

# 小波及灰色理論應用於地層下陷預警之研究 —以濁水溪沖積扇為例

## The Application of Wavelet and Grey Theory in the Land-Subsidence Potential Analysis for the Cho-Shui River Fan

國立成功大學  
水利及海洋工程學系  
副教授

呂 珍 謀\*

Jan-Mou Leu

國立成功大學  
水工試驗所  
助理研究員

朱 木 壽

Mu-Shou Chu

國立成功大學  
水工試驗所  
助理技術員

陳 厚 元

Hou-Yuan Chen

### 摘 要

本研究係基於各含水層地下水位和沉陷量的相關性，由地下水位站各不同時空沉陷量，利用灰關聯分析推論出關鍵地下水位站及其含水層之水位變化，再以小波分析法自地下水水位不同週期、頻率、變化幅度中，預測擬合值和奇異點的幅度大小，依其地層下陷潛勢關聯性設定警示水位，並建構灰色預測模型 GM(1,1) 以預測地層下陷未來發展趨勢。整體分析步驟如下：(1)篩選出關鍵地下水位站。(2)應用灰關聯分析求出關鍵含水層。(3)依據地下水水位長期變動趨勢分析結果，選取多處觀測井為指標水井。(4)以小波分析地下水水位，求出局部奇異點振幅大小及時間點。(5)以灰色模型預測其地層下陷潛勢。(6)結合局部奇異值振幅及時間點等變數，藉以設定地陷潛勢預警地下水水位。

本研究利用灰關聯分析，可解決地下水位站水位變化值和沉陷量關聯性離散數據問題，進而可求出關鍵沉陷含水層，配合小波分析法建構之灰色預測模型 GM(1,1)，分析程序可以降低運算難度及聚焦於沉陷劇烈發生時空之關鍵影響。以濁水溪沖積扇為例進行分析，小波分析結果顯示奇異點最大振幅發生時間點後平均 2 年內即發生年最大沉陷量，準確率可達 85% 以上，小波分析無法辨識解讀之資料點，都集中於雲林沿海地區，研判為沿海地區潮汐或人為開發之影響所致。

**關鍵詞：**灰關聯分析，小波分析，奇異點，灰色預測模型。

\*通訊作者，國立成功大學水利及海洋工程學系副教授，70101 台南市東區大學路 1 號，jmleu@mail.ncku.edu.tw

## ABSTRACT

This study focuses on the relationship between different layers of groundwater levels and utilize spatiotemporal related interpolate value of settlement of each groundwater station to conclude the critical groundwater station and the critical changes of water level in aquifer. I combined the variables from partial singularity amounts of amplitude of vibrations and time period to establish the potential development of subsidence in order to warn the groundwater levels earlier.

We did the following analysis: First, we selected representative groundwater stations. Second, applied to the grey relational analysis to figure out the related amount of critical aquifer. Third, we analyzed the results of long-term changing tendencies of ground water level and selected many groundwater stations. Fourth, we utilized the timing value of groundwater level of wavelet analysis and the history of movement fluctuations of ground water levels to analyze the partial singularity amounts of amplitude of vibrations and time period. Fifth, we used grey prediction model GM(1,1) to predict the potential development of land subsidence and figure out a predicted value. Sixth, we combined the reference variables from partial singularity amounts of amplitude of vibrations and time period to establish the potential development of subsidence in order to warn the groundwater levels earlier.

We can observe the singularity of the biggest amplitude time period from wavelet analysis and delay, on average, the biggest settlement amount in two years. the accuracy rate can be over 85%. The areas that can not be identified by wavelet analysis are mostly concentrated in coastal regions of Yun-Lin, which is influenced due to the tidal intrusions and artificial developments.

**Keywords:** Grey Relational Analysis, Wavelet Analysis, Singularity, Grey prediction model.

## 一、前言

數十年來，台灣西南沿海因地下水超抽導致地層下陷，已衍生國土流失及洪氾溢淹等嚴重課題，經濟部水利署為掌握地層下陷情勢，逐年佈設建置地下水水位觀測井網、水準檢測網與地層下陷分層監測井等監測系統，以掌握地下水水位及地層下陷時空變化資訊。本研究茲整合小波及灰色理論，分析監測系統觀測資料，由地下水變動趨勢建立簡易指標參數，以建構地層下陷警示系統，期能有效且準確可靠掌握地層下陷時空變化趨勢，有助於主管機關擬訂地層下陷相關防治決策參考。

茲以全台地層下陷嚴重地區中之濁水溪沖積扇內作為分析案例，初步驗證建構之分析模式之實務可行性。

## 二、文獻分析

許文宜(2006)、林宛蓉(2007)等利用灰關聯分析理論，分析降雨量與地質因子影響地下水位變化，獲致降雨量與地下水位之灰關聯研究。李德河、賈儀平等(2007)等人，利用交叉小波分析以探討地震與地下水文之交互關係，獲致地震發生前後地下水水位異常變化之研究。陳芝企(2002)、李傳煒(2006)等人，利用灰色預測模型GM(1,1)，以了解地下水位動態曲線包含著地下

水位不同規模的週期、頻率、變化幅度的分佈規律。

上述研究，主要採多參數之綜合研判，針對整體地下水水位站之各含水層水位分析研究，本研究則篩選關鍵地下水水位站，利用其水位預測其地層下陷潛勢，並以該站水位年平均量及年最小量，依據長期變動趨勢線，與觀測水位之小波變異值相比較之，可制定該區域地層下陷潛勢之警戒水位。

國內地層下陷預警研究，可分為以下三者：

其一，經濟部水利署(2001-2004)委託中興工程顧問公司進行「台灣地區地下水資源管理決策支援系統建置」，訂定單井警示指標水位(安全水位、下限水位、嚴重下限水位)，作為各觀測井之管理水位，並訂定管理分區指標 GMI (Ground-water management index)，以反映管理分區之整體地下水蘊藏狀況。

其二，2006 年至 2007 年經濟部水利署中區水資源局，委託中興工程顧問公司進行「濁水溪沖積扇地面地下水聯合運用管理模式建立與機制評估」，該工作採用各監測井之月平均水位變化之平均值與標準偏差，作為各監測井水位管理上之上下限，並透過 MODFLOW 模擬不同期程地下水水位變化，以研擬各分層水井地下水管理上建議。

其三，經濟部水利署(2008)委託國立成功大學辦理「地層下陷防治服務團 97 年度執行計畫」，研擬地下水管理係採用指標水井與警示水位概念，對彰雲地區 200 口水井水位進行地下水水位變動特性，進行季節性與水位變化長期趨勢分析，並參照鄰近水井之歷年地層下陷量檢測值。並將地下水水位變動趨勢分析結果，依含水層比較之，依據長期變動趨勢線與季節性變動，進行水位擬合，與觀測水位比較之誤差量均方值，參照各觀測井擬合值與季節性變動分析結果，以進行警戒水位之制定。

然以上三者皆對現有水文資料綜整分析，並無淬取及篩選指標之機制，在地陷預警方面上，過多運算及因素考慮，當因素缺乏或觀測值時序值非完整時，將重新調整其決策程序。本研究利

用小波及灰色理論，克服上述兩者演算門檻，並可利用小波分解濾掉特異值，針對大小尺度之時序奇異點加以分析考慮。

### 三、研究方法

#### 3.1 灰色關聯度分析方法

灰色關聯度分析模型，係「影響測度」的模型，(鄧聚龍，1987) 將步驟簡述如下：

(1) 兩筆比較序列之絕對差：

$$\Delta_{ij}(k) = |x_i(k) - x_j(k)| \dots\dots\dots(1)$$

$\Delta_{ij}(k)$  為  $x_i$  和  $x_j$  之間第  $k$  個差的絕對值(亦稱為模：norm)。  $x_i$  為參考序列、  $x_j$  為其它比較序列。

(2) 求得所有比較序列在各點的絕對差中最小值與最大值：

$$\Delta \min = \min_{j \in i} \min_k |x_i(k) - x_j(k)| \dots\dots\dots(2)$$

$$\Delta \max = \max_{j \in i} \max_k |x_i(k) - x_j(k)| \dots\dots\dots(3)$$

(3) 計算灰關聯係數  $r(x_i(k), x_j(k))$ ：

$$r(x_i(k), x_j(k)) = \frac{\Delta \min + \zeta \Delta \max}{\Delta_{ij}(k) + \zeta \Delta \max} \dots\dots\dots(4)$$

其中  $i = 1, 2, 3, \dots, m, j = 1, 2, 3, \dots, n$   $j \in i$ ，帶入兩級最大差、最小差及辨識係數  $\zeta$ ：其中辨識係數  $\zeta \in [0,1]$ ，其值可依實際需要調整。主要功能是作背景值和代測物之間的對比，其大小可以根據實際的需要作適當的調整。由實際的數學證明中得知只會改變相對數值的大小，不會影響灰關聯度的排序。一般來說， $\zeta$  值皆取在 0.5 附近。

(4) 辨識係數

在關聯係數中，辨識係數( $\zeta$ )的功能主要是做背景值和待測物之間的對比，其大小可以根據實際的需要做適當之調整，由實際的數學證明中得知辨識係數值會改變相對數值的大小，不會影響灰關聯排序。

$$\gamma_{ij}(k) = \frac{\frac{\Delta_{\min}}{\Delta_{\max}} + \zeta}{\frac{\Delta_{ij}(k)}{\Delta_{\max}} + \zeta} \quad (\text{同除以}\Delta_{\max}) \dots\dots\dots (5)$$

由於數據處理使得  $\frac{\Delta_{\min}}{\Delta_{\max}} \rightarrow 0$  所以

$$\gamma_{ij}(k) = \frac{\zeta}{\frac{\Delta_{ij}(k)}{\Delta_{\max}} + \zeta} \dots\dots\dots (6)$$

(5) 計算灰關聯度  $p(x_i, x_j)$  :

當求得灰關聯係數後，假設各因子權重相同時，一般取灰關聯係數的平均值為灰關聯度：

$$p(x_i, x_j) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \gamma(x_i(k), x_j(k)) \dots\dots\dots (7)$$

本研究應用灰關聯性分析，其中  $x_i(k)$  為參考數列(地下水位各分層變化)、 $x_j(k)$  為一特定之比較數列(地層下降量)之影響性。根據關聯分析結果可得不同地下水位分層對於地層下降量變化趨勢之灰關聯度，將其關聯度依其大小排序，可得不同地下水位分層不同地下水位趨勢變化對地層下降量變化趨勢之灰關聯序，亦即水位對地層下降量變化之影響程度，與最大之影響時間。

由所得之分析結果，可分別討論同井位不同地下水位分層發生地下水位變化對於地層下降量變化趨勢灰關聯度分佈對於地理位置與地質環境上之意義。再針對不同井位，而不同井深之數據分別予以比較。

### 3.2 小波變換的奇異點分析

若函數  $\psi \in L^2(R) \in (R)$  滿足容許性條件：

$$c_\psi = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\psi(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty \dots\dots\dots (8)$$

則稱  $\psi$  為小波母函數。容許性條件又等價於：

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) dt = 0 \dots\dots\dots (9)$$

將尺度因數記作  $a$ ，則  $\psi_b(t) = (1/a)\psi(t/a)$  稱作小波基。小波變換就是將信號(z)與小波基做褶積：

$$w_\psi f(a, t) = f * \psi_b(t) \dots\dots\dots (10)$$

小波分析具有獨特的時-頻局部化特性，這些特性依賴於尺度因數  $a$  (dilation parameter)，和位移因數  $t$  (translation parameter)。  $a$  越大相當於頻率越低， $a$  越小則頻率越高，即低頻時小波變換的時間解析度較低，而頻率解析度較高；高頻時小波變換的時間解析度較高，而頻率解析度較低，這正符合信號變化的特點。

數學上稱無限次可導的函數是光滑的或沒有奇異性的。若函數在某處有間斷或某階函數不連續，則稱該函數在此處有奇異性。一個突變的信號在其突變點必然是奇異的。信號中不規則的突變部分和奇異點往往包含有比較重要的資訊，它是信號的重要特徵之一，因而對突變點的檢測在信號處理中有其意義。

從數學知識可知，一階導數的極值點對應於二階導數的過零點。借鑒這一思想，我們可以用平滑函數以  $\varphi(t)$  的導數做為小波母函數。例如，高斯函數和三次樣條函數是目前常用的兩類平滑函數。平滑函數滿足條件：

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(t) dt = 1 \quad \text{和} \quad \lim_{t \rightarrow \pm\infty} \varphi(t) = 0 \dots\dots\dots (11)$$

設平滑函數  $\varphi(t)$  是二階可導的，其一階導數  $\varphi'(t)$  和二階導數  $\varphi''(t)$  分別為：

$$\varphi'(t) = \frac{d\varphi(t)}{dt}, \quad \varphi''(t) = \frac{d^2\varphi(t)}{dt^2} \dots\dots\dots (12)$$

因此， $\varphi'(t)$ 、 $\varphi''(t)$  都是小波函數。

目前，在實際中使用較多的是平滑函數的一階導數和二階導數。若採用一階導數，則函數  $f$  的小波變換為：

$$W_\varphi^1 f(a, t) = f * \varphi'_a(t) = a \frac{d}{dt} (f * \varphi_a)(t) \dots\dots (13)$$

若採用二階導數，在函數  $f$  的小波變換為：

$$W_{\varphi}^2 f(a, t) = f * \varphi_a''(t) = a^2 \frac{d^2}{dt^2} (f * \varphi_a)(t) \quad (14)$$

分別正比於信號經平滑運算作用後的平滑函數的一階和二階導數。

一個函數(或信號),  $f(x) \in \mathbf{R}$  在某點的奇異性常用其奇異性指數 Lipschitz 來分析。

定義設  $0 \leq a \leq 1$ , 若存在常數  $K$ , 對  $x_0$  的鄰域  $x$  使得下式成立:

$$|f(x) - f(x_0)| \leq K|x - x_0|^a \quad (15)$$

則稱函數  $f(x)$  在點  $x_0$  是 Lipschitz。

如果  $a = 1$ , 函數  $f(x)$  在  $x_0$  是可微的, 稱函數  $f(x)$  沒有奇異性; 如果  $a = 0$ , 則函數  $f(x)$  在  $x_0$  處間斷。 $a$  越大, 說明奇異函數  $f(x)$  越接近規則;  $a$  越小, 說明奇異函數  $f(x)$  在  $x_0$  點變化越尖銳。

在某一尺度  $a$ , 若在  $x_0$  的某一鄰域內有:

$$|Wf(a, x)| \leq |Wf(a, x_0)|, \quad (16)$$

則  $(a, x_0)$  為小波變換的模極大值點。在相平面  $(a, x)$  上, 模極大值點構成模極大值線。在模極大值線上, 小波變換值和 Lipschitz 指數有如下關係:

$$|Wf(a, x)| \leq ka^a, \quad k \in \mathbf{Z}^+ \quad (17)$$

一般信號突變點的 Lipschitz 指數大於或等於零, 這種突變點所對應的小波變換模極大值隨尺度的增加幅度逐漸增大。

### 3.3 灰色預測模型 GM(1,1)

GM(1,1) 是最常用、最簡單的一種灰色模型, 它是由一個包含單變數的微分方程構成的模型, 是 GM(1,N) 的一個特例, 其相應的微分方程為。

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = u \quad (18)$$

式中  $x^{(1)}$  為經過一次累加生成的數列;  $t$  為時間;  $a, u$  為待估參數, 分別稱為發展灰數和內生控制灰數。

1) 建立一次累加生成數列。設原始數列為

$$x^{(0)} = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \dots, x^{(0)}(n)\}, \quad \dots (19)$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

按下述方法做一次累加, 得到生成數列 ( $n$  為樣本空間):

$$x^{(1)}(i) = \sum_{m=1}^i x^{(0)}(m), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (20)$$

2) 利用最小二乘法求參數  $a, u$ 。設

$$B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}[x^{(1)}(1) + x^{(1)}(2)] & 1 \\ -\frac{1}{2}[x^{(1)}(2) + x^{(1)}(3)] & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -\frac{1}{2}[x^{(1)}(n-1) + x^{(1)}(n)] & 1 \end{bmatrix}, \quad \dots (21)$$

$$y_n = [x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \dots, x^{(0)}(n)]^T \quad (22)$$

$$\text{參數辨識 } a, u: \hat{a} = \begin{bmatrix} a \\ u \end{bmatrix} = (B^T B)^{-1} B^T y_n$$

3) 求出 GM(1,1) 的模型:

$$\hat{x}^{(1)}(i+1) = (x^{(0)}(1) - \frac{u}{a})e^{-ai} + \frac{u}{a}, \quad \dots (23)$$

$$\begin{cases} \hat{x}^{(0)}(1) = \hat{x}^{(1)}(1) \\ \hat{x}^{(0)}(i) = \hat{x}^{(1)}(i) - \hat{x}^{(1)}(i-1), \quad i = 2, 3, \dots, n \end{cases} \quad (24)$$

4) 對模型精度的檢驗。檢驗的方法有殘差檢驗、關聯度核對總和後驗差檢驗, 在本文中採取後驗差檢驗。

首先計算原始數列  $x^{(0)}(i)$  的均方差  $S_0$ 。其定義為

$$S_0 = \sqrt{\frac{S_0^2}{n-1}}, \quad S_0^2 = \sum_{i=1}^n [\bar{x}^{(0)}(i) - \bar{x}^{(0)}]^2, \quad \dots (25)$$

$$\bar{x}^{(0)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x^{(0)}(i)$$

然後計算殘差數列  $\varepsilon^{(0)}(i) = x^{(0)}(i) - \hat{x}^{(0)}(i)$  的均方差  $S_1$ 。其定義為

$$S_1 = \sqrt{\frac{S_1^2}{n-1}}, \quad S_1^2 = \sum_{i=1}^n [\varepsilon^{(0)}(i) - \bar{\varepsilon}^{(0)}]^2, \quad \dots (26)$$

$$\bar{\varepsilon}^{(0)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varepsilon^{(0)}(i)$$

表 1 預測精度等級劃分表

小誤差概率 $p$ 值	方差比 $c$ 值	預測精度等級
$> 0.95$	$< 0.35$	好
$0.8 < p \leq 0.95$	$0.35 \leq c < 0.5$	合格
$0.7 < p \leq 0.8$	$0.5 \leq c < 0.65$	勉強合格
$\leq 0.70$	$\geq 0.65$	不合格

由此計算方差比： $c = \frac{S_1}{S_0}$  和小誤差概率：

$$p = \left\{ \left| \varepsilon^{(0)}(i) - \bar{\varepsilon}^{(0)} \right| < 0.6745 \cdot S_0 \right\} \dots\dots\dots(27)$$

最後根據預測精度等級劃分表(見表 1)，檢驗得出模型的預測精度。

如果檢驗合格，則可以用模型進行預測。即用

$$\hat{x}^{(0)}(n+1) = \hat{x}^{(1)}(n+1) - \hat{x}^{(1)}(n), \dots\dots\dots(28)$$

$$\hat{x}^{(0)}(n+2) = \hat{x}^{(1)}(n+2) - \hat{x}^{(1)}(n+1)$$

作為  $x^{(0)}(n+1), x^{(0)}(n+2), \dots\dots$  的預測值。

#### 四、研究區域概述

濁水溪沖積扇位處台灣中部地區，大部分屬彰化與雲林兩縣境內，東側少部分屬南投縣境，因無大型地面水蓄存設施調配水資源，地下水利用相當普遍，然地下水過度使用，導致彰雲兩縣地層下陷屬全台最嚴重地區之一。經濟部水利署推動「地下水觀測井網」計畫，最初即以濁水溪沖積扇開始，計建置 85 口地下水觀測井。為瞭解其地層下陷機制，歷年計已建置 24 口地層下陷分層監測井，地表高程檢測則每年度辦理，為全台檢測頻率最高地區，因此本區域監測資料頗為完整，本研究茲選定本區域為作為分析案例。

圖 1 為濁水溪沖積扇之水文地質概念模型(賴典章等，2003)。濁水溪沖積扇最重要的地下水補注區位於東側之扇頂，以厚層礫石為主，分層並不明顯，沒有主要的阻水層(泥層)，地下水上下流通並無限制。西側扇頂以外部份，結果顯示深度 330 公尺範圍內由上而下有四個富水層及四個阻水層。一般將濁水溪沖積扇分為扇頂、扇央及扇尾三個區域，如圖 2，根據沖積扇地層柱

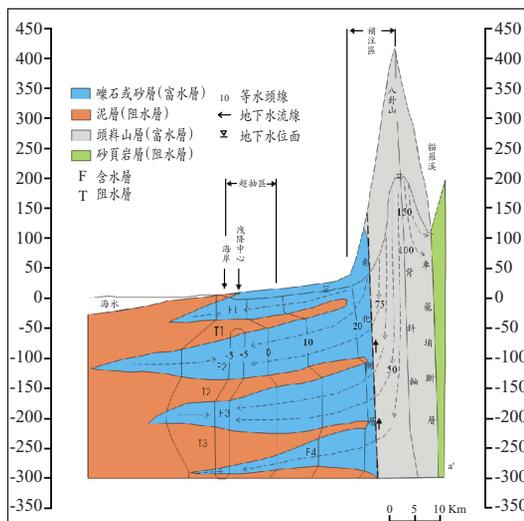


圖 1 濁水溪沖積扇之水文地質概念模型(賴典章等，2003)

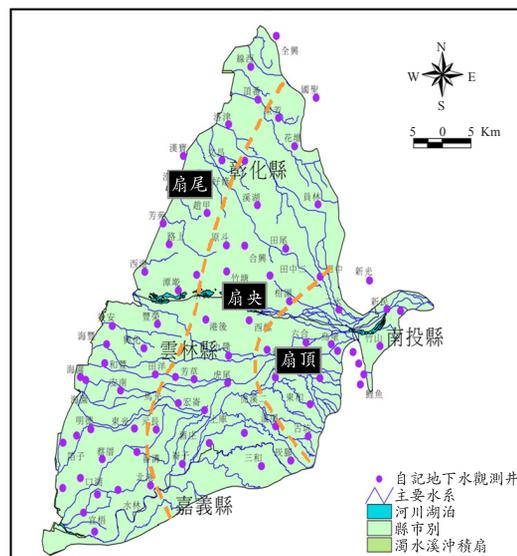


圖 2 濁水溪沖積扇扇頂、扇央及扇尾(中央地調所，1999)

狀圖的地質資料，由其礫石、粗砂、砂土等地層的分布，可概分為地面等高線 45~100 公尺為扇頂部分，地面下約 170 公尺以內均為礫石層，只有自由水；等高線 20~45 公尺之間砂土層由透鏡狀過渡到層狀，其為扇央部分，有自由水及受壓水；等高線 20 公尺以下至海邊為扇尾部分，此

區出現多層不透水層(砂土層)，各含水層厚度小(楊萬全，2000)。

濁水溪沖積扇地下水之開發範圍，涵蓋自由水層至深度約 300 公尺含水層，部分地區(如雲林內陸地區)的開發範圍甚至已超過 300 公尺的深度。300 公尺範圍內之地層可分為數個含水層及阻水層，其中阻水層為具壓縮潛能的細顆粒土壤(如粉砂、泥及黏土)，而含水層內也富含此類型之細顆粒土壤，此類型土壤之壓縮往往為地層下陷之主要來源。

## 五、資料之演算及分析討論

本節分析步驟如下：(1)應用地下水位與下陷時序空間率定及內插，建立網格資料(2)以累積下陷分析選出關鍵地下水位站。(3)應用灰關聯求出關鍵含水層。(4)依據地下水位長期變動趨勢分析結果，選取多處觀測井為指標水井，(5)以小波分析分析地下水位，求出局部奇異點振幅大小及時間點。(6)以灰色模型預測其地層下陷潛勢。(7)結合局部奇異值振幅及時間點等變數，藉以設定地陷潛勢預警地下水水位。

### 5.1 地下水位與下陷時序空間率定及內插

本研究之分析母體樣本是採用經濟部水利署「台灣地區地層下陷之監測、調查及分析」中，1980 年至 2007 年水準網觀測結果及分層監測井歷月觀測結果並內插各地下水位站歷年沉陷表，及各地下水位站分層地下水水位，資料及處理機制依序列舉說明如下：

#### 5.1.1 歷年沉陷資料表之處理

歷年調查水準點共 533 點，將 1980 年至 2007 歷年調查資料，先將從缺年度依時序沉陷值內插補遺成完整之時序值。

#### 5.1.2 地下水位站相對於各歷年沉陷內插

基於掌握主要的地下水位影響機制，將上述內切成 0.2 公里正方網格值時序值和針對水準網內之分層地下水水位位置，再依空間克利金內插得出分層地下水水位位置的 1980 年至 2007 歷年時序沉陷值。

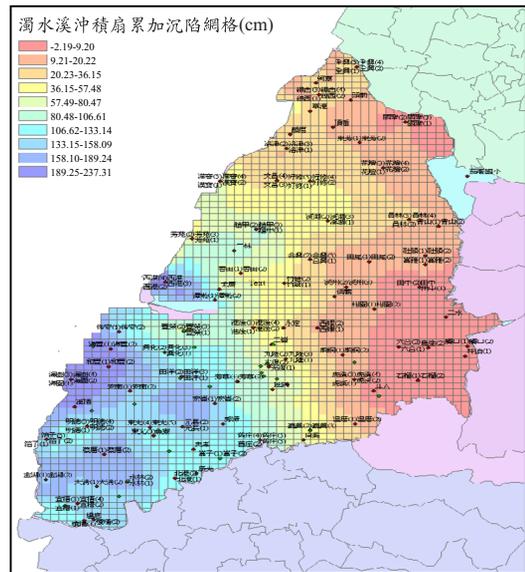


圖 3 彰化雲林地區網格地層下陷中心與觀測井分布圖

#### 5.1.3 地下水水位分層之年平均水位

為求出其關鍵變化含水層(1-5 層)之水位下降率對於地陷潛勢的交互關聯因素，以各地下水水位分層之年平均水位與分層地下水水位位置的歷年時序沉陷值，以上兩者做灰色關聯，掌握主要的影響關鍵機制。

#### 5.1.4 地下水水位分層之日水位

以小波分析法分析地下水水位之分層日水位時序值，和灰色預測推演地下水水位。

### 5.2 以地陷中心選出關鍵水位站

採 56 個位於水準網內之地下水水位站分層觀測井，為制定關鍵地下水水位之母體樣本，並以 1980 至 2007 年經時空內插之每年之時序值為觀測值，以由近至遠，進行累積運算並且切成網格後，如圖 3 所示，由地陷中心周圍定出地下水水位站，在圖 3 中可見有三個明顯之沉降錐，分別在彰化縣西南、雲林中部及雲林南部，再加上雲林沿海，形成四個主要沉陷之觀察區，其目標是取一半(28 個)為其警戒水位站，以減少系統運算複雜度。

### 5.3 灰關聯求出其關鍵變化含水層

應用灰關聯分析法中之局部性(localized)灰關聯性分析方式，討論地層下降量(因子)對於地下水位各分層變化(主行為)之影響性，分別以所選定之地下水位觀測站為地下水位變化之觀測資料來源，至於地下水位站之地層下降量資料則以克利金法內插法求取各地下水位觀測站在當地之推估地層下降量，從灰關聯分析法中，主要有兩層目的，其一為求出其關鍵變化含水層(1-4層)之水位下降率，其二為淬取影響沉陷量的關鍵含水層因子。

地下水位觀測資料以取用觀測站整年之觀測資料年平均值為原則；若某一年之地下水位觀測資料存在部分缺失時，則將該年時段之相對應之年地層下降量一併移除，再進行灰關聯分析。對於灰關聯而言，如資料非連續性，只需要有限的樣本就可以滿足可比性原則及進行正規化處理。這就是本研究採用灰關聯原因，因為地下水位觀測時序值非連續性居多。

如以西港地下水觀測站為例：整理出第 1 至第 4 分層年地下平均水位和其內插得之地層下陷時序值作灰關聯度比較得之為 0.5580，0.6822，0.7205，0.5543。西港地下水觀測站之地下水位受沉陷影響，已由第 3 至第 4 分層延伸，也就是壓密的程度可到達地下 171 m 處，數據合乎驗證。

根據濁水溪沖積扇地陷監測井分層壓縮速率分析結果顯示，彰化地區含水層 4 幾乎沒有壓縮，最大單位厚度地層壓縮速率主要發生在含水層 2 (約深度 50 至 180 公尺)或含水層 3 (約深度 160 至 280 公尺)，而雲林地區的最大單位厚度地層壓縮速率發生在含水層 3 (約深度 150 至 270 公尺)或含水層 4 (深度 250 公尺以下)，其中扇央地區以含水層 4 為主。

上述觀點為考量，並比照圖 4 相對扇央或扇頂位置之地下水位站，得出各灰關聯之關鍵分層與影響深度，再和是否合地陷監測井分層壓密符合相較，可得知含水層之發生沉陷的發展潛勢。

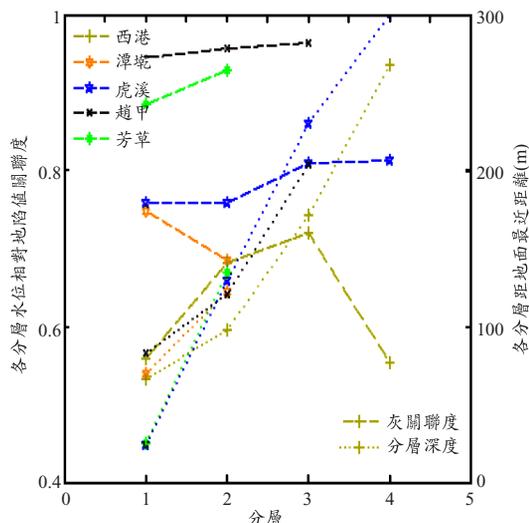


圖 4 彰化地下水站分層灰關聯度和深度圖

### 5.4 以小波分析出奇異點位置及最大振幅

S. Mallat (1992)將 Lipschitz 指數與小波變換後係數模局部極大值聯繫起來，通過小波變換後的局部極大值在不同尺度上的衰減速度來衡量信號的局部奇異性。通常情況下，信號的奇異性可分為兩類情況：一種是信號在某一時刻，其幅值發生突變，引起信號的不連續，信號的突變處是第一種類型的間斷點，像氣候變遷下長時距的溫度變化振幅的改變；另一種是信號外觀上很光滑，其幅值沒有突變，但是信號的一階微分上有突變產生，且一階微分是不連續的，稱此為第二種類型的間斷點。各水位站之水位信號的奇異性為第二種類型的間斷點。

以西港第 3 含水層地下水位波形為例，如圖 5 所示，它是一條向下降的曲線，但是它一階微分有突變。利用 Daubechies 2 小波對信號進行層分解，得到細節信號如圖 7 所示。可以看出，在細節信號中明顯將該信號的第二種類型的間斷點顯示出來了，最大奇異點位置在  $d_5, 1994/1/1$  起算， $t = 2500$  日處信號顯現，其水位振盪在 -16 m 至 -11 m 之間。

另例如圖 6 所示，海豐第 2 含水層地下水位波形，最大奇異點在小尺度不易顯現，在大尺度的 db 圖可以看出，且濾掉兩點特異值。

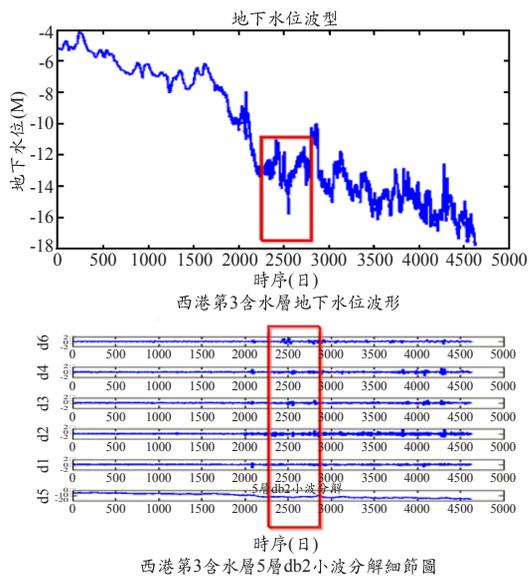


圖 5 西港第 3 含水層地下水及 5 層 db2 小波分解

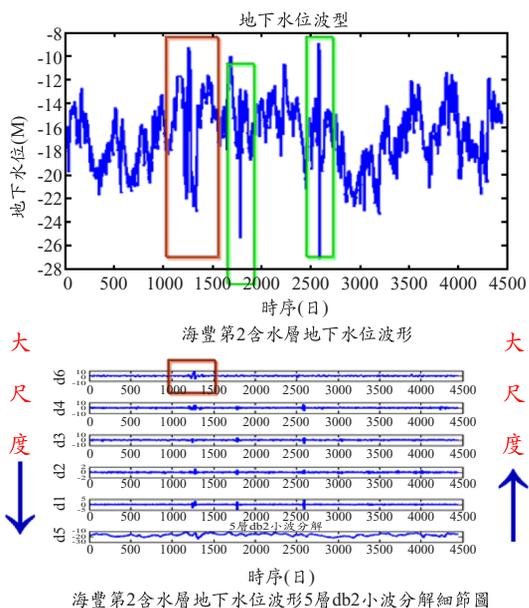


圖 6 海豐第 2 含水層地下水及 5 層 db2 小波分解

### 5.5 灰預測進行數列預測

由於採年最小水位預測和年平均水位地下水灰預測，在殘差預測模式中，檢驗數是根據前面的資料推算出來的，並依次遞推地檢驗。每一檢驗值對模型來說都是後驗值，因此也稱為後

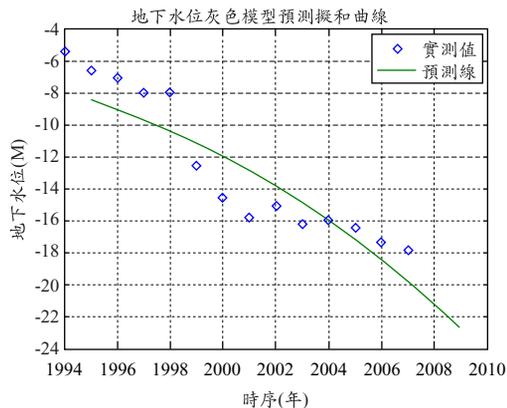


圖 7 西港第 3 含水層年最小水位 GM(1,1)預測

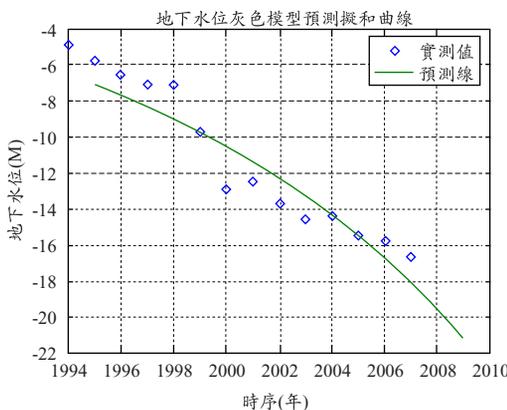


圖 8 西港第 3 含水層年平均水位 GM(1,1)預測

驗差檢驗。C (均方差比值)，越小，表示儘管原始資料很離散而模型所得計算值與實際值之差離散程度小。P (小誤差概率)越大，表示殘差和殘差的平均值小於給定值  $0.6745 S_0$  的點較多，預報精度高。以下為西港第 3 含水層預測圖及精度等級。圖 7 顯示  $P = 1$ ， $c = 0.037$ ，預測精度等級為好，2008 年及 2009 年則分別為 -21.12 及 -22.67。圖 8 顯示  $P = 1$ ， $c = 0.032$ ，預測精度等級為好，2008 年及 2009 年則分別為 -19.58 及 -21.16。

在 28 個警戒水位站的最低和平均水位在 GM(1,1)在地下水水位預測精度統計，「好」及「合格」之水位站數遠大於「勉強合格」及「不合格」之水位站數，如圖 9 所示。

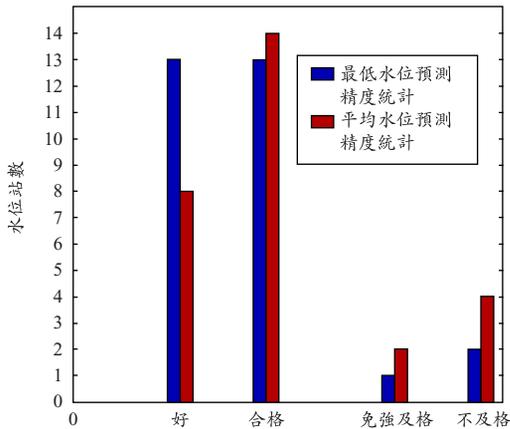


圖 9 最低和平均水位 GM(1,1)預測精度統計

### 5.6 設定地陷潛勢警示之地下水水位值

依 Terzaghi 一維壓密理論：

$$P_t = P_h + P_i$$

$P_t$ ：總應力，即地層向下的靜壓力。

$P_h$ ：中立應力，即水與土層向各方產生之壓力。

$P_i$ ：有效應力，即僅對固體產生之壓力。

藉此分析地盤下陷的形式可分為以下三種：(1)自由水位下降；(2)受壓水頭下降；(3)自由水水位與受壓水頭均下降。當(3)發生時， $P_t$ 減少量極為有限，自由水因重力關係由上而下產生重壓而使土層壓密。受壓含水層上部之加壓層兩面排水(脫水)，其壓密下陷可達上述之兩倍。

以上之分析中，可知水位之大幅降低，當由自由水位轉至受壓水頭，即是壓密及沉陷即將發生之時間點，本論文基於最低水位和平均水位之 GM(1,1)預測趨勢線的顯示，可以瞭解到地下水水位演變趨勢是穩定上升或下降，為求警示之設定周延性，本研究採納小波分析之大小各尺度得出之極端變化值參數，並將平均水位之 GM(1,1)預測值減小波分析奇異點最大振幅之半之參考對照值列入考慮，以求地陷潛勢警戒水位之設定更趨保守，以下分別就小波分析奇異點最大振幅及沉陷時間相關及設定警示水位規則，就西港水位站繪圖說明如下：

在圖 10 西港第 3 含水層地下水水位和沉陷關係圖，小波分析最大振幅發生在 2000 年，其後

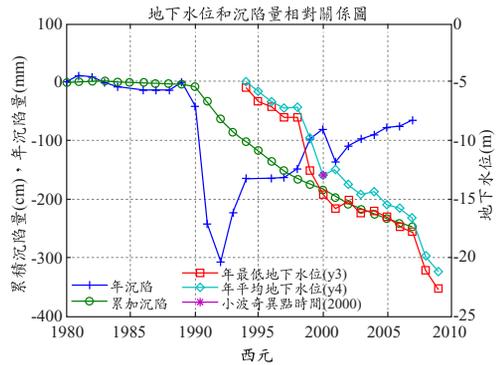


圖 10 西港第 3 含水層地下水水位和沉陷關係圖

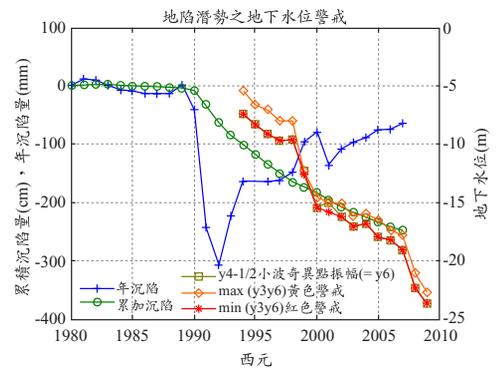


圖 11 西港第 3 含水層地下水水位警戒線

每年沉陷量則由 2000 年之 8.07 cm 增至 2001 年之 13.65 cm，最低水位和平均水位在 2000 年之前皆為下降趨勢，可以非常明顯推論出受壓水頭振幅太大，導致沉陷壓密加大。

由於最低水位和平均水位演變趨勢皆是穩定下降且趨勢線型一致，並且預測值皆為歷年最低值，因為預測精度等級為好，最低水位警示值可採為 2008 預測值(-21.12)，另為求一參考對照值，將平均水位預測值(-19.58)減小波分析奇異點振幅之半(2.5)成為(-22.08)，將以上兩者採保守警戒水位最高值(-21.12)，再將保守警戒水位最高值與歷年最低水位取其最小值為紅色警示值，以上兩者最大值為黃色警示值，如圖 11 所示。

因為西港之最低水位預測值皆為歷年最低值，是故，最低水位預測值亦為紅色警示值，其他各站則以歷年最低水位為黃色警示值。將以上動態規則推畫成圖 11，可以明顯看出黃色警戒線

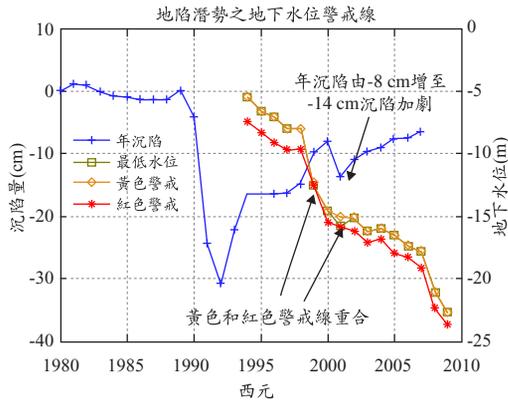


圖 12 西港第 3 含水層地下水位警戒線

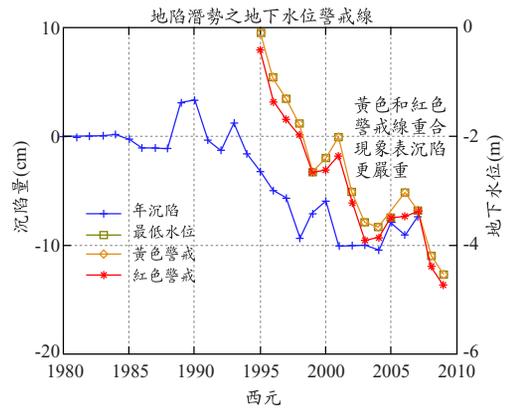


圖 14 趙甲第 3 含水層地下水位警戒線

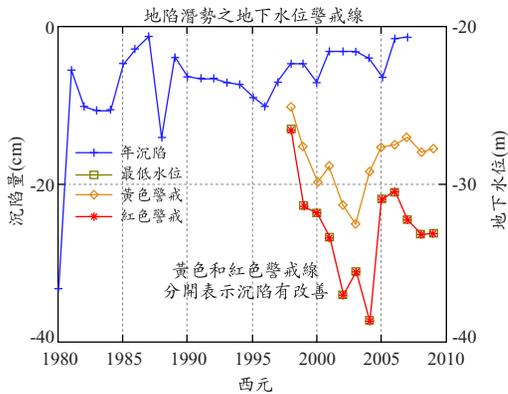


圖 13 宜梧第 3 含水層地下水位警戒線

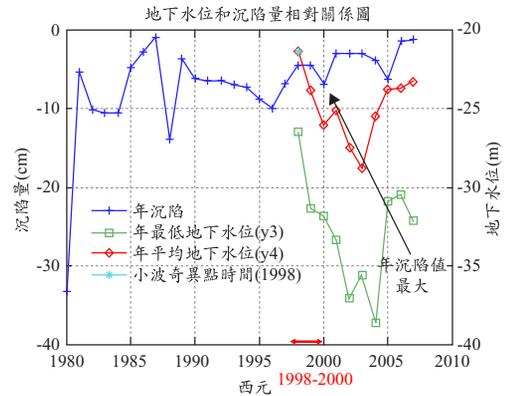


圖 15 宜梧第 3 含水層地下水位和沉陷關係圖

在紅色警戒線之上，在小波分析奇異點最大振幅發生之前，兩者重合幾乎重疊一起。

歸納其地陷潛勢警示水位線設定有以下幾種點線應用：(1)最低水位現值+預測值；(2)平均水位現值+預測值；(3)奇異點振幅；(4)校正值(平均水位現值+預測值)-1/2(奇異點振幅)；(5)黃色警戒為 max(最低水位現值+預測值,校正值)；(6)紅色警戒為 min(最低水位現值+預測值,校正值)，大致分為三類：第一類，如圖 12 所示，黃色和紅色警戒線重合；第二類如圖 13 所示，黃色和紅色警戒線分開表示沉陷有改善；第三類如圖 14 所示，最低水位原為黃色變為紅色警戒線且交叉為一點，表往後沉陷會加劇。

在年沉陷值與小波奇異點觀察之現象，大致分為三類：第一類如圖 15 所示，小波分析最大

振幅發生時間點，延後平均 2 年內即發生年最大沉陷量；第二類如圖 16 所示，奇異點發生在最近，可能壓密沉陷潛勢還無法停止；第三類為小波分析無法解讀情況，如圖 17 所示。

在 28 口觀測井地下水位和沉陷關係圖中，可以觀察出小波分析最大振幅發生時間點，延後平均 2 年內即發生年最大沉陷量，扣除小波分析最大振幅發生在 2006 年(豐榮)和 2007 年(潭墘、後安、趙甲)，可能壓密沉陷潛勢還無法停止以上 4 站之外，在 24 站中有 22 站可以很明顯觀察出此一趨勢，準確率可達 85% 以上，而且出現小波分析無法辨識解讀情況之地下水位站，都是集中於雲林沿海沉陷區(海豐、箔子)，在水利署水質報告中，箔子站之 Na 離子則由 1993 年 7.5 mg/L 增至 2006 年之 414 mg/L，確認為沿海地區潮汐

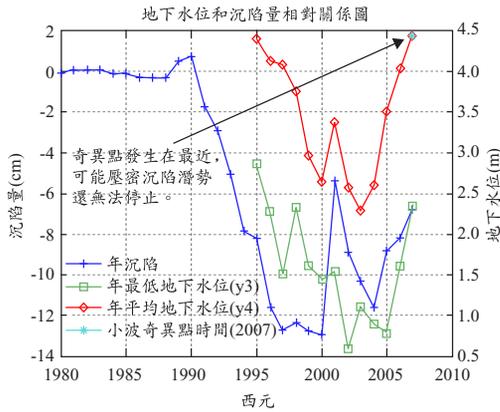


圖 16 潭墘第 1 含水層地下水位和沉陷關係圖

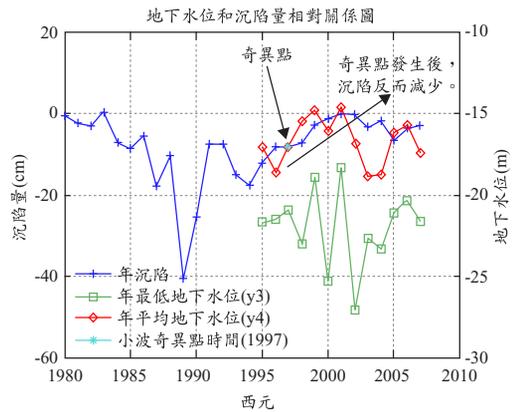


圖 17 海豐第 2 含水層地下水位和沉陷關係圖

影響到地下水位的緣故，另外，海豐站則位於六輕麥寮工業區計畫的海豐區附近，在人為開發過程中，研判導致水文地質改變的緣故。

## 六、結論與建議

### 6.1 結論

- (1)分析指標水井之關鍵變化含水層的灰關聯度及水井深度顯示，濁水溪沖積扇扇央皆符合監測井分層壓密深度，影響的地下水深度不符合監測井分層壓密深度，大都集中於所在沖積扇位置雲林扇尾的地區，也都在淺層水位位置。
- (2)灰關聯分析除可反映關鍵含水層影響度，亦可反映各地下水含水層受地層下陷影響之潛勢，如西港地下水觀測站為例，整理出第 1 至第 4 分層年地下平均水位和其內插得之地層下陷時序值作灰關聯度比較得之為 0.5580, 0.6822, 0.7205, 0.5543。意即各地下水含水層受地層下陷影響潛勢者，已由第 3 轉移至第 4。而受地陷影響最大的地下水深度也由 171 公尺下修到 238 公尺。
- (3)以本研究分析案例而言，在於確認該地下水時序以小波分析求出奇異點位置及最大振幅，對於擺盪週期很大的地下水時序值，可以以比較大且比較多的尺度來定出其振幅大小，往年都是年最大振幅之計算為主，小波分析可避免尺度方面的限制。
- (4)灰色 GM(1,1)模型法在地下水最低水位預測，均方差比值(C%)和小誤差概率(P%)可

為其驗證結果，在 29 個中只有 4 個是不合格，推估資料相當維持在高精度標準中。

- (5)在 28 口觀測井地下水位和沉陷關係圖中，可以觀察出小波分析最大振幅發生時間點，延後平均 2 年內即發生年最大沉陷量，扣除小波分析最大振幅發生在 2006 年(豐榮)和 2007 年(潭墘、後安、趙甲)，可能壓密沉陷潛勢還無法停止以上 4 站之外，在 24 站中有 22 站可以很明顯觀察出此一趨勢，準確率可達 85% 以上，而且出現小波分析無法辨識解讀情況之地下水水位站，都是集中於雲林沿海沉陷區(海豐、箔子)，由經濟部水利署報告中得知為沿海地區潮汐或人為開發之影響所導致。由小波分析最大振幅奇異點發生時間點觀察出得知，目前壓密沉陷潛勢集中於彰化縣西南沉陷錐及雲林沿海。

### 6.2 建議

- (1)本研究之可靠度客觀條件取決於：抽水行為持續性發生，地下水環境監測之完整持續性時序值，各沉陷量監測之密度，水準網之覆蓋率，故建議於下陷監測井位同時設置水位觀測井，俾利提高下陷機制分析資料之品質與精度。
- (2)本研究僅以地下水理論與沉陷相關性著手，並未針對地層保水與流通量等水文地質特性定性之相對參數設定比較，雖可提供未來水源利用開發參考資訊，然尚無法完整反映複雜的水文地質特性、逕流、基流、滲出等，以滿足實際

水資源管理需求。未來可在灰關聯運算下將雨量或地質特性係數加入比較，以關聯係數矩陣綜合層級分析法來求其相互影響之綜合因子。

- (3)灰關聯運算可由滾動方式計算，求出在不同時期地下水與沉陷相關潛勢分析，至於每 5 年或每 10 年期距，何者適宜，是灰關聯相關後續研究課題。

## 參考文獻

1. 中興工程顧問公司，「台灣地區地下水資源管理決策支援系統建置」，經濟部水資源局，台北(2001-2004)。
2. 中興工程顧問公司，「濁水溪沖積扇地面地下水聯合運用管理模式建立與機制評估」，經濟部水利署中區水資源局，台中(2007)。
3. 江亮，「灰色 GM(1,1)模型在經濟預測中的應用」，哈爾濱工業大學實驗學院(2002)。
4. 李傳焯，「濁水溪沖積扇地區地下水之探討與預測研究」，國立中興大學土木工程學研究所，碩士論文，台中(2007)。
5. 李德河，賈儀平，財團法人成大研究發展基金會，「地震發生前後地下水水位異常變化之研究」，台南(2007)。
6. 周孟科，「灰色理論應用於地層下陷之預測」，國立成功大學水利及海洋工程研究所，碩士論文，台南(1999)。
7. 林宛蓉，「濁水溪沖積扇南緣地下水水位變化影響因子之關聯性研究」，國立成功大學地球科學所，碩士論文，台南(2007)。
8. 財團法人工業技術研究院能資所，「台灣地區地層下陷之監測、調查及分析」，經濟部水利署，新竹(2001~2008)。
9. 財團法人成大研究發展基金會，「地層下陷潛勢分析與警示計畫」，經濟部水利署，台南(2007-2008)。
10. 國立成功大學，「地層下陷防治服務團年度工作計畫報告」，經濟部水利署，台南(2005-2008)。
11. 張德豐，「MATLAB 小波分析」，機械工業(2008)。
12. 許乃文，「灰色理論及類神經網路應用於雲林地區地層下陷之研究」，國立成功大學土木工程研究所，碩士論文，台南(2000)。
13. 許文宜，「典型相關及驗證性因素分析和灰色系統理論應用於地質因子影響地下水位變化之研究」，國立成功大學地球科學所，碩士論文，台南(2006)。
14. 陳芝企，「灰色理論應用於屏東地區地下水位變化之研究」，國立成功大學水利及海洋工程研究所，碩士論文，台南(2002)。
15. 陳厚元、洪銘堅、曾鈞敏、許榮庭、丁崇峰，「地層下陷警示系統規劃建置」，第 30 屆海洋工程研討會特刊-特別議題，p81-89 (2008)。
16. 湯玲郎、施並洲，「灰關聯分析、類神經網路、案例推理法於財務危機預警模式之應用研究」，中華管理評論，Vol. 4, No. 2, pp. 25-37。
17. 經濟部水利署，「水文水資源資料管理供應系統網站」，<http://gweb.wra.gov.tw/wrweb/>。
18. 鄧聚龍，「灰預測與灰決策」，華中科技大學(2002)。
19. Daubechies, I., "Orthonormal Bases of Compactly Supported Wavelets," *Comm. Pure Appl. Math.*, Vol. 41, 1988, pp. 906-966.
20. Daubechies, I. *Ten Lectures on Wavelets.* Philadelphia: Philadelphia City Press, 1992.
21. Donoho, D., "Nonlinear Wavelet Methods for Recovery of Signals, Densities, and Spectra from Indirect and Noisy Data," *Different Perspectives on Wavelets, Proceeding of Symposia in Applied Mathematics*, Vol. 47, I. Daubechies ed. Amer. Math. Soc., Providence, R.I., 1993, pp. 173-205.
22. Mallat, S. *A Wavelet Tour of Signal Processing* Beijing: China Machine Press, 2003.
23. Mallat, S. and Zhong, S. *Characterization of Signal from Multiscale Edges.* *IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1992, 14 (7) pp. 710-732.

收稿日期：民國 99 年 3 月 11 日

修正日期：民國 99 年 5 月 31 日

接受日期：民國 99 年 6 月 4 日