與其他參數的關係式如下

$$0.01 R_H e_s(T_{air}) + \alpha P_{atm} T_{air} = e_s(T_{wet}) + \alpha P_{atm} T_{wet} \quad \dots (16)$$

其中式(16)的左側是相對濕度 R_H (%)和氣溫 T_{air} 的函數，而右側僅是濕球溫度 T_{wet} 的函數。

令與式(16)右側具有相同形式的單自變量函數 $f(T)$ 為

$$f(T) = e_s(T) + \alpha P_{atm} T \quad \dots\dots\dots (17)$$

則式(16)能以 $f(T)$ 改寫為

$$0.01 R_H e_s(T_{air}) + \alpha P_{atm} T_{air} = f(T_{wet}) \quad \dots\dots\dots (18)$$

假設 $f(T)$ 的對應逆函數 $f^{-1}(x)$ ，可用於如下之 T 的計算

$$T = f^{-1}(f(T)) = f^{-1}(e_s(T) + \alpha P_{atm} T) \quad \dots\dots\dots (19)$$

將式(18)代入式(19)，則濕球溫度 T_{wet} 能以逆函數 $f^{-1}(x)$ 表示為

$$T_{wet} = f^{-1}(f(T_{wet})) = f^{-1}(0.01R_H e_s(T_{air}) + \alpha P_{atm} T_{air}) \quad (20)$$

式(20)表明，在得知逆函數 $f^{-1}(x)$ 的情況下，可以從相對濕度 R_H 和氣溫 T_{air} 直接計算濕球溫度 T_{wet} 。 $f^{-1}(x)$ 沒有精確解析表達式；然而 $f^{-1}(x)$ 的近似式是可以得出來的。由於 $e_s(T)$ 是平滑且單調(monotonic)的

函數，因此 $f^{-1}(x)$ 也會同樣是平滑且單調；對於此類函數來說，使用多項式來近似 $f^{-1}(x)$ 是將會收斂且相當精確可靠。

令 $\overline{f^{-1}}(x)$ 為 $f^{-1}(x)$ 的 n 階近似多項式，則 $\overline{f^{-1}}(x)$ 可表示為

$$\overline{f^{-1}}(x) = a_0 + a_1 x + \dots + a_{n-1} x^{n-1} + a_n x^n \quad (21)$$

則根據式(18) $\overline{f^{-1}}(x)$ 與 $f^{-1}(x)$ 存在以下關係

$$\begin{aligned} \overline{f^{-1}}(f(T_0)) &= a_0 + a_1 f(T_0) + \dots + a_{n-1} [f(T_0)]^{n-1} + a_n [f(T_0)]^n = T_0 \\ \overline{f^{-1}}(f(T_1)) &= a_0 + a_1 f(T_1) + \dots + a_{n-1} [f(T_1)]^{n-1} + a_n [f(T_1)]^n = T_1 \\ &\vdots \\ \overline{f^{-1}}(f(T_n)) &= a_0 + a_1 f(T_n) + \dots + a_{n-1} [f(T_n)]^{n-1} + a_n [f(T_n)]^n = T_n \end{aligned}$$

其中 $f(T_i) = e_s(T_i) + \alpha P_{atm} T_i$ ，且 $i = 0 \dots n-1$ ， n ，溫度 $T_0 \dots T_{n-1}$ ， T_n 為用來產生近似式 $\overline{f^{-1}}(x)$ 的資料點對應溫度，溫度 T_0 至 T_n 為近似式 $\overline{f^{-1}}(x)$ 擬合的溫度範圍。則 $\overline{f^{-1}}(x)$ 的係數 $a_0 \dots a_{n-1}$ ， a_n 為

$$\begin{bmatrix} a_0 \\ \vdots \\ a_{n-1} \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \dots & [f(T_0)]^{n-1} & [f(T_0)]^n \\ \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ 1 & \dots & [f(T_{n-1})]^{n-1} & [f(T_{n-1})]^n \\ 1 & \dots & [f(T_n)]^{n-1} & [f(T_n)]^n \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} T_0 \\ \vdots \\ T_{n-1} \\ T_n \end{bmatrix} \quad (21a)$$

利用同樣的方法，令 $e_s(T)$ 為 $e_s(T)$ 的 m 階近似多項式，則 $e_s(T)$ 可表示為

$$\overline{e_s}(T) = b_0 + b_1 T + \dots + b_{m-1} T^{m-1} + b_m T^m \quad (22)$$

其中

$$\begin{bmatrix} b_0 \\ \vdots \\ b_{m-1} \\ b_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \dots & \hat{T}_0^{m-1} & \hat{T}_0^m \\ \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ 1 & \dots & \hat{T}_{m-1}^{m-1} & \hat{T}_{m-1}^m \\ 1 & \dots & \hat{T}_m^{m-1} & \hat{T}_m^m \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} e_s(\hat{T}_0) \\ \vdots \\ e_s(\hat{T}_{m-1}) \\ e_s(\hat{T}_m) \end{bmatrix} \quad (22a)$$

其中溫度 $\hat{T}_0 \dots \hat{T}_{m-1}$ ， $\hat{T}_m$ 為用來產生近似式 $\overline{e_s}(T)$ 的資料點對應溫度

近似式 $\overline{f^{-1}}(x)$ 與 $\overline{e_s}(T)$ 的階數 n 及 m 不一定要相同，但建議擬合的溫度範圍一致，以避免可能發生計算上的錯誤，亦即 $T_0 = \hat{T}_0$ 且 $T_n = \hat{T}_m$ 。最後濕球溫度 T_{wet} 直接計算近似式為

$$\overline{T_{wet}} = \overline{f^{-1}}(0.01R_H \overline{e_s}(T_{air}) + \alpha P_{atm} T_{air}) \quad (23)$$

最後利用上面提到的方法可產生如下一組在 1 標準大氣壓且 0°C 至 50°C 溫度範圍的 5 階的近似式 $\overline{f^{-1}}(x)$ 與 $\overline{e_s}(T)$

$$\overline{f^{-1}}(x) = 7.438995 \times 10^{-10} x^5 - 4.063282 \times 10^{-7} x^4 + 9.16616 \times 10^{-5} x^3 - 1.15133 \times 10^{-2} x^2 + 1.02533 x - 5.85331 \quad (23a)$$

$$\overline{e_s}(T) = 2.796413 \times 10^{-8} T^5 + 2.671942 \times 10^{-6} T^4 + 2.73199 \times 10^{-4} T^3 + 1.41951 \times 10^{-2} T^2 + 0.444226 T + 6.1078 \dots (23b)$$

其中所用到之飽和蒸汽壓資料點可由 Goff-Gratch 公式來提供(Goff 和 Gratch 1945)，6 個資料點對應溫度 0°C，10°C...50°C 皆為等間距，而 $\alpha P_{atm} = 6.46 \times 10^{-4} \times 1013.25 = 0.6546$ (°C⁻¹ hPa)。

讀者可以使用 Wolfram Research, Inc.的免費線上計算服務(<https://www.wolframalpha.com/>)來產生任大氣壓及溫度範圍的 $f^{-1}(x)$ 及 $\overline{e_s}(T)$ 近似式，只要分別使用以下兩個輸入命令

“interpolating polynomial { $f(T_0)$, T_0 }, { $f(T_1)$, T_1 }, ..., { $f(T_{n-1})$, T_{n-1} }, { $f(T_n)$, T_n } ”

“interpolating polynomial { $\hat{T}_0$, $e_s(\hat{T}_0)$ }, { $\hat{T}_1$, $e_s(\hat{T}_1)$ }, ..., { $\hat{T}_{m-1}$, $e_s(\hat{T}_{m-1})$ }, { $\hat{T}_m$, $e_s(\hat{T}_m)$ } ”

為了評估式(23)濕球溫度近似式 T_{wet} 的精度，本研究利用 Goff-Gratch 公式產生了一組 $\alpha P_{atm} = 0.6546$ 的參考數據，如圖 3 所示其為在不同氣溫下 T_{wet} 與 R_H 的關係。圖 4 顯示式(23)之 T_{wet} 減去圖 3 之 T_{wet} 後的誤差範圍為 -0.076°C 至 0.019°C，其中平均絕對誤差為 0.025°C，而 RMS (Root Mean Square)誤差為 0.034°C。據作者之前研究的分析(Lee 和 Wang 2018)，圖 4 中濕球溫度的近似誤差幾乎來自逆函數近似式 $f^{-1}(x)$ 的誤差。

在下一節本文將把上節所建立的水耕蒸發散模型與此節所述之濕球溫度轉換計算方法實際應用於魚菜共生場域的實際監測，並描述整個試驗歷程中，所測得氣候、模型參數以及作物生長的變化，最後會探討本方法在魚菜共生水耕部分之生物環境監測系統的應用。

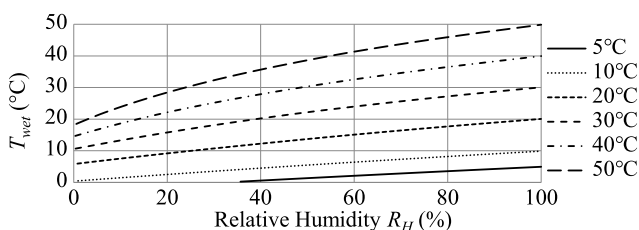


圖 3 用於評估濕球溫度近似式 $\overline{T_{wet}}$ 式(23)之準確性的參考數據，顯示在不同氣溫下 T_{wet} 與 R_H 的關係

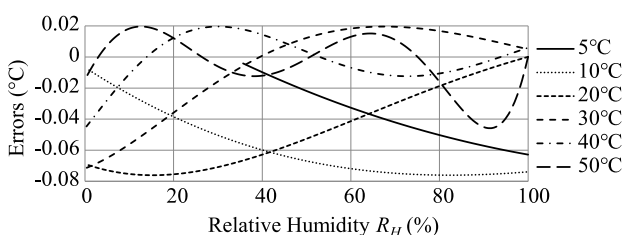


圖 4 在不同的氣溫下，濕球溫度近似式 $\overline{T_{wet}}$ 式(23)減去真實 T_{wet} 後的誤差；誤差上限和下限分別為 0.019°C 和 -0.076°C

三、實驗結果討論

3.1 試驗場域

本文執行試驗之魚菜共生系統所處地點為農委會臺南區農業改良場作物環境大樓的露天陽台，栽種作物為絲瓜，其栽種起始日期為 2020 年 5 月 5 日，所整理資料最後日期為 8 月 9 日，作物蒸發散試驗共為期 97 天。圖 5 為植床左右兩側兩株絲瓜不同天數下的生長狀態上拍照，其狀態分別為處於第 7、31、39、47、50、54、64、67 天時，由第 31 天的照片可明顯看出左側絲瓜株剛開始時生長速度較右側株快上許多。絲瓜藤蔓會沿著棚架逐漸擴張，由於絲瓜藤蔓生長需要支撐結構物；因此當整個棚架幾乎長滿後，其生長程度會因為實體環境的限制而飽和趨緩。

本研究在這試驗期間利用儀器以每分鐘一筆數據的取樣率連續記錄日照、氣溫、相對濕度及風速基本氣象數據外，也持續利用投入式水位計監測整個養殖槽的水位變化來估算系統的累積水分蒸發散量。此試驗研究的目的是利用前述式(14)之能量平衡模型來鏈結系統每日之蒸發散量及其對應的氣象數據，並依此獲得不同生長天數下模型中的 K_{PAR} 及 K_T 值，並衍生計算出系統的 Bowen ratio β_B 。

3.2 迴歸計算

基於式(14)之迴歸分析式可寫為

$$\Sigma_{k=1}^t E_k = K_{PAR} \Sigma_{k=1}^t PAR_k + K_T \Sigma_{k=1}^t [T_{air,k} - T_{wet,k}] + C \dots (24)$$

其中光累積值 $\Sigma_{k=1}^t PAR_k$ 與濕球降差累積值 $\Sigma_{k=1}^t [T_{air,k} - T_{wet,k}]$ 為在不同時間 t (min)下的模型自變量，而不同時間下的蒸發散水位變化量 $\Sigma_{k=1}^t E_k$ 為模型



圖 5 兩株絲瓜不同天數的生長歷程 (第 7、31、39、47、50、54、64、67 天)

應變量，最後係數 C 用來抵銷模型整體偏移誤差；此偏移誤差有部分會來自於式(14)所忽略導入地面之熱傳導率 G 及系統熱能存儲率 S 。

如前面 2.1 節圖 2 的說明，魚菜共生的植床利用虹吸管原理來進行周期性的潮汐灌溉，因此其水位會持續高低變化，圖 6 為第 49 至 50 天魚菜共生系統養殖槽水位潮汐變化及其局部水位最低點。水位最低點的降低趨勢是由於系統水分蒸發散所導致，圖 6 時間軸起始及終點皆為午夜 12 點整。根據養殖槽水位局部最低點時間變化資料，將可得到每日蒸發散累積水位變化量隨時間變化的歷程 $\sum_{k=1}^t E_k$ 。圖 7 為第 49 至 50 天光合作用有效輻射 PAR 、氣溫 T_{air} 及濕球溫度 T_{wet} 隨時間的變化，其中 T_{wet} 可透過式(23)由相對濕度 R_H 及氣溫 T_{air} 換算出來；圖 8 則為此 2 天之光合作用有效輻射累積值 $\sum_{k=1}^t PAR_k$ 及濕球降差累積值 $\sum_{k=1}^t [T_{air,k} - T_{wet,k}]$ 隨時間變化的歷程，在每日午夜 12 點整所有累積值皆歸零重計。

將每日所求得之蒸發散累積水位變化量、光合作用有效輻射及濕球降差累積值的變化，帶入迴歸分析

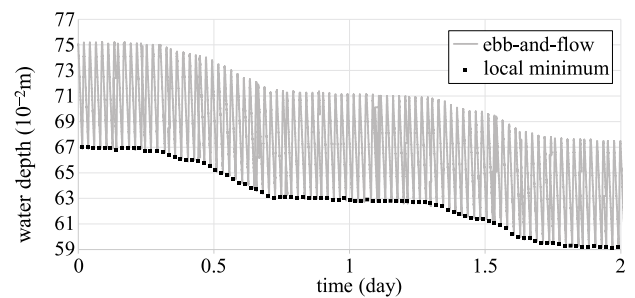


圖 6 第 49 及 50 天魚菜共生系統養殖槽水位潮汐變化及其局部水位最低點

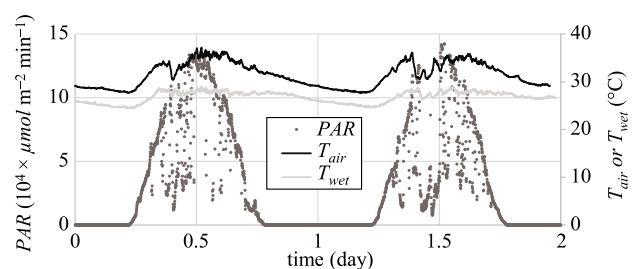


圖 7 第 49 及 50 天中 PAR 、氣溫 T_{air} 及濕球溫度 T_{wet} 隨時間的變化

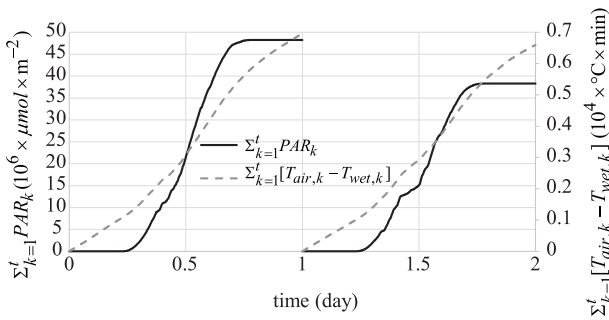


圖 8 第 49 及 50 天中光合作用有效輻射累積值及濕球降差累積值的變化

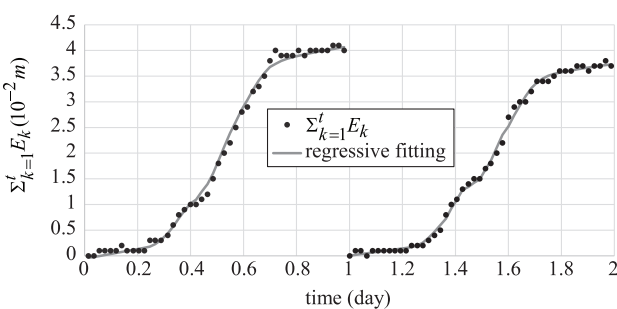


圖 9 第 49 及 50 天蒸發散累積水位變化量 $\Sigma_{k=1}^t E_k$ 及其迴歸擬合曲線

式(24)即可求得此系統每日作物生長狀態的特徵係數 K_{PAR} 及 K_T 。圖 9 為第 49 及 50 天蒸發散累積水位變化量及其基於式(24)之迴歸擬合曲線，此 2 天迴歸分析的決定係數 R^2 分別為 99.68% 及 99.78%。

3.3 監測結果

圖 10 為作物生長過程中不同天數下的迴歸係數 K_{PAR} 及 K_T ，大部分無顯示資料之天數為當天有下大雨，落入露天栽種環境之雨滴除會使模型之能量平衡假設無法適用外，雨水也會嚴重干擾蒸發散量的量測。若此魚菜共生系統位於設施溫室內，而無雨水干擾下，本文的模型理論上可適用設施內的空間範圍。

前面提到過係數 K_{PAR} 關連到太陽輻射所導致蒸發散量，而 K_T 則關連到顯熱傳遞所導致蒸發散量。從圖 10 可觀察到此系統隨著作物不斷生長，係數 K_{PAR} 增加比例明顯較 K_T 大，另外在天數超過 50 天後 K_T 才有明顯上升的趨勢出現。會有這樣的現象可能是在式(14b)裡葉面積 A_{leaf} 增加的過程中，部分水面積 A_{sur} 開始被葉面覆蓋，因此顯熱傳遞面漸漸由水面轉成覆蓋其之葉面。先期的消長過程導致 K_T 一開始無明顯增加趨勢，待葉面致逐漸擴展至大於水面積時 K_T 才出現增加趨勢。

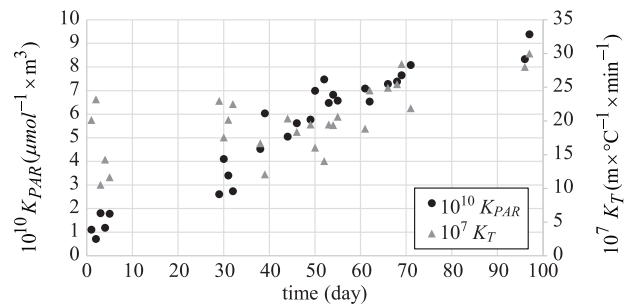


圖 10 作物生長過程不同天數下的迴歸係數 K_{PAR} 及 K_T

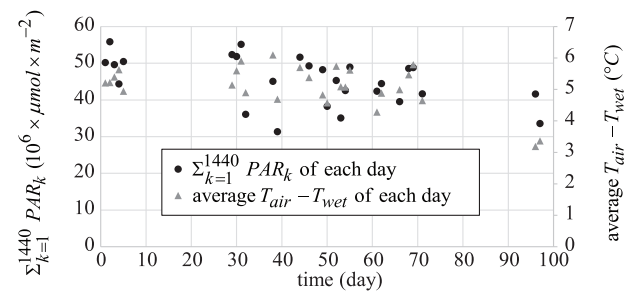


圖 11 作物生長過程不同天數下的當日總累積日照量及平均濕球降差值

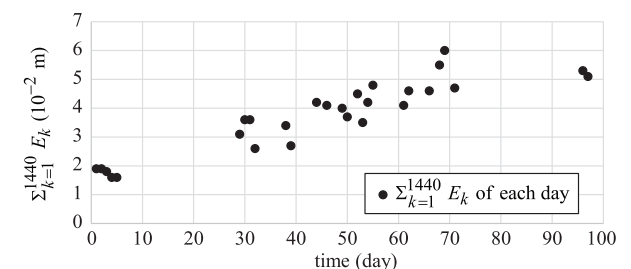


圖 12 作物生長過程不同天數下的當日總蒸發散水位變化量

圖 11 為作物生長過程中不同天數下的當日總累積日照量及當日平均濕球降差值，其中無顯示資料之天數為當天有下雨。其可視為試驗過程中不同天數下的環境氣候數據，其中濕球降差值為由氣溫及空氣濕度轉換出的資料，一般而言當空氣濕度高時濕球降差值會降低。最後圖 12 為對應圖 11 當日環境氣候下蒸發散所導致總水位變化量，其增加趨勢主要由葉面積增長所造成的。

根據前面式(3)所提到之無因次係數 Bowen ratio β_B 的定義，在此可根據式(14)將每日的 β_B 表示為

$$\beta_B = \frac{H}{\lambda E} = \frac{K_T \sum_{k=1}^{1440} [T_{air,k} - T_{wet,k}]}{K_{PAR} \sum_{k=1}^{1440} PAR_k + K_T \sum_{k=1}^{1440} [T_{air,k} - T_{wet,k}]}$$

.....(25)

圖 13 為作物生長過程不同天數下的 β_B ，由圖可觀

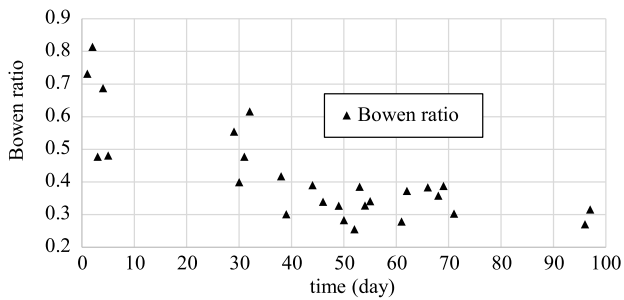


圖 13 作物生長過程不同天數下的 Bowen ratio

察到在後期作物生長速度趨緩時，以式(25)定義的 β_B 之降低趨勢也達到一個飽和狀態，其值趨近於 0.3 附近。由於 β_B 為一無因次係數，其相當適合作為監測系統作物生長狀況的總指標，另外也可用來與其他栽培系統的量測結果進行比較。Dicken 等人(2013)在網室內白天(09:00-18:00)所測得之 β_B 值為 0.41 ± 0.07 ，其研究顯示在夜間日照消失時會下降至 0.2 以下，與之不同的是本研究測得 β_B 值是整天(00:00-24:00)的平均值。Feng 等人(2017)的研究中有量測玉米田在整個生長過程中

β_B 值的變化歷程，其趨勢特性與本研究接近，在生長初期 β_B 值較高且變異值較大，待作物葉面長至飽和後， β_B 值亦是降低至飽和且趨於穩定。

四、結論

本文以能量平衡法建立一套可用於魚菜共生之水耕部分的生物環境監測模型，其利用系統累積蒸發散量及環境氣候數據來迴歸計算出每日的作物生理特徵係數 K_{PAR} 及 K_T ，以及系統的 Bowen ratio β_B 。此模型可用 K_{PAR} 及 K_T 的相互變化關係來推測系統作物生長狀態，並評估其是否合理正常，而無因次的 β_B 值適合用來監測整個生長期程，另外亦可與其他栽培系統的量測結果進行比對。監測模型以濕球溫度作為空氣濕度相關參數，並用濕球降差值來簡化系統與環境顯熱傳導率的估算。另外也應用了一套創新濕球溫度轉換計算公式，此公式在氣溫 0°C 至 50°C 範圍內濕球溫度的直接換算誤差可低到 -0.076°C 至 0.019°C ，並可使本監測模型在使用實施上具便利性。

本文提出的生物環境監測模型除具有理論依據外，其簡單架構也讓終端使用上相當方便。從研究結果可得知以環境濕球溫度為基準所建立之能量平衡迴歸分析式，可以有效用來監測水耕系統的作物生長過程，不同於過去以視覺觀察方式，除能提供量化數據外，亦可將來應用於遠端無人化管理監控。

五、致謝

本研究特別感謝農委會臺南區農業改良場 楊清富副研究員及 王志瑋助理研究員提供試驗環境，以及農委會「創新魚菜共生系統模式之建立」計畫支持，其編號為 108 農科-17.2.2-南-N1，以及科技部「建立養殖水培系統試驗計畫」支持，其編號為 MOST104-3111-Y-056-012。

參考文獻

- Allen, R. G., Pereira, L. S., Raes, D., Smith, M. 1998. Crop Evapotranspiration-Guidelines for Computing Crop Water Requirements-FAO Irrigation and Drainage Paper 56. FAO, Rome.
- Alves, I., Pereira, L. S. 2000. Non-water-stressed Baselines for Irrigation Scheduling with Infrared Thermometers: A new approach. *Irrigation Science*, 19(2), 101-106.
- Anapalli, S. S., Ahuja, L. R., Gowda, P. H., Ma, L., Marek, G., Evett, S. R., Howell, T. A. 2016. Simulation of Crop Evapotranspiration and Crop Coefficients with Data in Weighing Lysimeters. *Agricultural Water Management*, 177, 274-283.
- Dicken, U., Cohen, S., Tanny, J. 2013. Examination of the Bowen Ratio Energy Balance Technique for Evapotranspiration Estimates in Greenhouses. *Biosystems Engineering*, 114(4), 397-405.
- Euser, T., Luxemburg, W. M. J., Everson, C. S., Mengistu, M. G., Clulow, A. D., Bastiaanssen, W. G. M. 2014. A new method to measure Bowen ratios using high-resolution vertical dry and wet bulb temperature profiles. *Hydrology and Earth System Sciences*, 18(6), 2021-2032.
- Feng, Y., Gong, D., Mei, X., Hao, W., Tang, D., Cui, N. 2017. Energy balance and partitioning in partial plastic mulched and non-mulched maize fields on the Loess Plateau of China. *Agricultural Water Management*, 191, 193-206.
- Goff, J. A., Gratch, S. 1945. Thermodynamic Properties of Moist Air. *Amer. Soc. Heat. Vent. Eng. Trans.*, 51, 125-157.
- Idso, S. B., Jackson, R. D., Reginato, R. J. 1977. Remote-sensing of Crop Yields. *Science*, 196(4285), 19-25.
- Jackson, R. D., Idso, S. B., Reginato, R. J., Pinter, P. J. 1981. Canopy Temperature as a Crop Water Stress

- Indicator. *Water Resources Research*, 17(4), 1133–1138.
10. Jackson, R. D., Reginato, R. J., Idso, S. B. 1977. Wheat Canopy Temperature: A Practical Tool for Evaluating Water Requirements. *Water Resources Research*, 13(3), 651-656.
11. Jones, H. G. 1999. Use of Infrared Thermometry for Estimation of Stomatal Conductance as a Possible Aid To Irrigation Scheduling. *Agricultural and Forest Meteorology*, 95(3), 139-149.
12. Koning, Ross E. 1994. Photosynthetic Environment. Plant Physiology Information Website. http://plantphys.info/plant_physiology/photoeco.shtml.
13. Kustas, W. P., Alfieri, J. G., Nieto, H., Wilson, T. G., Gao, F., Anderson, M. C. 2019. Utility of the Two-source Energy Balance (TSEB) Model in Vine and Interrow Flux Partitioning Over the Growing Season. *Irrigation Science*, 37(3), 375–388.
14. Lee, C., Wang, Y.-J. 2017. Psychrometer Based on a Contactless Infrared Thermometer with a Predictive Model for Water Evaporation. *Biosystems Engineering*, 160, 84-94.
15. Lee, C., Wang, Y.-J. 2018. A Novel Method to Derive Formulas for Computing the Wet-bulb Temperature from Relative Humidity and Air Temperature. *Measurement*, 128, 271-275.
16. Monteith, J. L. 1965. Evaporation and Environment. *Symposia of the Society for Experimental Biology*, 19, 205-234.
17. Norman, J. M., Kustas, W. P., Humes, K. S. 1995. Source Approach for Estimating Soil and Vegetation Energy Fluxes in Observations of Directional Radiometric Surface Temperature. *Agricultural and Forest Meteorology*, 77(3-4), 263-293.
18. Penman, H. L. 1948. Natural Evaporation from Open Water, Bare Soil and Grass. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 193(1032), 120-145.
19. Piouceau, J., Panfili, F., Bois, G., Anastase, M., Dufossé, L., Arfi, V. 2014. Actual Evapotranspiration and Crop Coefficients for Five Species of Three-year-old Bamboo Plants Under a Tropical Climate. *Agricultural Water Management*, 137, 15-22.
20. Rakocy, J. E., Masser, M. P., Losordo, T. M. 2006. Recirculating Aquaculture Tank Production Systems: Aquaponics-integrating Fish and Plant Culture. *SRAC Publication*, 454, 1-16.
21. Schilperoort, B., Coenders-Gerrits, M., Luxemburg, W., Rodríguez, C. J., Vaca, C. C., Savenije, H. 2018. Using Distributed Temperature Sensing for Bowen Ratio Evaporation Measurements. *Hydrology and earth system sciences*, 22(1), 819.
22. Suárez, L., Zarco-Tejada, P. J., Berni, J. A. J., González-Dugo, V., Fereres, E. 2009. Modelling PRI for Water Stress Detection Using Radiative Transfer Models. *Remote Sensing of Environment*, 113(4), 730-744.
23. Takakura, T., Kubota, C., Sase, S., Hayashi, M., Ishii, M., Takayama, K., Nishina, H., Kurata, K., Giacomelli, G.A. 2009. Measurement of Evapotranspiration Rate in a Single-span Greenhouse Using the Energy-balance Equation. *Biosystems Engineering*, 102(3), 298-304.
24. Wanjura, D. F., Upchurch, D. R. 1997. Accounting for Humidity in Canopy-temperature-controlled Irrigation Scheduling. *Agricultural Water Management*, 34(3), 217-231.
25. Zolnier, S., Lyra, G. B., Gates, R. S. 2004. Evapotranspiration Estimates for Greenhouse Lettuce Using an Intermittent Nutrient Film Technique. *Transactions of the ASAE*, 47(1), 271-282.

收稿日期：民國 109 年 09 月 10 日
修正日期：民國 109 年 12 月 02 日
接受日期：民國 109 年 12 月 23 日