

# 熱傳導係數之溫度相關性對土壤溫度的效應

## Effects on Soil Temperature Due to Temperature-Dependent Thermal Conductivity

農業工程研究中心  
副研究員兼秘書

方文村  
Wen-Tsun Fang

農業工程研究中心  
副研究員兼組長

簡傳彬\*  
Chuan-Pin Chien

### 摘要

土壤熱傳導係數通常隨溫度之變化而改變，而正確的土壤熱傳導係數可以幫助數值模式對土壤熱量傳遞問題獲得正確之預測。由 Sepaskhah & Boersma (1979) 的實驗結果發現土壤溫度由 25°C 增加至 45°C 時，低含水量之土壤的熱傳導係數有顯著的增加，這樣的現象可以顯示在土壤熱量傳遞之問題中使用一個固定的土壤熱傳導係數可能會因該問題所存在之溫度範圍較大而導致可觀的計算誤差。

本研究利用孔隙物質中的一維熱量傳遞模式之控制方程式，忽略熱對流效應，模擬表層土壤在受不同週期氣溫變化下，表層土壤溫度及熱通量之變化情形。參考一般固體熱傳現象問題所使用之熱傳導係數與溫度間的線性關係(參考如 Goodman, 1961)來設定土壤熱傳導係數及溫度之數學關係，此關係可以一線性變化參數  $\beta$  來表示。藉由套裝軟體 Mathematica 5.1 解得不同邊界變化條件下之數值解，吾人可以發現當  $\beta$  值越大，在相同時間下，土壤原來的起始溫度越容易被抬昇，值得在土壤環境之長期熱平衡數值模擬之研究上注意。

**關鍵詞：**土壤熱傳導係數，熱量傳遞，線性變化參數。

### ABSTRACT

Soil thermal conductivity usually changes according to temperature. An accurate soil thermal conductivity can help numerical models to obtain accurate predictions in soil heat transfer problems. From the experiment results by Sepaskhah & Boersma (1979), it is found that thermal conductivity for soils with low water contents can increase significantly when the soil temperature is from 25°C up to 45°C. This shows that a constant soil thermal conductivity used in the problems for numerical soil heat transfer

\*通訊作者，財團法人農業工程研究中心，32061 桃園縣中壢市中園路 196-1 號，cpchien@aerc.org.tw

with wide temperature range might cause significant calculation errors.

This study uses the one-dimensional governing equation of heat transfer for porous media with neglect of heat convection. The simulation is performed for soil temperature and heat flux changes in surface layer due to various periodical air temperature. Linear relationship between thermal conductivity and temperature which is commonly used in the heat transfer problems for solids (cf. Goodman, 1961) is assumed to be the one for the soils of concerns. The relationship is expressed in terms of  $\beta$ , which is the linear relationship parameter. This study uses Mathematica 5.1 to obtain the numerical solutions for various boundary conditions. It is found that the initial temperature of the soil with larger  $\beta$  will be raised higher at same time duration. This is worthy of notices in the numerical simulation for long-range heat balance in soil environments.

**Keywords:** Soil thermal conductivity, Heat transfer, Linear relationship parameter.

## 一、前言

溫度影響土壤之各種效應陸續被探討，如觀測土壤溫度之增加導致滲流(seepage)及入滲(infiltration)增加之現象(Constantz 等, 1994)；或為了解在分層土壤交界處之熱波(thermal wave)的反射與傳輸係數，利用熱波模式以建立非均質土壤之溫度剖面(Karam, 2000)；或研究土壤溫度梯度影響土壤中水分流動之情形(例如：Philip & De Vries, 1957；Nassar 等, 1992；方與簡, 2001)。除了溫度影響土壤中水分流動外，許多研究則進一步著重在水分及熱量於土壤中交互影響傳遞之研究(例如：Nassar & Horton, 1992a, 1992b)。土壤中水分流動之參數，最重要為土壤水力傳導係數(hydraulic conductivity)，然常因水力傳導係數在野外自然條件下之溫度效應較小，或因周遭自然環境相當複雜難以操控，只能獲得相當少的實驗數值，因此，探討土壤溫度影響水力傳導係數之研究較少(Jaynes, 1990)。因為土壤溫度影響在其中流動水的黏滯性，所以該係數為土壤溫度的函數，亦即會受土壤熱量傳遞影響的函數。

在土壤水分及熱量交互影響之數值模式運用上，如欲預測土壤中熱量的傳遞，除了了解前述說明之土壤水力傳導特性外，土壤之熱量傳導性質亦是必須要給定的，其中最主要的是土壤熱傳導係數(thermal conductivity,  $K_T$ )。一般而言，

影響土壤熱傳導性質的因素有很多，主要的有(Hadas, 1979)：(1)土壤種類及其孔隙率；(2)土壤含水量；(3)熱擴散性質(土壤之熱擴散性質與土壤質地、礦物成分、組成成分之體積比等)。能夠正確描述土壤的熱傳導係數，可以提供數值模式對熱量傳遞之正確預測。熱傳導係數決定的方法可以概分成三類(Hada, 1979)：(1)穩態熱流方法(steady-state heat flow method)；(2)暫態熱流方法(transient heat flow method)；(3)理論推估法(theoretical prediction method)。

土壤之熱傳導係數  $K_T$  在某些程度上與溫度相關，但這個相關性在土壤常會遇到的溫度範圍內常被忽略。然而，這個忽略對於台灣地區夏季氣溫高，日照強烈，地表下土壤溫度變化劇烈之情況下，土壤熱傳導與溫度無關的假設究竟適用與否有其重新考慮的必要。以農業工程研究中心位於桃園縣的農業氣象站夏季(2007年8月1日)日氣溫與土壤溫度紀錄為例(農業工程研究中心, 2008)，繪出如圖1，氣溫由24.9°C上升至34.4°C時，約有2個小時之稽延使得地表下5公分之土壤溫度由28.2°C上升至較當日最高氣溫為高之36.6°C。而土壤所在位置越深，土溫之變化相對較緩。以深度5公分及100公分處之土溫在當日上午9時及下午4時紀錄，計算土壤溫度在垂直方向之變化梯度分別為0.0095°C/cm及0.0674°C/cm，即溫度梯度變化約為7倍。所以，

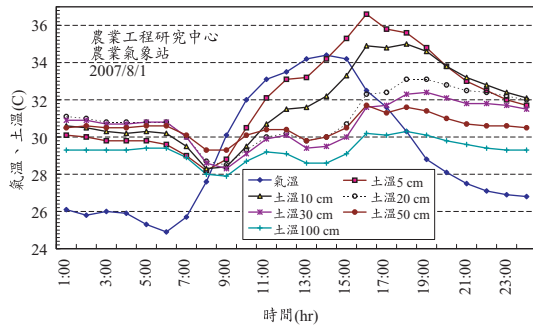


圖 1 農業氣象站之氣溫及土壤溫度變化

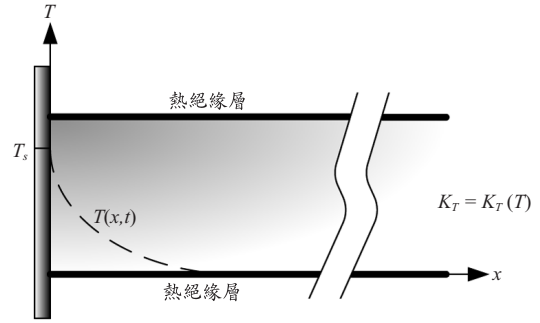


圖 2 一維半無限長物質熱傳導情況之示意

當溫度變化劇烈情況下，以固定之土壤熱傳導係數值來探討表層土壤溫度升降及熱量傳遞有商榷之處。

因之，本研究捨棄土壤溫度與熱傳導係數相互獨立性的假設，考慮熱傳導係數受土壤溫度的影響藉用一般固體熱傳現象問題所使用之線性變化關係，以套裝軟體 Mathematica 5.1 解土壤熱傳方程式，得到土壤在熱量傳遞下之溫度數值解，探討土壤熱傳導係數如有溫度相關性，其對溫度變化之影響。此外，熱量傳遞在土壤表層上下間之變化對於土壤在整個自然物理環境所扮演的角色，可以藉由土壤在表層之熱通量(heat flux)的正負值變化，以及時間內所累積之熱量傳輸值，來了解土壤熱量平衡之問題。土壤熱通量與土壤溫度在空間之變化，即剖面的變化，有極大的相關性。表層土壤的溫度梯度常因日夜溫度變化而在下午及清晨有較高值，且溫度梯度之方向在下午及清晨也會轉變，這些現象都對土壤與大氣物理環境間之交互作用產生影響。所以，因捨棄土壤熱傳導係數的溫度獨立性假設所導致熱通量之變化亦是本研究所欲了解之問題。期望本研究有關土壤溫度及熱通量的探討能提供未來土壤熱量傳遞物理環境數值模擬之參考。

## 二、熱量傳遞方程式

### 2.1 一維土壤暫態熱傳導

孔隙物質中的熱量傳遞對流系統，熱流通量包含熱傳導及熱對流，以  $\rho$  及  $c$  表孔隙物質中流體之密度及定體積下之比熱(specific heat)，兩者

之乘積  $\rho c$  則為孔隙中流體之體積熱容(volumetric heat capacity)，相同的符號但加下標  $S$ ， $\rho_s$  以及  $c_s$  表孔隙物質之密度及比熱。 $\vec{v}$  為達西流速(Darcy velocity)，係一空間向量， $T$  為孔隙物質溫度， $t$  為時間，則孔隙物質中的熱量傳遞數值模式之控制方程式如下(參考 Lee, 1999)：

$$\nabla \cdot (K_T \nabla T) - \rho c \vec{v} \cdot \nabla T = \rho_s c_s \frac{\partial T}{\partial t}, \dots\dots\dots(1)$$

式中孔隙物質的熱傳導係數  $K_T$  係該物質在單位溫度梯度下，所能傳導單位熱量之能力。視孔隙物質為土壤，流體為水，在僅考慮一維空間( $x$ )之狀況下，且因土壤達西流速太小而可以忽略  $\vec{v}$ ，則上式在卡氏(Cartesian)座標系可以進一步寫成：

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( K_T \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \rho_s c_s \frac{\partial T}{\partial t}, \dots\dots\dots(2)$$

式中  $T = T(x, t)$  為土壤溫度， $x$  為空間座標。

圖 2 顯示一維半無限長(semi-finite)土壤熱傳導的暫態情況示意圖( $0 \leq x < \infty, t \geq 0$ )，圖中土壤上下兩側以熱絕緣物質阻絕熱量傳遞，所以可以視為一維之熱傳導現象。假設熱傳導係數  $K_T$  為溫度相關(temperature-dependent)，表為  $K_T = K_T(T)$ 。另假設橫軸  $x$  向正向延伸至無限遠，意謂此向無邊界效應，唯一之邊界效應由圖 2 左側之邊界溫度  $T_s$  所控制。假設固定環境溫度為  $T_0$ ，邊界條件可以表為：

$$T(x=0, t) = T_s(t), \dots\dots\dots(3a)$$

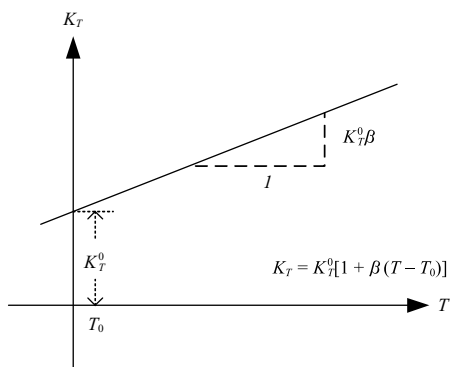


圖 3 土壤熱傳導係數隨溫度之線性變化

而起始條件表為：

$$T(x, t = 0) = T_0 \quad \dots\dots\dots (3b)$$

土壤本身之溫度對熱傳導係數的影響，如本文前面所述，文獻上較少有探討外，此影響又常因土壤本身之含水量的高低而有變化，欲尋求一個適合各種情形下之土壤溫度與熱傳導係數的關係式實不容易。吾人可以參考一般固體熱傳現象問題所使用之線性關係(參考如 Goodman, 1961)，假設熱傳導係數及溫度之變化關係如下：

$$K_T = K_T^0 [1 + \beta(T - T_0)] \quad \dots\dots\dots (4)$$

其中  $\beta$  為一可由實驗決定之線性變化參數(單位： $1/^\circ\text{C}$ )，假設  $\beta$  為常數與溫度無關， $K_T$  與  $T$  之關係繪如圖 3。式(4)表示當溫度為  $T_0$  時，土壤熱傳導係數為  $K_T^0$ ；當溫度為  $T_s$  時，土壤熱傳導係數為  $K_T^0 [1 + \beta(T_s - T_0)]$ 。式(4)之表示在另一方面而言，係將本文第一節中所提及之影響熱傳導性質之三個主要因素之綜合表現(與溫度無關部分)以  $K_T^0$  表之，溫度之相關性以參數  $\beta$  線性表示，以進行熱傳導係數與土壤溫度之相關性討論。

將熱傳導係數及溫度之變化關係式(4)代入方程式(2)，整理後可以得到：

$$\beta \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + [1 + \beta(T - T_0)] \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\rho_s c_s}{K_T^0} \frac{\partial T}{\partial t} \quad \dots\dots (5)$$

土壤溫度在空間的變化造成溫度梯度，所以，除了溫度變化外，本研究亦模擬計算土壤溫

度梯度造成之熱通量，熱通量係在傳輸途徑上的單位時間內在單位面積所傳輸的熱能，由土壤溫度梯度與土壤熱傳導係數乘積而得。熱通量  $F_x$  可以表為：

$$F_x = -K_T \frac{\partial T}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (6)$$

而時間內( $t_0$  到  $t$ )所累積之熱量傳輸值則為下式：

$$\int_{t_0}^t F_x dt = \int_{t_0}^t -K_T \frac{\partial T}{\partial x} dt \quad \dots\dots\dots (7)$$

## 2.2 土壤熱傳導相關參數與土壤性質

如前節所述，土壤熱傳導現象問題所使用之熱傳導係數及溫度之變化線性關係需要線性變化參數  $\beta$  以及在當溫度為  $T_0$  時之土壤熱傳導係數  $K_T^0$ 。有關參數  $\beta$ ，可以參考 Sepaskhah & Boersma (1979)論文資料之圖 1、2 及 3 分別繪出壤質砂土(loamy sand)、壤土(loam)及粉質黏壤土(silty clay loam)在兩種溫度( $45^\circ\text{C}$  及  $25^\circ\text{C}$ )下，不同土壤含水量( $\text{cm}^3/\text{cm}^3$ )對應之實驗得出以及理論計算得出的土壤熱傳導係數( $\text{mcal}/\text{cm}^3 \cdot \text{sec} \cdot \text{C}$ )，由 Sepaskhah & Boersma (1979)論文之圖 1、2 及 3 可以看出，三種土壤在高含水量及低含水量時，溫度之變化對土壤熱傳導係數較不產生影響，意即兩種溫度下之土壤熱傳導係數相近，此時之  $\beta$  近於 0；在含水量為中間範圍時， $\beta$  較大。由 Sepaskhah & Boersma (1979)論文之圖 1 讀得壤質砂土在含水量為  $0.20 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$ ，土壤熱傳導係數之  $\beta$  約在 0.0217；在含水量為  $0.15 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$ ，土壤熱傳導係數之  $\beta$  約在 0.043。又如 Sepaskhah & Boersma (1979)論文之圖 3 讀得粉質黏壤土在含水量為  $0.20 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$ ，土壤熱傳導係數之  $\beta$  約在 0.058；然在含水量為  $0.15 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$ ，土壤熱傳導係數之  $\beta$  有不同之趨勢，其值反而變小。

所以，吾人由 Sepaskhah & Boersma (1979)之結果，了解到在前節之常數  $\beta$  與溫度無關的假設下，不同之  $\beta$  土壤含水量有不同之  $\beta$  值，因此在後續之數值模擬計算中，將使用不同之數種  $\beta$  值，除了參考 Sepaskhah & Boersma (1979)之資料以  $\beta$  為 0、0.03、0.05 代入計算，再考慮以較高

表 1 常見物質的熱性質

物質	密度(g/cm <sup>3</sup> )	熱容(cal/cm <sup>3</sup> K)	熱傳導係數(mcal/sec·cm·K)
固體			
石英	2.6	0.5	15~30
硬岩石(如：玄武岩、板岩)	2.4~2.5	0.5	4~8
軟岩石(如：白堊)	1.8~2.0	0.3~0.4	1.5~3.0
乾砂土	1.5	0.3	0.8~1.0
40%含水量之砂土	1.9	0.7	4.5~5.5
液體(固定不動)			
水	1.0	1.0	1.4
空氣	0.001	0.003	0.06

資料來源：Singer & Munns (2002)

之  $\beta$  值(0.1 及 0.2)等共計五種。另外，有關土壤熱容量  $C_s$  (土壤密度  $\rho_s$  及比熱  $c_s$  之乘積，即  $C_s = \rho_s c_s$ )及熱傳導係數  $K_T^0$ ，參考 40%含水量之砂土(Singer & Munns, 2002，如表 1)，為  $C_s = 0.7 \text{ cal/cm}^3\text{K}$ ， $K_T^0 = 4.5 \sim 5.5 \text{ mcal/sec}\cdot\text{cm}\cdot\text{K}$ 。計算其  $\rho_s c_s / K_T^0$  為  $127 \sim 156 \text{ sec/cm}^2$ 。本研究採用  $\rho_s c_s / K_T^0 = 140 \text{ sec/cm}^2$  來進行數值計算。土壤熱容量對熱傳導效應之相對值( $\rho_s c_s / K_T^0$ )，該值較大顯示土壤之熱容效應較大，該其值較小顯示土壤之熱傳導效應較大。在本研究中，因  $\beta$  值之存在，土壤熱容量對熱傳導效應之相對效應會因熱傳導係數不再是常數，所顯現之相對效應大小會隨溫度變化而有所增加或減少。

### 三、土壤熱傳導起始及邊界條件

方程式(5)隨著起始及邊界條件而有不同之土壤溫度變化。本研究之考慮為一維空間，在邊界條件上之設定，主要為土壤在邊界溫度之變化設定，此處考慮土壤熱源端設定在一維  $x = 0$  處，在距離熱源端無限遠處不受熱源之影響，整個空間範圍設定為固定起始溫度  $T_0$ 。此外，在無窮遠處之溫度梯度設定為 0。

本研究將土壤溫度數值模擬分為兩類，一類為實驗室控制之土壤邊界溫度，另一類為室外自然條件下之變化。對於第一類實驗室之控制條件，吾人考慮土壤起始溫度以等加溫時變率來增加土壤熱源端之邊界溫度(加溫時變率以  $\gamma$  表之)；第二類之室外自然條件，則以正弦變化模

擬日夜氣溫週期變化。這兩類土壤溫度數值模擬之三個起始及邊界條件相同，以數學式表為：

$$T(x, t = 0) = T_0, \quad \dots\dots\dots(8a)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x}(x = \infty, t) = 0, \quad \dots\dots\dots(8b)$$

$$T(x = \infty, t) = T_0. \quad \dots\dots\dots(8c)$$

除了上面三個條件外，這兩類在土壤熱源端條件之設定各自表為：

(1)第一類條件：

$$T(x = 0, t) = T_0 + \gamma \cdot t; \quad \dots\dots\dots(9)$$

(2)第二類條件：

$$T(x = 0, t) = T_0 + A \cdot \sin \omega t. \quad \dots\dots\dots(10)$$

其中加溫時變率  $\gamma$  為單位時間內邊界之增加溫度(°C/sec)， $A$  為邊界溫度正弦週期變化之振幅(°C)， $t$  以秒為單位，則相對於一日內之正弦週期變化之角頻率(angular frequency)  $\omega$  可以表為  $\omega = 2\pi/86,400$  (1/sec)。

### 四、土壤熱量傳遞模擬

數值計算由於無法設定為無限遠，故以較長之距離表之，本研究設定為 100 cm，即計算空間區域為： $0 \leq x \leq 100$  (cm)，以上節所述邊界及起始條件方程式，代入如下之數值，以套裝軟體 Mathematica5.1 進行計算：

(1)第一類條件：

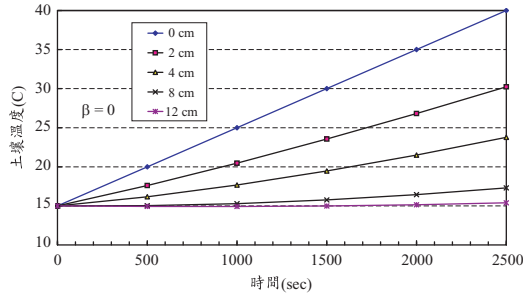


圖 4 第一類條件之不同深度土壤溫度變化( $\beta=0$ )

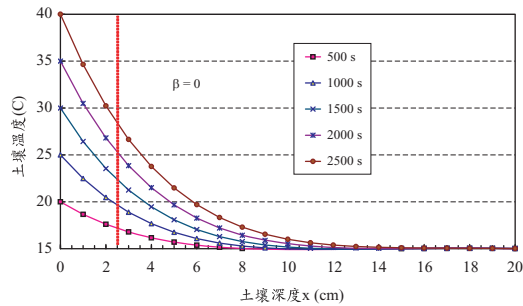


圖 5 第一類條件之不同時間土壤溫度變化( $\beta=0$ )

$$T_0 = 15^\circ\text{C} ; \gamma = 1^\circ\text{C}/100 \text{ sec}$$

$$0 \leq x \leq 100 \text{ cm} , \rho_s c_s / K_T^0 = 140 \text{ sec}/\text{cm}^2。$$

(2)第二類條件：

$$T_0 = 25^\circ\text{C} ; A = 5^\circ\text{C}$$

$$0 \leq x \leq 100 \text{ cm} , \rho_s c_s / K_T^0 = 140 \text{ sec}/\text{cm}^2。$$

計算之時間範圍對於第一類條件為： $0 \leq t \leq 2,500$  (sec)，即邊界溫度在此時間內可以線性增加到  $40^\circ\text{C}$ 。而對於第二類條件為： $0 \leq t \leq 86,400$  (sec)  $\times 10$ ，即為 10 日之正弦週期變化模擬時間。

本研究進行模擬土壤熱量傳遞之溫度變化及熱通量變化兩個部分，土壤溫度變化之第一類條件計算模擬，當  $\beta = 0$  之固定深度(0、2、4、8、12 cm)下，土壤溫度對時間之變化繪出如圖 4，而當  $\beta = 0$  之土壤在特定時間(500、1,000、1,500、2,000、2,500 sec)下，土壤溫度在深度剖面下之變化則如圖 5。為了解熱傳導係數對不同之溫度相關性與無溫度相關性時的差異，將不同線性變化參數  $\beta$  ( $\beta = 0.03、0.05、0.1、0.2$ )與  $\beta = 0$

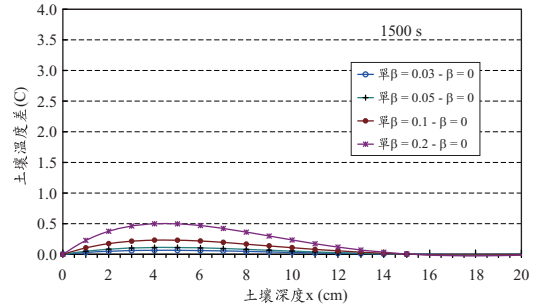


圖 6 第一類條件不同  $\beta$  與  $\beta = 0$  之土壤溫度變化差值(1,500 sec)

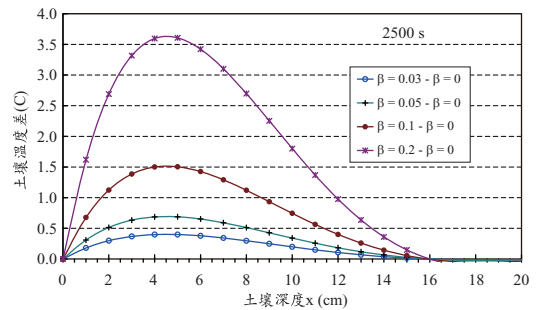


圖 7 第一類條件不同  $\beta$  與  $\beta = 0$  之土壤溫度變化差值(2,500 sec)

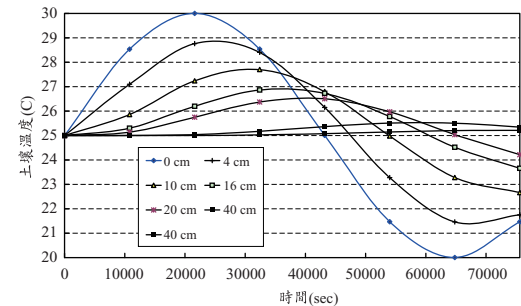


圖 8 第二類條件之不同深度土壤溫度變化( $\beta=0$ )

之土壤溫度差值與深度之變化，在模擬時間 1,500 sec 及 2,500 sec 時分別繪出如圖 6 及圖 7。第二類條件之土壤模擬繪出  $\beta = 0$  之固定深度(0、4、10、16、20、40 cm)土壤溫度對時間之變化如圖 8。圖 9 則顯示  $\beta = 0$  之土壤在特定時間(10,800、21,600、54,000、64,800 sec)下，土壤溫度在深度剖面下之變化。將不同線性變化參數  $\beta$  與  $\beta = 0$  之土壤溫度差值與深度之變化在模擬時

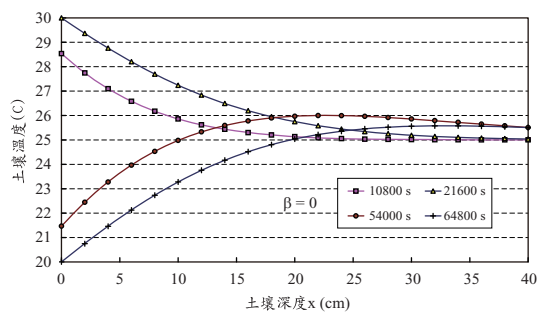


圖 9 第 2 類條件之土壤溫度變化( $\beta = 0$ )

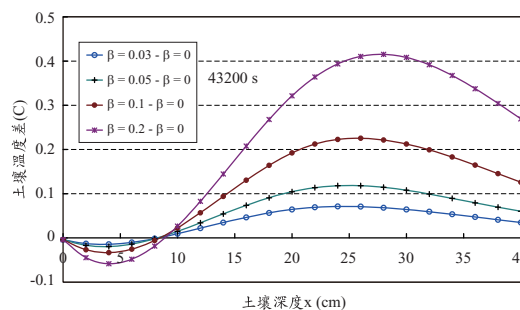


圖 10 第 2 類條件不同  $\beta$  之土壤溫度變化差值 (43,200 sec)

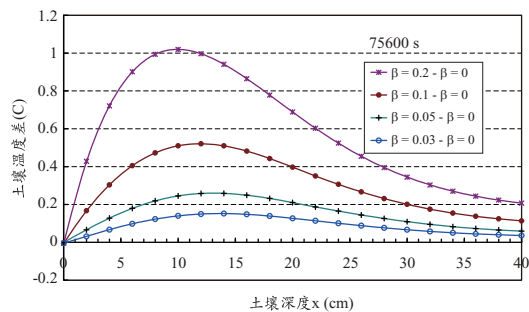


圖 11 第 2 類條件不同  $\beta$  之土壤溫度變化差值 (75,600 sec)

間 43,200 sec 及 75,600 sec 時分別繪出如圖 10 及圖 11。

第二個部分係土壤熱量傳遞模擬之熱通量變化，計算模擬第 1 類條件不同  $\beta$  ( $\beta = 0、0.03、0.05、0.1、0.2$ ) 之土壤熱通量變化如圖 12 及圖 13。圖 12 及圖 13 分別繪出熱通量在 1,500 sec 及 2,500 sec 於深度  $x$  之模擬。圖 14 及圖 15 分別顯示在 1,500 sec 及 2,500 sec 時，不同  $\beta$  與  $\beta = 0$  之

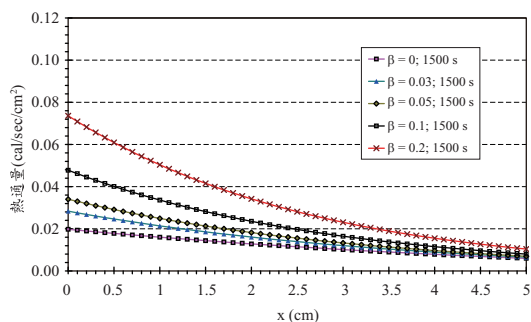


圖 12 第 1 類條件不同  $\beta$  之土壤熱通量變化(1,500 sec)

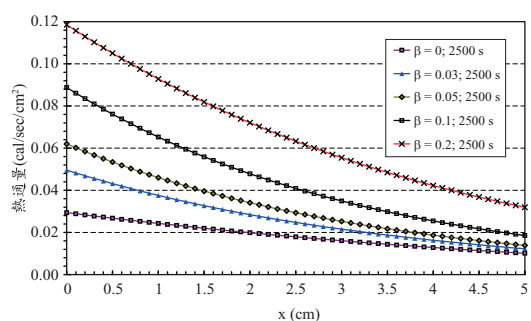


圖 13 第 1 類條件不同  $\beta$  之土壤熱通量變(2,500 sec)

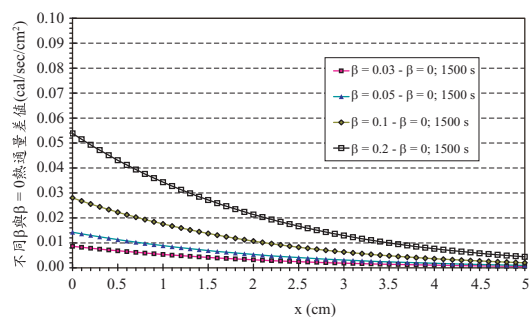


圖 14 第 1 類條件不同  $\beta$  與  $\beta = 0$  之土壤熱通量差值變化(1,500 sec)

土壤熱通量差值變化。將熱通量模擬差異值對時間做積分，可以得到不同  $\beta$  與  $\beta = 0$  間之土壤單位面積通過之累積熱量差值，圖 16 繪出在 2,500 sec 時的累積熱量差值在深度的變化，這樣的累積熱量差值顯現線性變化參數  $\beta$  對土壤熱量平衡之重要性。

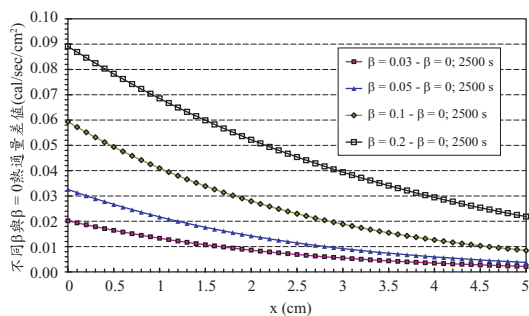


圖 15 第 1 類條件不同  $\beta$  與  $\beta = 0$  之土壤熱通量差值變化(2,500 sec)

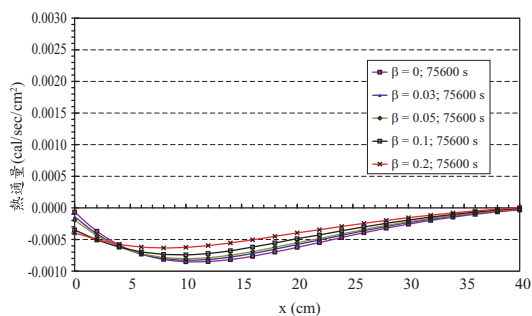


圖 18 第 2 類條件不同  $\beta$  之土壤熱通量變化(75,600 sec)

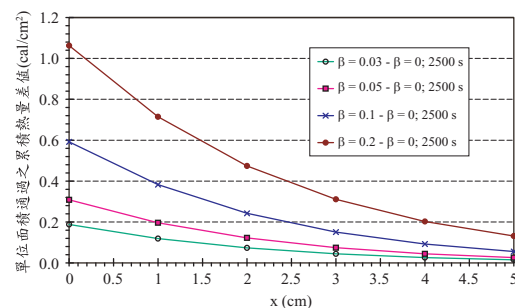


圖 16 第 1 類條件不同  $\beta$  與  $\beta = 0$  之土壤通過累積熱量差值(2,500 sec)

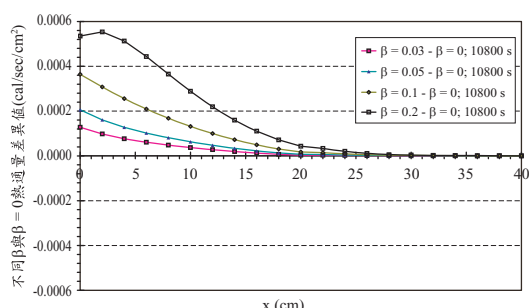


圖 19 第 2 類條件不同  $\beta$  與  $\beta = 0$  之土壤熱通量差值變化(10,800 sec)

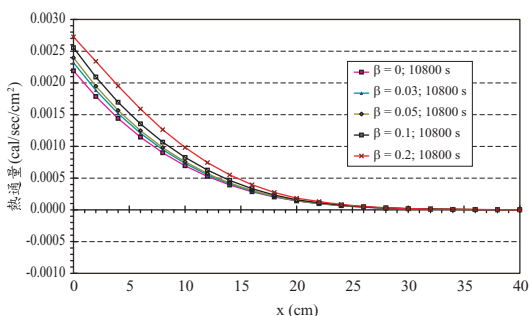


圖 17 第 2 類條件不同  $\beta$  之土壤熱通量變化(10,800 sec)

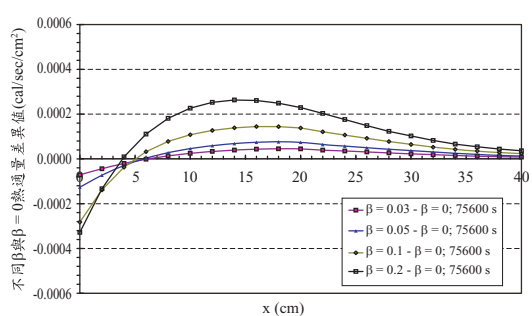


圖 20 第 2 類條件不同  $\beta$  與  $\beta = 0$  之土壤熱通量差值變化(75,600 sec)

模擬第 2 類條件不同  $\beta$  之土壤熱通量變化如圖 17 及圖 18。雖然第 2 類條件模擬至 10 日，但為求簡化結果以說明，圖中繪出在 10,800 sec (0.125 日) 及 75,600 sec (0.875 日) 於深度  $x$  之模擬。不同之  $\beta$  值的模擬數值差異繪出如圖 19 及圖 20，分別顯示在 10,800 sec 及 75,600 sec 時，不同  $\beta$  與  $\beta = 0$  之土壤熱通量差值變化。與第 1

類條件同樣地，將熱通量模擬差異值對時間做積分，圖 21 繪出在時間 10,800 sec 及 75,600 sec 下之累積熱量差值在深度的變化。

## 五、結果與討論

(1) 有關土壤熱量傳遞模擬之溫度變化，在第一類條件之土壤溫度對時間之變化如圖 4，可以看



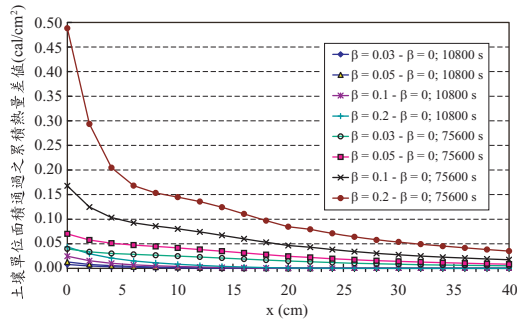


圖 21 第 2 類條件不同  $\beta$  與  $\beta = 0$  之土壤通過累積熱通量差值

出土壤各深度之溫度會受邊界溫度之影響而抬昇，惟深度越深則其受邊界溫度變化之影響越小。圖 5 顯示時間越長，土壤溫度在深度剖面下之變化則越大。圖 6 及圖 7 可以了解熱傳導係數對不同之溫度相關性與無溫度相關性時的差異，兩圖中最大值皆發生在  $\beta = 0.2$  與  $\beta = 0$  之差，例如在 2500 sec 時，考慮線性變化參數  $\beta = 0.2$  在土溫模擬計算結果與與  $\beta = 0$  比較，該差值可以達到  $3.6^{\circ}\text{C}$ 。

由土壤熱量傳遞第二類條件之模擬的圖 8 可以看出土壤各深度之溫度受邊界溫度之影響而以類正弦方式上下變化，深度越深則與第一類條件下之情況類似，即受邊界溫度變化之影響越小。圖 9 顯示土壤越深則其受邊界溫度變化之影響越小，即越接近固定之  $T_0$  ( $25^{\circ}\text{C}$ )。圖 10 及圖 11 與第一類條件之圖 6 及圖 7 作比較，圖 10 及圖 11 中除了最大值也發生在土壤  $\beta = 0.2$  與  $\beta = 0$  之差，最大差值因邊界溫度之正弦變化而在深度剖面上來回移動。

(2) 土壤之熱通量為正值代表熱量向  $x$  增加的方向傳遞，亦即深度增加的方向，熱通量為負值則代表熱量向  $x$  減少的方向傳遞，土壤熱通量變化計算結果如圖 12 及圖 13。圖 12 及圖 13 顯現越接近土壤表層、時間越久或  $\beta$  越大，則土壤熱通量變化越大。因為土壤熱源係在表層部分，所以土壤表層之溫度梯度大，而且較高土壤溫度也導致較高的土壤熱傳導係數，所以使得土壤表層之熱通量較大。不同之  $\beta$  值的模擬結果間有數值差異，可以繪出因  $\beta$  值之

存在使得熱通量在深度  $x$  上增加或減少之變化，圖 14 及圖 15 顯示使用較高之  $\beta$  值，相較  $\beta = 0$  之模擬結果，向深度  $x$  增加方向之熱通量也較大。在  $x = 0$ ，以  $\beta = 0.2$  而言，熱通量可以較  $\beta = 0$  之模擬差值由 1,500 sec 之  $0.0538 \text{ cal/sec/cm}^2$  到達 2,500 sec 之  $0.0891 \text{ cal/sec/cm}^2$ 。但深度增加，則不同  $\beta$  間之熱通量模擬差異就越小。將熱通量模擬差異值對時間做積分，可以得到不同  $\beta$  間之土壤單位面積通過之累積熱通量差值，顯而易見，累積熱通量差值會隨著時間增加而增加，圖 16 繪出在 2,500 sec 時的累積熱通量差值在深度的變化，可以發現雖然圖 15 中， $\beta = 0.2$  與  $\beta = 0$  在  $x = 0$  之土壤熱通量差值為  $0.0891 \text{ cal/sec/cm}^2$ ，但經對時間積分可以得到由時間 0 到時間 2,500 sec，單位面積的累積熱通量差值達到  $1.0627 \text{ cal/cm}^2$ ，這樣的累積熱通量差值顯現線性變化參數  $\beta$  對土壤熱平衡之重要性。以所計算之不同  $\beta$  間之單位面積的累積熱通量差值佔以  $\beta = 0$  之單位面積的累積熱通量值得百分比，來了解線性變化參數之重要性，例如上面所述之單位面積的累積熱通量差值  $1.0627 \text{ cal/cm}^2$  ( $\beta = 0.2$  與  $\beta = 0$  之差值) 為  $\beta = 0$  條件下之 262%，而另外如  $\beta = 0.1$  與  $\beta = 0$  之差值為  $\beta = 0$  條件下之 146%，都是相當高之比例。

模擬第二類條件不同  $\beta$  之土壤熱通量變化，圖 17 及圖 18 與第一類條件圖 12 及圖 13 相較，並非固定顯現  $x$  值越小、時間越久或  $\beta$  越大，土壤熱通量變化則越大的現象，此因加熱源之正弦週期變化而有上下起伏之現象。在 10,800 sec 時，邊界熱源正在加熱中(溫度上升至  $28.5^{\circ}\text{C}$ )，較均溫( $T_0$ )  $25^{\circ}\text{C}$  為高；在 75,600 sec 時，邊界熱源亦正加熱中(溫度上升至  $21.5^{\circ}\text{C}$ )，但是該加熱是由最低溫  $20^{\circ}\text{C}$  向上抬升中。兩種加熱之效果顯然造成熱通量變化之不同。不同  $\beta$  與  $\beta = 0$  之土壤熱通量差值在兩個時間下之深度變化不一樣如圖 19 及圖 20，圖 20 之 75,600 sec 時的模擬可以由負值隨著深度轉變成正值。但 10,800 sec 與 75,600 sec 皆隨著深度之增加，差值隨之減少

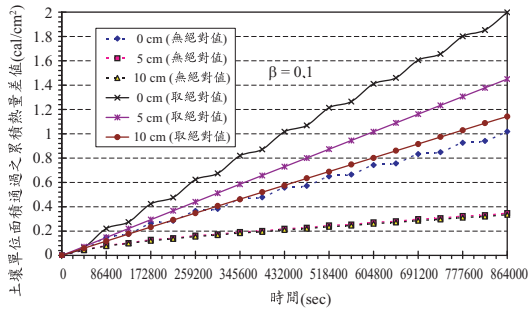


圖 22 第 2 類條件之土壤通過累積熱量差值在時間之變化( $\beta = 0.1$ )

至消失。將熱通量模擬差異值對時間做積分，差值在深度的變化如圖 21，可以看到累積熱量差值會隨著時間增加而增加，隨著深度增加而降低。

(3) 第二類條件之模擬，因為不同  $\beta$  與  $\beta = 0$  之熱通量差值會在不同深度、不同時間下有正值、負值之變化，當熱通量差值在某時間段為負值，在下一時間段為正值，以時間進行積分，則累積之熱量差值會因正負抵銷而減少，無法正確反應因不同  $\beta$  與  $\beta = 0$  之熱通量值模擬的差異。如將熱通量差值取絕對值再予以積分，則可以更展現上下起伏週期變化下，線性變化參數  $\beta$  在土壤熱量傳遞之重要性，絕對值積分式如下：

$$\int_{t_0}^t |F_x| \cdot dt = \int_{t_0}^t \left| -K_T \frac{\partial T}{\partial x} \right| \cdot dt \quad \dots\dots\dots (11)$$

以土壤深度  $x$  為 0 cm、5 cm、10 cm，模擬  $\beta = 0.1$  與  $\beta = 0$  之熱通量差的絕對值(式(11))與無絕對值(式(7))在時間 0 sec 至 864,000 sec 間，即 10 日內之變化，繪出如圖 22。虛線與實線之變化分別為無絕對值與絕對值下的熱通量差值累積，可以看出  $x$  為 0 cm 之差值有上下震盪的趨勢， $x$  為 5 cm 及 10 cm 之差值則幾乎無此種趨勢。此乃因熱源端在  $x = 0$  cm，正弦變化之趨勢影響較大所帶動。而無絕對值與絕對值下的熱通量差值累積在  $x$  為 0 cm 處，可以有近乎 1 倍的差異。例如在 43,200 sec 時，無絕對值與絕對值下的差值分別為 0.557 cal/cm<sup>2</sup> 與 1.017 cal/cm<sup>2</sup>

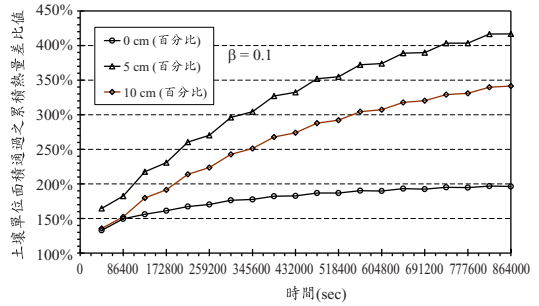


圖 23 第 2 類條件之土壤通過累積熱量差比值在時間之變化( $\beta = 0.1$ ，絕對值與無絕對值之比)

(後者為前者的 1.83 倍)；在 86,400 sec 時，此差值分別為 1.018 cal/cm<sup>2</sup> 與 1.998 cal/cm<sup>2</sup> (後者為前者的 1.96 倍)。熱通量無絕對值與絕對值下的差比值可以繪出如圖 23，與圖 22 可以看出：忽略線性變化參數  $\beta$ ，在第 2 類條件正弦週期變化之模擬下，會與考慮  $\beta$  之土壤熱量傳遞相差值隨時間增加越來越大。

所以，在當考慮線性增溫的第一類條件下，因為不同  $\beta$  與  $\beta = 0$  之土壤熱通量差值皆為正值，圖 16 累積熱量差值即可以顯現出線性變化參數  $\beta$  對土壤熱量傳遞模擬之重要性。而當考慮正弦變化增溫的第 2 類條件下，熱通量差值會在不同深度、不同時間下有正值、負值之變化， $\beta$  之重要性可由熱通量差的絕對值累積來了解。

## 六、結論與建議

本研究利用孔隙物質中的一維熱量傳遞模式之控制方程式，忽略熱對流效應，模擬表層土壤在受兩類邊界條件溫度變化下，土壤在深度方向的溫度及熱通量之變化情形。假設土壤熱傳導係數為溫度變化之線性函數，參考一般固體熱傳現象問題所使用之熱傳導係數與溫度間的線性關係(即式(4))來設定兩者之變化數學關係，此關係可以一線性變化參數  $\beta$  來表示，並假設  $\beta$  與溫度無關。本研究以不同  $\beta$  值( $\beta = 0.03$ 、 $0.05$ 、 $0.1$ 、 $0.2$ )與  $\beta = 0$  之模擬結果相比較。

本研究數值模擬了解：當  $\beta$  值越大，在相同時間下，土壤的溫度越容易被抬昇。以線性增溫

的第一類條件而言， $\beta = 0.2$  與  $\beta = 0$  之模擬結果在 2,500 sec，當邊界溫度由 15°C 到達 40°C，土壤溫度最大差值可以達到 3.6°C。土壤熱量傳遞第二類條件模擬土壤各深度之溫度受邊界溫度之影響而以類正弦方式上下變化，除了最大值也發生在土壤  $\beta = 0.2$  與  $\beta = 0$  之差，並未產生某些固定深度之最大值。第一類及第二類條件下之不同  $\beta$  間之土壤單位面積通過之累積熱量差值，皆會隨著時間增加而增加。第二類條件因為有正弦的邊界溫度變化，土壤熱通量週期性的上下變化在短時間的數值模擬上，因  $\beta$  存在所產生的熱通量差值有正負變化，差值累積正負抵銷後，可能對土壤熱量平衡結果(如：一日之變化)之影響並不明顯(如圖 22、圖 23)。但長期而言，例如累積數日，累積的土壤熱通量差值會造成土壤物理環境的改變，改採熱通量差值的絕對值來做時間積分計算，可以了解到線性變化參數  $\beta$  在土壤熱量傳遞的效應。此點顯現在模擬土壤熱傳導問題時，土壤熱傳導係數及溫度變化之間的關係必須被重視，否則易造成數值模擬上之誤差。如前節中的計算結果，顯現溫度相關性參數  $\beta$  在表土( $x = 0$ )的  $\beta = 0.2$  與  $\beta = 0$  之土壤熱通量差值經對時間積分 2,500 sec，單位面積的累積熱量差值達到 1.0627 cal/cm<sup>2</sup>，這樣的累積熱量差值( $\beta = 0.2$  與  $\beta = 0$  之差值)為  $\beta = 0$  條件下的累積熱量值之 262%，亦即在土壤熱環境之模擬問題上，2,500 sec 的累積模擬差值為原累積值的 2.62 倍。而在類似日夜的正弦週期變化之模擬下，忽略線性變化參數  $\beta$ ，會與考慮  $\beta$  之土壤熱量傳遞相差值隨時間增加越來越大。

在許多模擬土壤熱傳導問題中，最常見到的就是地表面上下間的能量交換，此能量之交換短期影響地區之天氣，長期會影響地區之氣候。當進行土壤與周遭環境間日與夜、季與季交替的能量交換數值模擬時，使用能顯現溫度效應的土壤熱傳導係數係有其必要。此外，在探討野外土壤水份入滲時，由於土壤的水力傳導係數與水的黏滯性(viscosity)有關，而黏滯性又受溫度影響而有所變化(Jaynes, 1990)，所以野外土壤水份入滲常因水份流動與熱量交換之耦合(coupled)作用而

顯現出日夜起伏變化的現象。因此，探討土壤的水份流動及熱量問題在較大時空範圍的變化，如要有正確的模擬，需要將土壤的熱傳導係數與溫度的相關性加以考慮。

土壤在高含水量及低含水量時，溫度之變化對土壤熱傳導係數較不產生影響(Sepaskhah & Boersma, 1979)，意即土壤高含水量及低含水量下，土壤熱傳導係數接近固定值，此時之  $\beta$  值近於 0；土壤在含水量為中間範圍時， $\beta$  值較大。所以，在使用本研究所假設之熱傳導係數與溫度間的線性關係， $\beta$  值之設定需注意到土壤含水量之大小，如果模擬在土壤含水量變化範圍大的情形下，較大  $\beta$  值的假設可能會與實際觀測的情形不相符合。尤其當研究台灣地區常見之水稻田土壤的熱量傳遞時，除了水稻田土壤中常見之耕犁層、硬盤層、非翻耕層等擁有不同之土壤熱容量對熱傳導效應之相對值( $\rho_s c_s / K_T^0$ )外，不同土層之含水量亦明顯不同，此時須以不同大小之  $\beta$  值才可模擬水稻田土壤剖面下之溫度變化情形。然因本文是係進行數值計算之研究，無法對土壤含水量與參數  $\beta$  之相關性提出量化建議。但是，利用 Sepaskhah & Boersma (1979)的實驗結果仍可以做出  $\beta$  之值的建議，由 Sepaskhah & Boersma (1979)所繪的結果圖(如其論文之 Fig. 3，土壤為坩質黏壤土)，其使用之土壤溫度為 25°C 與 45°C (亦即  $\Delta T = 20^\circ\text{C}$ )，可以讀出相關的土壤熱傳導係數與土壤體積含水量(water content)之數據並經計算，假設溫度的影響效應達到顯著，為其對土壤熱傳導係數值的改變達 20% 以上，此時需要考慮使用溫度效應參數  $\beta$ 。亦即 Sepaskhah & Boersma (1979)之結果當  $\Delta T = 20^\circ\text{C}$ ，相對應之參數  $\beta$  大於 0.01，所讀出之飽和度約在 10% 與 50% 之間(土壤體積含水量約在 0.05 cm<sup>3</sup>/cm<sup>3</sup> 到 0.3 cm<sup>3</sup>/cm<sup>3</sup> 之間)。當飽和度 10% 增加至 35% 時，參數  $\beta$  由 0.01 線性增加至 0.06，然後再隨著飽和度降低至 50% 而參數  $\beta$  線性減少至 0.01。飽和度在 10% 以下或 50% 以上，可以忽略參數  $\beta$  之效應。以上為概略參考值，參數  $\beta$  值與飽和度範圍亦會隨著土壤組成之不同(例如壤質砂土、壤土等)而有所不同。所以，建議未來研究除針對不同土壤

的土壤熱傳導係數做探討外，亦應對含水量(或飽和度)如何影響土壤的熱傳導係數做進一步了解。

### 參考文獻

1. 方文村、簡傳彬，地表溫度對土壤水分之影響(二)，行政院農業委員會委辦研究計畫，農業工程研究中心研究報告 AERC-01-RR-28，2001。
2. 農業工程研究中心，農業氣象站 2007 年記錄，2008。
3. Constantz, J., Thomas, C.L., Zellweger, G., "Influence of Diurnal Variations in Stream Temperature on Streamflow Loss and Groundwater Recharge," *Water Resour. Res.*, 30, pp. 3253-3264, 1994.
4. Goodman, T.R., "The Heat-Balance Integral-Further Considerations and Refinements," *ASME J. Heat Transfer*, 83, pp. 83-86, 1961.
5. Hadas, A., Conductivity, Thermal. In R.W. Fairbridge; C.W. Finkl, Jr. (ed), The Encyclopedia of Science Part 1: Physics, Chemistry, Biology, Fertility, and Technology, pp. 102-106, 1979.
6. Jaynes, D.B., "Temperature Variation Effect on Field-Measured Infiltration," *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 54, pp. 305-312, 1990.
7. Karam, M.A., "A Thermal Wave Approach for Heat Transfer in a Nonuniform Soil," *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 64, pp. 1219-1225, 2000.
8. Lee, T.-C., Applied Mathematics in Hydrogeology, Lewis Publishers, pp. 198-200, 1999.
9. Massman, W.J., "Periodic Temperature Variations in an Inhomogeneous Soil: A Comparison of Approximate and Exact Analytical Expressions," *Soil Sci.*, 155, pp. 331-338, 1993.
10. Nassar, I.N., Horton, R., "Simultaneous Transfer of Heat, Water, and Solute in Porous Media: I. Theoretical Development," *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 56, pp. 1350-1356, 1992a.
11. Nassar, I.N., Horton, R., "Simultaneous Transfer of Heat, Water, and Solute in Porous Media: II. Experiments and Analysis," *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 56, pp. 1357-1365, 1992b.
12. Nassar, I.N., Globus, A.M., Horton, R., "Simultaneous Soil Heat and Water Transfer," *Soil Sci.*, 154(6), pp.465-472, 1992.
13. Philip, J.R., de Vries, D.A., "Moisture Movement in Porous Materials under Temperature Gradients," *Trans. AGU*, 38(2), pp. 222-232, 1957.
14. Sepaskhah, A.R., Boersma, L., "Thermal Conductivity of Soils as a Function of Temperature and Water Content," *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 43, pp. 439-444, 1979.
15. Singer, M.J.; Munns, D.N., Soil: an introduction, 5e, Prentice Hall, New Jersey, p. 74, 2002.

收稿日期：民國 97 年 10 月 1 日

修正日期：民國 98 年 2 月 17 日

接受日期：民國 98 年 2 月 20 日