農業工程學報　第 56 卷第 4 期　　Journal of Taiwan Agricultural Engineering
中華民國 99 年 12 月出版　　Vol. 56, No. 4, December 2010

砂土孔隙中兩相流體特性對不透水薄層下地震表面波傳遞影響之剖析

Effect of Pore Fluid Mixtures on Seismic Surface Wave Propagation through Sand beneath a Sealed-Pore Thin Surface

國立成功大學
水利及海洋工程學系
博士候選人
經濟部水利署南區水資源局
工程員

陳由聖*

Yu-Sheng Chen

國立成功大學
水利及海洋工程學系
副教授

羅偉誠

Wei-Cheng Lo

國立成功大學
水利及海洋工程學系
副教授

呂珍謀

Jan-Mou Leu

摘　要

本文旨在探討三種非混合流體系統(空氣-水、空氣-油及油-水)對雷利表面波相速度及衰退係數之影響。利用未飽和孔隙介質之孔彈性理論，我們推導出雷利表面波相速度及衰減係數的解析三次冪次擴散(dispersion)方程式。我們數值模擬此三次冪次方程式，求得三個雷利表面波(依其波速大至小表示為 R1、R2 和 R3 波)分別在上述三種非混合流體系統之林肯砂土中且在不同潤濕流體飽和度下之相速度及衰退係數。震盪頻率以接近地震波之低頻率範圍 1~100 Hz 為例。

數值模擬結果顯示：在三種非混合流體系統中，R1 波之相速度約佔剪力波相速度之 93%~96%。R1 波之衰退係數在空氣-水流體系統及空氣-油流體系統中，與孔隙中兩流體密度差及相對運動相關。然而 R1 波之衰退係數在油-水流體系統中主要與有效動力剪力黏滯性有關。R2 波及 R3 波分別與 P2 波及 P3 波之相速度(Lo *et al.*, 2005)之趨勢非當相近，推論 R2 波及 R3 波之相速度分別受流體與固體相間反相(out-of-phase)運動(如同 P2 波)及受毛細壓力(如同 P3 波)所影響。R2 波衰退係數如同 P2 波，隨有效動力剪力黏滯性之增加而增加，係與流體黏性愈大流動速度減少相關。R3 波之衰退係數在油-水流體系統中最大，在空氣-水流體系統中最小，但此三種非混合流體系統中之三個 R3 波衰退係數值彼此間差異並不大。

關鍵詞：孔彈性，雷利表面波，不透水。

*通訊作者，國立成功大學水利及海洋工程學系/經濟部水利署南區水資源局，71544 台南縣楠西鄉密枝村 70 號，n8893102@hotmail.com

ABSTRACT

The present study investigates the effect of pore fluid mixtures on surface wave propagation and attenuation along an impermeable boundary. A derived cubic polynomial dispersion equation depicts the relationship between wave number and excitation frequency. As the excitation frequency (1-100 Hz) is stipulated, the dispersion equation can be numerically solved via Matlab to determine the phase speed and attenuation coefficient of Rayleigh waves in Lincoln sand permeated by three different fluid mixtures (air-water, air-oil and oil-water). Numerical results show the existence of three different Rayleigh waves, which are designated as the R1, R2, and R3 waves in descending magnitude of phase speed.

The R1 wave phase speed was found to be approximately 93-96% of the shear wave speed within relative fluid saturation of 1 to 99%. The R1 wave attenuation coefficients in both air-water and air-oil systems are dependent on the difference between the two fluid densities and the relative motion between the solid and fluid phases. However, the R1 wave attenuation coefficient in the oil-water system depends on effective dynamic viscosity. The R2 and R3 wave phase speeds possess similar patterns to those of the P2 and P3 waves found in Lo *et al.* (2005). This implies the out-of-phase motion between the solid and fluid phases influences R2 wave phase speed and capillary pressure affects R3 wave phase speed. Similar to the P2 wave, the R2 wave attenuation coefficient is positively correlated to effective dynamic viscosity. The R3 wave attenuation coefficient in an oil-water system is highest among the three fluid mixtures, but the difference is trivial.

Keywords: Poroelasticity, Rayleigh surface wave, Impermeability.

一、緒　論

彈性波在含多相黏性流體之孔隙介質中之波傳及衰退行為最近已引起學界廣泛的探討與研究，並已應用在地震學、地球物理學、石油工程及地質工程等領域。當彈性波頻率小於 100 Hz 範圍內可視為地震波的頻譜域。根據波傳的範圍，彈性波可分為體波(body waves)及表面波(surface waves)兩種。一般而言，體波不受邊界條件所影響，通常發生在地球內部進行波之傳遞及衰減，其常見之型式為膨脹波(Dilatational wave)及剪力波(Shear wave)。然而，表面波對淺源地震時最明顯，其具有低頻率、高震幅和具擴散的特性，且只在近地表處傳遞，為最有威力的地震波。表面波常存在於多層或含自由表面之孔隙介質中，最常見之兩種典型為雷利表面波(Rayleigh surface wave)及洛夫表面波(Love surface wave)。表面波與體波截然不同，因其波傳能量會在波前進之垂直向或水平向振動，以致於對結構物或建物造成破壞。圖 1 描述上述四種典型的波傳(膨脹波、剪力波、雷利波及洛夫波等)之運動特性及其差異性。本文著重研析雷利表面波之特性[參見圖 1(c)]，一般而言雷利波之係在波傳遞方向上由膨脹波及垂直向剪力波合成所產生，在孔隙介質表面附近沿橢圓形軌跡運動造成表面附近明顯振動，其在地表面之強大破壞力與人類生命財產安全息息相關。因此，在地震學領域非常重視雷利表面波之調查研究。

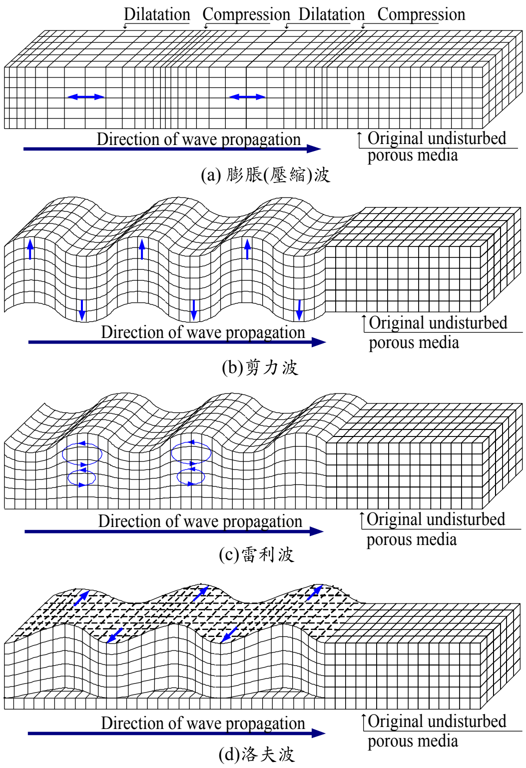


圖 1　體波及表面波運動特性示意圖

在石油工程之應用上，Beresnev 和 Johnson 在 1994 年回顧 40 多年來彈性波在石油產量增採之方法及研究成果指出，很多文獻顯示地震誘發之地震波和城市的噪音很有可能會改變地下水或油之增採量。在某些案例中，震盪波會增加流體之運動性。透過很多的實驗之分析發現，彈性波對飽和岩石透水性之影響性已被證實。實驗室內製造彈性波源來震盪飽和土壤會影響滲透性並增加碳水化合物在土壤中之增採量。低頻率震盪波在 1983 至 1994 年間被廣泛應用在對於地下淺層油庫之研究。由於這些重大之發現，衍生出兩個相關之應用。首先，因油井使用過一段時間後，井孔口附近會沉積垢和泥土造成產油效率降低，此時，可應用高動力超音波在靠近油井孔口之地層造波震盪以減少淤積物阻塞油之通過。在很多案例中，使用超音波法可以有效去除阻礙油流入井中淤積物，據研究發現其去除效率高達 40~50%，且使用此法後提升之油產出率能持續數個月之久。其次，大量增加地表造波來源，有助於將前述之局部效應擴大應用在整個地下油庫之石油增採量。

在地質工程應用上，雷利波表面波譜法(Spectral Analysis of Surface Wave method, SASW)為最常用且最有名之方法，其原理係藉由頻譜分析來推求土層剖面剪力波速與剪力模數等資料，進而快速獲得地質資訊並節省大量經費之支出。在非破壞性檢測方面，雷利波由於具容易在彈性介質表面處合成及被量測到之特性，因此藉由調整頻率改變其波長，可適用在不同尺度材料特性之檢測。在超音波頻率範圍內，雷利波常被使用在尋找材質破裂處及其它瑕疵不均質之測試。有鑑於其在不同工程應用之重要性，因此本文探討雷利表面波在含兩非混合、黏稠性、可壓縮流體之彈性孔隙的波傳物理特性。

Biot 在 1956 年提出固體液體間之耦合(coupling)孔彈性理論模式，用以量化描述體波在含單一孔隙黏性流體介質之波傳及衰退行為。這個理論解釋了兩相(固態和液態)間動態的力學交互作用。Biot 在理論上預測在孔隙含單一流體的飽和介質中會兩個膨脹波(俗稱 Biot 快速波及 Biot 慢速波)及一個剪力波存在。前述單相流體系統僅能用來模擬含單一流體的飽和孔隙介質的情形，並無法滿足實際觀察到之非飽和土壤案例。隨後其它學者進一步發展出非飽和孔彈性理論，係以連體力學理論推導含兩非混合相流體孔彈性介質之耦合方程式，並在理論上預測出三個膨脹波(Tuncay and Corapcioglu, 1997 及 Lo *et al.*, 2005)及一個剪力波(Lo, 2008)之存在。

在傳統固體力學(無孔隙)理論上，Rayleigh (1885)最早在不受應力之半無限邊界無孔隙彈性固體表面發現雷利表面波的存在。雷利表面波在含單一流體的飽和之半無限孔隙介質中的波傳問題，已經有多位學者進行探討。就波傳受孔隙介質自由平面透水邊界之影響而言，Deresiewicz (1960 & 1962)曾探討自由表面邊界波傳之相速度(phase speed)及衰退係數(attenuation coefficient)。Jones (1961)推導出用來描述震盪頻率與波數

(wave number)關係之擴散(dispersive)方程式，並討論雷利表面波在飽和半無限空間之波傳及衰退行爲，但 Jones (1961)忽略由固體與流體間相對加速運動造成所產生之慣性力。再者，他在數值模擬中忽略孔隙流體的黏滯性，發現了非擴散(non-dispersive)雷利表面波之存在。Tajuddin (1984) 研究透水與不透水邊界對雷利表面波運動之影響，並與 Jones (1961)同樣假設而忽略孔隙流體黏性後，數值計算結果顯示在固定柏松比(Poisson's ratio)時，非擴散之雷利表面波相速度在透水邊界中稍大於在不透水邊界之值。Liu and de Boer (1997)證明孔隙流體之黏滯性會造成雷利表面波的衰退，且其相速度有擴散(dispersion)之特性。Yang (2001)研究單一黏性流體在不同土壤下之雷利波相速度的變化。

Yang (2005)後來又再探討雷利波在非飽和土壤中之雷利波模式，但其並未嚴謹考慮固體顆粒與兩黏性流體間之慣性力、黏滯力等交互作用及相對運動。Dai *et al.* (2006)探討飽和雙孔隙系統(即含低透水性之土壤孔隙及高透水性之裂隙孔隙)中雷利表面波之傳遞。Chao *et al.* (2006)以體積加權平均法概念來修正 Biot 理論中之流體體積模數倒數(inverse bulk modulus)，做爲有效流體統體模數(effective fluid bulk modulus)。Chao *et al.* (2006)並證實表面波之相速度與衰減係數與流體相對飽和度有關。Lo (2008)探討雷利表面波在透水邊界下非飽和孔隙介質中之波傳與衰退行爲，並證明三個獨立雷利表面波模式之存在及其對應之相速度與衰減係數。

前述多數學者致力於探討無黏性流體、單一黏性流體中透水邊界的雷利表面波之傳遞，目前仍缺乏剖析雷利表面波在不透水邊界下含兩種非混合相流體孔隙介質中之物理特性。因爲在地表下之孔隙介質大部份孔隙中都同時充滿水、空氣、油等多種流體，故這種孔隙中含兩相流體之非飽和情況誠能反映更眞實之現地狀況。當孔隙流體被拘限在不透水邊界之孔彈性介質內，常會造成孔隙流體壓力之產生而易誘發土壤液化(liquefaction)，尤其在大地工程領域非常重視此類現象之預防及研究。因此，本文以含兩種非混合、可壓縮、具黏滯性流體之孔彈性理論(Lo *et al.*, 2005)爲基礎，並考慮在未受應力不透水邊界下含兩孔隙流體介質中，推導出理論上用來描述雷利表面波在黏性孔隙流體運動具複數根之擴散方程式。當給予一震盪頻率時，此方程式可以被計算出對應之雷利表面波相速度及衰減係數之解析解。同時，又以含空氣−水、空氣−油及油−水等三種兩相流體組合之林肯砂土(Lincoln sand)爲例，探討常見之低震盪頻率震波範圍(1 Hz~100 Hz)內，非混合流體組合對地震波相速度及衰退係數之影響，進而探討其物理特性與相關影響因子之關係。

二、兩非混合流體孔彈性理論及應力應變關係

Lo *et al.* (2005)在忽略重力(body force)效應且假設孔隙介質具均質等向、等溫度條件下，利用連體力學理論(continuum theory of mixture) (Lo *et al.*, 2002)，導出含兩種非混合相混合流體孔彈性介質中之動量耦合偏微分方程式。其可表示爲：

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left[\rho_s\theta_s\vec{u}_s+(A_{11}+A_{21})(\vec{u}_1-\vec{u}_s)+(A_{12}+A_{22})(\vec{u}_2-\vec{u}_s)\right]+\frac{\partial}{\partial t}\left[R_{11}(\vec{u}_1-\vec{u}_s)+R_{22}(\vec{u}_2-\vec{u}_s)\right]$$
$$=\vec{\nabla}[(a_{11}+\frac{1}{3}G)\vec{\nabla}\cdot\vec{u}_s+a_{12}\vec{\nabla}\cdot\vec{u}_1+a_{13}\vec{\nabla}\cdot\vec{u}_2]+\vec{\nabla}\cdot(G\vec{\nabla}\vec{u}_s) \quad \text{...............(1.1)}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left[\rho_1\theta_1\vec{u}_1-A_{11}(\vec{u}_1-\vec{u}_s)-A_{12}(\vec{u}_2-\vec{u}_s)\right]-R_{11}\frac{\partial}{\partial t}(\vec{u}_1-\vec{u}_s)=\vec{\nabla}(a_{12}\vec{\nabla}\cdot\vec{u}_s+a_{22}\vec{\nabla}\cdot\vec{u}_1+a_{23}\vec{\nabla}\cdot\vec{u}_2) \quad \text{......(1.2)}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left[\rho_2\theta_2\vec{u}_2-A_{21}(\vec{u}_1-\vec{u}_s)-A_{22}(\vec{u}_2-\vec{u}_s)\right]-R_{22}\frac{\partial}{\partial t}(\vec{u}_2-\vec{u}_s)=\vec{\nabla}(a_{13}\vec{\nabla}\cdot\vec{u}_s+a_{23}\vec{\nabla}\cdot\vec{u}_1+a_{33}\vec{\nabla}\cdot\vec{u}_2) \quad \text{.......(1.3)}$$

式中，ρ_s、ρ_1、ρ_2 分別表示固體相、非潤濕(non-wetting)流體相及潤濕(wetting)流體相之密度；θ_s、θ_1 及 θ_2 分別表示固體相、非潤濕流體相及潤濕流體相之體積分量(volumetric fraction)；$\vec{u}_s$、$\vec{u}_1$ 及 $\vec{u}_2$ 分別表示固體相、非潤濕流體相及潤濕流體相之位移向量；R_{11} 及 R_{22} 爲兩個與流體黏性耦合相關之本構係數(constitutive coefficient)；A_{11} 及 A_{22} 爲固體與流體間慣性耦合相關之本構係數，A_{12} 及 A_{21} 爲兩流體間慣性耦合相關之本構係數且一般常假設 $A_{12} = A_{21}$；G 爲孔隙介質之剪力模數(shear modulus)。a_{ij} (i, j = 1,2,3)爲彈性係數且具軸對稱性 $a_{ij} = a_{ji}$；上述之參數可由其它可直接量測之參數推求出，其相互關係式可參考 Lo *et al*. (2005)。

利用孔隙率變化與毛細壓力相關本構方程式的封閉(closure)關係並將質量守恆觀念運用於兩相非混合流體和彈性孔隙固體之系統，可推導出用來描述孔隙介質中固體相與流體相間之線性應力應變關係。Lo *et al*. (2005)提出：

$$\bar{\bar{t}}_s = 2G\bar{\bar{e}} + [(a_{11} - \frac{2}{3}G)e + a_{12}\varepsilon_1 + a_{13}\varepsilon_2]\bar{\bar{\delta}} \quad \text{...(2.1)}$$

$$-\theta_1 p_1 = a_{12}e + a_{22}\varepsilon_1 + a_{23}\varepsilon_2 \quad \text{........................(2.2)}$$

$$-\theta_2 p_2 = a_{13}e + a_{23}\varepsilon_1 + a_{33}\varepsilon_2 \quad \text{........................(2.3)}$$

式中，$\bar{\bar{t}}_s$ 爲固體相之應力張量(stress tensor of the solid phase)；$\bar{\bar{e}}\left[=\frac{1}{2}(\vec{\nabla}\vec{u}_s + \vec{\nabla}\vec{u}_s^{\,T})\right]$爲固體應變張量(strain tensor of the solid phase)，其中上標 T 表示轉置(transpose)矩陣；$e \equiv \vec{\nabla}\cdot\vec{u}_s$ 及 $\varepsilon_\xi \equiv \vec{\nabla}\cdot\vec{u}_\xi$ ($\xi = 1,2$)分別爲固體相及兩流體相之體積應變量(膨脹量)；$\bar{\bar{\delta}}$ 表示單位張量(當 $i \neq j$ 時，$\delta_{ij} = 0$；當 $i = j$ 時，$\delta_{ij} = 1$)；p_ξ (ξ = 1,2)爲流體相ξ之孔隙壓力。另參考傳統 Biot (1956)之定義，含孔隙流體介質之總應力可被定義爲：

$$\bar{\bar{\sigma}} = \bar{\bar{t}}_s - \phi p_f \bar{\bar{\delta}} \quad \text{....................................(3)}$$

式中，p_f 表示孔隙流體之壓力；ϕ爲孔隙率(porosity)。在兩相流體系統中，流體壓力 p_f 可由每個流體其個別之孔隙壓力的體積平均求得(Tuncay and Corapcioglu, 1997; Lo *et al.*, 2005)。Whitaker (1973)利用體積平均(volume-averaging)之觀念，將在非飽和孔隙介質中之流體壓力，視爲在非潤濕和潤濕相流體壓力之加權總和，亦即：

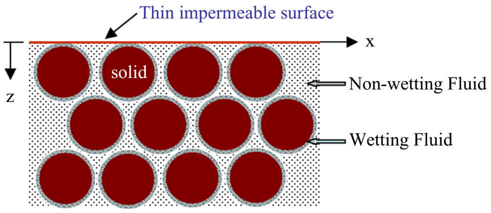


圖 2　本文之物理概念示意圖

$$p_f = S_1 p_1 + (1 - S_1) p_2 \quad \text{....................................(4)}$$

式中，$S_\xi = \theta_\xi / \phi$表示$\xi$相流體之相對飽和度(relative saturation)。將(4)式代入(3)式中可以得到：

$$\begin{aligned}\bar{\bar{\sigma}} &= \bar{\bar{t}}_s - \phi[S_1 p_1 + (1 - S_1) p_2]\bar{\bar{\delta}} \\ &= \bar{\bar{t}}_s - (\theta_1 p_1 + \theta_2 p_2)\bar{\bar{\delta}}\end{aligned} \quad \text{.......................(5)}$$

將(5)式代入(3)式，可以將總應力張量表示成下式：

$$\begin{aligned}\bar{\bar{\sigma}} = 2G\bar{\bar{e}} + \Big\{&\left[\left(a_{11} - \tfrac{2}{3}G\right) + a_{12} + a_{13}\right]e \\ &+ \left[\left(a_{12} + a_{22} + a_{23}\right)\varepsilon_1 + \left(a_{13} + a_{23} + a_{33}\right)\varepsilon_2\right]\Big\}\bar{\bar{\delta}}\end{aligned} \quad \text{...(6)}$$

三、膨脹波及剪力波運動方程式

在 Tuncay and Corapcioglu (1997)理論中明確證明出，在含兩相流體之存在三個膨脹波(P 波)及一個剪力波(S 波)之傳遞速度。隨後，Lo *et al.* (2005) 導入慣性耦合之概念於相同之含兩相流體孔隙介質系統中，推導出理論控制方程式，同理亦可發現三個膨脹波(Lo *et al.*, 2005)及一個剪力波(Lo, 2008)之存在。

考慮波在含兩流體飽和之半無限彈性孔隙介質之 *x-y* 平面運動，其 *z* 軸定義爲從孔彈性介質表面朝下方向爲正(參見圖 2)。首先，假設 u_α 和 w_α 分別表示 α 相位移向量$\vec{u}_\alpha$在 x 和 z 方向之

位移分量，且與 y 方向不相依，即 $\vec{u}_\alpha = (u_\alpha(x, z, t), w_\alpha(x, z, t))$，故可簡化爲在 x 與 z 方向運動。接著，位移分量可定義爲：

$$u_\alpha = \frac{\partial \Phi_\alpha}{\partial x} + \frac{\partial \Psi_\alpha}{\partial z} \qquad (7.1)$$

$$w_\alpha = \frac{\partial \Phi_\alpha}{\partial z} - \frac{\partial \Psi_\alpha}{\partial x} \qquad (7.2)$$

式中，Φ_α 及 Ψ_α 表示兩勢能函數。接著，對(1)式兩側進行散度(divergence)及旋度(curl)運算後可以改寫成(8.1)~(8.3)式及(8.4)~(8.6)式：

$$\begin{aligned}&\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left[(\rho_s\theta_s - A_{11} - 2A_{12} - A_{22})\Phi_s + (A_{11}+A_{12})\Phi_1 + (A_{12}+A_{22})\Phi_2\right] \\ &\quad - \frac{\partial}{\partial t}\left[(R_{11}+R_{22})\Phi_s - R_{11}\Phi_1 - R_{22}\Phi_2\right] = \tilde{a}_{11}\nabla^2\Phi_s + a_{12}\nabla^2\Phi_1 + a_{13}\nabla^2\Phi_2\end{aligned} \qquad (8.1)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left[(A_{11}+A_{12})\Phi_s + (\rho_1\theta_1 - A_{11})\Phi_1 - A_{12}\Phi_2\right] + R_{11}\frac{\partial}{\partial t}(\Phi_s - \Phi_1) = a_{12}\nabla^2\Phi_s + a_{22}\nabla^2\Phi_1 + a_{23}\nabla^2\Phi_2 \qquad (8.2)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left[(A_{12}+A_{22})\Phi_s - A_{21}\Phi_1 + (\rho_2\theta_2 - A_{22})\Phi_2\right] + R_{22}\frac{\partial}{\partial t}(\Phi_s - \Phi_2) = a_{13}\nabla^2\Phi_s + a_{23}\nabla^2\Phi_1 + a_{33}\nabla^2\Phi_2 \qquad (8.3)$$

$$\begin{aligned}&\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left[(\rho_s\theta_s - A_{11} - 2A_{12} - A_{22})\Psi_s + (A_{11}+A_{12})\Psi_1 + (A_{12}+A_{22})\Psi_2\right] \\ &\quad - \frac{\partial}{\partial t}\left[(R_{11}+R_{22})\Psi_s - R_{11}\Psi_1 - R_{22}\Psi_2\right] = G\nabla^2\Psi_s\end{aligned} \qquad (8.4)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left[(A_{11}+A_{12})\Psi_s + (\rho_1\theta_1 - A_{11})\Psi_1 - A_{12}\Psi_2\right] + R_{11}\frac{\partial}{\partial t}(\Psi_s - \Psi_1) = 0 \qquad (8.5)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left[(A_{12}+A_{22})\Psi_s - A_{21}\Psi_1 + (\rho_2\theta_2 - A_{22})\Psi_2\right] + R_{22}\frac{\partial}{\partial t}(\Psi_s - \Psi_2) = 0 \qquad (8.6)$$

式中，$\tilde{a}_{11} = a_{11} + \frac{4}{3}G$ 。接著，因正弦平面波不但在 x 方向傳遞且在 z 方向衰退，爲求解方程式(8)式我們可以將勢能函數表示成：

$$\{\Phi_s \quad \Phi_1 \quad \Phi_2\} = \{\beta_s \quad \beta_1 \quad \beta_2\}\exp(-sz)\exp[i(kx - \omega t)] \qquad (9.1)$$

$$\{\Psi_s \quad \Psi_1 \quad \Psi_2\} = \{\lambda_s \quad \lambda_1 \quad \lambda_2\}\exp(-rz)\exp[i(kx - \omega t)] \qquad (9.2)$$

式中，β_α ($\alpha = s,1,2$)和 λ_α ($\alpha = s,1,2$)分別爲兩勢能函數 Φ_α 和 Ψ_α 之振幅；s 及 r 之實部須爲正數以確保波會隨距離而衰減。反之，此兩勢能函數 Φ_α 和 Ψ_α 將隨波傳距離增加而趨近無窮大；$k = k_r + ik_i$ 爲沿 x 軸向傳遞之複數波數，其中實部 k_r 及虛部 k_i 分別爲爲傳統之波數及衰退係數；ω爲震盪角頻率(excitation angular frequency)。將(9)式代入(8)式可以得到：

$$\begin{aligned}&\tilde{a}_{11}(s^2-k^2)\beta_s + a_{12}(s^2-k^2)\beta_1 + a_{13}(s^2-k^2)\beta_2 \\ &= -\omega^2(\rho_{ss}\beta_s + \rho_{s1}\beta_1 + \rho_{s2}\beta_2)\end{aligned} \qquad (10.1)$$

$$\begin{aligned}&a_{12}(s^2-k^2)\beta_s + a_{22}(s^2-k^2)\beta_1 + a_{23}(s^2-k^2)\beta_2 \\ &= -\omega^2(\rho_{s1}\beta_s + \rho_{11}\beta_1 + \rho_{12}\beta_2)\end{aligned} \qquad (10.2)$$

$$a_{13}(s^2-k^2)\beta_s + a_{23}(s^2-k^2)\beta_1 + a_{33}(s^2-k^2)\beta_2 = -\omega^2(\rho_{s2}\beta_s + \rho_{12}\beta_1 + \rho_{22}\beta_2) \quad .(10.3)$$

$$G(r^2-k^2)\lambda_s = -\omega^2(\rho_{ss}\lambda_s + \rho_{s1}\lambda_1 + \rho_{s2}\lambda_2) \quad ....(10.4)$$

$$\rho_{s1}\lambda_s + \rho_{11}\lambda_1 + \rho_{12}\lambda_2 = 0 \quad ....(10.5)$$

$$\rho_{s2}\lambda_s + \rho_{12}\lambda_1 + \rho_{22}\lambda_2 = 0 \quad ....(10.6)$$

式中，參數ρ_{ss}、ρ_{s1}、ρ_{s2}、ρ_{11}、ρ_{12}及ρ_{22}可以被定義如下：$\rho_{ss} = \rho_s\theta_s - A_{11} - 2A_{12} - A_{22} - i/\omega\,(R_{11} + R_{22})$；$\rho_{s1} = A_{11} + A_{12} + i/\omega\, R_{11}$；$\rho_{s2} = A_{12} + A_{22} + i/\omega\, R_{22}$；$\rho_{11} = \rho_1\theta_1 - A_{11} - i/\omega\, R_{11}$；$\rho_{12} = -A_{12}$；$\rho_{12} = \rho_2\theta_2 - A_{22} - i/\omega\, R_{22}$。為求得波振幅比之值，可以將(10.5)式及(10.6)式聯立後得到：$\delta_1 = \lambda_1/\lambda_s = (\rho_{s2}\rho_{12} - \rho_{s1}\rho_{22}) / (\rho_{11}\rho_{22} - \rho^2_{12})$ 及$\delta_2 = \lambda_2/\lambda_s = (\rho_{s1}\rho_{12} - \rho_{s2}\rho_{11}) / (\rho_{11}\rho_{22} - \rho^2_{12})$。接著，將方程式(10.1)~(10.3)與方程式(10.4)~(10.6)分別重新排列成如下之矩陣型式：

$$\begin{bmatrix} \tilde{a}_{11}(s^2-k^2)+\omega^2\rho_{ss} & a_{12}(s^2-k^2)+\omega^2\rho_{s1} & a_{13}(s^2-k^2)+\omega^2\rho_{s2} \\ a_{12}(s^2-k^2)+\omega^2\rho_{s1} & a_{22}(s^2-k^2)+\omega^2\rho_{11} & a_{23}(s^2-k^2)+\omega^2\rho_{12} \\ a_{13}(s^2-k^2)+\omega^2\rho_{s2} & a_{23}(s^2-k^2)+\omega^2\rho_{12} & a_{33}(s^2-k^2)+\omega^2\rho_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_s \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = 0 \quad ....(11.1)$$

$$\begin{bmatrix} G(r^2-k^2)+\omega^2\rho_{ss} & \omega^2\rho_{s1} & \omega^2\rho_{s2} \\ \rho_{s1} & \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{s2} & \rho_{12} & \rho_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_s \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} = 0 \quad ....(11.2)$$

方程式(11)式要有非零任意解(nontrivial solution)之充要條件為其係數矩陣之行列式須為零，如此可分別推導出膨脹波及剪力波關係方程式：

$$D_{11}(V_P^2)^3 + D_{22}(V_P^2)^2 + D_{33}(V_P^2) + D_{44} = 0 \quad ....(12.1)$$

$$V_s^2 = G(\rho_{11}\rho_{22} - \rho_{12}^2)\big/(\rho_{11}\rho_{22}\rho_{ss} + 2\rho_{s1}\rho_{s2}\rho_{12} - \rho_{11}\rho_{s2}^2 - \rho_{ss}\rho_{12}^2 - \rho_{22}\rho_{s1}^2) \quad ....(12.2)$$

方程式(12.1)式中之係數 D_{11}、D_{22}、D_{33}、D_{44} 可表示如下式：

$$D_{11} = (\rho_{12}^2 - \rho_{11}\rho_{22})\rho_{ss} + \rho_{22}\rho_{s1}^2 + \rho_{11}\rho_{s2}^2 - 2\rho_{12}\rho_{s1}\rho_{s2} \quad ....(13.1)$$

$$\begin{aligned} D_{22} &= \tilde{a}_{11}(\rho_{11}\rho_{22} - \rho_{12}^2) + a_{22}(\rho_{22}\rho_{ss} - \rho_{s2}^2) + a_{33}(\rho_{11}\rho_{ss} - \rho_{s1}^2) \\ &\quad + 2a_{23}(\rho_{s1}\rho_{s2} - \rho_{12}\rho_{ss}) + 2a_{12}(\rho_{12}\rho_{s2} - \rho_{22}\rho_{s1}) + 2a_{13}(\rho_{12}\rho_{s1} - \rho_{11}\rho_{s2}) \end{aligned} \quad .... (13.2)$$

$$\begin{aligned} D_{33} &= (a_{13}^2 - \tilde{a}_{11}a_{33})\rho_{11} + (a_{12}^2 - \tilde{a}_{11}a_{22})\rho_{22} + 2(\tilde{a}_{11}a_{23} - a_{12}a_{13})\rho_{12} \\ &\quad + (a_{23}^2 - a_{22}a_{33})\rho_{ss} + 2(a_{12}a_{33} - a_{13}a_{23})\rho_{s1} + 2(a_{13}a_{22} - a_{12}a_{23})\rho_{s2} \end{aligned} \quad ....(13.3)$$

$$D_{44} = \tilde{a}_{11}(a_{22}a_{33} - a_{23}^2) - a_{12}^2a_{33} + a_{13}(2a_{12}a_{23} - a_{13}a_{22}) \quad ....(13.4)$$

在(12)式中，V_p及 V_s分別為具複數值膨脹波及剪力波的相速度，且其在推導過程中亦可以得到：$V_P^2 = \omega^2 / (k^2 - s^2)$及$V_s^2 = \omega^2 / (k^2 - r^2)$，其亦可以改寫成：$s = k\,(1 - V_r^2 / V_P^2)^{0.5}$、$r = k\,(1 - V_r^2 / V_s^2)^{0.5}$。式中，$V_r = \omega / k$ 為複數值之雷利表面波相速度，其虛數值係因流體黏滯所造成之衰減。此式中顯

示 s 及 r 值皆與 k 相關。若忽略流體黏性造成之衰退，因爲需滿足 $s > 0$ 及 $r > 0$ 之限制，故可以得到 $V_p > V_r$ 及 $V_s > V_r$ 之結果。相較於在無孔隙彈性固體中之古典雷利表面波僅在 z 方向衰減，(9)式中之雷利表面波勢能函數亦能表示其在 x 方向因流體黏性造成之波速衰退。

四、表面波方程式

在波傳之問題中，使用不同之邊界條件會對應不同之物理模型。爲建立孔隙介質之邊界條件，除考慮固體相之彈性行爲外，必須再考慮兩流體相與固體相間之交互作用機制。本文考慮二維平面波運動，並假設此孔彈性半無限孔隙介質之固體表面不受應力及孔隙流體不可自由穿透表面，其物理概念示意圖詳如圖 2 所示。因此，在 z = 0 處之邊界條件可以被定義爲：

$$\sigma^{zz}\Big|_{z=0} = \sigma^{zx}\Big|_{z=0} = \frac{\partial}{\partial t}(w_1 - w_s)\Big|_{z=0} = \frac{\partial}{\partial t}(w_2 - w_s)\Big|_{z=0} = 0 \quad \text{..................................(14)}$$

方程式(14)式之前兩項表示在表面處不受應力。此外，我們應特別注意，一般常用(14)式後兩項來表示不透水之邊界條件(Deresiewicz and Skalak, 1963)，意指非潤濕流體之相對速度及潤濕流體之相對速度在邊界處均爲零，即流體無法穿透邊界。另一方面，在飽和孔隙介質中亦可能有透水邊界之情況(Dai *et al.*, 2006; Jones, 1961; Liu and de Bore, 1997; Lo, 2008)，係指流體可自由流出孔隙介質表面。

將(7)式及(9)式代入(14)式之邊界條件中，並在消除Φ_s、Φ_1、Φ_2後，可以陣列型式表示成：

$$\begin{bmatrix} -(\tilde{a}_{11}+a_{12}+a_{13})\dfrac{\omega^2}{V_p^2}+2Gk^2 & -(a_{12}+a_{22}+a_{23})\dfrac{\omega^2}{V_p^2} & -(a_{13}+a_{23}+a_{33})\dfrac{\omega^2}{V_p^2} & 2Gik\sqrt{k^2-\dfrac{\omega^2}{V_s^2}} \\ -2Gik\sqrt{k^2-\dfrac{\omega^2}{V_p^2}} & 0 & 0 & G\left(2k^2-\dfrac{\omega^2}{V_s^2}\right) \\ \sqrt{k^2-\dfrac{\omega^2}{V_p^2}} & -\sqrt{k^2-\dfrac{\omega^2}{V_p^2}} & 0 & ik(1-\delta_1) \\ \sqrt{k^2-\dfrac{\omega^2}{V_p^2}} & 0 & -\sqrt{k^2-\dfrac{\omega^2}{V_p^2}} & ik(1-\delta_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_s \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \lambda_s \end{bmatrix} = 0$$

....(15)

方程式(15)式爲求 β_s、β_1、β_2 及 λ_s 且滿足非零任意解之充要條件，可令其左邊係數行列式爲零，因此可以得到：

$$E_{11}\left(\frac{\omega^2}{k^2}\right)^3 + E_{22}\left(\frac{\omega^2}{k^2}\right)^2 + E_{33}\left(\frac{\omega^2}{k^2}\right) + E_{44} = 0 \quad \text{.......................(16)}$$

式中，E_{11}、E_{22}、E_{33} 及 E_{44} 可由下式求出：

$$E_{11} = \frac{1}{V_p^4 V_s^4}(\tilde{a}_{11} + a_{22} + a_{33} + 2a_{12} + 2a_{13} + 2a_{23})^2 \quad \text{.......................(17.1)}$$

$$E_{22} = -\frac{4}{V_p^2 V_s^2}(\tilde{a}_{11} + a_{22} + a_{33} + 2a_{12} + 2a_{13} + 2a_{23}) \times \left\{ \frac{1}{V_p^2}\left[\tilde{a}_{11} + \delta_1 a_{22} + \delta_2 a_{33} + (\delta_1+1)a_{12} + (\delta_2+1)a_{13} + (\delta_1+\delta_2)a_{23}\right] + \frac{G}{V_s^2} \right\} \quad \text{.......................(17.2)}$$

表 1　三種孔隙非混合相流體兩兩組合之參數

參數	符號	單位	Air-Water	Air-Oil	Oil-Water
統體模數	K_1	Pa	0.145×10^6	0.145×10^6	0.57×10^9
	K_2	Pa	2.25×10^9	0.57×10^9	2.25×10^9
密度	ρ_1	kg/m^3	1.1	1.1	803
	ρ_2	kg/m^3	997	803	997
黏滯係數	η_1	Ns/m^2	18×10^{-6}	18×10^{-6}	3.92×10^{-3}
	η_2	Ns/m^2	0.001	3.92×10^{-3}	0.001
率定因子	n	—	2.811	3.002	3.137
	η	—	0.5	0.5	0.5
	χ	m^{-1}	1.89	5.29	3.58
內在滲透係數	k_s	m^2	24.8×10^{-13}	10.9×10^{-13}	9.2×10^{-13}

$$E_{33} = \frac{4}{V_p^4}\left[\tilde{a}_{11} + \delta_1 a_{22} + \delta_2 a_{33} + (\delta_1+1)a_{12} + (\delta_2+1)a_{13} + (\delta_1+\delta_2)a_{23}\right]^2 + \frac{4G^2}{V_s^4} + \frac{8G}{V_p^2 V_s^2}\left[2\tilde{a}_{11} + (\delta_1+1)a_{22} + (\delta_2+1)a_{33} + (\delta_1+3)a_{12} + (\delta_2+3)a_{13} + (\delta_1+\delta_2+2)a_{23} - 2G\right] \quad \text{..........(17.3)}$$

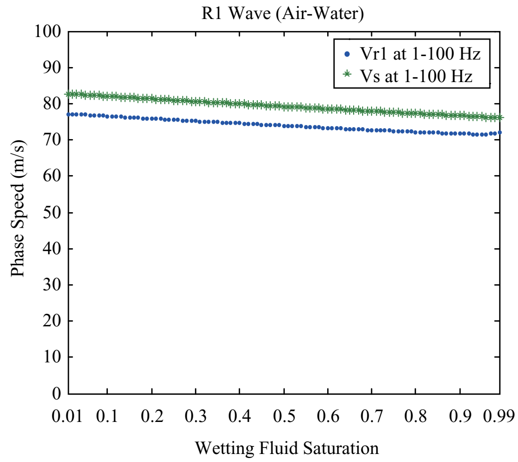
$$E_{44} = \frac{16G}{V_P^2}\left\{G - \left[\tilde{a}_{11} + \delta_1 a_{22} + \delta_2 a_{33} + (\delta_1+1)a_{12} + (\delta_2+1)a_{13} + (\delta_1+\delta_2)a_{23}\right]\right\} \quad \text{..................................(17.4)}$$

方程式(16)式為在自由表面(不受應力)及不透水邊界條件下之雷利表面波傳遞及衰退擴散方程式，其為以(ω/k)型式呈現之三次冪次多項式。

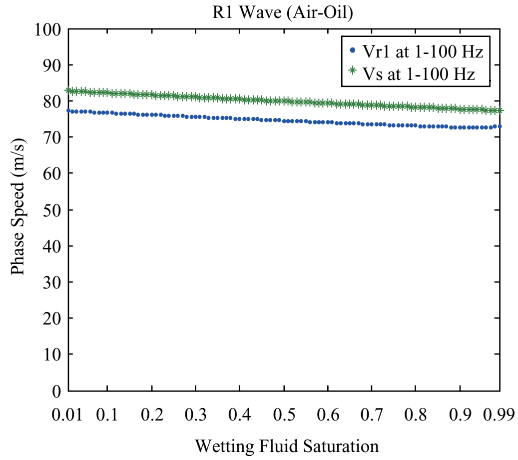
因此在給定ω及 V_p後，方程式(16)式可以獲得 6 個波數 $k_i = k_r + k_i$ 之複數值之根。由於波會隨著距離衰減，故可以得到一個物理的限制關係：$k_i > 0$，即意味著只可能存在 3 個 k 值。另一方面，在含兩種非混合、可壓縮黏性流體孔彈性介質中已被證實存在三個 V_p 的解，由大至小依序表示為 P1、P2 及 P3 波(Santos *et al*., 1990; Tuncay and Corapcioglu, 1997; Lo *et al*., 2005)。因此，在我們求出(16)式中的需要之每個膨脹波後，如同透水邊界之雷利表面波問題(Lo, 2008)，三個膨脹波可分別對應出三個雷利表面波。另在求解擴散方程式[(16)式]之前，必須計算毛細壓力(p_c)– 流體飽和度及相對滲透性($k_{r\xi}$)– 流體飽和度關係［van Genuchten (1980) - Mualem (1976)］，隨即才能分別求出與p_c及$k_{r\xi}$有關之彈性係數a_{ij}及黏性耦合係數R_{11}、R_{22}。此外，土壤中毛細壓力與流體飽和度之關係，即為土壤保水曲線(water retention curve)，其可表示為 $S_2 = [1 + (\chi h_c)^n]^{(1/n-1)}$，式中$\chi$及 n 為率定因子(fitting factor)，h_c為毛細壓力水頭(matric head) (van Genuchten, 1980)。在結合 van Genuchten (1980)方程式與 Mualem (1976)方程式後，可以產生相對滲透性 $k_{r\xi}$ (ξ = 1, 2)關係：k_{r1} = $(1\text{-}S_2)^\eta(1\text{-}S_2^{n/(n-1)})^{2-2/n}$ 及 $k_{r2}= S_2^\eta\,[1\text{-}(1\text{-}S_2^{n/(n-1)})^{1-1/n}]^2$，式中 k_{r1}為非潤溼流體之相對滲透係數、k_{r2} 為潤溼流體之相對滲透係數及η為率定因子。

五、數值模擬結果與討論

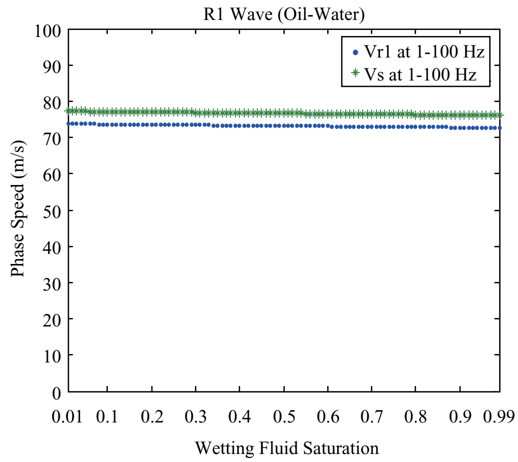
為了瞭解雷利表面波沿非飽和孔隙介質不透水表面之波傳及衰退物理特性與潤濕流體飽和度及震盪頻率之關係，我們利用 Matlab 軟體來模擬及求解(16)式中三次冪次多項式之數值解。由此三次冪次方程式，可求得三個雷利表面波(依其波速大至小表示為 R1、R2 和 R3 波)之相速度及衰退係數。本文數值模擬之孔隙介質以林肯砂土為例，震盪頻率採用一般地震低頻率範圍(1 Hz~100 Hz)，且潤濕流體飽和度之範圍從 0.01 至 0.99。其中，林肯砂土(由 88.6%砂土、9.4%粉土及 2%黏土組成)之參數如下所示：$K_s = 35 \times 10^9$ Pa、K_b =32.53 × 10^6 Pa、G = 12.18 × 10^6 Pa、ϕ = 0.33、ρ_s = 2650 kg/m^3。另三種非混合相流體(水、油及空氣)之物理參數值可參考表 1 所示



(a)空氣-水系統



(b)空氣-油系統



(c)油-水系統

圖 3　潤濕流體飽和度與R1波及剪力波在林肯砂土中相速度之關係

(Tuncay and Corapcioglu, 1996; Chen *et al.*, 1999; Lo *et al.*, 2005)。

由圖 3 中顯示，R1 波相速度在孔隙含空氣-水流體系統中大於其在孔隙含油-水流體系統，係因表面附近流體之壓縮性減小而造成 R1 波相速度之減小。隨潤濕流體飽和度增加，R1 波相速度逐漸減小。另在空氣-水、空氣-油及油-水流體系統中，R1 波相速度分別約佔剪力波相速度之 93.29%~94.55%、93.29%~94.54%及 95.49%~95.52%，此與彈性無孔隙固體力學推導出在不同柏松比下，雷利表面波相速度約佔剪力波相速度之 87%~96%值接近。

R1 波之衰退係數可以參見圖 4a、4b 及 4c，圖 4a 及 4b 之趨勢與圖 4c 存在截然不同之結果。在空氣-水(圖 4a)及空氣-油(圖 4b)等兩種流體系統中，R1 波衰退係數隨潤濕流體飽和度(S_2)增加而變大，直至 S_2 約 0.98 時達到最大值。但在油-水兩相流體組合中，R1 波衰退係數隨潤濕流體飽和度(S_2)增加而減小，當 S_2 約 0.7 時達到最小值。在低頻率範圍內，Berryman *et al.* (1988)在假設毛細張力可忽略時，發展出用來描述 P1 波衰退係數之近似兩項模式：

$$2\frac{k_i}{k_r}=\frac{\omega k_s}{\rho}\eta_{eff}\left[\frac{(\rho_1-\rho_2)^2 k_{r1}k_{r2}}{\eta_1\eta_2}+\left(\frac{\rho_1 k_{r1}\eta_2+\rho_2 k_{r2}\eta_1}{\eta_1\eta_2}\right)^2\right] \qquad (18)$$

方程式(18)式中，η_{eff} 為有效動力剪力黏滯性(effective dynamic shear viscosity)，其定義如(19)式。方程式(18)式之模式與震盪頻率線性相關。其第一項與兩孔隙流體密度差之平方相關，當孔隙中存在單一流體時，此項為零。由圖 4d、圖 4e 及圖 4f 中發現，第一項值在空氣-水(圖 4d)及空氣-油(圖 4e)中較大，故 R1 波之衰退係數在空氣-水及空氣-油系統中受方程式(18)式之第一項 $(\rho_1-\rho_2)^2k_{r1}k_{r2}/(\eta_1\eta_2)$所控制，係因兩流體密度差及相對運動所造成。然而 R1 波之衰退係數在油-水系統中主要受方程式(18)式之第二項$[(\rho_1 k_{r1}\eta_2+\rho_2 k_{r2}\eta_1)/(\eta_1\eta_2)]^2$ 所控制，主要與有效動力剪力黏滯性有關。

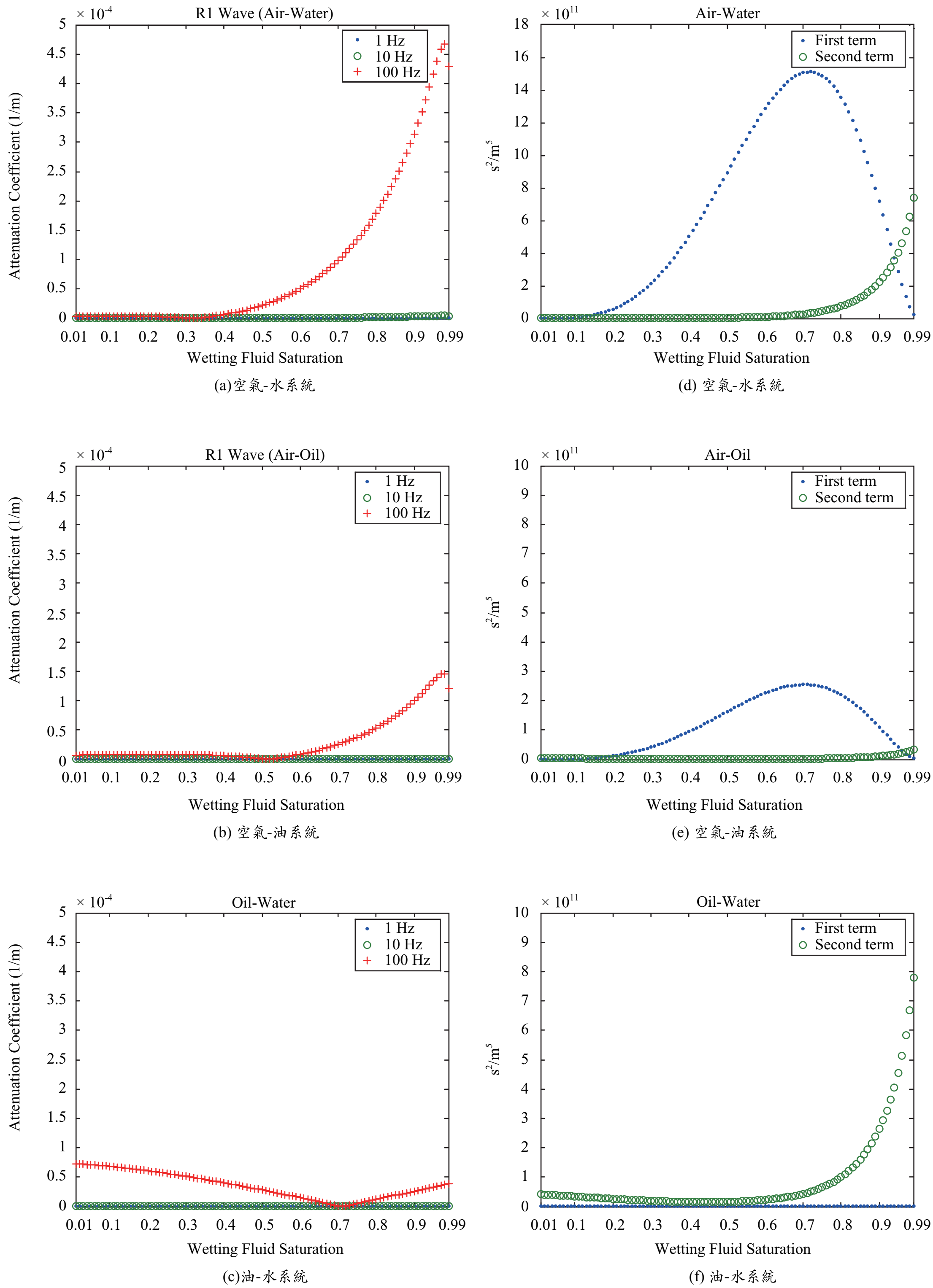
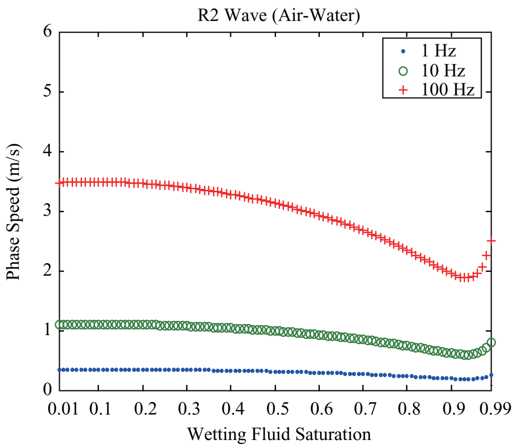
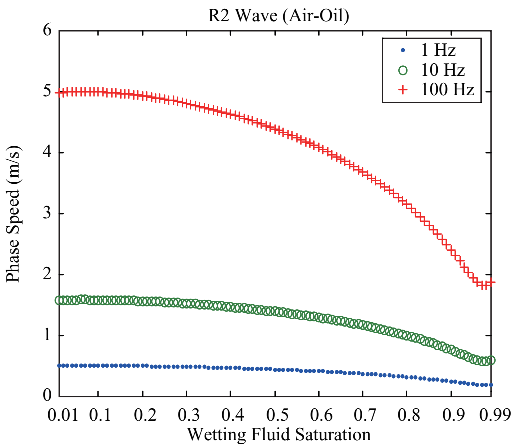


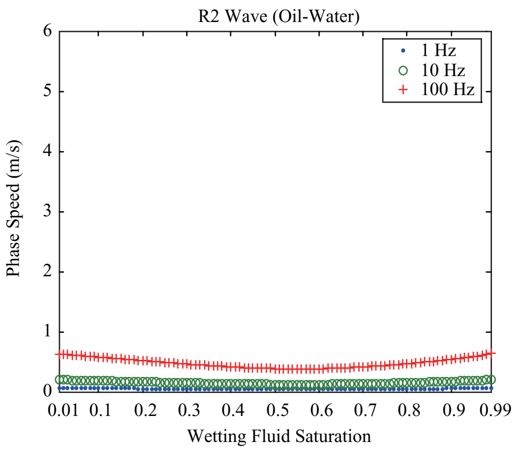
圖 4　潤濕流體飽和度與 R1 波在林肯砂土中之衰退係數及 Berryman *et al*. [1988] [式(18)]兩項模式之關係



(a) 空氣-水系統



(b)空氣-油系統



(c)油-水系統

圖 5　潤濕流體飽和度與 R2 波在林肯砂土中相速度之關係

在三種流體組合配對之 R2 波之相速度與潤濕流體飽和度及震盪頻率關係如圖 5 所示。經檢視圖 5，我們發現隨著兩相流體黏滯度之增加，R2 波相速度逐漸減小，且存在某極小之相速度值。在空氣-水流體系統中，當潤濕流體飽和度約爲 0.94 時有一對應之最小相速度值。在油-水流體系統中，R2 波相速度最小值在潤濕流體飽和度約爲 0.55 飽和度時發生。因 R2 波係由 P2 波及 S 波合成所產生，經與 Lo *et al.* (2005)圖 5 (P2 波相速度)比較後發現，其 R2 波與 P2 波相速度之趨勢非當相近，推測 R2 波亦同樣由流體與固體間反相(out-of-phase)運動所影響。

Berryman *et al.* (1988)及 Pride *et al.* (1992)由兩流體系統中流體相對運動，定義出有效動力剪力黏滯性參數：

$$\eta_{eff}=\frac{\eta_1+\eta_2}{(\eta_2 k_{r1}+\eta_1 k_{r2})} \quad \text{.................................(19)}$$

此參數η_{eff} 在三種流體組合配對系統中與潤濕流體飽和度之關係可參見圖 6d、6e 及 6f，經觀察發現其與圖 6a、6b 及 6c 中 R2 波之衰退係數趨勢非常相似。隨著有效動力剪力黏滯性之增加，流體流動速度減少且 R2 波衰減愈快。故η_{eff} 對 R2 波之衰退係數具有相當程度之相關性。

圖 7 及圖 8 分別表示 R3 波在不同潤濕流體飽和度下之相速度及衰退係數。R3 波相速度與 Lo *et al.* (2005)圖 7 (P3 波)比較後得知，兩者亦有相近之趨勢，推論 R3 波如同 P3 波亦受毛細壓力所影響。在圖 7 中，R3 波在油-水流體系統中之相速度最小，係與毛細壓力差值相關。在比較圖 8a、8b 及 8c 之衰退係數與潤濕流體飽和度關係後，發現 R3 波之衰退係數在油-水流體系統中最大，在空氣-水流體系統中最小，但此三種流體組合之系統中之 R3 波衰退係數差異並不大。最後，特別值得注意，R3 波具有很大衰退特性及甚小之相速度，因此在實驗室中非常難觀察到 R3 波的存在。

六、結　論

本文主要探討在含兩種非混合、可壓縮、具

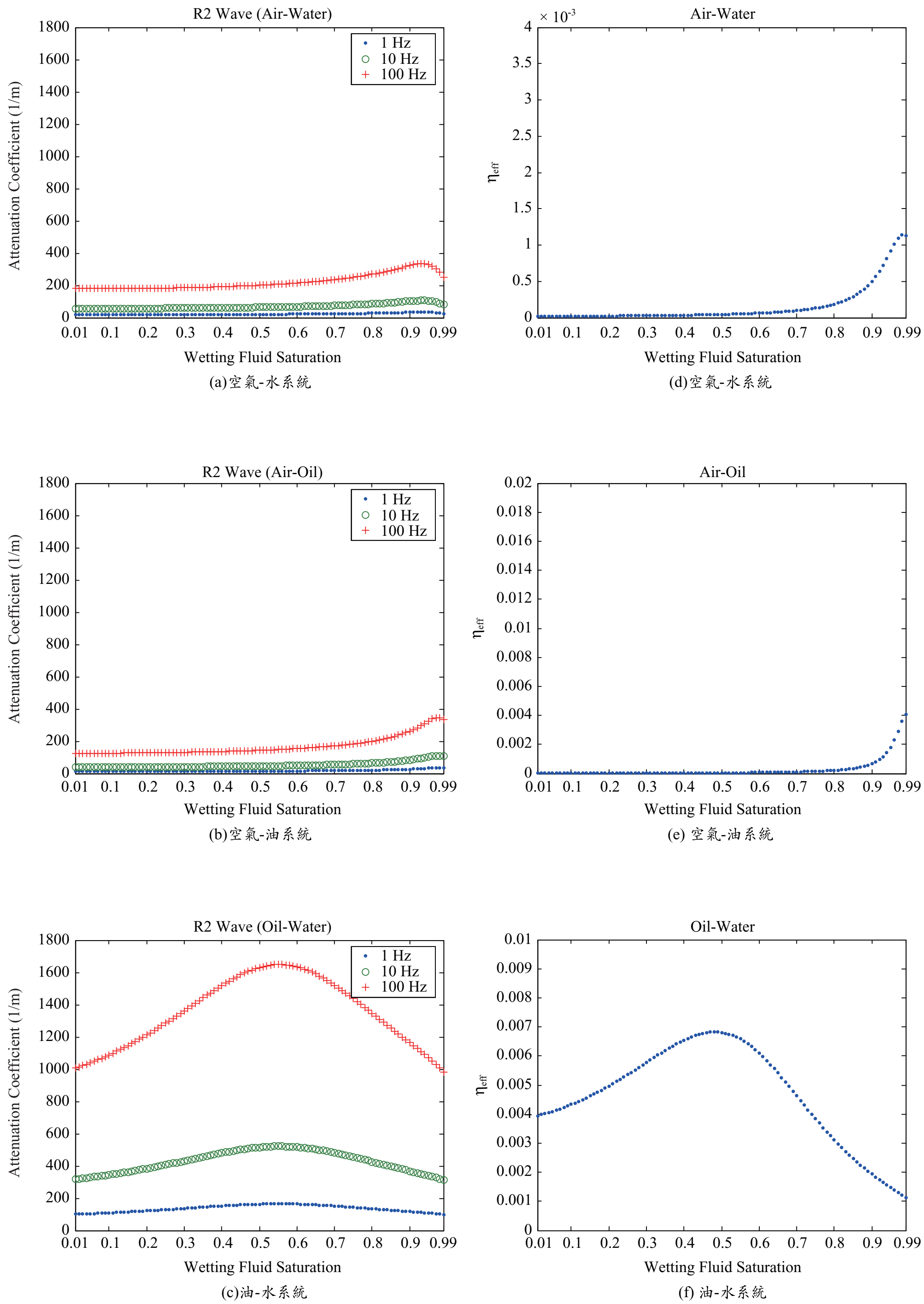
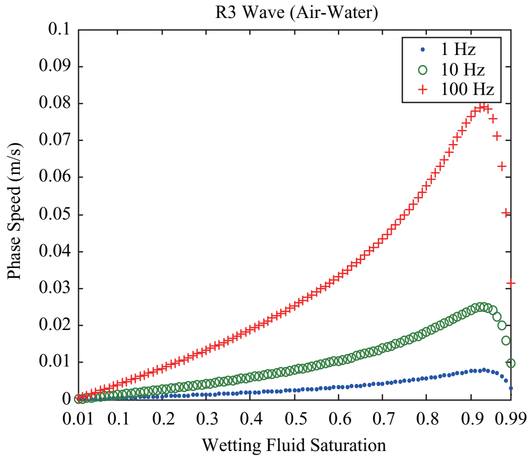
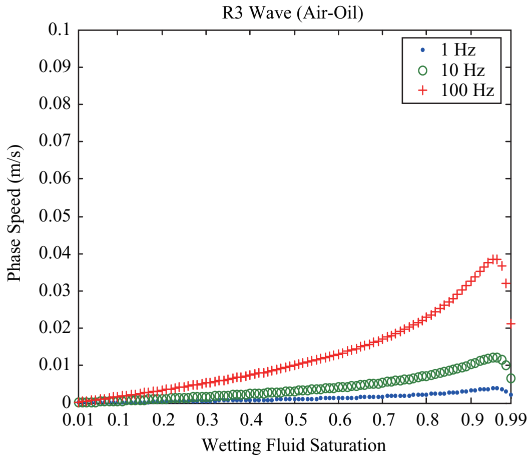


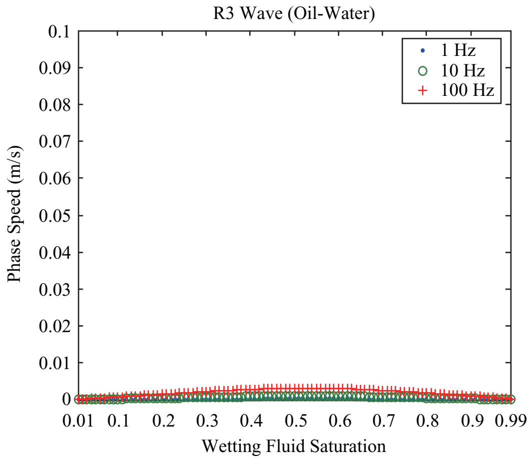
圖 6　潤濕流體飽和度與 R2 波在林肯砂土中衰退係數及有效動力剪力黏滯係數[式(19)]之關係



(a) 空氣-水系統

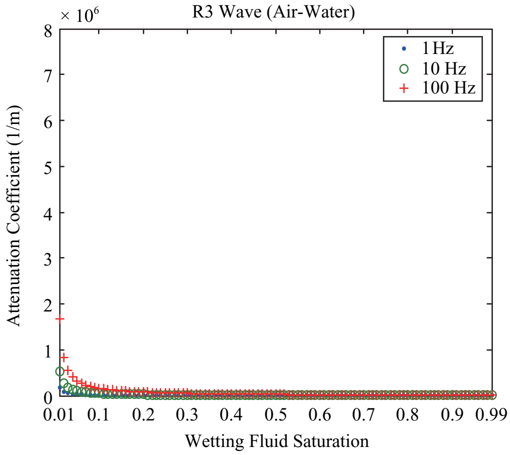


(b)空氣-油系統

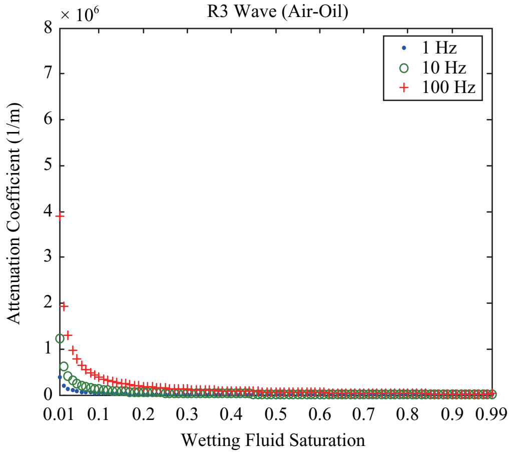


(c)油-水系統

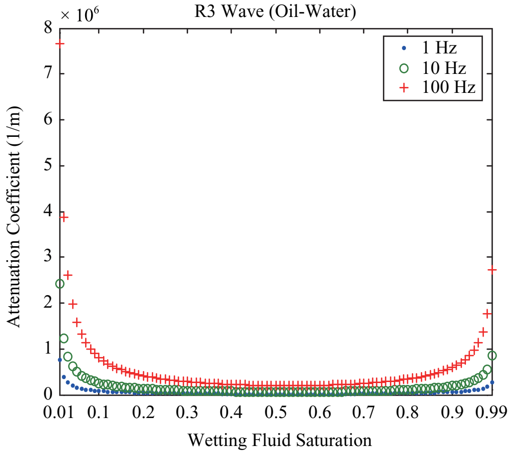
圖 7　潤濕流體飽和度與 R3 波在林肯砂土中相速度之關係



(a) 空氣-水系統



(b)空氣-油系統



(c)油-水系統

圖 8　潤濕流體飽和度與 R3 波在林肯砂土中衰退係數之關係

黏滯性流體之孔彈性介質中，其雷利表面波沿著不透水且不受應力的表面下傳遞之相速度及衰減係數的物理特性。同時採用 Lo *et al.* (2005)未飽和孔隙介質之孔彈性理論為基礎，推導出雷利表面波相速度及衰減係數的解析三次冪次多項式[亦即擴散(dispersion)控制方程式]。因孔隙黏性流體在土壤中相對運動造成雷利表面波速衰減，故此擴散方程式的根具複數值。為了檢視三種非混合流體系統在不同潤濕流體飽和度(S_2 = 0.01~0.99)及不同地震波震盪頻率(1 Hz~100 Hz)下對林肯砂土中雷利表面波運動之影響，我們利用數值方法來解此擴散方程式，並可得到三個不同(R1 波、R2 波及 R3 波)模式之雷利表面波及其對應之相速度及衰退係數。

在三種非混合流體組成之林肯砂土中之數值計算結果顯示：在此不透水薄層邊界下之孔隙介質中，R1 波相速度約佔剪力波速度值之 93%~96%。R1 波相速度在空氣-水流體系統及空氣-油流體系統中，其值非常接近，然而在油-水流體系統系統中，R1 波相速度最小，係主要油-水流體系統中剪力波相速度最小有關。R1 波之衰退係數在空氣-水流體系統及空氣-油流體系統中，與兩流體密度差及相對運動相關。然而 R1 波之衰退係數在油-水流體系統中主要與有效動力剪力黏滯性有關。因 R2 波係由 P2 波及 S 波合成所產生，經與 P2 波相速度比較後發現，其 R2 波與 P2 波相速度(Lo *et al.*, 2005)之趨勢非當相近，推測 R2 波亦同樣由流體與固體間反相(out-of-phase)運動所影響。R2 波衰退係數隨有效動力剪力黏滯性之增加而增加，係與黏性流體流動速度減少相關。經比較 R3 波與 P3 波相速度(Lo *et al.*, 2005)後，發現兩者有相似之趨勢，推論其亦受毛細壓力所影響。R3 波之衰退係數在油-水流體系統中最大，在空氣-水流體系統中最小，但此三種流體組合之系統中之 R3 波衰退係數差異並不大。

誌　謝

本文作者感謝行政院國家科學委員會經費支持(合約編號：NSC- 096- 2917-I-006-119)。

參考文獻

1. Beresnev, I.A., and Johnson, PA, “Elastic-wave stimulation of oil production: a review of methods and results,” Geophysics, Vol. 59, No. 6, pp. 1000-1017, 1994.
2. Berryman, J.G., Thigpen, L., and Chin, R.C.Y., “Bulk elastic wave propagation in partially saturated porous solids,” J. Acoust. Soc. Am., Vol. 84, No. 1, pp. 360-373, 1988.
3. Biot, M.A., “Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid: I. Low-frequency range. II. Higher frequency range,” J. Acoust. Soc. Am., Vol. 28, No. 2, pp. 168-191, 1956.
4. Biot, M.A., “Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media,” J. Appl. Phys., Vol. 33, No. 4, pp. 1482-1498, 1962.
5. Chao, G., Smeulders D.M.J., and van Dongen M.E.H., “Dispersive surface waves along partially saturated porous media,” J. Acoust. Soc. Am., Vol. 119, No. 3, pp. 1347-1355, 2006.
6. Chen, J., Hopmans, J. W. and Grismer, M. E., “Parameter estimation of two-fluid capillary pressure-saturation and permeability functions,” Adv. Water Resour., Vol. 22, No. 5, pp. 479-493, 1999.
7. Dai, Z.J., Kuang, Z.B., and Zhao, S.X., “Rayleigh waves in a double porosity half-space,” J. Sound Vib., Vol. 298, pp. 319-332, 2006.
8. Deresiewicz, H., “The effect of boundaries on wave propagation in a liquid filled porous solid: I. Reflection of plane waves at a free plane boundary (nondissipative case),” Bull. Seismol. Soc. Am., Vol. 50, pp. 599-607, 1960.
9. Deresiewicz, H., “The effect of boundaries on wave propagation in a liquid filled porous solid: IV. Surface waves in a half-space,” Bull. Seismol. Soc. Am., Vol. 52, pp. 627-638, 1962.
10. Deresiewicz, H. and Skalak, R., “On uniqueness

in dynamic poroelasticity," Bull. Seismol. Soc. Am., Vol. 53, pp. 783-788, 1963.

11. Jones, J.P., "Rayleigh wave in a porous elastic saturated solid," J. Acoust. Soc. Am., Vol. 33, pp. 959-962, 1961.
12. Liu, Z, and de Boer, R., "Dispersion and attenuation of surface waves in a fluid-saturated porous medium," Transp. Porous Media, Vol. 29, pp. 207-223, 1997.
13. Lo, W.C., "Propagation and attenuation of Rayleigh waves in a semi-infinite unsaturated poroelastic medium," Adv. Water Resour., Vol. 31, pp. 1399-1410, 2008.
14. Lo, W.C., Sposito, G., and Majer, E., "Immiscible two-phase fluid flows in deformable porous media," Adv. Water Resour., Vol. 25, No. 8-12, pp. 1105-1117, 2002.
15. Lo, W.C., Sposito, G., and Majer, E., "Wave propagation through elastic porous media containing two immiscible fluids," Water Resour. Res., Vol. 41, pp. W02025, 2005.
16. Mualem, Y., "A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media," Water Resour. Res., Vol. 12, No. 3, pp. 513-22, 1976.
17. Pride, S.R., Gangi, A.F., and Morgan, F.D., "Deriving the equations of motion for porous isotropic media," J. Acoust. Soc. Am., Vol. 92, No. 6, pp. 3278-3290, 1992.
18. Rayleigh, L., "On waves propagating along the plane surface of an elastic solid," Proc. London Math. Soc., Vol. 17, pp. 4-11, 1885.
19. Santos, J.E., Corbero, J.M., and Douglas, J., "Static and dynamic behavior of a porous solid saturated by a two-phase fluid. A model for wave propagation in a porous medium saturated by a two-phase fluid," J. Acoust. Soc. Am., Vol. 87, No. 4, pp. 1428-1448, 1990.
20. Tajuddin, M., "Rayleigh waves in a poroelastic half-space," J. Acoust. Soc. Am., Vol. 75, pp. 682-684, 1984.
21. Tuncay, K., and Corapcioglu, M.Y., "Consolidation of elastic porous media saturated by two immiscible fluids," J. Eng. Mech., Vol. 122, No. 11, pp. 1077-1085, 1996.
22. Tuncay, K., and Corapcioglu, M.Y., "Wave propagation in poroelastic media saturated by two fluids," J. Appl. Mech., Vol. 64, No. 2, pp. 313-320, 1997
23. van Genuchten, M.T., "A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils," Soil Sci. Soc. Am. J., Vol. 44, No. 5, pp. 892-898, 1980.
24. Whitaker, S., "Transport equations for multiphase system," Chem. Eng. Sci., Vol. 28, No. 1, pp. 139-147, 1973.
25. Yang, J., "A note on Rayleigh wave velocity in saturated soils with compressible constitutes," Can. Geotech. J., 38, pp. 1360-1365, 2001.
26. Yang, J., "Rayleigh surface waves in an idealised partially saturated soil," Geotechnique, 55(5), pp. 409-414, 2005.

收稿日期：民國 99 年 2 月 26 日
修正日期：民國 99 年 4 月 9 日
接受日期：民國 99 年 4 月 19 日