

## 粒徑篩分現象與流體特性之關係

# Relationship between Size Segregation Phenomenon and Flow Characteristics

國立臺灣大學生物環境系統工程學系  
博士班研究生

楊 凱 鈞

Kai-Chun Yang

國立臺灣大學生物環境系統工程學系  
教授

暨水工所特約研究員

黃 宏 斌\*

Hung-Pin Huang

### 摘 要

地質災害有時會出現重力作用、間隙流體多寡不一之顆粒流，土石流即是臺灣常見之顆粒流。觀察土石流堆積垂直剖面，則有大顆粒在上層，小顆粒在下層之粒徑篩分現象。本研究主要目的在探討此種現象之成因，並嘗試找出可能影響粒徑篩分現象之因子。經文獻蒐集以及對於垂直震動粒徑篩分現象之瞭解，本研究發現斜坡顆粒流之流況，與垂直震動顆粒流有甚多相似之處，大顆粒在流體中會隨著剪力而上昇與下沉，亦可發現無論是斜坡顆粒流或是垂直震動顆粒流，粒徑篩分現象為流體之垂向剪力分佈所導致，並與顆粒間之摩擦作用力、碰撞作用力、黏滯剪應力與紊流剪應力有關。而粒徑越大顆粒之所以上昇越快，是由於大顆粒在獲得動能後，較不容易因為剪力方向之摩擦作用，改變其運動之方向所致。

**關鍵詞：**顆粒流，土石流，粒徑篩分。

### ABSTRACT

Some geophysical flows involve rapid gravity-driven granular flow with different interstitial fluid concentration. Debris flow is one of very typical granular-fluid flow in Taiwan. On vertical size distribution of debris flow's deposit, it is easy to observe the "size segregation" phenomenon. This research tried to figure out the reason and factors by literature review and understanding of similar mechanism when particles shake vertically. This study shows that shear stress distribution result in the phenomenon. The main factors are frictional stress, collisional stress, viscous stress and turbulent stress. After larger particles (the inertia are higher) obtain kinetic energy, the motion directions are harder to

\*通訊作者，國立臺灣大學生物環境系統工程學系教授，10617 台北市羅斯福路四段 1 號，benhuang@ntu.edu.tw

be changed by stresses. Consequently, the larger particles increase comparatively the vertical velocity with diameter.

**Keywords:** Granular flow, Ddebris flow, Size segregation.

## 一、前言

地質災害有時會出現重力作用、間隙流體(interstitial fluid)多寡不一之顆粒流(granular flow)，如土石流(debris flows)、崩塌(landslides)、雪崩(snow avalanches)、岩漿流(lava flows)以及海岸邊大陸棚邊坡之坍塌(submarine avalanches)等(Ancey, 2007)。其中，土石流(debris flows)之材料為土、砂、石等顆粒(particle)與水混合一體，運動方式呈現流動之一種特殊型態，常發生在陡坡山坡地之野溪中。

河川輸砂因大顆粒質量較大，臨界啟動流量較高，故在水流流動時，所挾帶之大顆粒會在較上游處沈積，觀察同一剖面，會發現大顆粒會在下層，小顆粒在上層之一般顆粒分層(normal grading)之現象。不過，在土石流流動時，會發現先端呈湧浪狀，並有大粒徑礫石聚集流動之現象(Takahashi, 1980; Parsons *et al.*, 2001)，而且，觀察土石流脫水堆積後之垂直剖面，則有大顆粒在上層，小顆粒在下層之粒徑篩分(size segregation)現象，如圖 1 所示。也就是說，大顆



圖 1 野溪河床堆積之垂直粒徑分佈(野溪發生洪水事件後，再發生土石流事件。虛線以上為土石流發生後之粒徑分佈，大顆粒在上層；虛線以下則為河川輸砂之沈積，大顆粒在下層)

粒聚集在土石流之較下游與較上層處，與一般河川輸砂(sediment transport)之顆粒分層恰好相反(reverse grading)。由於土石流中之大顆粒聚集在先端與上層，故當土石流撞擊房舍、公共設施等保全對象或是防砂壩、梳子壩等整治工程時，大顆粒難以避免先撞擊到構造物，使得土石流之破壞力往往較洪水強。

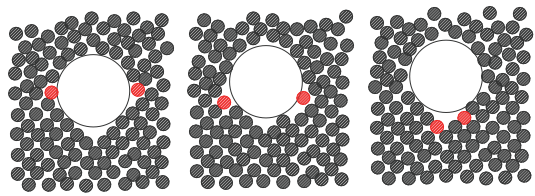
本研究蒐集國內外文獻，發現此一粒徑篩分現象(size segregation)又名“Brazil-nut effect”(Breu *et al.*, 2003)，在農業、製藥學、礦物學及化學工程等領域已被廣泛地被觀察、研究並將其應用在工業製程中(Ahmad and Smalley, 1973; Williams, 1976; Bridgwater, 1976; Jaeger and Nagel, 1992; Shinbrot and muzzio, 2000)。早期粒徑篩分現象(size segregation)之研究，發現垂直震動混合粒徑時，大顆粒會往上移動，形成粒徑篩分，且影響粒徑篩分最主要之變數為體積及震動強度(Ahmad and Smalley, 1973; Williams, 1976; Bridgwater, 1976; Jaeger and Nagel, 1992; Duran *et al.*, 1993, Knight *et al.*, 1994)，但其發生之物理機制及現象，以及可能影響之參數，目前仍有不同之說法，例如：密度會造成“Reverse Brazil-nut effect”(Breu *et al.*, 2003, Huerta and Ruiz-Suárez, 2004)。

Campbell and Bridgwater (1973)利用滾動之圓桶，進行實驗後發現粒徑篩分現象在微小粒徑中(100  $\mu\text{m}$ ~1,000  $\mu\text{m}$  之間)也易於發生，是一非常敏感且常見之物理現象。Ahmad and Smalley (1973)將直徑 24 mm、17 mm 以及 8 mm 等 3 種圓球體置於填入乾砂(平均粒徑為 500  $\mu\text{m}$ ~600  $\mu\text{m}$ )之圓桶中，進行垂直簡諧運動，發現大顆粒越接近表面，其上昇速度越快；粒徑比越大，上昇速度越快，且有呈冪次增加之趨勢；不同密度之大顆粒，其上昇所需時間差異不大；不同形狀

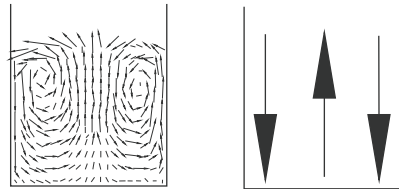
之大顆粒對上昇時間幾乎沒有顯著性之影響。Scott and Bridgwater (1975)之實驗則再次驗證了粒徑比越大，粒徑篩分之速率越快之特性。Williams (1976)根據前述等人之實驗，認為粒徑篩分現象之發生，僅需要顆粒與顆粒間有剪力存在即可，例如：顆粒進行垂直震動，或將顆粒置於滾筒中進行旋轉，甚至將不同粒徑之顆粒倒成一堆(pour into a heap)，都會發生粒徑篩分現象，並對垂直震動混合粒徑時所發生之粒徑篩分進行解釋，認為大顆粒向上移動直到浮出表面之現象為大顆粒因震動而向上抬升之壓力易造成小顆粒去填滿其下方之空隙所致。

在探討粒徑篩分現象之成因機制方面，由於垂直震動所誘發之粒徑篩分現象之機制相對容易，且其實驗較易重複執行與觀測，故目前已有不少學者針對此一機制從事研究。本研究將應用垂直震動粒徑篩分現象之結果，用以探討在重力誘發之顆粒流中之粒徑篩分現象。

垂直震動所誘發之粒徑篩分現象主要分為微觀與巨觀兩種不同方法論進行研究。以微觀之角度進行研究者，認為粒徑篩分現象主要原因為大顆粒與小顆粒之間局部幾何關係(local geometry)所致(Rosato, 1986; Jullien *et al.*, 1993; Duran *et al.*, 1993)，由於大顆粒下方之孔隙較大，在大顆粒向上移動時，小顆粒容易填入大顆粒下方之空隙，但小顆粒全部同時由大顆粒下方空隙出來之機率較小，故造成大顆粒在多次震動下，不斷地往表面移動(如圖 2 所示)。根據上述假設，Rosato (1986)認為粒徑篩分現象主要之控制因子為粒徑比，在相同之粒徑比下，由於小顆粒塞入大顆粒下方之機率是固定的，故大顆粒上昇之速率亦為一定值。Jullien *et al.* (1993)則找出圓球顆粒發生粒徑篩分現象之臨界粒徑比(critical ratio)，在 2 維系統下，顆粒間安息角從 30°到 60°，臨界粒徑比則由 2.993 到 12，不過他認為在顆粒與顆粒間摩擦力強之狀況下，已堆積顆粒間會產生聯體運動(collective motions)。Duran *et al.* (1993)推導出大顆粒與小顆粒之間幾何關係方程式，在顆粒受到略微震動影響下(震動加速度略大於 1.0 g)，僅在粒徑比大於臨界值



(a) Local geometry (modified by Jullien *et al.*, 1993)



(b) Connection convection (modified by Pöschel and Herrmann, 1995)

圖 2 (a)圖為 Local geometry 之概念，最左側可發現大顆粒下方易有 Arching effect (Duran, 1993)，以致於空隙較大，小顆粒易進入；(b)圖則為 Connection convection 之概念，在超過臨界震動強度時，顆粒間會形成對流運動，容器中央形成 Upward flux，壁邊形成 Downward flux。

(2 維臨界粒徑比 = 12.9；3 維臨界粒徑比 = 2.78) 時，粒徑篩分才會發生。

以巨觀之角度進行研究者則是認為，當垂直震動強度超越臨界震動強度時，顆粒整體會產生一對流現象(如圖 2 所示)，且大顆粒會隨著對流循環(convection cell)向上移動，當大顆粒移動至表面後，因體積較大，難以再進入對流圈向下，故一直留在表層。Rátkai (1976)即觀察到顆粒受到震動產生之對流現象，發現震動強度越大，對流循環之現象越快。Taguchi (1992) 利用數值模式模擬顆粒在垂直震動之對流現象，認為對流是接近表面之區域性之現象，如果震動之強度越大，那對流之現象即會越明顯，深度也越深，並提出一對流臨界震動加速度(critical acceleration)如下

$$\Gamma_c = \frac{bw_0^2}{g} \dots\dots\dots(1)$$

其中， $\Gamma_c$ ：臨界加速度； $b$ ：震幅(m)； $w_0$ ：角速度(rad/sec)； $g$ ：重力加速度(m/sec<sup>2</sup>)，Taguchi 亦說明臨界震動加速度大於 0.9~1.2 之間，才會發

表 1 不同方法論之比較分析

| Experiment & Theory<br>Item                                          | Experiment<br>(Ahmad and Smalley)                                                                                                | Local geometry                             | Convection<br>connection                |
|----------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------|-----------------------------------------|
| Initial position of large particle                                   | When initial position of large particle is in the center of the cylinder bottom, ascension duration is shorter than in the wall. | Initial position isn't remarkable factor.  | ○                                       |
| Vibration frequency increases.<br>(Constant vibration acceleration ) | Ascension duration of large particle is longer.                                                                                  | ○                                          | It's incomparable.                      |
| Vibration acceleration increases.<br>(Constant vibration frequency ) | Ascension duration of large particle is shorter.                                                                                 | ○                                          | ○                                       |
| Relationship between ascension velocity and depth                    | Power law                                                                                                                        | Depth isn't remarkable factor.             | ○                                       |
| Diameter ratio increases.                                            | Ascension duration of large particle is shorter.                                                                                 | ○                                          | Diameter ratio isn't remarkable factor. |
| Different density of large particle                                  | Density isn't remarkable factor.                                                                                                 | ○                                          | ○                                       |
| Different shape of large particle                                    | Shape isn't remarkable factor.                                                                                                   | Shape is supposed to be remarkable factor. | ○                                       |

“○” means the item is similar to Ahmad and Smalley's result.

生對流現象。Taguchi 認為對流之發生，是由於震動之加速度大於重力加速度，故顆粒被震盪至最高點而要向下時，將會發生自由落體，故能自由移動，但由於水平方向還是有邊界之存在，所以顆粒碰到邊界後又彈回來，只好往中央移動，且又由於因為有下邊界，所以中央之顆粒不能向下流，故只好向上流，進而形成對流。若震動之加速度小於重力加速度，Taguchi (1992)認為顆粒皆會被擠壓在容器之底部，故不會發生對流。最後，Taguchi (1992)認為邊界對對流現象之影響巨大，若邊界顆粒和邊界間沒有摩擦力，那模擬之結果會與和實驗之結果相反。Knight *et al.* (1994) 將直徑分別為 19、6 及 2 mm 之追跡珠(tracer)置入填有直徑 2 mm 玻璃珠之垂直玻璃圓桶中，使用激磁震盪器(vibration exciter)以 7 g 之加速度進行震動，發現 3 種粒徑上昇之速度差不多；但 2 mm 到了最上面之後，其又會因為對流現象而掉下來，且 Knight *et al.* 以另一倒圓錐形容器進行相同之實驗，發現追跡珠在圓錐體之中央隨著對流循環向下，但由於靠近圓錐壁向上之區域太薄，無法產生對流循環，所以不會跟著已著色之小顆粒向上，根據以上 2 點現象，強烈地證明粒徑篩分和對流現象有關。Pöschel and Herrmann (1995) 利用分子動力法(molecular dynamics algorithm)，計算每一顆粒間碰撞與摩擦之關係，進行對流引發

粒徑篩分之模擬，主要證明只要對流現象出現，且對流深度能到達大顆粒所在之位置，即會引發粒徑篩分，但其會有一個時間延遲(lag)，即大顆粒無論其粒徑比多少，皆會延遲 30 sec 左右再往上昇，且其往上昇時會有一浮沈之現象(whale effect)，但粒徑比越大，大顆粒浮沈之現象越不明顯。Pöschel and Herrmann 數值模擬發現，在震幅固定之情況下，會有一對流臨界發生頻率，且對流隨震動之強弱呈指數型衰減。曾(2003)採用激磁震盪器，以 30Hz 之震盪頻率，0~2 mm 之震幅，分別將直徑約為 4.0 mm 之塑膠珠及玻璃珠填入內徑 200 mm，高 300 mm 之壓力克力容器中，並以不同粒徑比(最大到 5)之相同材質球體做為追跡珠，主要進行與 Knight *et al.* 相似之啟動強度門檻試驗，並探討追跡珠下方不同堆積厚度，與其上昇速度之關係。曾(2003)之實驗結果和 Knight *et al.* (1994) 稍有出入，認為粒徑篩分啟動之震動強度門檻隨粒徑比之增大而減小，且到達頂端後越不容易隨著對流現象而下降，且大顆粒密度越輕，越易向上昇起。分析微觀與巨觀兩種不同方法論，對比 Ahmad and Smalley (1973) 所進行之實驗，垂直震動所引發之粒徑篩分之物理現象特性如表 1 所示。根據表 1，發現以對流機制解釋垂直震動粒徑篩分現象似乎較符合實驗所觀察到之現象，若再以 Campbell and

Bridgwater (1973)之實驗，則發現粒徑篩分現象在粒徑比為 1.2 時即可明顯觀測，此實驗結果與 Duran *et al.* (1993)所推導之 3 維臨界粒徑比 2.78 有所出入。不過，粒徑比是否會影響大顆粒上昇速率仍有需再深入探討之處，因為 Knight *et al.* (1994)在粒徑比之部分與早期 Ahmad and Smalley (1973)、Campbell and Bridgwater (1973)及 Scott and Bridgwater (1975)對粒徑比會影響分離效率之實驗結果並不相同，其原因可能為 Pöschel and Herrmann (1995)所提出大顆粒會有浮沈現象之理論，導致粒徑比對上昇速率之影響不易被觀測，或者是 Knight *et al.* (1994)所使用之震動加速度(7 g)超出臨界加速度(1 g)過多，使得粒徑比之影響相對不顯著。

雖然早期之實驗並無觀測到密度對垂直震動粒徑篩分之影響，但 Breu *et al.* (2003)，Huerta and Ruiz-Suárez (2004)認為除了粒徑比之外，密度比亦是重要之參數，認為若是大顆粒之密度比小顆粒之密度大，在震動加速度超過 1 g 時，大顆粒反而會下沉。對照密度會影響粒徑篩分之結果，顯現粒徑篩分現象無法完全使用局部幾何關係之架構去解釋顆粒有粒徑篩分之現象。

垂直震動粒徑篩分現象，若以巨觀之角度，以對流循環之機制進行解釋，那容器邊壁對顆粒所施加之剪力即佔重要之角色，對照重力驅使之顆粒流，底床對流體之剪力亦影響流體本身之運動機制，Williams (1976)也認為僅要顆粒與顆粒間有一定剪力存在即有可能發生粒徑篩分。Takahashi (1980)假設顆粒在流體中濃度均勻、穩態流之條件下，利用 Bagnold's dispersive pressure 之觀點(Bagnold, 1954)推導出大顆粒在土石流中之上昇速度，但其模式與實驗之結果相比，大顆粒之上昇速度過快，Takahashi 認為有其他機制尚未被考慮。Dolgunin (1995, 1998) 在穩態流之假設下，考慮顆粒在流體中沿垂直流向之方向濃度非為恆定、顆粒會在流體中對流(convection)、擴散(diffusion)、遷移(migration)以及顆粒間因碰撞(collision)、摩擦(friction)、重力(gravity)之交互關係所導致之分離(segregation)現象，推導出不同性質顆粒在粒子流中分離之模

式，但並沒有將底床粗糙度(roughness)考慮在其模式中。

Garcia Aragon (1995)在推導顆粒與水混合流(granular-fluid chute flow)之模式時，將因顆粒間碰撞(collision)、摩擦(friction)、與流體之黏滯力(viscous)以及因紊流(turbulent)所造成之剪力考慮在模式內，雖然紊流所造成之剪力變化與顆粒本身之重量相比，直覺上似乎很小，看起來並不會對顆粒在流體中之運動產生影響，但 Sumer and Deigaard (1981)，即利用頻閃觀測器(stroboscope)，觀測到比重比水稍重之顆粒在紊流流況中(turbulent flow)中，會被紊流結構(brusting phenomenon)所挾帶，而影響其運動，在不同之底床糙度下，隨著紊流結構之不同，顆粒移動之軌跡亦不同。Jenkins and Hanes (1998)亦認為 sheet flow 中之顆粒(particle)亦會因紊流驅動而產生碰撞。

本研究則藉著對垂直震動粒徑篩分之瞭解，找出其中之關連性，進而探討土石流中之粒徑篩分現象。

## 二、研究方法

由前人研究可發現，垂直震動之粒徑篩分現象，若是以對流現象(convection connection)之觀點進行解釋，圓桶邊壁對顆粒之剪力、顆粒間因碰撞所產生之動量交換以及顆粒間之摩擦力，皆會對粒徑篩分產生影響。如果，垂直震動之粒徑篩分有對流之運動現象，比照 Taguchi (1992)與 Pöschel and Herrmann (1995)之模擬結果，在足夠大之容器中，大顆粒應有可能隨著對流循環向下移動，並再次浮出，且應發現週期性運動之現象，不過目前探討週期性運動現象之研究仍不多。

圖 3(a)為 1 次震動，顆粒可能之運動現象，在簡諧運動中平衡點(中心線處)容器速度最快，加速度為 0，到了震幅為 b 之最高點時，加速度為最大，速度則為 0。當下降之加速度( $\Gamma$ )約為 1 g 時，會發生對流現象(Taguchi, 1992; Knight *et al.*, 1994)，其原因為當容器下降之加速度大於重力加速度，顆粒將呈現初速為 0，自由落體之運



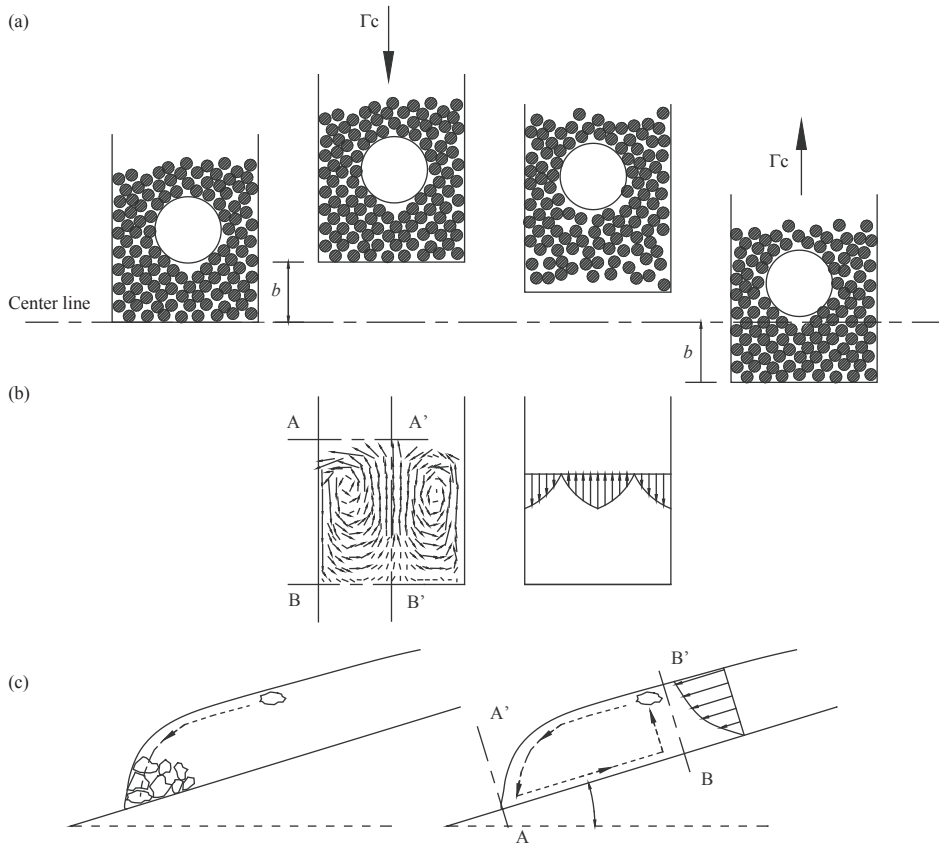


圖 3 (a)為垂直震動粒徑篩分在震幅為  $b$  之運動歷程，若容器向下移動之加速度  $\Gamma_c > 1g$  顆粒將會呈現自由落體之狀況；(b)顆粒受邊壁剪力作用所形成之對流循環；(c)斜坡上顆粒流中大顆粒之運動歷程與垂直震動粒徑篩分具有相似處

動型態，在突然落下的那一瞬間，無論是大顆粒或是小顆粒，向下之加速度皆為  $g$ ，彼此間並無速度差，若站在向下之加速度同為  $g$  之移動座標觀察，無論是大顆粒還是小顆粒都像是浮在半空中，不過由於容器邊壁向下之加速度較重力高，使得容器對顆粒會形成一相對加速度差，剪力即從邊壁施加給顆粒，類似平板流(Couette Flow)，依顆粒間不同之流變性質(rheology)，剪力逐層遞減到對流循環(convection cell)之中心。邊壁之顆粒受邊壁之剪力向下，由於又有下邊界，於是動量流(momentum flux)僅能朝底層中心移動，在左右邊壁對稱之容器中，從周圍各方向邊壁所傳遞而來之動量流在底層中心相遇，故僅能朝上傳遞，因此大顆粒即順著動量之循環移動到上層，如圖 3(b)所示之對流循環，以及可能速度分佈圖。

若是上述對流之機制正確，動量之傳遞為顆粒間碰撞之結果，不同粒徑之大顆粒  $d_{L1}$  及  $d_{L2}$  分別在裝填相同高度  $H$ 、相同粒徑之小顆粒  $d_S$  之容器中進行 2 維系統之垂直震盪，假設大顆粒在圖 3(b)左圖點 A' 及點 B' 間移動，無論是  $d_{L1}$  還是  $d_{L2}$ ，在相同高度及震動強度之條件下，由於僅是傳遞因碰撞所產生之動量流，在動量守恆之假設下，雖然顆粒下半部分別被數量比為  $d_{L1}$  比  $d_{L2}$  之小顆粒撞擊，大顆粒因動量交換(momentum change)獲得之動量比為  $d_{L1}$  比  $d_{L2}$ ，但撞擊後，又分別將所獲得之動量傳遞給顆粒上半部之小顆粒(數量亦為  $d_{L1}$  比  $d_{L2}$ )。因此無論是  $d_{L1}$  或  $d_{L2}$ ，參與撞擊  $d_{L1}$  或  $d_{L2}$  所有顆粒之質心速度皆為  $V_0$ ，如圖 4 所示。顆粒在運動時，除正向力(normal force)之碰撞所導致之動量交換外，顆粒間碰

表 2 不同土石流材料之粒徑分佈

| Type   | Position                                      | D <sub>15.9</sub><br>(mm) | D <sub>50</sub><br>(mm) | D <sub>84.1</sub><br>(mm) | D <sub>max</sub><br>(mm) | D <sub>84.1</sub> /D <sub>15.9</sub> |
|--------|-----------------------------------------------|---------------------------|-------------------------|---------------------------|--------------------------|--------------------------------------|
| Gravel | Chiufenerhshan of Nantou County, Taiwan       | 15.3                      | 66.9                    | 149.6                     | 174.0                    | 9.8                                  |
|        | Sanpu of Nantou County, Taiwan                | 2.4                       | 31.7                    | 72.0                      | 148.0                    | 30.1                                 |
|        | Fengchiu of Nantou County, Taiwan             | 11.4                      | 72.7                    | 118.7                     | 173.5                    | 10.5                                 |
|        | Tahsing of Hualien County, Taiwan             | 1.1                       | 18.7                    | 64.1                      | 185.3                    | 60.4                                 |
|        | Chienching of Hualien County, Taiwan          | 1.2                       | 14.0                    | 144.4                     | 159.6                    | 122.4                                |
|        | Rock Creek of Oregon State, the United States | 0.004                     | 5.0                     | 3.0                       | 11.0                     | 750.0                                |
|        | Highway 38 of Oregon State, the United States | 0.007                     | 2.8                     | 10.6                      | 13.0                     | 1514.3                               |
|        | Calabria, Italy                               | 0.450                     | 5.8                     | 2.8                       | 40.0                     | 6.2                                  |
| Mud    | Hsintien of Taipei County, Taiwan             | 0.010                     | 0.095                   | 0.137                     | 0.233                    | 13.2                                 |

撞、或摩擦亦會產生剪力，也就是說，顆粒在震動中，受碰撞以及摩擦交互作用之影響。在 2 維系統中，顆粒移動所受到之剪力和粒徑成正比，即

$$\frac{F_{s1}}{F_{s2}} = \frac{d_{L1} \cdot \mu}{d_{L2} \cdot \mu} = \frac{d_{L1}}{d_{L2}}; \quad \frac{m_{L1}}{m_{L2}} = \frac{(d_{L1})^2}{(d_{L2})^2}$$

其中， $m_{L1}$  及  $m_{L2}$  分別為  $d_{L1}$  及  $d_{L2}$  之質量； $a_{L1}$  及  $a_{L2}$  則為  $d_{L1}$  及  $d_{L2}$  因剪力所受之加速度。由於  $d_{L1}$  或  $d_{L2}$  之初速為  $V_0$ ，因此  $d_{L1}$  及  $d_{L2}$  在 1 次碰撞後，若碰撞所傳遞之動能不大，剛好在下一次碰撞前，其動能即可以被顆粒間之摩擦力所消除，則可簡單得出

$$\frac{\frac{1}{2} \cdot d_{L1}^2 \cdot V_0^2}{\frac{1}{2} \cdot d_{L2}^2 \cdot V_0^2} = \frac{d_1 \cdot \mu \cdot S_1}{d_2 \cdot \mu \cdot S_2} \dots\dots\dots (2)$$

(2)式中， $d_{L1}$  及  $d_{L2}$  在 1 次碰撞後所移動之距離為  $S_{L1}$  及  $S_{L2}$ 。假設容器在僅些微超過臨界震動強度下進行垂直震動，由於邊壁對顆粒施加剪力之時間不多，故每 1 次震動，質心速度  $V_0$  皆甚小，根據(2)式，可得到在小震動強度下，粒徑比與上升速度之關係

$$\frac{S_{L1}}{S_{L2}} = \frac{d_{L2}}{d_{L1}} \dots\dots\dots (3)$$

在震動強度大之情形下，顆粒之質心速度高，每一顆粒所得到之動能較高，粒徑越大之顆粒越不易因摩擦所減少之動能影響其運動，故上

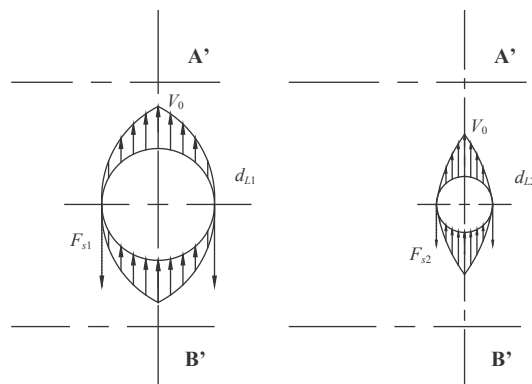


圖 4 粒徑  $d_{L1}$  及  $d_{L2}$  因顆粒碰撞產生初速  $V_0$ ，因移動產生剪力  $F_{s1}$  及  $F_{s2}$

昇速度越快。若垂直震動可由對流機制進行解釋，粒徑比應與平均上升速度成反比，本研究將進行實驗以驗證之。

為使實驗所重現之粒徑篩分之現象，也可應用在土石流之粒徑篩分現象中，本研究使用之顆粒粒徑尺寸，將盡量與現地土石流中之顆粒在同一長度尺度(length order)中，以避免因選取過小顆粒，使得布朗效應(Brownian effect)或凡德瓦爾力(van der Waals interaction potential)產生決定性之影響。因此，本研究蒐集實際礫石型(stony)及泥流型(mud)土石流發生地點之粒徑資料(如表 2 所示)，以決定試驗進行所採用粒徑比之尺度。根據表 2，以  $D_{84.1}$  除以  $D_{15.9}$ ，粒徑比範圍由 6 甚至到 1,514，差異性極大。不過，綜合考慮各區域

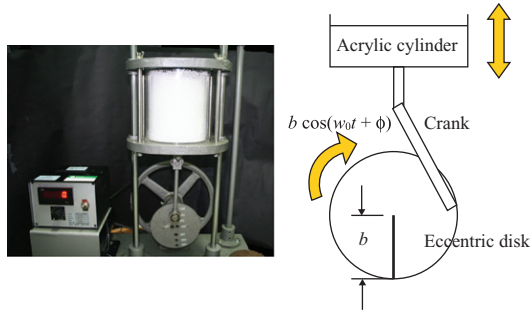


圖 5 垂直震動實驗裝置圖

之實際狀況，及試驗器材容易取得之程度，本試驗選定粒徑比分別為 2.5、7.5、10、25 及 45 等 5 種大顆粒進行試驗。

本研究利用內徑 150 mm，高 200 mm 之中空透明壓克力圓柱體進行實驗，並將其填入直徑 2 mm 之保力龍球至 150 mm 之高度，作為本實驗之小顆粒，而大顆粒則為直徑為 5 mm、15 mm、20 mm、50 mm 及 90 mm 同材質之保力龍球。將上述大顆粒置於桶底圓桶邊壁一固定位置，開啓馬達進行震動，並計時以量化比較不同直徑之大顆粒上昇至表面之時間。本研究實驗裝置照片如圖 5 所示。由圓周運動之原理，可知本試驗試體運動關係式為

$$\begin{aligned} Z &= b \cos(\omega_0 t + \phi); \\ \dot{Z} &= -b\omega_0 \sin(\omega_0 t + \phi); \dots\dots\dots (4) \\ \ddot{Z} &= -b\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \phi) \end{aligned}$$

其中， $Z$ ：試驗運動距中心點位置(m)； $b$ ：震幅(m)； $\omega_0$ ：角速度(rad/sec)； $t$ ：時間(sec)； $\phi$ ：初始角度(rad)。本試驗裝置震幅為 5、10、20、30、40、50、60 及 70 mm 等 8 種間距可調，頻率為 0~4Hz 可調，震動強度理論可到 4.00 g，目前為找出低震盪強度下顆粒之對流現象，與驗證平均上昇速度與粒徑之關係，故使用之震動強度僅在 0~2 g 之間，震幅使用 30 及 40 mm 兩種。

使用保力龍球進行垂直震動試驗，很容易會發現保力龍顆粒與顆粒間，顆粒與壓克力容器間因受摩擦及碰撞後，產生因靜電而吸附之現象，小顆粒保力龍球會附著在壓克力邊壁上，為探討顆粒間靜電效應對垂直震動之影響，本研究亦填

入 100 mm 高， $D_{50} = 1.68$  mm 之砂粒，進行試驗，大顆粒為不規則形狀之礫石塊，換算成同體積之圓球與小顆粒  $D_{50}$  之粒徑比為 18.9。

垂直震動粒徑篩分之驅動力為邊壁施予顆粒之剪力，造成顆粒間之碰撞，碰撞之正向應力，使得動能傳遞，形成對流循環之運動狀態，切向之剪力則對顆粒產生摩擦。類比以上之架構，重力所驅動之顆粒流(Granular-fluid flow)，本研究認為其產生粒徑篩分之現象亦為顆粒之間碰撞所導致。圖 3(c)右圖，顯示大顆粒在顆粒流中，像輸送帶般運動(conveyer-belt-like flow)之情形(Takahashi, 1980; Parsons *et al.*, 2001)，即流體中之大顆粒不多，則大顆粒到流體前端後，會再掉落到流體之前端底部，然後被周圍的小顆粒所埋沒，但又再度上昇形成類似週期運動之形式。如果流體中之大顆粒比例較高，則某一大顆粒前端掉落後，則會因周圍較多其他大顆粒聚集，彼此碰撞所產生力學(dynamic)性質類似，因此不再被周圍顆粒所埋沒，前端因此聚集越來越多顆粒。大顆粒在顆粒流中，不斷上昇，再移動到前端，類似週期運動之情形，其運動特性(kinetic characteristic)類似對流循環之狀況，大顆粒移動之路程都是由  $B' \rightarrow A' \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow B'$ 。在  $A \rightarrow B$  段，大顆粒皆受到邊壁對顆粒之剪力作用，只不過垂直震動之邊壁為主動施加剪力於顆粒，而在斜坡渠槽(inclined channel)之底床是因顆粒流動被動地施加(exert)剪力。在  $B \rightarrow B'$  段，大顆粒在垂直震動粒徑篩分中之移動，單純是因碰撞所引發，其行進方向垂直於重力方向，並不影響其運動；在顆粒流中，大顆粒在  $B \rightarrow B'$  段之移動，上昇之作用力要大於重力，否則大顆粒將不會移動至上層。

顆粒流為非牛頓流體，無論是那種本構方程式，由於渠底為剪力最大處，因此下層之速度變化量大於上層之速度變化量

$$\left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_h > \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{h+\Delta y} \dots\dots\dots (5)$$

在 Hertz (1881)彈性碰撞之假設下，兩彈性球互相衝擊時之最大反作用力  $F$  為



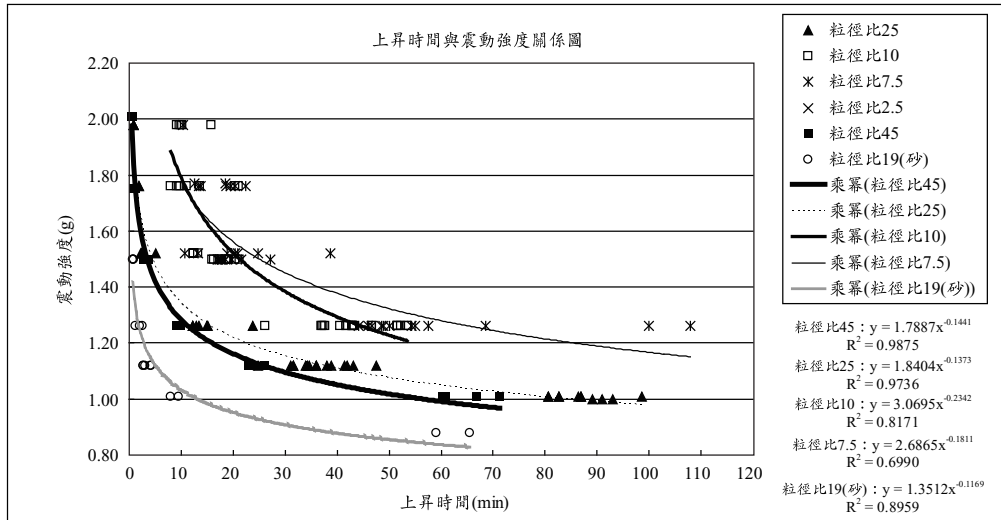


圖 6 上昇時間與震動強度關係圖

$$F = \left[ \frac{5m_e V'^2}{4} \right]^{3/5} (\kappa)^{2/5}; m_e = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \dots\dots (6)$$

式中， $\kappa$  為赫茲因子， $V'$  為碰撞相對速度， $m_e$  為碰撞系統之有效質量， $R_e$  為兩球體接觸面之有效半徑。根據彈性碰撞方程式，顆粒互相碰撞所獲得之反作用力和相對速度之 1.2 次方成正比，也就是說顆粒之下層碰撞所獲得之反作用力，較上層大，因而導致顆粒上昇。Takahashi (1980)，也以相同之觀點，推导出顆粒每經過 1 次碰撞，都有動量交換，且動量交換與相對速度成正比。

類似垂直震動粒徑篩分現象，在重力所驅使之顆粒流中，除顆粒間因接觸時間短發生之碰撞 (collision) 作用外，若顆粒間接觸時間長時，會發生摩擦 (friction) 作用 (Garcia Aragon, 1995)。也就是說，在較大顆粒因下層碰撞所獲得之反作用力較大而上昇，亦會受到顆粒間之摩擦 (friction) 作用，類似垂直震動粒徑篩分，碰撞作用可使較大顆粒上昇，但震動強度較小之狀態下，碰撞作用與摩擦 (friction) 作用與粒徑成反比。也就是說，顆粒上昇速度與其粒徑成反比。

### 三、實驗結果與討論

為瞭解粒徑比、震動強度與上昇速率之關

係，本研究進行實驗結果如圖 6 所示。根據圖 6，可發現震動強度越大，上昇時間越小，若將震動強度與上昇時間之數據進行迴歸，會發現有一幕次減少之關係式。在同一震動強度下，粒徑比越大，上昇時間越短，其關係呈幕次減少，即當粒徑比越大時，雖上昇時間會縮短，惟其減少之幅度會減小。若粒徑比越大，其數據越符合震動強度與上昇時間之迴歸式，即粒徑篩分現象越明顯。在同一上昇時間中，粒徑比越大，其所需震盪強度越小。另外，本研究亦檢驗前人研究中臨界震動強度是否為 1.00 g，本研究以粒徑比 25 之大顆粒，利用震動強度 0.88 g，進行 3 組試驗，分別震盪 803 min、490 min 及 758 min 皆未上昇，如果將震動強度調整為 1.00 g，進行 8 組試驗，則粒徑比 25 之大顆粒，則皆在 100 min 內上昇，不過，此一臨界震動強度與粒徑比亦有關係，粒徑比為 10 之大顆粒，在震動強度為 1.12 g 時，進行 3 組試驗，分別震盪 345 min、960 min 及 122 min 皆未上昇，而粒徑比為 2.5 之大顆粒，以震動強度 1.26 g，震盪 798 min；震動強度 1.76 g，震盪 688 min；震動強度 1.98 g，震盪 562 min；震動強度 2.26 g，震盪 752 min 等 4 條件下，皆未上昇，最後以震動強度 2.64 g，在 157 min 之內上昇，由於其粒徑比過小、震盪速度過快，觀測不易而無法得知準確之上昇時間，故不列入

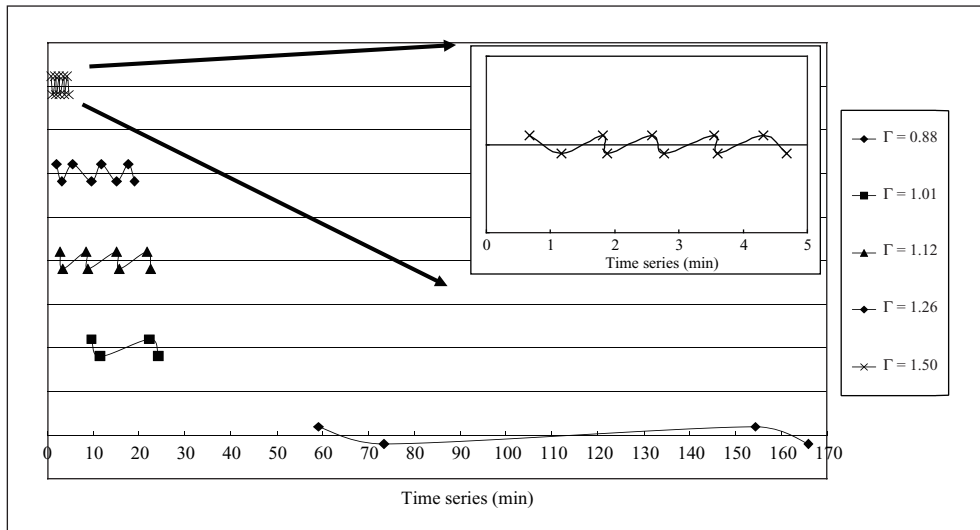


圖 8 上昇下沉呈現一週期運動之形式

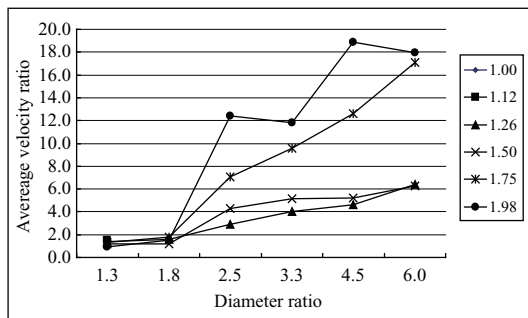


圖 7 上昇時間與震動強度關係圖

圖 6 中統計，不過由上述現象可知，粒徑比仍會影響粒徑篩分現象，並非如 Knight *et al.* 之結論。

分析不同直徑大顆粒之平均上昇速度與粒徑比之關係，結果如圖 7 所示。根據圖 7，可發現在震動強度( $\Gamma$ )為 1.5 g 以下，平均上昇速度與粒徑比幾乎成 1:1 之正比關係，驗證式(3)之推論。若震動強度( $\Gamma$ )大於 1.5 g，平均上昇速度將隨著粒徑比而呈冪次上昇。

若以砂進行垂直震盪，以探討靜電對顆粒之影響，由圖 6 可發現，粒徑比為 18.9 砂與礫石，其上昇速度甚至較粒徑比為 45 之保力龍為快，除砂與礫石無靜電之影響外，由於砂表面較保力龍粗糙，以致於壓克力邊壁施予砂之剪力較高，影響其上昇速度。

以砂(小顆粒)與礫石(大顆粒)震盪，發現礫石上昇至表面後，大部分情況下，又會慢慢移至邊壁，並再被砂粒掩埋，接著下沉，形成一類似對流之情形。本研究接著量測其上昇下沉之時間，發現類似一週期運動之形式，如圖 8 所示。因此，垂直震動粒徑篩分適合以對流循環進行解釋。

曾(2003)提出溫度越高，因顆粒間之碰撞越激烈，故顆粒上昇之速度越快。本實驗多在 25 度之自然環境中舉行，並未刻意調整顆粒之溫度，重覆進行多次實驗，亦未發現上昇速度有越來越高之趨勢。

#### 四、結 論

根據本研究之試驗可發現，垂直震動粒徑篩分現象，粒徑越大顆粒之所以上昇越快，是由於大顆粒在獲得動能後，較不容易因為剪力方向之摩擦作用，改變其運動之方向，此一結果也符合 Pöschel and Herrmann (1995) 之模擬結果，認為大顆粒較不易有浮浮沈沈之“whale effect”。因此，在顆粒濃度高過某一程度後，粒狀流中之顆粒之運動狀態呈現碰撞與摩擦力消長之情形，不過完整之機制還應包含顆粒與流體間之交互作用，也就是還應將之黏滯力(viscous)以及紊流(turbulent)

所造成之剪力考慮在內。另外，本試驗亦發現斜坡顆粒流之流況，與垂直震動顆粒流有甚多相似之處，大顆粒在流體中會隨著剪力而上昇與下沉，亦可發現無論是斜坡顆粒流或是垂直震動顆粒流，粒徑篩分主要為流體受剪力所致。

### 參考文獻

1. Ancey, C. (2007). "Plasticity and geophysical flows: A review." *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 142, 4-35.
2. Takahashi, T. (1980). *Debris flow*, IAHR Monograph, Balkema, Rotterdam.
3. Parsons, J. D., Whipple, K. X., and Simoni, A. (2001). "Experimental study of the grain-flow, fluid-mud transition in debris flows." *J. Geol.*, 109, 427-447.
4. Garcia Aragon, J. A. (1995). "Granular-Fluid Chute Flow: Experimental and Numerical Observations" *Journal of Hydraulic Engineering*, 121(4), 355-364.
5. Ahmad, K. and Smalley, I. J. (1973). "Observation of Particle Segregation in Vibrated Granular Systems." *Powder Technol.*, 8, 69-75.
6. Chou, H. T., Liao, W. M., and Lin, M. L. (2000) "Landslide Induced Debris-Flow at a Dump Site." *Proceedings of the second international conference on debris-flow*, U. S. Geological Survey, Reston, Va., 157-160.
7. Duran, J., Rajchenbach, J., and Clément, E. (1993). "Arching effect Model for Particle Size Segregation." *Phys. Rev. Lett.*, 70(16), 2431-2434.
8. Jullien, R., Meakin, P., and Pavlovitch, A. (1993). "Particle Size Segregation by Shaking in Two-Dimensional Disc Packings." *Europhys. Lett.*, 22(7), 523-528.
9. Knight, J. B., Jaeger, H. M., and Nagel, S. R. (1993). "Vibration-induced Size-Separation in Granular Media: The Convection Connection." *Phys. Rev. Lett.*, 70(24), 3728-3731.
10. Parise, M. and Calcaterra, D. (2000). "Debris-Flow-Related Fans in Weathered Crystalline Rocks, and the Potential Hazard in Calabria, Italy." *Proceedings of the second international conference on debris-flow*, U. S. Geological Survey, Reston, Va., 203-212.
11. Pöschel, T. and Herrmann, H. J. (1995). "Size Segregation and Convection." *Europhys. Lett.*, 29(2), 123-129.
12. Rátkai, G. (1976). "Particle Flow and Mixing in Vertically Vibrated Beds." *Powder Technol.*, 15, 187-192.
13. Rosato, A., Strandburg, K. J., Prinz, F., and Swendsen, R. H. (1986). "Monte Carlo Simulation of Particulate Matter Segregation." *Powder Technol.*, 49, 59-69.
14. Squier, L. R. and Harvey, A. F. (2000). "Two debris-Flows in Coast Range, Oregon, USA: Logging and Public Policy Impacts." *Proceedings of the second international conference on debris-flow*, U. S. Geological Survey, Reston, Va., 127-138.
15. Taguchi, Y-h. (1992). "New Origin of a Convective Motion: Elastically Induced Convection in Granular Materials." *Phys. Rev. Lett.*, 69(9), 1367-1370.
16. Tzeng, S. H. (2003). "Simulation on Particle Collision of Debris Flow." Ph.D. thesis, National Chung Hsing University, Taichung.
17. Williams, J. C. (1976). "The segregation of Particulate Materials. A Review." *Powder Technol.*, 15, 245-251.
18. 曾森煌，2003，土石流顆粒碰撞之模擬研究，國立中興大學博士論文。

收稿日期：民國 98 年 2 月 25 日  
修正日期：民國 98 年 5 月 21 日  
接受日期：民國 98 年 5 月 22 日