

# 臺階式溢洪道滑行流相對水力參數關係研究

STUDY ON THE RELATIONSHIP BETWEEN RELATIVE HYDRAULIC PARAMETERS OF SKIMMING FLOW IN STEPPED SPILLWAYS

西北農林科技大學  
水利與建築工程學院  
博士班研究生

馬朋輝  
Peng-Hui Ma

西北農林科技大學  
水利與建築工程學院  
博士班研究生

胡亞瑾  
Ya-Jin Hu

西北農林科技大學  
水利與建築工程學院  
教授

劉韓生\*  
Han-Sheng Liu

## 摘要

臺階式溢洪道由於消能效果顯著、能大大減小下游消力池的尺寸、節省工程量和投資而引起水利工程界的重視，並得到較為廣泛的研究和應用。鑒於臺階式溢洪道水流規律複雜，本文將臺階式溢洪道和同體型的光滑溢洪道進行對比研究，引入了臺階式溢洪道滑行流(Skimming flow)之相對水力參數。通過斯木塔斯水電站水工模型試驗及金瑾論文中的試驗數據，首先分析了臺階式溢洪道常規水力參數之間的關係及跌落數(Drop number)對常規水力參數間關係的影響；然後採用同樣的試驗數據分析了臺階式溢洪道相對水力參數之間的關係及跌落數對相對水力參數間關係的影響。結果表明，臺階式溢洪道常規水力參數之間呈複雜的曲線關係，跌落數對常規水力參數之間關係的影響亦較為複雜；臺階式溢洪道相對水力參數之間表現出良好的線性相關關係；相對無因次流速與相對消能率、相對弗勞德數(Froude number)與相對消能率之間線性關係的斜率均隨跌落數的增大而增大，相對無因次流速與相對弗勞德數之間線性關係的斜率為一定值；當跌落數一定時，相對水力參數之間線性關係的斜率幾乎不隨臺階高度的變化而變化。通過定量分析，給出了臺階式溢洪道相對水力參數間線性相關關係的回歸方程式。結合臺階式溢洪道相對水力參數之間較強的線性相關性及光滑溢洪道成熟的水力計算理論，在臺階式溢洪道滑行流複雜水力特性計算方面有著較好的發展前景。

**關鍵詞：**臺階式溢洪道、試驗研究、滑行流、相對水力參數、線性相關關係。

\* 通訊作者，西北農林科技大學水利與建築工程學院教授博士生導師  
中國陝西楊凌示範區渭惠路 23 號，hanshengliuxn@163.com

## STUDY ON THE RELATIONSHIP BETWEEN RELATIVE HYDRAULIC PARAMETERS OF SKIMMING FLOW IN STEPPED SPILLWAYS

**Peng-Hui Ma**

Northwest A&F University  
College of Water Resources and  
Architectural Engineering

**Ya-Jin Hu**

Northwest A&F University  
College of Water Resources and  
Architectural Engineering

**Han-Sheng Liu\***

Northwest A&F University  
College of Water Resources and  
Architectural Engineering

### ABSTRACT

The stepped spillway has been widely studied and applied in water conservancy engineering because of its ability to eliminate most of the energy, greatly reduce the size of the downstream stilling basin, and save engineering quantity and investment. In view of the complicated flow characteristics of stepped spillway, this paper introduced the relative hydraulic parameters of stepped spillway skimming flow by comparing stepped spillway with smooth spillway of the same shape. Based on the hydraulic model test of Simutasi Hydropower Station and the experimental data in Jin Jin's paper, the relationship between the conventional hydraulic parameters of stepped spillway and the influence of drop number on the relationship between the conventional hydraulic parameters were analyzed at first. Then the same experimental data were used to analyze the relationship between the relative hydraulic parameters of the stepped spillway and the influence of the drop number on the relationship between the relative hydraulic parameters. The conventional hydraulic parameters of stepped spillway showed complex curve relationship, and the influence of drop number on the relationship between conventional hydraulic parameters was also complex. However, there was a good linear correlation between the relative hydraulic parameters of stepped spillway. The slope of the linear relationship between the relative dimensionless velocity and the relative energy dissipation rate, the relative Froude number and the relative energy dissipation rate increased with the increase of the drop number. The slope of the linear relationship between the relative dimensionless velocity and the relative Froude number was a constant value. When the drop number was constant, the slope of the linear relationship between the relative hydraulic parameters hardly changed with the change of the step height. Through quantitative analysis, the regression equation of linear correlation between relative hydraulic parameters of stepped spillway was given. Combined with the strong linear correlation between the relative hydraulic parameters of stepped spillway and the mature hydraulic calculation theory of smooth spillway, it has a good development prospect in the calculation of complex hydraulic characteristics of skimming flow in stepped spillways.

**Keywords:** Stepped spillway, Experimental study, Skimming flow, Relative hydraulic parameters, Linear correlation.

Ma, P.H., Hu, Y.J. & Liu, H.S.\* (2021). "Study on the Relationship Between Relative Hydraulic Parameters of Skimming Flow in Stepped Spillways." *Journal of Taiwan Agricultural Engineering*, 67(1), 38-49.

[https://doi.org/10.29974/JTAE.202103\\_67\(1\).0004](https://doi.org/10.29974/JTAE.202103_67(1).0004)

## 一、緒論

近 30 多年來，隨著碾壓混凝土築壩技術的出現和應用，對傳統溢洪道和溢流壩的體型設計產生了很大的影響。臺階式溢洪道、溢流壩是隨碾壓混凝土築壩施工技術的發展而發展起來的一種洩洪消能設施，是在光滑溢洪道的基礎上演變而來的，並以其優於光滑面溢洪道和溢流壩的消能率而受到世界各國水利科研工作者的關注。

臺階式溢洪道上的水流根據單寬流量、臺階高度及坡度的不同，會出現跌落流(Nappe flow)、滑行流(Skimming flow)及過渡流(Transition flow)三種流態。水利工程中多以出現滑行流進行臺階式溢洪道的設計，跌落流常出現在洩流流量較小的情況，過渡流因其流態不穩定而應盡量避免。國內外學者對臺階式溢洪道進行了大量的試驗研究，目前的研究主要集中在臺階式溢洪道滑行流的消能特性方面<sup>[6,8,9,11,13,14,19, 29-31,34]</sup>，研究成果頗多，但由於臺階水流複雜，尚未得到一致結論。

流速、弗勞德數(Froude number)及消能率是臺階式溢洪道的重要水力參數，對其進行研究具有重要意義。目前對於臺階式溢洪道斷面流速的研究為半經驗半理論計算方法<sup>[15,16,28]</sup>和數學模型法<sup>[18,22]</sup>。關於弗勞德數，以往常與消力池一併研究<sup>[20,33,36]</sup>，對臺階式溢洪道弗勞德數的研究通常只針對某一斷面<sup>[1,2,13]</sup>，缺乏系統性的研究成果。張峰<sup>[32]</sup>、劉士和<sup>[23]</sup>等以流速為依據對臺階式溢洪道的相對消能作了一些探討。張志昌等<sup>[34]</sup>提出臺階式溢洪道的消能與弗勞德數有關，但未作深入研究。

本文基於光滑溢洪道水力計算理論已經成熟，各水力參數可以直接通過計算得到，將臺階式溢洪道與同體型的光滑溢洪道進行對比研究，定義了相對流速、相對弗勞德數、相對消能率的概念。通過斯木塔斯水電站水工模型試驗及文獻<sup>[21]</sup>中的數據，首先分析了臺階式溢洪道常規水力參數之間的關係及跌落數對常規水力參數間關係的影響；然後採用同樣的試驗數據分析了臺階式溢洪道相對水力參數之間的關係及跌落數對相對水力參數間關係的影響，進而論證了引入臺階式溢洪道相對水力參數的必要性。

## 二、試驗設計、測量方法、水流流態及因次分析

### 2.1 試驗設計

針對中國新疆阿克牙孜河斯木塔斯水電站之臺階

表 1 模型試驗資料

| 試驗專案 | 坡度<br>$\theta(^{\circ})$ | 臺階高度<br>$d/(m)$ | 單寬流量<br>$q/(m^2/s)$ | 相對臨界水深<br>$h_k/d$ | 臺階段長度<br>$L/(m)$ | 最小雷諾數<br>$Re_{min}$ |
|------|--------------------------|-----------------|---------------------|-------------------|------------------|---------------------|
| 試驗一  | 38.7                     | 0.5             | 21.96~46.58         | 7.3~12.1          | 120              | $6.43 \times 10^6$  |
| 試驗二  | 38.7                     | 1.0             | 21.96~46.58         | 3.7~6.0           | 120              | $5.78 \times 10^6$  |
| 試驗三  | 38.7                     | 2.0             | 21.96~46.58         | 1.8~3.0           | 120              | $6.23 \times 10^6$  |

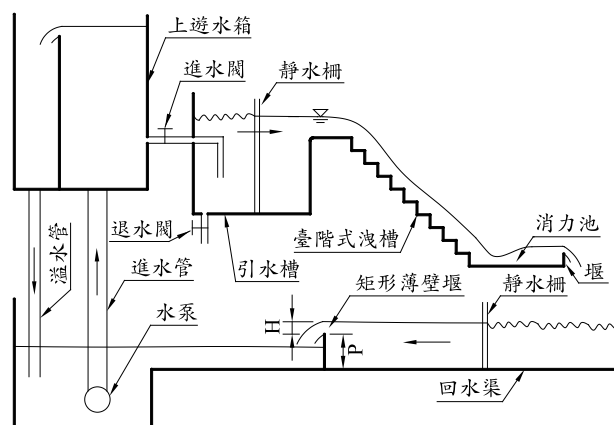


圖 1 試驗模型佈置圖

式溢洪道進行了水工模型試驗，斯木塔斯水電站壩高 103 m，溢洪道陡槽段採用矩形斷面，寬 9 m，落差 75 m，坡比  $i=1:1.25$  ( $\theta=38.7^{\circ}$ )。對 0.5 m、1.0 m、2.0 m 三種臺階高度進行不同工况下的模型試驗，具體試驗基本資料見表 1。試驗最小雷諾數均大於 500，表明流態均為紊流。

試驗模型按重力相似準則設計，模型比尺為 1:30。試驗系統由上遊水箱、引水槽、臺階式洩槽段、平底消力池、回水渠和量水堰等組成，模型試驗布置見圖 1。為了便於觀察流態，臺階式洩槽段及消力池段採用有機玻璃製作，模型總高 2.5 m，臺階式溢洪道寬 0.3 m。

### 2.2 測量方法

試驗中橫截面的水深是用帶毫米刻度的直尺在每個臺階的頂部測量的，測量方向垂直於由連接臺階凸角形成的基準線。試驗中的流量由下遊回水渠中設置的矩形薄壁堰進行量測，按下式計算流量<sup>[24]</sup>：

$$Q = m_0 B \sqrt{2g} H^{3/2} \dots\dots\dots (1)$$

其中

$$m_0 = 0.4034 + 0.0534 \frac{H}{P} + \frac{1}{1610H - 4.5} \dots\dots\dots (2)$$

式中： $Q$  為流量， $\text{m}^3/\text{s}$ ； $m_0$  為考慮行進流速水頭影響的流量係數； $B$  為矩形薄壁堰的寬度， $\text{m}$ ； $g$  為重力加速度， $\text{m}/\text{s}^2$ ； $H$  為矩形薄壁堰的堰上水頭， $\text{m}$ ； $P$  為矩形薄壁堰的堰高， $\text{m}$ 。

## 2.3 水流流態

臺階式溢洪道上的水流流態根據相對臨界水深  $h_k/d$  ( $h_k$  為溢洪道進口處臨界水深， $d$  為臺階高度) 及坡度可分為三類，即跌落流、滑行流及過渡流<sup>[25]</sup>。當相對臨界水深或坡度較大時，水流流過臺階表面，各臺階內部全部被水充填，沒有空腔存在，並在各臺階隅角和主流之間形成一個橫軸旋渦，靠近主流處，旋渦旋轉方向與主流方向一致，這種水流稱為滑行流。當相對臨界水深或坡度較小時，水流在每一個臺階上自由跌落，並且在跌落水舌與臺階水墊之間總是形成一個空腔，臺階空腔內有自由水面形成，這種水流稱為跌落流。過渡流是在滑行流和跌落流之間形成的一種水流流態，在有些臺階內出現空腔，但在另一些臺階內則出現旋渦水流。

Chanson<sup>[4]</sup>、Chamani<sup>[3]</sup>、Yasuda<sup>[17]</sup>和田嘉寧<sup>[26]</sup>等都對臺階式溢洪道的水流流態進行了研究，並給出了劃分滑行流和跌落流的經驗公式。Yasuda 提出的公式介於 Chanson 和田嘉寧公式之間，滑行流下限、跌落流上限的經驗公式分別如下<sup>[17]</sup>：

$$h_k/d = \frac{1}{1.16(\tan\theta)^{0.165}} \quad (3)$$

$$h_k/d = \frac{1}{1.3 + 0.57(\tan\theta)^3} \quad (4)$$

其中

$$h_k = \sqrt[3]{q^2/g} \quad (5)$$

式中： $h_k$  為臨界水深， $\text{m}$ ； $d$  為臺階高度， $\text{m}$ ； $\theta$  為臺階式溢洪道坡度， $(^\circ)$ ； $q$  為單寬流量， $\text{m}^2/\text{s}$ 。

採用觀察及上述經驗公式相結合的方法進行判斷，試驗中臺階式溢洪道的相對臨界水深  $h_k/d$  範圍為 1.8~12.1，水流流態均為滑行流。本文研究的是臺階式溢洪道非均勻流段水力參數變化規律，後文中採用的數據均來自非均勻流段。臺階式溢洪道上水流達到準均勻流所需的垂直高度  $H_{\text{dam},u}$  可以採用下式估算<sup>[1]</sup>：

$$\frac{H_{\text{dam},u}}{h_k} \approx 24(\sin\theta)^{2/3} \quad (6)$$

## 2.4 因次分析

以斷面流速為例，進行臺階式溢洪道沿程水力參數影響因素的因次分析。臺階式溢洪道沿程斷面流速之影響因素包括溢洪道的幾何要素、水力要素及流體的物理性質等，函數關係式如下：

$$v = f(q, g, d, b, H, N, \alpha, \mu, \sigma, \rho) \quad (7)$$

式中： $q$  為單寬流量， $\text{m}^2/\text{s}$ ； $g$  為重力加速度， $\text{m}/\text{s}^2$ ； $d$  為臺階高度， $\text{m}$ ； $b$  為臺階寬度， $\text{m}$ ； $H$  為壩高， $\text{m}$ ； $N$  為臺階位置編號； $\alpha$  為臺階式溢洪道的坡度， $(^\circ)$ ； $\mu$  為動力粘度， $\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$ ； $\sigma$  為表面張力， $\text{N}$ ； $\rho$  為水的密度， $\text{kg}/\text{m}^3$ 。

試驗水流均為紊流，動力粘度及表面張力可以忽略不計；水為不可壓縮流體，密度為定值；臺階寬度  $b = d/\tan\alpha$ ；因此式(7)可以簡化為：

$$v = f_1(q, g, d, H, N, \alpha) \quad (8)$$

上式中共有物理量 7 個，其中自變數為 6 個。選取  $q$ 、 $g$  為基本物理量，根據  $\pi$  定理，可用  $\pi$ ， $\pi_1$ ， $\pi_2$ ， $\pi_3$ ， $\dots$ ， $\pi_6$  組成表徵沿程斷面流速的量綱一的數學關係式：

$$\pi = f_1(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4, \pi_5, \pi_6) \quad (9)$$

其中： $\pi_1 = \pi_2 = 1$ ， $\pi = \frac{v}{q^a g^b}$ ， $\pi_3 = \frac{d}{q^{a_3} g^{b_3}}$ ， $\pi_4 = \frac{H}{q^{a_4} g^{b_4}}$ ， $\pi_5 = \frac{N}{q^{a_5} g^{b_5}}$ ， $\pi_6 = \frac{\alpha}{q^{a_6} g^{b_6}}$ 。

根據量綱和諧原理<sup>[27]</sup>，可得指數  $a=1/3$ ， $b=1/3$ ； $a_3=2/3$ ， $b_3=-1/3$ ； $a_4=2/3$ ， $b_4=-1/3$ ； $a_5=0$ ， $b_5=0$ ； $a_6=0$ ， $b_6=0$ ；即

$$\frac{v}{\sqrt[3]{qg}} = f_1\left(\frac{d}{\sqrt[3]{q^2/g}}, \frac{H\sqrt[3]{g}}{\sqrt[3]{q^2}}, N, \alpha\right) \quad (10)$$

將上式變形，得到臺階式溢洪道沿程斷面無因次流速與相對臨界水深、跌落數、臺階位置編號及溢洪道坡度有關的函數：

$$\frac{v}{v_k} = f_1\left(\frac{h_k}{d}, \frac{q^2}{gH^3}, N, \alpha\right) \quad (11)$$

式中： $v_k$  為臨界流相對應的斷面平均流速， $\text{m}/\text{s}$ ； $h_k/d$  為相對臨界水深； $\frac{q^2}{gH^3}$  為跌落數。

類似地，臺階式溢洪道沿程斷面弗勞德數及消能率與相對臨界水深、跌落數、臺階位置編號及溢洪道坡度有關的函數分別為：

$$F_r = f_2 \left( \frac{h_k}{d}, \frac{q^2}{gH^3}, N, \alpha \right) \dots\dots\dots (12)$$

$$\eta = f_3 \left( \frac{h_k}{d}, \frac{q^2}{gH^3}, N, \alpha \right) \dots\dots\dots (13)$$

### 三、相對流速、相對弗勞德數、相對消能率的定義及計算

流速及弗勞德數是重要的水力參數，消能率是臺階式溢洪道研究的熱點和重點。弗勞德數表示過水斷面上單位重量液體所具有的平均動能與平均勢能的比值；消能率表示過水斷面上累計消耗能量占來流總能量的比值，即溢洪道來流總能量減去斷面剩餘能量，比上溢洪道來流總能量，可以寫為：

$$\eta = \frac{E_d}{E_t} = \frac{E_t - E_r}{E_t} \dots\dots\dots (14)$$

式中： $\eta$ 為臺階式溢洪道某一斷面消能率； $E_t$ 為溢洪道來流總能量， $m$ ； $E_r$ 為溢洪道某一過水斷面剩餘能量， $m$ ； $E_d$ 為溢洪道某一過水斷面累計消耗能量， $m$ 。

為深入研究臺階式溢洪道的水力特性，本文分別引入了相對流速、相對弗勞德數及相對消能率。定義臺階式溢洪道某一斷面位置的相對流速為與其斷面位置相對應的光滑溢洪道流速與臺階式溢洪道同一斷面流速之差；臺階式溢洪道某一斷面位置的相對弗勞德數為與其斷面位置相對應的光滑溢洪道弗勞德數與臺階式溢洪道同一斷面弗勞德數之差；臺階式溢洪道某一斷面位置的相對消能率為該斷面的總消能率與相對應

的光滑溢洪道同一斷面消能率之差。

圖 2 為臺階式溢洪道及對應的光滑溢洪道體型示意圖。圖 2 中臺階式溢洪道 1"-1"斷面和與之對應的光滑溢洪道 1-1 斷面互為對應斷面，臺階式溢洪道 1"-1"斷面的水深  $h_{1''}$ 和與之對應的光滑溢洪道 1-1 斷面水深  $h_1$ 互為對應水深，臺階式溢洪道 1"-1"斷面的流速  $v_{1''}$ 和與之對應的光滑溢洪道 1-1 斷面流速  $v_1$ 互為對應流速，臺階式溢洪道 1"-1"斷面的弗勞德數  $Fr_{1''}$ 和與之對應的光滑溢洪道 1-1 斷面弗勞德數  $Fr_1$ 互為對應弗勞德數，臺階式溢洪道 1"-1"斷面的能量  $E_{1''}$ 和與之對應的光滑溢洪道 1-1 斷面的能量  $E_1$ 互為對應能量，臺階式溢洪道 1"-1"斷面的消能率  $\eta_{1''}$ 和與之對應的光滑溢洪道 1-1 斷面的消能率  $\eta_1$ 互為對應消能率。根據前述相對水力參數的定義，圖 1 中臺階式溢洪道 1-1 斷面的相對流速  $\Delta v$ 、相對弗勞德數  $\Delta Fr$  及相對消能率  $\Delta \eta$ 可以分別寫為：

$$\Delta v = v_1 - v_{1''} \dots\dots\dots (15)$$

$$\Delta Fr = Fr_1 - Fr_{1''} = \frac{v_1}{\sqrt{gh_1}} - \frac{v_{1''}}{\sqrt{gh_{1''}}} \dots\dots\dots (16)$$

$$\Delta \eta = \eta_{1''} - \eta_1 = \frac{E_t - E_{1''}}{E_t} - \frac{E_t - E_1}{E_t} = \frac{E_1 - E_{1''}}{E_t} \dots\dots\dots (17)$$

其中

$$E_t = H_w + h_0 + \frac{v_0^2}{2g} \dots\dots\dots (18)$$

$$E_1 = H_1 + h_1 \cos \theta + \frac{\alpha v_1^2}{2g} \dots\dots\dots (19)$$

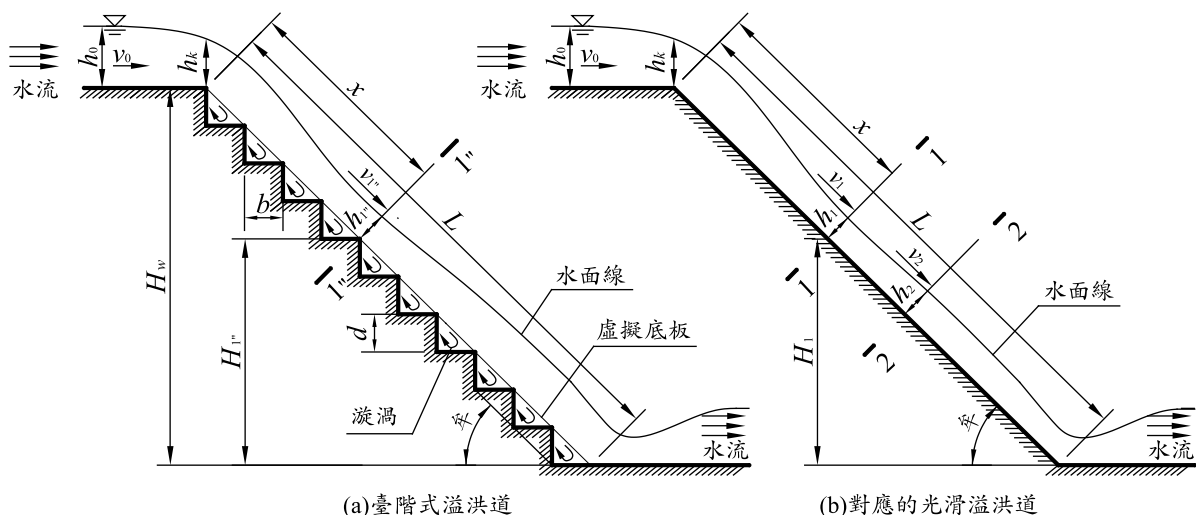


圖 2 臺階式溢洪道及相對應的光滑溢洪道示意圖

$$E_{1n} = H_{1n} + h_{1n} \cos \theta + \frac{\alpha v_{1n}^2}{2g} \dots\dots\dots (20)$$

式中： $H_w$  為堰頂距離基準面的高度，m； $h_0$  為堰頂水深，m； $v_0$  為堰頂來流平均速度，m/s； $H_{1n}$  為臺階式溢洪道某一斷面距離基準面的高度， $H_{1n}=H_1$ ，m； $\alpha$  為能量係數。

為了確定流速分佈的非均勻性對計算水頭及動量的影響，可採用式(21)計算能量係數<sup>[7]</sup>：

$$\alpha = \frac{\int v^3 dA}{V^3 A} \approx \frac{\sum v^3 \Delta A}{V^3 A} \dots\dots\dots (21)$$

式中： $v$  為流速分佈圖中增量區域( $\Delta A$ )所對應的流速，m/s； $V$  為平均流速，m/s； $A$  為面積，m<sup>2</sup>。對於在寬度方向上均勻的流動，可將其視為二維流動，則可以用水深代替面積  $A$ 。

有關研究<sup>[10,12]</sup> 表明，臺階式溢洪道上的能量系數沿程變化特徵是在自由表面摻氣點之前沿程增大並在摻氣點處達到最大值，初始摻氣點之後迅速降低並趨於某一定值。

Meireles 等<sup>[12]</sup>通過對坡度為 53° 的臺階式溢洪道滑流水流的非摻氣段進行研究，認為能量係數幾乎與相對臨界水深  $h_k/d$  無關，提出了較陡坡度( $45^\circ < \theta < 53^\circ$ ) 下自由表面摻氣點上游能量系數的計算公式：

$$\alpha = 1.0 + 0.19 \left( \frac{x}{L_i} \right)^{1.28} \dots\dots\dots (22)$$

Hunt 等<sup>[10]</sup>通過對 14°、18.4° 和 26.6° 三種坡度臺階式溢洪道的能量係數進行詳細研究，認為能量係數和臺階高度與臨界水深之比  $d/h_k$ 、溢洪道坡度  $\theta$  及無量綱位置  $x/L_i$  有關。他們提出的臺階式溢洪道上自由表面摻氣點上游及下游的能量系數計算公式分別為：

$$\alpha = 1.0 + \left[ 1.025 \left( \frac{d}{h_k} \right)^{-0.128 \sin \theta} - 1.0 \right] \left( \frac{x}{L_i} \right)^{0.632} \dots\dots\dots (23)$$

適用於  $0.1 \leq x/L_i \leq 1.0$ ， $0.10 \leq d/h_k \leq 1.1$  及  $10^\circ \leq \theta \leq 30^\circ$  的情況。

$$\alpha = 1.0 + \left[ 1.025 \left( \frac{d}{h_k} \right)^{-0.128 \sin \theta} - 1.0 \right] \left[ \left( \frac{x}{L_i} + 0.718 \right)^{-2.37} + 0.723 \right] \dots\dots\dots (24)$$

適用於  $x/L_i > 1.0$ ， $0.10 \leq d/h_k \leq 1.1$  及  $10^\circ \leq \theta \leq 30^\circ$  的情況。

$L_i$  是臺階式溢洪道自由表面摻氣點的位置，採用 Chanson<sup>[5]</sup>提出的公式進行計算：

$$\frac{L_i}{k_s} = 9.719 \times (\sin \theta)^{0.0796} \times F_*^{0.713} \dots\dots\dots (25)$$

式中： $k_s$  為表面粗糙度， $k_s = d \cos \theta$ (m)； $F_*$  為粗糙弗勞德數， $F_* = q / \sqrt{g(\sin \theta) k_s^3}$ 。

通過對 Hunt 等<sup>[10]</sup>的研究結果進行分析，發現 18.4° 和 26.6° 兩種坡度下臺階式溢洪道的沿程能量係數差別很小。由於在模型試驗中未測量沿程流速的斷面分佈，因此本研究選取式(23)、(24)近似計算不同相對臨界水深下臺階式溢洪道的沿程能量係數，計算準確度相比將不同相對臨界水深下的沿程能量係數均取為一個定值有較大的提高。依據《溢洪道設計規範》<sup>[35]</sup>，光滑溢洪道的能量係數在不同斷面處均取為 1.05。

臺階式溢洪道的水深採用直尺多次測量取平均值，斷面平均流速採用實測單寬流量除以斷面平均水深求得，進一步計算可得臺階式溢洪道斷面弗勞德數及消能率。

光滑溢洪道水深採用能量方程，根據分段求和法計算，光滑溢洪道流速、弗勞德數及消能率的計算同上臺階式溢洪道。採用分段求和法計算光滑溢洪道水深的方法具體如下<sup>[35]</sup>：

$$\Delta l_{1-2} = \frac{\left( h_2 \cos \theta + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} \right) - \left( h_1 \cos \theta + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} \right)}{i - \bar{J}} \dots\dots\dots (26)$$

$$\bar{J} = \frac{n^2 \bar{v}^{-2}}{R^{4/3}} \dots\dots\dots (27)$$

$$\bar{v} = (v_1 + v_2) / 2 \dots\dots\dots (28)$$

$$\bar{R} = (R_1 + R_2) / 2 \dots\dots\dots (29)$$

式中： $\Delta l_{1-2}$  為分段長度，m； $h_1$ 、 $h_2$  分別為分段始末斷面水深，即圖 1 中光滑溢洪道 1-1 斷面和 2-2 斷面的水深，m； $v_1$ 、 $v_2$  分別為分段始末斷面平均流速，即圖 1 中光滑溢洪道 1-1 斷面和 2-2 斷面的平均流速，m/s； $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$  為流速分佈不均勻係數，取 1.05； $\theta$  為溢洪道坡度，(°)； $i = \sin \theta$ ； $\bar{J}$  為分段內平均摩阻坡降； $n$  為溢洪道糙率係數，取為 0.014； $\bar{v}$  為分段平均流速，m/s； $\bar{R}$  為分段平均水力半徑，m。

## 四、臺階式溢洪道水力參數關係

### 4.1 臺階式溢洪道常規水力參數的關係

對斯木塔斯水電站及文獻<sup>[21]</sup>中的模型試驗專案在不同工況下的非均勻流段沿程階頂過流斷面平均流速、弗勞德數及消能率進行計算，分別分析無因次流速與消能率、弗勞德數與消能率、無因次流速與弗勞德數的關係，並分析跌落數對常規水力參數間關係的影響。

#### 4.1.1 無因次流速與消能率的關係

臺階式溢洪道沿程無因次流速與消能率的關係如圖 3 所示。圖 3(a)以斯木塔斯水電站模型試驗資料為依據，分析無因次流速與消能率的關係及跌落數對其的影響。圖 3(b)以文獻<sup>[21]</sup>中的資料為依據，分析無因次流速與消能率的關係及跌落數對其的影響。

由圖 3 可以得出，臺階式溢洪道的斷面平均無因次流速沿程呈現先增大後減小的趨勢，消能率沿程逐漸增大；同一斷面的平均無因次流速隨跌落數的變化較為複雜，未能總結出明顯規律；不同跌落數下沿程斷面平均無因次流速與消能率之間呈現複雜的曲線變化規律，不便分析應用。

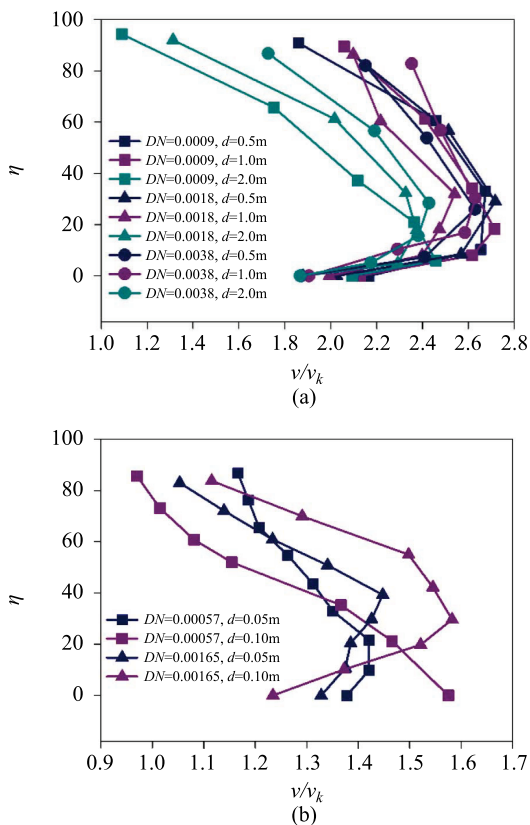


圖 3 無因次流速與消能率的關係

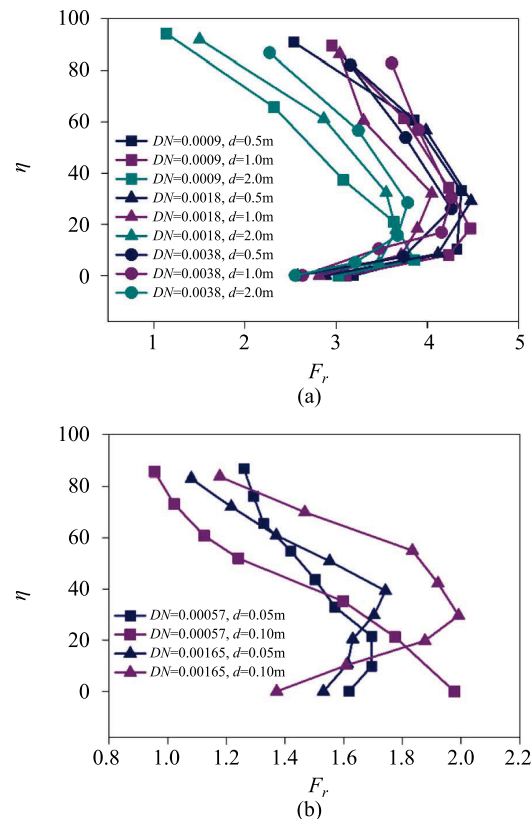


圖 4 弗勞德數與消能率的關係

#### 4.1.2 弗勞德數與消能率的關係

臺階式溢洪道沿程弗勞德數與消能率的關係如圖 4 所示。圖 4 分析所選用的試驗資料與圖 3 完全相同。

臺階式溢洪道斷面弗勞德數的大小受斷面水深及斷面平均流速的影響。在非均勻流段，由於受水流摻氣的影響，臺階式溢洪道的水深沿程呈先減小後增加的趨勢，而平均流速沿程呈先增大後減小的趨勢。由圖 4 可以得出，在斷面水深及斷面平均流速的雙重影響下，臺階式溢洪道的斷面弗勞德數沿程呈現先增大後減小的趨勢；同一斷面的弗勞德數隨跌落數的變化較為複雜，未能總結出明顯規律；不同跌落數下沿程弗勞德數與消能率之間呈現複雜的曲線變化規律，不便分析應用。

#### 4.1.3 無因次流速與弗勞德數的關係

臺階式溢洪道沿程無因次流速與弗勞德數的關係如圖 5 所示。圖 5 分析所選用的試驗資料與圖 3 完全相同。

由圖 5 可以得出，在不同的跌落數及臺階高度下，斯木塔斯水電站及金瑾論文<sup>[21]</sup>之模型試驗中，臺階式溢洪道沿程斷面平均無因次流速與弗勞德數之間均呈較強的線性相關關係，回歸方程式分別為：

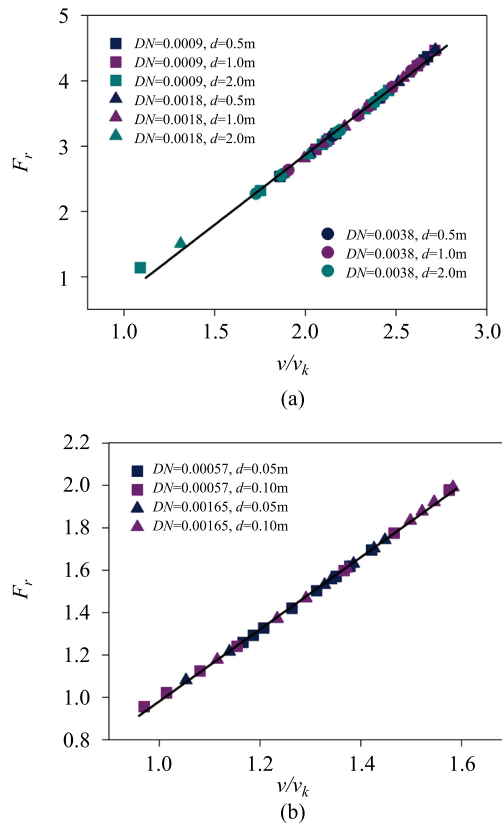


圖 5 無因次流速與弗勞德數的關係

$$F_r = 2.1435 \frac{v}{v_k} - 1.4183 \quad (R^2 = 0.9957) \quad \text{.....(30)}$$

$$F_r = 1.7005 \frac{v}{v_k} - 0.7196 \quad (R^2 = 0.9988) \quad \text{.....(31)}$$

## 4.2 臺階式溢洪道相對水力參數的關係

對斯木塔斯水電站及文獻<sup>[21]</sup>中的模型試驗專案在不同工况下的非均勻流段沿程階頂過流斷面相對無因次流速、相對弗勞德數及相對消能率進行計算，分別分析相對無因次流速與相對消能率、相對弗勞德數與相對消能率、相對無因次流速與相對弗勞德數的關係，並分析跌落數對相對水力參數間關係的影響。臺階式溢洪道相對水力參數之間關係分析所選用的試驗資料與前述常規水力參數之間關係分析所選用的試驗資料完全相同。

### 4.2.1 相對無因次流速與相對消能率的關係

臺階式溢洪道沿程相對無因次流速與相對消能率的關係如圖 6 所示。由圖 6(a)-(d)可以得出，斯木塔斯水電站及金瑾論文<sup>[21]</sup>之模型試驗中，臺階式溢洪道的

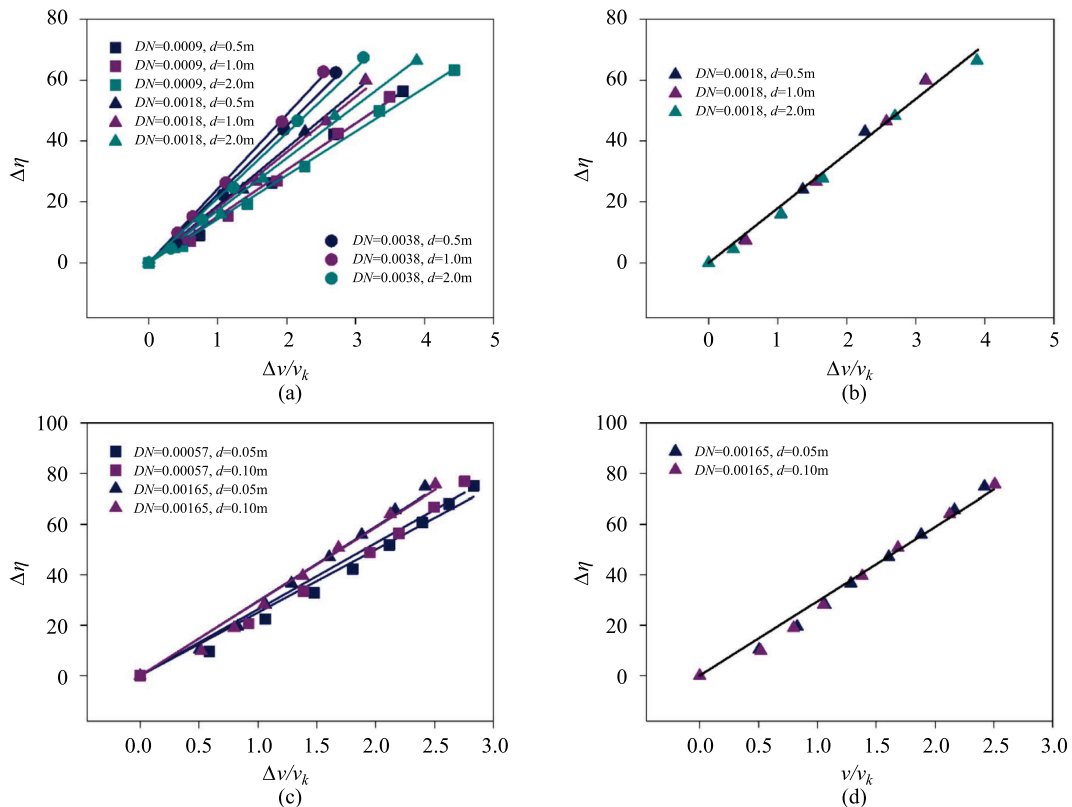


圖 6 相對無因次流速與相對消能率的關係

斷面相對無因次流速及相對消能率均沿程增大，同一斷面的相對無因次流速隨跌落數的增大而減小，同一斷面的相對消能率整體上隨跌落數的增大而增大。不同跌落數及臺階高度下，兩個不同的模型試驗專案中，臺階式溢洪道沿程斷面相對無因次流速與相對消能率之間均呈較強的線性相關關係且直線通過原點，相關係數平均值為 0.9974，最小值為 0.9925，最大值為 0.9996。

隨著跌落數(單寬流量)的增加，直線斜率增大，跌落數對斷面相對無因次流速與相對消能率之間關係的影響較為明顯(圖 6a, 6c)。具體地，對斯木塔斯水電站模型試驗，當跌落數由 0.0009 增大至 0.0038，臺階高度為 0.5m、1.0m 和 2.0m 三種情況下，臺階式溢洪道沿程相對無因次流速與相對消能率之間線性相關關係的斜率分別增大了 47.29 %、59.46 %和 55.11 %；對金瑾論文<sup>[21]</sup>之模型試驗，當跌落數由 0.00057 增大至 0.00165，臺階高度為 0.05m 和 0.10m 兩種情況下，臺階式溢洪道沿程相對無因次流速與相對消能率之間線性相關關係的斜率分別增大了 21.30 %和 11.71 %。

當跌落數一定時，隨著臺階高度的增加，直線斜率幾乎不變，臺階高度對斷面相對無因次流速與相對消

能率之間關係幾乎沒有影響(圖 6b, 6d)。

綜上，可以認為臺階式溢洪道沿程相對無因次流速與相對消能率線性相關關係的斜率只受跌落數影響，其回歸方程式為：

$$\Delta\eta = k_1 \frac{\Delta v}{v_k} \dots\dots\dots(32)$$

對斯木塔斯水電站模型試驗( $\theta=38.7^\circ$ )，斜率與跌落數的關係可用下式表示：

$$k_1 = 2672.8DN + 12.591 \quad (R^2 = 0.9850) \dots\dots\dots(33)$$

對金瑾論文<sup>[21]</sup>之模型試驗( $\theta=51.3^\circ$ )，斜率與跌落數的關係可用下式表示：

$$k_1 = 2672.8DN + 12.591 \quad (R^2 = 1.0) \dots\dots\dots(34)$$

#### 4.2.2 相對弗勞德數與相對消能率的關係

臺階式溢洪道沿程相對弗勞德數與相對消能率的關係如圖 7 所示。由圖 7(a)-(d)可以得出，斯木塔斯水電站及金瑾論文<sup>[21]</sup>之模型試驗中，臺階式溢洪道的斷面相對弗勞德數沿程增大，同一斷面的相對弗勞德數

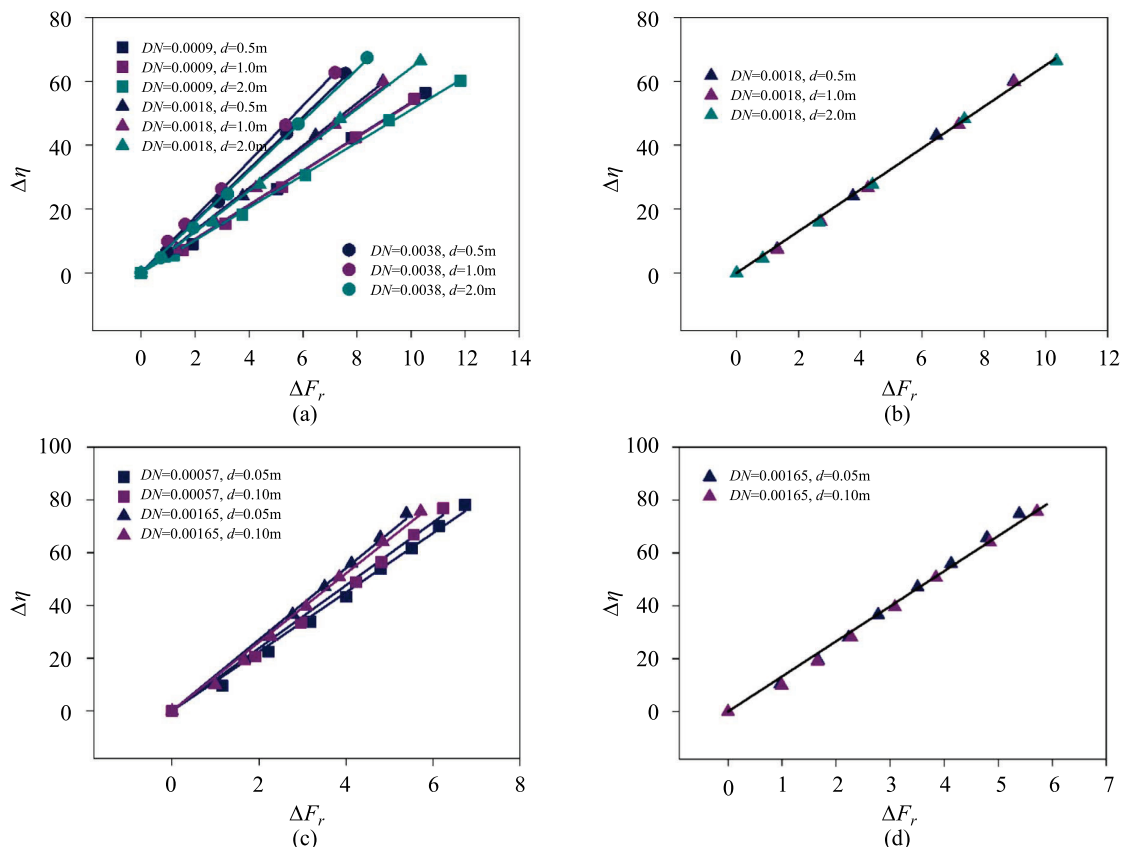


圖 7 相對弗勞德數與相對消能率的關係

隨跌落數的增大而減小。不同跌落數及臺階高度下，兩個不同的模型試驗專案中，臺階式溢洪道沿程斷面相對弗勞德數與相對消能率之間均呈較強的線性相關關係且直線通過原點，相關係數平均值為 0.9991，最小值為 0.9975，最大值為 0.9997。

隨著跌落數(單寬流量)的增加，直線斜率增大，跌落數對斷面相對弗勞德數與相對消能率之間關係的影響較為明顯(圖 7a, 7c)。具體地，對斯木塔斯水電站模型試驗，當跌落數由 0.0009 增大至 0.0038，臺階高度為 0.5 m、1.0 m 和 2.0 m 三種情況下，臺階式溢洪道沿程相對弗勞德數與相對消能率之間線性相關關係的斜率分別增大了 52.50 %、64.33 % 和 54.05 %；對金瑾論文<sup>[21]</sup>之模型試驗，當跌落數由 0.00057 增大至 0.00165，臺階高度為 0.05 m 和 0.10 m 兩種情況下，臺階式溢洪道沿程相對弗勞德數與相對消能率之間線性相關關係的斜率分別增大了 27.07 % 和 9.50 %。

當跌落數一定時，隨著臺階高度的增加，直線斜率幾乎不變，臺階高度對斷面相對弗勞德數與相對消能率之間關係幾乎沒有影響(圖 7b, 7d)。

綜上，可以認為臺階式溢洪道沿程相對弗勞德數與相對消能率線性相關關係的斜率只受跌落數影響，其回歸方程式為：

$$\Delta\eta = k_2\Delta F_r \dots\dots\dots (35)$$

對斯木塔斯水電站模型試驗( $\theta=38.7^\circ$ )，斜率與跌落數的關係可用下式表示：

$$k_2 = 1012.7DN + 4.4789 \quad (R^2 = 0.9842) \dots\dots (36)$$

對金瑾論文<sup>[21]</sup>之模型試驗( $\theta=51.3^\circ$ )，斜率與跌落數的關係可用下式表示：

$$k_2 = 1960.2DN + 10.063 \quad (R^2 = 1.0) \dots\dots\dots (37)$$

#### 4.2.3 相對無因次流速與相對弗勞德數關係研究

臺階式溢洪道沿程相對無因次流速與相對弗勞德數的關係如圖 8 所示。由圖 8 可以得出，在不同的跌落數及臺階高度下，斯木塔斯水電站及金瑾論文<sup>[21]</sup>之模型試驗中，臺階式溢洪道沿程斷面相對無因次流速與相對弗勞德數之間均呈較強的線性相關關係且直線通過原點，線性相關係數分別為 0.9988 和 0.9965，回歸方程式分別為：

$$\Delta F_r = 2.7678 \frac{\Delta v}{v_k} \quad (R^2 = 0.9988) \dots\dots\dots (38)$$

$$\Delta F_r = 2.2424 \frac{\Delta v}{v_k} \quad (R^2 = 0.9965) \dots\dots\dots (39)$$

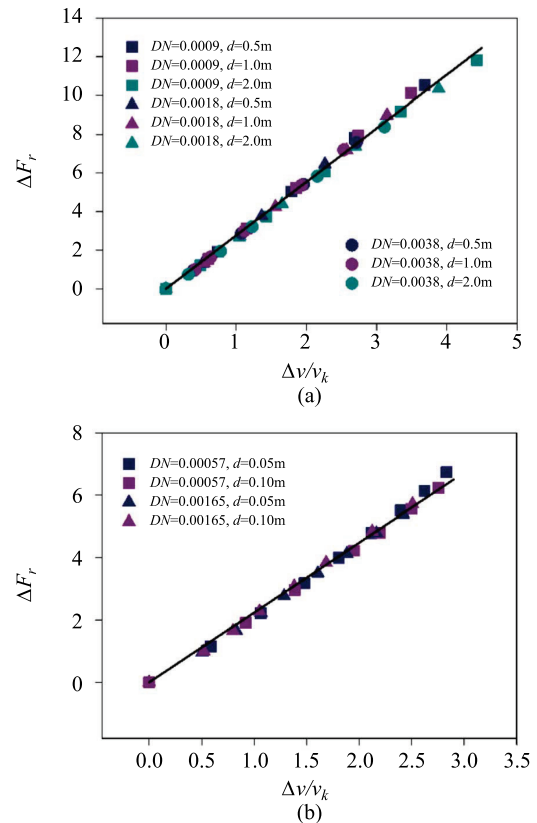


圖 8 相對流速與相對弗勞德數的關係

## 五、結論

通過三個模型試驗專案，分析了臺階式溢洪道常規水力參數之間的關係及跌落數對常規水力參數間關係的影響。結果表明，臺階式溢洪道斷面平均無因次流速與消能率、弗勞德數與消能率之間均為複雜的曲線關係，跌落數對兩者之間關係的影響亦較為複雜，不便分析；無因次流速與弗勞德數之間為不過原點的線性相關關係。總體上來講，臺階式溢洪道常規水力參數之間關係複雜，規律性不強，不便分析應用。

通過將臺階式溢洪道與光滑溢洪道進行對比，引入臺階式溢洪道相對水力參數，分析了臺階式溢洪道相對水力參數之間的關係及跌落數對相對水力參數間關係的影響。結果表明，臺階式溢洪道斷面相對無因次流速與相對消能率、相對弗勞德數與相對消能率、相對無因次流速與相對弗勞德數之間均表現出較強的線性相關關係，不同跌落數下線性相關係數的平均值分別為 0.9974、0.9991 和 0.9976。相對無因次流速與相對消能率、相對弗勞德數與相對消能率之間線性關係的直線斜率均隨跌落數的增大而增大。當跌落數一定時，相對無因次流速與相對消能率、相對弗勞德數與相對

消能率之間線性關係的直線斜率隨臺階高度的變化很小，可以認為不受臺階高度的影響。此外，從定量分析的角度給出了臺階式溢洪道相對水力參數間線性相關關係的回歸方程式。通過本文臺階式溢洪道相對水力參數的定量分析結果，並結合光滑溢洪道成熟的水力計算理論，可推算臺階式溢洪道上各斷面的水力參數值，為臺階式溢洪道復雜水力特性計算提供新方法。

鑒於臺階式溢洪道相對水力參數之間較強的線性相關關係及光滑溢洪道水力計算理論的成熟性，有必要引入臺階式溢洪道相對水力參數，這對於認識、分析和應用臺階式溢洪道有著重要的現實意義。

## 參考文獻

1. Boes R. M. and Hager W. H., "Hydraulic Design of Stepped Spillways," *Journal of Hydraulic Engineering*, 129(9), 671-679, 2003.
2. Boes R. M. and Hager W. H., "Two-phase Flow Characteristics of Stepped Spillways," *Journal of Hydraulic Engineering*, 129(9), 661-670, 2003.
3. Chamani M. R. and Rajaratnam N., "Onset of Skimming Flow on Stepped Spillways," *Journal of Hydraulic Engineering*, 125(9), 969-971, 1999.
4. Chanson H., "Comparison of Energy Dissipation Between Nappe and Skimming Flow Regimes on Stepped Chutes," *Journal of Hydraulic Research*, 32(2), 213-218, 1994.
5. Chanson H., "Hydraulics of Skimming Flows Over Stepped Channels and Spillways," *Journal of Hydraulic Research*, 32(3), 445-460, 1994.
6. Chinnarasri C. and Wongwises S., "Flow Patterns and Energy Dissipation Over Various Stepped Chutes," *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 132(1), 70-76, 2006.
7. Chow V. T., *Open-channel Hydraulics*, Boston, Mass.: McGraw-Hill, 1959.
8. Felder S. and Chanson H., "Energy Dissipation Down a Stepped Spillway with Nonuniform Step Heights," *Journal of Hydraulic Engineering*, 137(11), 1543-1548, 2011.
9. Guenther P., Felder S. and Chanson H., "Flow Aeration, Cavity Processes and Energy Dissipation on Flat and Pooled Stepped Spillways for Embankments," *Environmental Fluid Mechanics*, 2013, 13(5):503-525.
10. Hunt S. L., Kadavy K. C., Hanson G. J., "Simplistic Design Methods for Moderate-Sloped Stepped Chutes," *Journal of Hydraulic Engineering*, 140(12), 04014062, 2014.
11. Matos J., "Skimming Flow in the Nonaerated Region of Stepped Spillways Over Embankment Dams," *Journal of Hydraulic Engineering*, 135(8), 685-689, 2009.
12. Meireles I., Renna F., Matos J., et al, "Skimming, Nonaerated Flow on Stepped Spillways Over Roller Compacted Concrete Dams," *Journal of Hydraulic Engineering*, 138(10), 870-877, 2012.
13. Ohtsu I., Yasuda Y. and Takahashi M., "Flow Characteristics of Skimming Flows in Stepped Channels," *Journal of Hydraulic Engineering*, 130(9), 860-869, 2004.
14. Shahheydari H., Nodoshan E. J., Barati R., et al, "Discharge Coefficient and Energy Dissipation Over Stepped Spillway Under Skimming Flow Regime," *KSCE Journal of Civil Engineering*, 19(4), 1174-1182, 2015.
15. Sorensen R. M., "Stepped Spillway Hydraulic Model Investigation," *Journal of Hydraulic Engineering*, 111(12), 1461-1472, 1985.
16. Takahashi M. and Ohtsu I., "Aerated Flow Characteristics of Skimming Flow Over Stepped Chutes," *Journal of Hydraulic Research*, 50(4), 427-434, 2012.
17. Yasuda Y. and Ohtsu I., "Flow Characteristics of Skimming Flow in Stepped Channels," *Journal of Hydraulic Engineering*, 125(4), 361-368, 1999.
18. 陳群、戴光清、劉浩吾：「階梯溢流壩面流場的紊流數值類比」，天津大學學報，第 1 期，pp. 23-27，2002。
19. 陳群、戴光清、朱分清、等：「影響階梯溢流壩消能率的因素」，水力發電學報，第 4 期，pp. 95-104，2003。
20. 江鋒、苗隆德、王飛虎、等：「低佛氏數 T 型墩消力池設計及消能研究」，水利學報，第 S1 期，pp. 134-139，1998。
21. 金瑾：「臺階式溢洪道水力特性的數值類比」，西安：西安理工大學，2009。
22. 金瑾、張志昌、尹芳芳：「臺階式溢洪道水力特性的數值類比」，中國水運，第 9 卷第 5 期，pp. 146-148，2009。
23. 劉士和：高速水流，科學出版社，2005。
24. 劉志明、王德信：水工設計手冊。第 1 卷，基礎理論，中國水利水電出版社，2011。
25. 田嘉寧、大津巖夫、李建中、等：「臺階式溢洪道各流況的消能特性」，水利學報，第 4 期，pp. 35-39，2003。
26. 田嘉寧：「臺階式泄水建築物水力特性試驗研究」，西安：西安理工大學，2005。

27. 吳持恭：水力學，高等教育出版社，2008。
  28. 吳憲生：「臺階溢流壩下的流速探討」，水力發電學報，第 2 期，pp. 73-78，2001。
  29. 伍平、王波、陳雲良、等：「階梯溢洪道不同坡比消能研究」，四川大學學報(工程科學版)，第 44 卷第 5 期，pp. 24-29，2012。
  30. 於沅、陳祖煜、楊小川、等：「淤地壩柔性溢洪道洩流模型試驗研究」，水利學報，第 50 卷第 5 期，pp. 612-620，2019。
  31. 張峰、劉韓生、張為法：「臺階式溢洪道滑行水流消能特性研究」，長江科學院院報，第 31 卷第 6 期，pp. 37-40，2014。
  32. 張峰、劉韓生：「臺階式溢洪道消能特性的研究」，水利與建築工程學報，第 10 卷第 4 期，pp. 11-13，2012。
  33. 張清可、宋傳琳：「低弗氏數水躍下遊水流紊動特性的試驗研究」，水利學報，第 5 期，pp. 1-8，1986。
  34. 張志昌、曾東洋、劉亞菲：「臺階式溢洪道滑行水流水面線和消能效果的試驗研究」，應用力學學報，第 1 期，pp. 30-35，2005。
  35. 中華人民共和國水利部，SL 253-2018「溢洪道設計規範」，北京：中國水利水電出版社，2018。
  36. 周玉香、翟召華、季新民、等：「低 Fr 數消能規律研究」，山東大學學報(工學版)，第 4 期，pp. 80-84，2005。
- 收稿日期：民國 109 年 04 月 30 日**  
**修正日期：民國 109 年 10 月 15 日**  
**接受日期：民國 109 年 11 月 02 日**