

# 亞熱帶溫室萵苣栽培生長模式靈敏度分析

## Sensitivity Analysis of Growth mode of Lettuce in Subtropical Greenhouse

臺南區農業改良場  
作物環境課農業機械研究室  
助理研究員

**楊 清 富\***

**Ching-Fu Yang**

國立中興大學  
生物產業機電工程學系  
教授

**林 聖 泉**

**Tshen-Chan Lin**

### 摘 要

臺灣地處亞熱帶，高溫及潮濕的氣候影響作物的生長與產量。為了改善不利的環境條件，溫室常利用通風、蒸發冷卻和遮蔭等方法營造更適合作物生長的微氣候。近年來有許多國外溫室環境控制系統被引進台灣，由於這些系統所應用的地區與台灣的氣候環境有極大差異，致使在台灣無法發揮其預期的功效，因此針對本地氣候條件之環控系統的研究更顯迫切且必要。利用數學模型以各種氣候條件對溫室環境進行模擬，進而找到最佳的溫室環境控制方案已成為研究的趨勢。然而在模型參數中到底哪些參數對系統影響較大，需要更嚴謹的評估及探討，透過靈敏度分析可顯示輸入變數、初始條件和模型參數對性能指標的影響，進而深入了解模型的結構和行為。本研究利用亞熱帶氣候條件，以半結球萵苣為試驗作物，建立一個包含植株乾物重、CO<sub>2</sub>濃度、溫度及濕度等狀態的動態模型，並對模型參數進行靈敏度分析。結果顯示萵苣栽培之溫室環境控制應著重在長期平均微氣候而非暫態響應速率的控制，太陽輻射和 CO<sub>2</sub>濃度有較大的相對靈敏度，顯示這些外部氣候因子測量的準確性對模型影響較大；外界溫度具有負值相對靈敏度，此結果揭示高溫為葉菜生產的限制條件。靈敏度分析不但能夠凸顯模型的重要參數，並能提供系統的潛在特性，對模型的分析評估不失為一項有力的工具。

**關鍵詞：**亞熱帶，溫室，狀態方程式，靈敏度分析，相對靈敏度。

### ABSTRACT

Taiwan is located in the subtropical zone, and the high temperature as well as humid

\*通訊作者，臺南區農業改良場作物環境課農業機械研究室助理研究員，71246 臺南市新化區牧 70 號，cfyang@mail.tndais.gov.tw

climate affect the growth and yield of crops. In order to improve adversely environmental conditions, greenhouses often use ventilation, evaporative cooling and shading to create a microclimate that is more suitable for crop growth. In recent years, many foreign greenhouse environmental control systems have been introduced to Taiwan. However, due to the different climate conditions, these systems are unable to perform their expected functions in Taiwan. Therefore, research on environmental control systems for local climatic conditions is more urgent and necessary. The use of mathematical models to simulate the greenhouse environment in various climatic conditions and to find the best greenhouse environmental control program has become a trend. However, in the model parameters, which parameters have a greater impact on the system, more rigorous evaluation and discussion are needed. Through the sensitivity analysis, the model can be understood with the influence of input variables, initial conditions and model parameters on state variables. Furthermore, the structure and behavior of the model can be well-established. Based on subtropical climate conditions, this study established a dynamic model containing the dry matter weight, CO<sub>2</sub> concentration, temperature and humidity. The sensitivity of the model parameters is calculated to analyze its impact on the system. The results show that greenhouse environmental control for lettuce should focus on long-term average climatic conditions rather than transient response rates, and the larger performance sensitivities and the more accurate model. Solar radiation and CO<sub>2</sub> concentrations have large relative sensitivities; the large performance sensitivities imply the importance of accurate measurements of these external climatic conditions for model calculations. The external temperature has a negative relative sensitivity. This result reveals that high temperature is a limiting condition for leafy vegetables production. Sensitivity analysis not only highlights the important parameters of the model, but also provides the potential characteristics of the system, which is a powerful tool for the analysis and evaluation of the model.

**Keywords:** Subtropical, Greenhouse, State equation, Sensitivity analysis, Relative sensitivity.

## 一、緒 論

半結球萵苣(*Lettuce sativa Linn.*)又稱義大利生菜，生長適溫為 15~30°C，台灣平地全年可栽培。從生產規模的角度來看，半結球萵苣不算大宗蔬菜，但其生長勢強、病蟲害少、品質佳且容易栽培。就食用性而言，葉質柔嫩甜脆，無論作為生食、炒食或火鍋食材均十分適合且物美價廉，深受大眾喜愛，已成為重要的葉用蔬菜之一。雖然一般均以露天栽培為主，但本研究為降低氣

候因素的影響，乃配合環境控制系統在溫室內進行栽培。溫室環境控制提供作物更有利的生長條件，因此能提高產量及品質，但溫室採取氣候控制，如降溫、加溫、濕度控制等，都將耗費能源導致生產成本提高。這說明應用氣候調節的手段應權衡能源成本與經濟收益，才能使環境控制的投資真正提升經濟效益。為計算半結球萵苣在歷經整個生長期的經濟收益。本文採用性能指標(performance index)作為評估依據，其所代表的意義指採收產品販售後的收入減去整個生產期中

環境調節設備所耗費的能源支出。在本研究中，主要的環境調節設備包括：機械通風、水牆及遮光。靈敏度分析(Sensitivity analysis)經常被用來研究原始參數準確性的影響，或發生變動時的穩定性。因此可用以顯示輸入變數、初始條件和模型參數對狀態變數的影響，進而深入了解複雜模型的結構和行為。本研究目標是要配合溫室之微氣候資料，透過靈敏度分析找出模型中各個參數之性能指標的相對靈敏度，並分析其對系統的影響。

## 二、材料與方法

本研究之試驗溫室為臺南區農業改良場 CB3 溫室，座向大致呈南北方向，面積約 154 m<sup>2</sup>。溫室的被覆材料為單層玻璃(5 mm)，簷高 3.5 m。配備兩具 54 吋負壓風扇，每具通風容量為 550 CMM，另一側安裝水牆。溫室上方配置可移動之外遮光網(50%)。溫室屋頂的正上方安裝日照計及溫、濕度感測器。溫室內部，溫、濕度感測器安裝在植冠上方約 30 cm 處。並使用環境控制系統對溫室進行控制。栽培試驗之半結球萵苣為農友種苗公司販售的品種“翠妹”。本實驗將半結球萵苣先在育苗穴盤播種育苗(12-14 天)後，再移植到裝填泥炭土的栽培箱進行培育(栽培密度：31.25 株/m<sup>2</sup>)。本實驗半結球萵苣植株乾物重的測量，係將栽培區分為四區，從移植到採收整個生長期間，每 3-4 天從各區隨機取樣三株(地上部)後利用烤箱以 105°C 之溫度烘乾 24 小時，再以電子天平測量乾物重[13]。半結球萵苣栽培期為 2015 年 9 月 24 日至 2015 年 10 月 30 日。

### 2.1 量測與控制裝置

本研究利用圖控程式的架構，開發圖形化的控制介面，進行溫室環境控制，能調整控制設定並可隨時檢視溫室的環境狀態，同時能記錄控制狀態及歷程。經由感測外界之溫度(°C)、相對濕度(%)、太陽輻射量(Wm<sup>-2</sup>)，及溫室內之溫度、相對濕度，紀錄並建立基本環境資訊。環控模型如圖 1 所示，環境監控軟體使用 LabVIEW 程式進行監控[12]。圖 2 為在試驗期間之太陽輻射量紀

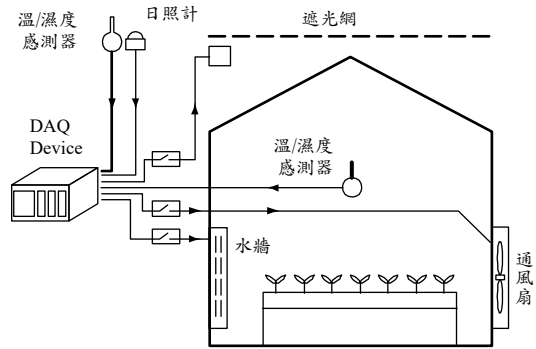


圖 1 溫室環境監控系統

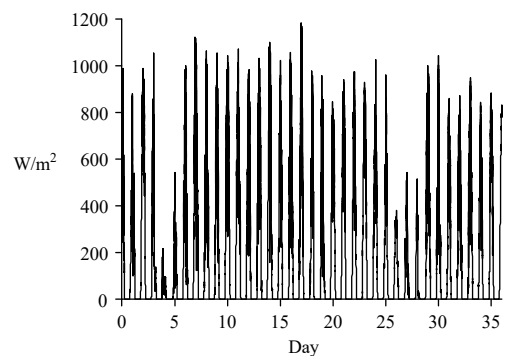


圖 2 太陽輻射

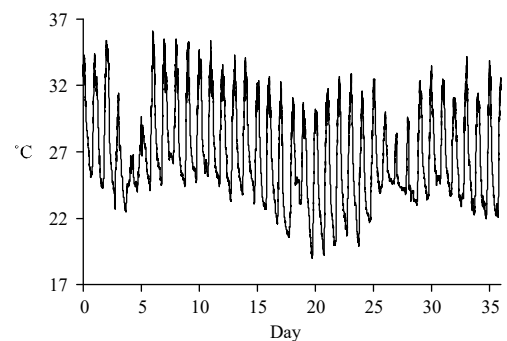


圖 3 溫室外之氣溫

錄值；圖 3 為溫室外之氣溫；圖 4 為溫室外空氣絕對濕；圖 5 為溫室通風作動記錄(1：通風啟動；0：通風關閉)；圖 6 溫室水牆作動記錄(1：水牆啟動；0：水牆關閉)；圖 7 為溫室遮蔭網作動記錄(1：不遮光；0：遮光)。

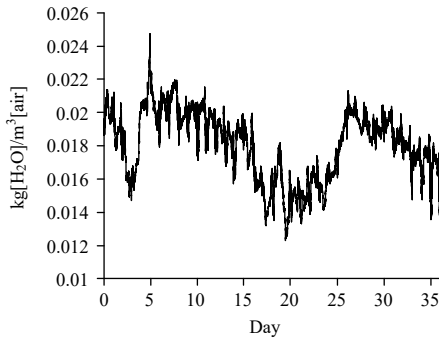


圖 4 溫室外空氣絕對濕度

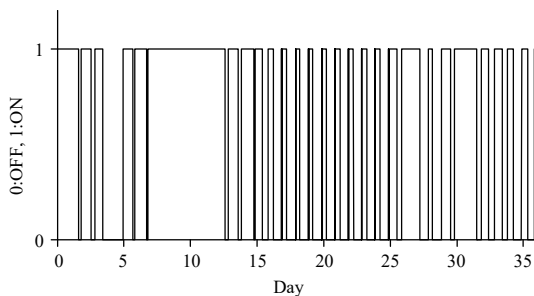


圖 5 溫室通風作動記錄

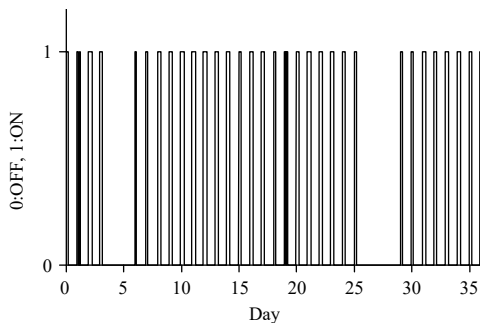


圖 6 溫室水牆作動記錄

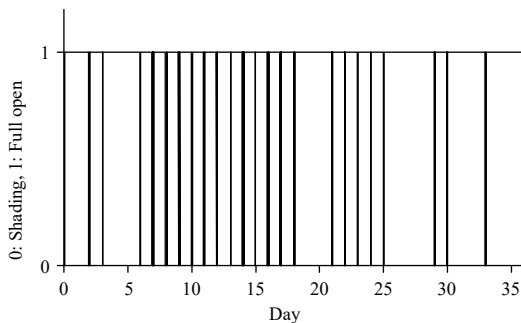


圖 7 溫室遮蔭網作動記錄

## 2.2 試驗模型

本研究作物生長模型之參數主要是參考 Van Henten (1994) 的研究，但為了符合台灣的亞熱帶氣候條件，模型亦做了部分變動。改變的部分包括：刪除 CO<sub>2</sub> 添加及加溫控制、採用強制通風取代自然通風、並增加水牆及遮光網控制。在此研究中萵苣生產過程由具有四個狀態變數  $\mathbf{x} = [x_w \ x_c \ x_t \ x_h]^T$  的動態模型所描述。其中  $x_w$  (kg m<sup>-2</sup>) 是作物的乾物重， $x_c$  (kg m<sup>-3</sup>) 是溫室中的 CO<sub>2</sub> 濃度， $x_t$  (°C) 是溫室空氣的溫度， $x_h$  (kg m<sup>-3</sup>) 是溫室空氣的濕度。控制輸入  $\mathbf{u} = [u_v \ u_p \ u_s]^T$ ，其中  $u_v$  是通風控制， $u_p$  代表水牆控制， $u_s$  代表遮光網控制。外部輸入向量  $\mathbf{d} = [d_c \ d_t \ d_h \ d_s]^T$ ，其中  $d_c$  (kg m<sup>-3</sup>) 代表外界 CO<sub>2</sub> 濃度， $d_t$  (°C) 代表外界溫度， $d_h$  (kg m<sup>-3</sup>) 代表外界濕度， $d_s$  (Wm<sup>-2</sup>) 代表太陽輻射。 $\mathbf{x}_0 = [x_w(t_0) \ x_c(t_0) \ x_t(t_0) \ x_h(t_0)]^T$  代表 4 個狀態變數的初始值。本文所列符號、參數及其數值如表 1 所示，各個狀態的動態方程式說明如下。

$x_w$  狀態方程式為：

$$\frac{dx_w}{dt} = Y_f G_p - R_r x_w 2^{0.1x_t - 2.5} \dots\dots\dots (1)$$

(1) 式描述作物植株乾物質的生成率，為光合作用的生成量減去呼吸的耗損。其中  $Y_f$  為產量因子[9]， $G_p$  (kg m<sup>-2</sup> s<sup>-1</sup>) 為植冠總光合速率， $R_r$  (s<sup>-1</sup>) 為呼吸率[11]。

$x_c$  狀態方程式為：

$$\frac{dx_c}{dt} = \frac{1}{V_c} (-G_p + C_r x_w 2^{0.1x_t - 2.5} - M_c) \dots\dots (2)$$

(2) 式描述溫室內 CO<sub>2</sub> 濃度的變化率，為呼吸作用所產生的 CO<sub>2</sub> 生成量扣除光合作用利用及通風所造成的濃度耗損。其中  $V_c$  (m<sup>3</sup> m<sup>-2</sup>) 是溫室單位容積， $C_r$  (s<sup>-1</sup>) 是呼吸係數[11]， $M_c$  是通過通風口 CO<sub>2</sub> 的質量傳遞 (kg m<sup>-2</sup> s<sup>-1</sup>)。

$x_t$  狀態方程式為：

$$\frac{dx_t}{dt} = \frac{1}{H_c} (-Q_f - Q_v + Q_r) \dots\dots\dots (3)$$

表 1 符號、參數及其值

$C_{cp}$	CO <sub>2</sub> 補償點(5.2×10 <sup>-5</sup> ), kg[CO <sub>2</sub> ] m <sup>3</sup> [air]	$H_c$	溫室空氣有效熱容量(4800), J m <sup>-2</sup> [gh] °C <sup>-1</sup>
$C_{hl}$	太陽輻射造成的熱負載係數(0.5)	$L_{AI}$	有效植冠面積(57.38), m <sup>2</sup> kg <sup>-1</sup>
$C_{ht}$	被覆的總熱傳係數(6.1), W m <sup>-2</sup> [gh]°C <sup>-1</sup>	$L_{ue}$	光利用效率(1.77×10 <sup>-9</sup> ), kg[CO <sub>2</sub> ] J <sup>-1</sup>
$C_p$	水牆電費(4.3×10 <sup>-6</sup> ), NTD s <sup>-1</sup>	$R_r$	呼吸率(2.65×10 <sup>-7</sup> ), s <sup>-1</sup>
$C_{p1}$	植冠光合作用的溫度影響係數(5.11×10 <sup>-6</sup> ), m s <sup>-1</sup> °C <sup>-2</sup>	$t_0$	起始時間(0)
$C_{p2}$	植冠光合作用的溫度影響係數(2.30×10 <sup>-4</sup> ), m s <sup>-1</sup> °C <sup>-1</sup>	$t_f$	最終時間(17280), 3 分鐘為單位
$C_{p3}$	植冠光合作用的溫度影響係數(6.29×10 <sup>-4</sup> ), m s <sup>-1</sup>	$u_v$	通風控制(0 或 1)
$C_R$	氣體常數(8314), J K <sup>-1</sup> kmol <sup>-1</sup>	$u_p$	水牆控制(0 或 1)
$C_r$	呼吸係數(4.87×10 <sup>-7</sup> ), s <sup>-1</sup>	$u_s$	遮蔭控制(0 或 1)
$C_{s1}$	飽和水蒸氣壓力參數(9348), J m <sup>-3</sup>	$V_c$	溫室容積(3.83), m <sup>3</sup> [air] m <sup>2</sup> [gh]
$C_{s2}$	飽和水蒸氣壓力參數(17.4)	$V_{leak}$	溫室空氣洩漏(3.3×10 <sup>-3</sup> ), m <sup>3</sup> [air] m <sup>2</sup> [gh] s <sup>-1</sup>
$C_{s3}$	飽和水蒸氣壓力參數(239), °C	$V_g$	溫室容積(3.83), m <sup>3</sup> [air] m <sup>2</sup> [gh]
$C_{s4}$	飽和水蒸氣壓力參數(10998), J m <sup>-3</sup>	$V_t$	通風率(0.11), m <sup>3</sup> [air] m <sup>2</sup> [gh] s <sup>-1</sup>
$C_v$	通風電費 (8.6×10 <sup>-6</sup> ), NTD s <sup>-1</sup>	$W_e$	離開水牆的空氣絕對濕度, kg[H <sub>2</sub> O] kg <sup>-1</sup> [air]
$C_T$	溫度從攝氏(°C)到凱氏(K; 273.15)轉換參數	$W_o$	外界空氣的絕對濕度, kg[H <sub>2</sub> O] kg <sup>-1</sup> [air]
$C_{vp}$	溫室空氣每單位體積的熱容量(1191), J m <sup>3</sup> [gh] °C <sup>-1</sup>	$x_c$	溫室 CO <sub>2</sub> 濃度, kg[CO <sub>2</sub> ] m <sup>3</sup> [air]
$C_{wv}$	葉片和空氣之間的水蒸氣質傳(???)係數(3.6×10 <sup>-3</sup> ), m s <sup>-1</sup>	$x_h$	溫室空氣濕度, kg[H <sub>2</sub> O] m <sup>3</sup> [air]
$d_c$	外界 CO <sub>2</sub> 濃度, 假定為固定值 400 ppm (7.2×10 <sup>-4</sup> ) kg[CO <sub>2</sub> ] m <sup>3</sup> [air]	$x_t$	溫室空氣溫度, °C
$d_h$	外界濕度, kg[H <sub>2</sub> O] m <sup>3</sup> [air]	$x_w$	萵苣的乾物重, kg[dm] m <sup>2</sup> [gh]
$d_t$	外界氣溫, °C	$x_0$	初始條件[7×10 <sup>-4</sup> ; 7.2×10 <sup>-4</sup> ; 25; 1.18×10 <sup>-2</sup> ]
$d_s$	溫室外太陽輻射, W m <sup>-2</sup>	$Y_f$	產量係數(0.544)

(3) 式描述溫室內溫度的變化率，為太陽輻射的熱負荷扣除水牆移除的能量及通風和材料熱傳遞的能量轉移，並除以空氣的熱容量。其中  $Q_f$  (W m<sup>-2</sup>)是風扇水牆移除的能量， $Q_v$  (W m<sup>-2</sup>)是藉由通風和被覆材料熱傳與室外空氣的總能量交換， $Q_r$  (W m<sup>-2</sup>)是太陽輻射的熱負荷， $H_c$  (J m<sup>-2</sup> °C<sup>-1</sup>)是溫室空氣的熱容量。

$x_h$ 狀態方程式為：

$$\frac{dx_h}{dt} = \frac{1}{V_g}(C_t - M_w + V_w) \dots\dots\dots(4)$$

(4) 式描述溫室內濕度的變化率為，作物的蒸散量及水牆的蒸散量扣除通風所造成的水蒸氣流失量。其中  $C_t$  (kg m<sup>-2</sup> s<sup>-1</sup>)是植冠蒸散量， $M_w$  (kg m<sup>-2</sup> s<sup>-1</sup>)是通過通風扇水蒸氣的傳質， $V_w$  (kg m<sup>-2</sup> s<sup>-1</sup>)是從水牆蒸發的水量， $V_g$  (m<sup>3</sup> m<sup>-2</sup>)是溫室單位容積。

總光合作用速率為：

$$G_p = (1 - e^{-L_{AI}x_w}) \frac{L_{ue}d_s(-C_{p1}x_t^2 + C_{p2}x_t - C_{p3})(x_c - C_{cp})}{L_{ue}d_s + (-C_{p1}x_t^2 + C_{p2}x_t - C_{p3})(x_c - C_{cp})} \dots\dots\dots(5)$$

其中

- $L_{AI}$ ：有效植冠面積[11]；
- $L_{ue}$ ：光利用效率[11]；
- $C_{p1}$ 、 $C_{p2}$ 和 $C_{p3}$ ：溫度對總植冠光合作用影響的係數[11]；
- $C_{cp}$ ：CO<sub>2</sub> 補償點[11]。

通過通風口的 CO<sub>2</sub> 質傳如下：

$$M_c = (u_v V_t + V_{leak})(x_c - d_c) \dots\dots\dots(6)$$

其中

- $u_v$ ：通風控制；
- $V_t$ ：通風率；
- $V_{leak}$ ：溫室的洩漏；
- $d_c$ ：溫室外的 CO<sub>2</sub> 濃度，本研究設定為

$$7.2 \times 10^{-4} \text{ kg m}^{-3} \text{ (400 ppm)}。$$

水牆蒸發除去能量為：

$$Q_f = V_w h_{fg} \dots\dots\dots(7)$$

其中

$V_w$ ：水牆的蒸發量( $\text{kg}[\text{H}_2\text{O}] \text{ m}^{-2}[\text{gh}] \text{ s}^{-1}$ )；  
 $h_{fg}$ ：蒸發潛熱( $\text{J}/\text{kg}[\text{H}_2\text{O}]$ )。

室內環境和室外環境之間由通風和熱傳的能量傳遞為：

$$Q_v = (C_{vp}(u_v V_t + V_{leak}) + C_{ht})(x_t - d_t) \dots\dots\dots(8)$$

其中

$C_{vp}$ ：溫室單位體積的空氣熱容量；  
 $V_{leak}$ ：溫室空氣洩漏；  
 $C_{ht}$ ：通過被覆的總熱傳係數。

太陽輻射進入到溫室的能量為：

$$Q_r = (0.5 + 0.5u_s)C_{hl}d_s \dots\dots\dots(9)$$

其中

$C_{hl}$ ：由太陽輻射引起的熱負荷係數。

植冠蒸散率為：

$$C_t = (1 - e^{-L_{AI}x_w})C_{wv} \left( \left( \frac{C_{s1}}{C_R(x_t + C_T)} \right) e^{\frac{C_{s2}x_t}{x_t + C_{s3}}} - x_h \right) (\text{kg m}^{-2} \text{ s}^{-1}) \dots\dots\dots(10)$$

其中

$C_{wv}$ ：葉面和空氣之間水蒸汽的質傳係數[8]；  
 $C_{s1}$ 、 $C_{s2}$ 和 $C_{s3}$ ：參數化飽和水蒸氣壓[5]；  
 $C_R$ ：氣體常數；  
 $C_T$ 溫度從攝氏( $^{\circ}\text{C}$ )到凱氏(K)的轉換參數。

通風所造成的水蒸氣質傳為：

$$M_w = (u_v V_t + V_{leak})(x_h - d_h)(\text{kg m}^{-2} \text{ s}^{-1}) \dots\dots\dots(11)$$

從水牆的蒸發量為：

$$V_w = u_p(u_v V_t + V_{leak})(W_e - W_o) \dots\dots\dots(12)$$

其中

$W_e$ ：離開水牆空氣的絕對濕度；  
 $W_o$ ：室外空氣的絕對濕度。

蒸發潛熱[1]

$$h_{fg} = 2502535.259 - 2385.76424 \times T \dots\dots\dots(13)$$

其中T為溫度( $^{\circ}\text{C}$ )。

由於模型中的濕度採用絕對濕度進行計算，因此必須將 RH 轉換為絕對濕度，轉換公式[10]如下所示：

$$x_h = \frac{RH}{100} \frac{C_{s4}}{C_R(T_a + C_T)} \exp\left(\frac{C_{s2}T_a}{T_a + C_{s3}}\right) \dots\dots\dots(14)$$

其中

RH：相對濕度(%)；  
 $T_a$ ：為空氣溫度( $^{\circ}\text{C}$ )。

### 2.3 狀態軌跡

狀態解是利用初始邊界條件 $\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0$ 及控制輸入  $\mathbf{u}(t)$ ，對狀態方程(1)-(4)從 $t_0$ 到 $t_f$  積分所得的。圖 8 顯示狀態 $x_w$ 的模擬值和實際測量的乾物重，模擬線圖清楚描繪出由於光合作用及呼吸作用造成生物質量的變動。從線圖變化的趨勢顯示生物質量生成率與太陽輻射和溫度密切相關。第 36 天實測乾物重為  $0.15875 (\text{kg m}^{-2})$ ，而模擬乾物重為  $0.16370 (\text{kg m}^{-2})$ ，總體來說，乾物重的模擬值與實際量測值相當接近。

圖 9 顯示溫室內 $\text{CO}_2$ 濃度的變化情形，圖形中顯示日間由於光合作用植物吸收了空氣中的 $\text{CO}_2$ 導致濃度下降，但因降溫需求進行通風，導致 $\text{CO}_2$ 濃度快速回升到接近背景值。而夜間則由於呼吸作用導致 $\text{CO}_2$ 濃度高於背景值。線圖變化的趨勢亦顯示生長初期呼吸作用較不明顯，但隨著植株成長光合作用及呼吸作用逐漸加劇。

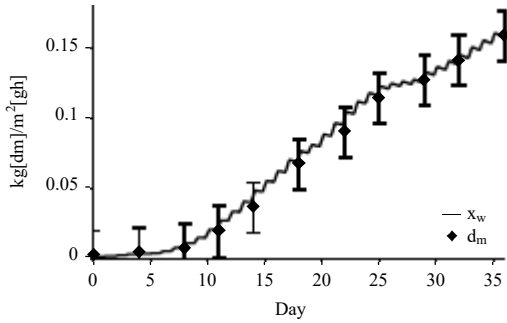


圖 8 半結球萵苣在 36 天栽培期之模擬( $x_w$ )和測量( $d_m$ )之乾物重變化線圖

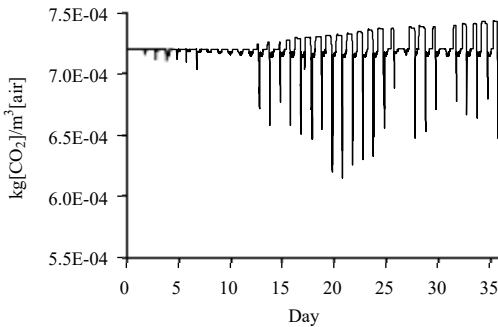


圖 9 溫室內  $CO_2$  濃度( $x_c$ )模擬

圖 10 和圖 11 分別顯示溫室內溫、濕度模擬結果。為了評估模型的準確性，使用相對均方根誤差(RRMSE)對模型性能進行定量評估。Kobayashi 和 Salam(2000)將 RRMSE 定義如下：

$$RRMSE = \frac{100}{\bar{x}_{Data}} \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_{mod,i} - x_{Data,i})^2} \% \quad \dots\dots\dots(15)$$

其中  $n$  是測量次數， $\bar{x}_{Data}$  是全期測量數據的平均值， $x_{mod,i}$  是模擬的氣候狀態， $x_{Data,i}$  是在時刻  $i$  測量的氣候狀態值。RRMSE 值  $< 10\%$  表示模型預測的準確度極高。根據本研究所得之空氣溫、濕度的 RRMSE 值為 3.5% 和 3.7%，這個結果顯示，溫度和濕度的模擬值與測量值相當吻合。在第 19 和 24 天，由於溫度低，溫室不進行通風。在這段時間模擬和測量的溫度及濕度值之間出現較大

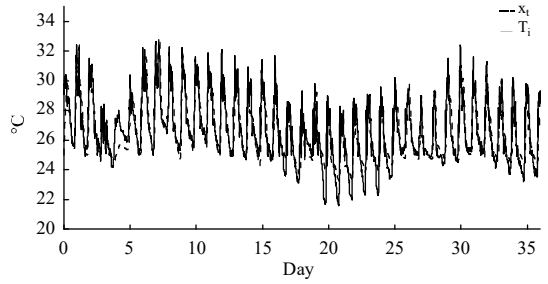


圖 10 溫室內溫度模擬值( $x_t$ )和測量值( $T_t$ )

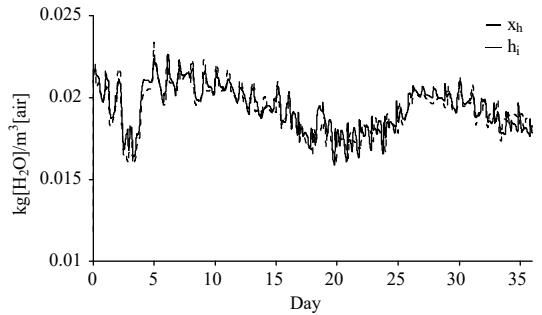


圖 11 溫室內濕度模擬值( $x_h$ )和測量值( $h_t$ )

的差異。從模擬結果顯示此動態模式在非常低通風率的情況下，對溫度和濕度進行模擬可能產生較大的差異。

#### 2.4 性能指標

溫室科技隨著工程技術的不斷提升亦獲得快速的發展。現今溫室生產已經成為高度工業化的產業，然而，高耗能一直是溫室為人所詬病的議題。因此，任何能源效益的增加都能對溫室作物生產的經濟結果有所改善。溫室能為作物提供一個受保護的生長空間，但溫室內的微氣候受到所在地的氣候影響甚鉅。為了提供作物更有利的生長條件，溫室環境控制成為有力的手段。但溫室採行氣候控制，如降溫、加溫、濕度控制等，耗費能源導致生產成本提高為不爭的事實。這說明應用氣候調節設備應權衡操作成本與經濟收益，才能使環境控制的投資真正提升經濟效益。為評估半結球萵苣在歷經整個生長期的經濟收益。Van Henten (1994) 定義性能指標如(16)式所示。

$$J(u(t)) = \Phi(x(t_f)) - \int_{t_0}^{t_f} L(x, u, d, t) dt \quad \dots\dots\dots(16)$$

其中  $\Phi(x(t_f))$  代表販售收穫產品的收入， $L(x, u, d, t)$  是環控設備的暫時運轉成本， $t_0$  代表移植日期， $t_f$  是採收日期。半結球萵苣生產過程的性能指標  $J$ ，以每平方公尺溫室面積的新台幣淨收益(NTD  $m^{-2}$ )表示之。在本研究為簡化分析流程，將採收及販售視為同一時間，也就是不考慮採收後處理、儲存及運輸等作業及其衍生的費用支出。因此(16)式所代表的意義指採收產品販售後的收入減去整個生產期中環境調節設備所耗費的能源支出。在本研究中，主要的環境調節設備包括：機械通風、水牆及遮光。故(16)式可進一步改寫為：

$$J(u(t), t) = \Phi(x(t_f)) - \int_{t_0}^{t_f} (c_v u_v(t) + c_p u_p(t)) dt \quad \dots\dots\dots(17)$$

本研究以葉菜的乾物重計價，販售的收入  $\Phi(x(t_f)) = c_w x_w(t_f)$ ，其中  $c_w$  是植株乾物重的單價(NTD  $kg^{-1}$ )，本研究根據農糧署近 10 年統計之平均菜價及植株鮮乾重比值作為計價標準[14]， $x_w(t_f)$  是採收時( $t_f$ )單位面積的乾物重。其中  $c_v u_v(t) + c_p u_p(t)$  代表通風及水牆的暫時運轉成本， $c_v$  是通風單價(NTD  $m^{-2}s^{-1}$ )， $u_v$  是通風控制， $c_p$  是水牆運轉單價(NTD  $m^{-2}s^{-1}$ )， $u_p$  是水牆的控制。至於遮光網只在展開及收攏的時段短暫由馬達驅動，其能源消耗與通風及水牆相較相對微小，故在運轉成本的計算上忽略不計。台灣大多數溫室需要大量的通風方能避免內部溫度過高，如採取  $CO_2$  補充，則會在通風時將  $CO_2$  快速排放至外界，因此  $CO_2$  的補充在本地一般並不採用。

### 2.5 協態函數

推導最佳化控制[7]對於有限制條件的控制，其必要條件需滿足

$$-\dot{\lambda}^* = \frac{\partial H}{\partial x}(x^*, \lambda^*, u^*, t) \quad \dots\dots\dots(18)$$

其中  $H$  稱為 Hamiltonian [7]； $\lambda^*$  稱為協態函數 (costate)，

$$H(x^*, u^*, \lambda^*, t) \equiv -L(x^*, u^*, t) + \lambda^{*T} f(x^*, u^*, t) \quad \dots\dots\dots(19)$$

邊界條件為

$$\lambda^*(t_f) = \frac{\partial \Phi}{\partial x}(x^*(t_f), t_f) \quad \dots\dots\dots(20)$$

Van Henten (1994)研究指出協態值代表相關狀態變數變化的邊際價值。當相對應的狀態變數增加時，正值的協態對最終淨經濟效益有正效應，反之亦然。協態解是利用終端邊界條件(20)式，對協態方程式(18)式從  $t_f$  到  $t_0$  反向積分而得的。

## 三、靈敏度分析

Courtin 和 Rootenberg (1971)、Evers (1979, 1980)推導出一階近似的性能指標靈敏度。靈敏度分析經常被用來研究原始參數準確性的影響，或發生變動時的穩定性。因此可用以顯示輸入變數、初始條件和模型參數對狀態變數的影響，進而深入了解複雜模型的結構和行為。靈敏度分析在模型開發的初期階段極為有用，其能夠指出在模型試驗設計時哪些部份需要特別注意。靈敏度分析也可應用於參數評估及模型校正，因為靈敏度高的參數比靈敏度低的參數更易於從數據中突顯出來。不靈敏的參數揭示其準確度對輸出結果影響不大，因此可以減少對參數準確性的要求。在建立模型的過程中，靈敏度分析可以顯示哪些參數變化對模型的輸出結果影響較大，而在實際應用中可能會對性能指標造成較大的影響。

性能指標的靈敏度分析包含三個部分：

### 3.1 起始時間的狀態變數值所對應的性能指標靈敏度

起始狀態值與性能指標的關係如下：

$$\frac{\partial J}{\partial x_i(t_0)} = \lambda_i^*(t_0), i = 1, \dots, n \quad \dots\dots\dots(21)$$

其中  $\lambda_i^*(t_0)$  是指在此起始時間  $t_0$  協態函數的值， $n$  是狀態變數的數量。



### 3.2 模型參數所對應的性能指標靈敏度

相對於模型參數  $c$  的性能靈敏度為：

$$\frac{\partial J}{\partial c_j} = \int_{t_0}^{t_f} \frac{\partial H}{\partial c_j}(x^*, u^*, c_{j,nom}, t) dt, j = 1, \dots, m \quad \dots\dots\dots(22)$$

其中  $x^*$  和  $u^*$  分別是狀態函數和控制軌跡,  $c_{j,nom}$  表示模型參數的標稱值,  $m$  表示模型參數的總數。

### 3.3 外部輸入擾動所對應的性能指標靈敏度

外部輸入的擾動(perturbation)對性能靈敏度的影響評估,作法上是將每個外部輸入乘以標稱值為 1 的非時變參數來進行分析。對於模型參數的性能指標靈敏度,該一階度量值是在整個最佳化時域內對  $H$  相對於模型參數的偏導數進行積分。在實際計算中,這些偏導數可以用解析法或數值方法計算。本研究利用中心差分近似法(central difference approximation)透過 MATLAB 軟體以進行計算分析。

為了比較模型參數及狀態變數初始值之微量變化對系統性能的影響,更方便的作法是將靈敏度改為相對靈敏度。對於每個狀態變數和模型參數,相對靈敏度的值被定義為：

$$\frac{\partial J}{\partial x_i(t_0)} \frac{x_{i,nom}(t_0)}{J^*}, 1, \dots, n \quad \dots\dots\dots(23)$$

$$\frac{\partial J}{\partial c_j} \frac{c_{j,nom}}{J^*}, j = 1, \dots, m \quad \dots\dots\dots(24)$$

轉換成相對靈敏度,解讀其結果就變得相對簡單。大於零的相對靈敏度表示,參數的正值擾動會導致性能指標的增加;反之負值擾動會導致性能指標減少。故透過相對靈敏度的值就能判定參數準確性對性能指標的影響,因此對於相對靈敏度較大的參數就必須做更精準的考量。

計算一階靈敏度包含兩個步驟,第一步為求解狀態函數及協態函數,其次,使用參數擾動之性能靈敏度的一階度量值,來評估模型參數的微量變化對性能的影響。這種擾動參數的作用是在整個最佳化期間,假設參數受到細微的定量擾

動,而計算其對性能的影響。雖然這種假設可能不甚合理,但它卻能夠提供這些參數對最佳化控制表現相對重要性的資訊。本研究計算方法是設定模型參數值的 0.1% 為參數的擾動量( $h$ ),並以此值作為中心差分近似法的步長(step size)進行計算[14]。

模型參數之性能靈敏度計算方法如下：

$$h = \frac{c_j}{1000}, j = 1, \dots, m \quad \dots\dots\dots(25)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial c_j} &= \int_{t_0}^{t_f} \frac{\partial H}{\partial c_j}(x^*, u^*, c_{j,nom}, t) dt \\ &\approx \sum_{t_0}^{t_f} \frac{H(c_j + h) - H(c_j - h)}{2h}, j = 1, \dots, m \quad \dots\dots\dots(26) \end{aligned}$$

由於一階靈敏度分析是基於參數變動引起性能指標變化的一階泰勒級數近似值(Taylor series approximation),因此先前解釋的有效性實際上僅限於參數極小的變化。儘管如此,相對性能靈敏度仍可某種程度顯示模型參數對生長模式的影響。

## 四、結果與討論

靈敏度分析結果如表 2。乾物重 $x_w(t_0)$ 初始值呈現極高的相對靈敏度,此表示初始乾重的投資對最終的淨收入極為有利;亦即採用較大的苗進行栽培,可以獲得更有利的生產效益。實務上的解釋為,較大的菜苗葉面積較大,能較早透過光合作用生成較多的生物質量,較多的生物質量又有助於植株營養生長,而形成良性的循環。其結果為採收時可獲得較大的植株,而提高販售的收入。 $CO_2$  初始值 $x_c(t_0)$ 呈現高的相對靈敏度,代表大氣中較高的  $CO_2$  背景濃度對最終的淨收入有較大的助益。溫度、濕度初始值 $x_t(t_0)$ 、 $x_h(t_0)$  相對靈敏度趨近於零,說明溫度、濕度初始值對最終的淨收入的影響並不大。影響溫室內二氧化碳濃度和空氣溫度動態行為最明顯的參數,分別是溫室內空氣容量( $V_g$ )和熱容量( $H_c$ ),表 2 顯示其性能靈敏度相對較小。溫室空氣的容量和熱容量

表 2 模型參數、外界輸入、起始狀態相對性能靈敏度絕對值降序排列

Parameter	Relative Sensitivity	Parameter	Relative Sensitivity
$x_w(t_0)$	4.31e+3	$C_{p3}$	-0.2861
$C_{s4}$	3.8296	$d_h$	-0.1227
$C_{p2}$	2.9333	$C_{hl}$	-0.0857
$C_{s2}$	2.5411	$C_{cp}$	-0.0654
$C_{s3}$	-2.2912	$V_g$	0.0044
$Y_f$	1.9559	$C_r$	0.0038
$C_{p1}$	-1.8358	$C_{ht}$	0.0014
$d_t$	-1.7342	$C_{vp}$	-0.0004
$C_R$	-1.4896	$V_{leak}$	0.0001
$C_T$	-1.3602	$H_c$	0.0001
$d_s$	0.9416	$C_{s1}$	0
$d_c$	0.8876	$C_{wv}$	0
$R_r$	-0.5243	$x_h(t_0)$	0
$L_{AI}$	0.4738	$x_t(t_0)$	0
$x_c(t_0)$	0.4264		

會影響系統響應時間，對溫室氣候的動態變化有較大的影響。然而較小的相對靈敏度意謂，在溫室氣候控制中，溫室氣候的快速的調節修正對經濟效益的改善沒有太大的貢獻。因為當預期經由快速調節溫室氣候可以獲得較大的收益。則任何減少的響應時間的作為將有助於經濟收益的顯著改善，並期望這些參數具有較大的相對靈敏度。然而 $V_g$ 、 $H_c$ 的相對性能靈敏度，則說明溫室氣候的響應時間，並不是作物經濟生產環境控制的主要限制因素。此結果與一般對溫室環境控制的認知並不相同，也說明溫室環境控制應著重在長期的平均氣候條件而非暫態響應速率。太陽輻射( $d_s$ )和外界二氧化碳濃度( $d_c$ )有較大的相對靈敏度，是由於這些氣候條件對作物生物量生成影響較大。大的性能靈敏度強調了外部氣候條件準確測量的重要性。外界溫度( $d_t$ )顯示負值相對靈敏度，此結果揭示高溫為葉菜生產的限制條件，同時也說明亞熱帶地區溫室的降溫為不可或缺的考量。外界濕度( $d_h$ )顯示負的相對靈敏度，顯示溫室內降低濕度更有利於經濟生產。另外，與光合作用有關的參數( $C_{p2}$ 、 $C_{p1}$ 、 $C_{p3}$ )均呈現較大的相對靈敏度，因為這些參數與生物量的生成有

關，因此參數數值的準確性相形重要。再則關於通過溫室被覆材料的熱損失，以參數 $C_{ht}$ 表示，其定義為通過溫室被覆傳輸到外界及通風所造成之空氣的能量損失。較低的相對靈敏度顯示，亞熱帶地區由於環境溫度較高及通風的需求，使得溫室被覆材料絕熱性的要求並不高。

## 五、結 論

靈敏度分析可以顯示哪些參數變化對模型的輸出結果影響較大，在實際應用中必須特別關注。而對於不靈敏的參數則代表其準確度對結果影響不大，因此可以減少對參數準確性的要求。本研究的結果顯示：

- (1) 乾物重初始值呈現極高的相對靈敏度，代表採用較大的苗進行栽培，可以獲得較有利的經濟效益。
- (2) 溫度、濕度初始值相對靈敏度趨近於零，說明溫度、濕度初始值對最終的影響並不大。
- (3) 溫室空氣的熱量和空氣容量變化的性能靈敏度相對較小，說明溫室氣候的響應時間不是經濟生產環境控制的主要因素，反而代表溫室環境控制應著重在長期平均氣候的控制。
- (4) 外部氣候條件如溫度、太陽輻射及  $CO_2$  濃度，呈現相對較高的相對靈敏度。此結果代表這幾個參數對性能指標有較大的影響，同時這些外部參數也是溫室氣候管理中重要的參考，因此需要精準的測量才能確保結果的準確性。
- (5) 被覆材料之熱傳係數的相對靈敏度較低，顯示亞熱帶地區由於環境溫度較高及通風的需求，導致溫室對被覆材料絕熱性的要求並不高。與光合作用有關的參數均呈現較大的相對靈敏度，代表這些參數的準確性相形重要。

一階靈敏度分析不但能夠凸顯模型的重要參數，能更深入描述模型參數在系統中所代表的影響程度，進而提供系統的潛在特性，故靈敏度分析對模型的分析評估不失為一項有力的工具。

## 參考文獻

1. Brooker, D. B. Mathematical model of the psychrometric chart. TRANSACTIONS of the ASAE 10(4): 558-560, 563. 1967.
2. Courtin, P. and J. Rootenberg. Performance index sensitivity of optimal control systems. IEEE Transactions on Automatic Control AC-16: 275-277. 1971.
3. Evers, A.H. Sensitivity analysis of optimal control problems, PhD diss., Technical University, Enschede, The Netherlands. 1979.
4. Evers, A.H. Sensitivity analysis in dynamic optimization. Journal of Optimization Theory and Applications 32: 17-37. 1980.
5. Goudriaan, J. Crop meteorology: a simulation study. Pudoc, Wageningen. 1977.
6. Kobayashi K and Salam M.U. Comparing Simulated and Measured Values Using Mean Square Deviation and Its Components, Agronomy Journal 92(2): 345-352. 2000.
7. Lewis, F.L. Optimal control. John Wiley and Sons, New York. 1986.
8. Stanghellini, C. Transpiration of greenhouse crops, Ph.D. Thesis, Wageningen Agricultural University, Wageningen, The Netherlands. 1987.
9. Sweeney, D. G., D. W. Hand, G. Slack and J. H. M. Thornley. Modelling the growth of winter lettuce. In Rose, D. A. and D. A. 1981.
10. Van Henten, E.J. Greenhouse climate management: an optimal control approach, Ph.D. thesis, Wageningen Agricultural University, Wageningen, The Netherlands. 1994.
11. Van Henten, E.J. Validation of a Dynamic Lettuce Growth Model for Greenhouse Climate Control. Agricultural System 45:55-72. 1994.
12. 楊清富、林聖泉。圖控程式應用於溫室環控之研究。臺南區農業改良場研究彙報 59: 54-70。2012。
13. 楊清富、林聖泉。半結球萵苣亞熱帶地區動態生長模式之建立。臺南區農業改良場研究彙報 70: 56-66。2017。
14. 楊清富。亞熱帶溫室微氣候最佳化控制之模擬與分析-萵苣栽培為例。國立中興大學生物產業機電工程學系博士論文。2018。

收稿日期：民國 107 年 9 月 27 日

修正日期：民國 107 年 10 月 8 日

接受日期：民國 107 年 11 月 6 日