

專 論

線性供水規則下水庫容量規劃模式
—位勢網絡解釋與算法

**A Potential Network Interpretation and Algorithm
for a LDR Reservoir Capacity Planning Model**

國立台灣大學生物環境系統工程學系名譽教授

劉 佳 明*

Chia-Ming Liu

摘 要

水庫線性供水決策規則設定供水量與已知或預測資料(如水庫的蓄水量、進水量、蒸發散與滲漏等)之間的線性關係，這個模式能以一般線性規劃方法解析，適合當作水庫初步規劃的分析工具。本文探討相關模式的一個高效率演算法。

本文考慮一個以供水、貯水與蓄洪為目標的多功能水庫，這些功能的需求與進水皆為確定的時間序列。為推求能使水庫容量最小的決策規則參數值，本文建立其模式，又將它轉換並劃分成可以依序解算的二個區段：[I]單純規劃模式，具有位勢網絡結構，其變數為水庫容量與各時期蓄水量等狀態值；[II]操作參變數公式：供水量與決策規則參數以模式[I]的狀態變數表示。因此，前段模式[I]能以高效率網絡法求解狀態變數，所得代入後段公式[II]即得供水量與參數。

上述單純水庫容量規劃模式具下列有位勢網絡特性：(1)圖像直觀，自然傳達供需時程觀念，(2)結構簡明，有效發揮演算分析效率。

關鍵詞：水庫容量規劃，多目標水庫，網絡演算法，位勢網路，線性決策規則，線性規劃。

ABSTRACT

This paper concerns a reservoir capacity planning model with a linear decision rule for operation and its efficient algorithm. A multipurpose reservoir with known inflow sequence I_t , where time period $t = 1, 2, \dots, n$, is required to meet the following three minimal demand conditions: (1) reserved buffered space for flood, or the difference of reservoir capacity S_v and water storage S_t , $F_t \equiv S_v - S_t \geq F_t^{\min}$, (2) minimal pondage, or the difference of water

*通訊作者，國立台灣大學生物環境系統工程學系名譽教授，10617 台北市大安區羅斯福路 4 段 1 號

storage S_t and dead storage S_o , $L_t \equiv S_t - S_o \geq S_t^{\min}$, and (3) net release ΔY_t , or the difference of release Y_t and inflow I_t , $\Delta Y_t \equiv Y_t - I_t (= S_t - S_{t+1}) \geq \Delta Y_t^{\min} \equiv Y_t^{\min} - I_t$, where the equality $Y_t - I_t = S_t - S_{t+1}$ is the water balance condition at period t and the release Y_t is a linear function of the initial storage S_t , or $Y_t = S_t - b_t$ with an operating policy parameter b_t . Our problem is to minimize the reservoir capacity S_v while all demand conditions are satisfied.

The problem is formulated as a linear program [O] which is partitioned into two subproblems [I] and [II].

[O] : Min $z = S_v$, subject to $S_v - S_t \geq F_t^{\min}$, $S_t - S_o \geq S_t^{\min}$, $S_t - S_{t+1} \geq \Delta Y_t^{\min}$, $Y_t - I_t = S_t - S_{t+1}$,
 $Y_t = S_t - b_t$.

[I] : Min $z = S_v$, subject to $S_v - S_t \geq F_t^{\min}$, $S_t - S_o \geq S_t^{\min}$, $S_t - S_{t+1} \geq \Delta Y_t^{\min}$.

[II] : $Y_t = S_t - S_{t+1} + I_t$, $b_t = S_{t+1} - I_t$, the solution of the last 2 constraints of [O] for Y_t and b_t .

Subproblem [I] can be solved for S_t , S_v , and S_o with a potential network algorithm which is more than a few hundred times faster than with a linear programming method. The solution of [I] is then substituted into [II] to obtain Y_t and b_t .

Keywords: Reservoir capacity planning, Multipurpose reservoir, Network algorithm, Linear decision rule, Linear programming.

一、前言

台灣降雨豐枯不均，河川坡陡流急，因此需要水庫的蓄水調節。而水庫規劃與操作所需考慮的因素複雜，包括水庫相關的水文、環境、社會與經濟等條件，為了能掌握關鍵因素，不論採用優選或模擬模式，均需對各項資料與參變數進行周全的敏感度分析，因此其計算量龐大，需要有適當的模式與高效率的演算法。

ReVelle, Joeres and Kirby (1969) 率先考慮將供水線性決策規則引入機率限制性水庫容量規劃模式。他們根據各需求擬定滿足的可靠(或風險)度，建立機率限制性模式，然後利用水量收支與供水決策規則二組條件，將該模式各需求機率條件，轉換為水庫進水量的累積機率條件，以導出對等的確定性模式，因此能以一般的線性規劃方法求解，適合作為水庫容量初步規劃的工具。

對上述模式的後續探討(ReVelle *et al.*, 1970; Loucks, 1970; Loucks *et al.*, 1981; 郭振明, 1981; 林志雄, 198; 謝東明, 1990; 劉佳明, 1999), 主要內容是供水決策規則、模式考慮因素或水庫系統應用等擴充:(1)決策規則加入預測進水量等參變數，以改善原規則的保守性;(2)決策規則

擴充為多重，在多組決策參數中選用;(3)模式考慮水庫蒸發散/滲漏等因素;(4)模式考慮水庫的各類成本/收益;(5)多水庫系統的決策規則;(6)模式演算法的設計。

為介紹水庫不同功能供需與操作等基本觀念，本文將探討一個簡單線性供水決策規則下的水庫容量規劃確定性模式，說明其網絡結構與演算法。模式考慮線性供水決策規則、水量收支平衡條件與各功能需求的下限條件。對模式的可能擴充見第九章的討論。

一、水庫基本功能與容量規劃模式

本章將說明水庫供水、蓄洪與貯水三基本功能、供水決策規則與水量收支平衡條件與水庫容量規劃模式。

1.1 水庫功能與需求條件

參考圖 1-1，水庫在時期 t , $t = 1, 2, \dots, n$, 由基準水平面至三個水位界面的容積定義為：

蓄水量 S_t : 基準面至 t 時期初水位面間體積;
 頂限容積 S_v : 基準面至最高水位面間容積;
 底限容積 S_o : 基準面至呆水位面間容積。

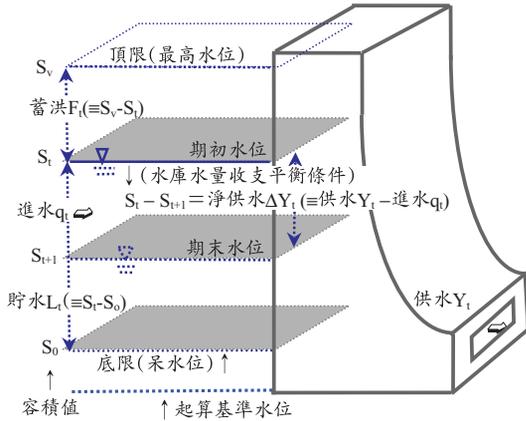


圖 1-1 水庫狀態與功能示意圖

以上三水位界面變數，亦稱時期 t 的狀態變數。容積起算基準通常採呆水位面，亦即設 $S_0=0$ ，本文計算案例時採此假設。水庫有沉陷或淤積時，其頂限與底限隨之變動，參考 6.1 節討論。

參考圖 1-1，設水庫有供水、蓄洪與貯水三類功能，其各功能供應量定義如下：

供水量或放水量 Y_t ：釋出水庫的水量體積；

蓄洪量 $F_t \equiv S_v - S_t$ ：蓄水面至頂限間蓄洪容積；

貯水量 $L_t \equiv S_t - S_0$ ：底限與蓄水面間水量體積。

本文以全等號‘ \equiv ’表示定義，其左右二端分別為名稱(符號)與定義式，如上列供應量定義。

設已知水庫各時期($t = 1, 2, \dots, n$)的進水量 I_t 與三類功能需求量(或最小供應量)：供水需求 Y_t^{\min} 、蓄洪需求 F_t^{\min} 、貯水需求 S_t^{\min} ，其中供水需求又稱需水。表 1-1 是一個水庫案例的已知資料表。假設水庫各功能需求與進水資料具有周期性，例如，案例資料的周期 $n=4$ ，以進水資料為例， $I_5 = I_{4+1} = I_1, I_6 = I_{4+2} = I_2, \dots, I_8 = I_{4+4} = I_4$ ，其後各時期值類推。

水庫供水、蓄洪、貯水功能供應量 Y_t, F_t, L_t ，見圖 1-1，滿足各該功能需求(或供需)條件：

$$Y_t \geq Y_t^{\min} \quad \dots\dots\dots (1-1)$$

$$F_t \equiv S_v - S_t \geq F_t^{\min} \quad \dots\dots\dots (1-2)$$

$$L_t \equiv S_t - S_0 \geq S_t^{\min} \quad \dots\dots\dots (1-3)$$

需水式或供水需求式(1-1)等價於一組式：

表 1-1 水庫案例需求與進水資料表

功能\時期 t		1	2	3	4
需求	蓄洪 F_t^{\min}	4	1	3	3
	供水 Y_t^{\min}	6	5	4	6
	貯水 S_t^{\min}	2	4	1	3
進水量 I_t		4	10	1	7
*淨需水 ΔY_t^{\min}		2	-5	3	-1

*淨需水 $\Delta Y_t^{\min} \equiv$ 需水 Y_t^{\min} - 進水 I_t ，如式(3-3)

$$Y_t = Y_t^{\min} + \underline{Y}_t \quad \dots\dots\dots (1-1a)$$

$$\underline{Y}_t \geq 0 \quad \dots\dots\dots (1-1b)$$

由上式可知，供水 Y_t 包含需水 Y_t^{\min} 與排水 \underline{Y}_t 。貯水與蓄洪二功能也各有類似的條件。為簡化問題，本不考慮上述需求以外的條件。

1.2 水庫供水與操作條件

在上述各功能需求條件之外，水庫的操作運轉主要根據下列二組操作條件：

(1)水庫供水決策規則

設供水 Y_t 與蓄水 S_t 有最簡單線性關係：

$$Y_t = S_t - b_t \quad \dots\dots\dots (1-4)$$

式中常數 b_t 稱為操作(或決策)參數，其值可正可負。供水 Y_t 與決策參數 b_t 合稱操作參變數。本文考慮的另一供水規則見 8.3 節。

(2)水庫收支平衡條件

水庫在期間 t 的收支平衡條件為

$$S_t - S_{t+1} = Y_t - I_t \quad \dots\dots\dots (1-5)$$

即水庫在期間「始、末蓄水量差」等於「出、進水量差」。此式表示一般的水量出入方式：期間內平均供水與進水。討論見 8.2 節。

水庫在期間 t 的蓄水變化如下：按規則(1-4)供水 Y_t ，水庫水量由 S_t 變為 $S_t - Y_t = S_t - (S_t - b_t) = b_t$ ，同時進水為 I_t ，故下期蓄水為

$$S_{t+1} = b_t + I_t \quad \dots\dots\dots (1-6)$$

1.3 供水規則下容量規劃模式

本文將探討一個水庫容量規劃問題：在所設定的線性供水決策規則(1-4)之下，為滿足水庫三類基本功能需求條件(1-1)、(1-2)與(1-3)，水庫需

要多少容量 S_v ？同時決定決策規則最佳參數 b_t 、各期蓄水量 S_t 與供水量 Y_t 。

在上述供水決策規則與需求條件之外，水庫操作必須滿足收支平衡條件(1-5)，故上述容量規劃問題的線性規劃模式為：

$$[O] \text{ 使下列目標函數水庫有效容量最小}$$

$$Z = S_v - S_o \quad \dots\dots\dots (1-0)$$

且滿足下列需求與操作條件：

$$Y_t \geq Y_t^{\min} \quad \dots\dots\dots (1-1)$$

$$S_v - S_t \geq F_t^{\min} \quad \dots\dots\dots (1-2)$$

$$S_t - S_o \geq S_t^{\min} \quad \dots\dots\dots (1-3)$$

$$Y_t = S_t - b_t \quad \dots\dots\dots (1-4)$$

$$S_t - S_{t+1} = Y_t - I_t \quad \dots\dots\dots (1-5)$$

上列模式[O]是否有解，可以檢驗周期總需水是否不大於總進水？若是，即 $\sum Y_t^{\min} \leq \sum I_t$ ，則有解；若否，即 $\sum Y_t^{\min} > \sum I_t$ ，則無解。因為水庫每運轉一周期，蓄水減少 $\sum (Y_t^{\min} - I_t)$ ，有限容量遲早無法滿足供水需求。另在 6.3 節，將以案例模式各供水式累計，說明上述條件。

1.4 蓄水上下限條件- 蓄洪與貯水需求

水庫的界面容積值若以呆水位為基準，即設 $S_o = 0$ ，則貯水式(1-3)表示在 t 時期初蓄水量 S_t 不小於貯水需求 S_t^{\min} ：

$$S_t \geq S_t^{\min} \quad \dots\dots\dots (1-3a)$$

將模式的蓄洪式(1-2)與貯水式(1-3)串列：

$$S_v - F_t^{\min} \geq S_t \geq S_o + S_t^{\min} \quad \dots\dots\dots (1-7)$$

上式二端分別界定蓄水量 S_t 的上限與下限，表示蓄水不一定可放空或蓄滿，即不一定可將水面降到底限 S_o 或升到頂限 S_v 。故蓄洪式與貯水式，對供水水庫而言，是水庫蓄水的上下限條件，是運轉的基本條件。

單功能供水水庫是多功能水庫的特例，它無貯水與蓄洪需求 $S_t^{\min} = F_t^{\min} = 0$ ，故可空庫或滿庫，蓄水上下限條件(1-7)簡化為：

$$S_v \geq S_t \geq S_o = 0 \quad \dots\dots\dots (1-8)$$

二、案例水庫操作模擬

本章將模擬表 1-1 案例水庫的操作，設決策規則(1-4)的各時期供水決策參數值如下：

$$b_1 = 1, b_2 = -2, b_3 = 3, b_4 = 1 \quad \dots\dots\dots (2-1)$$

根據 1.3 節模式[O]的限制條件，模擬水庫的操作，在各時期進行下列程序：

- (1) 以收支條件求蓄水 S_t ，並檢驗是否滿足貯水條件？若不滿足，當即修正為該貯水需求量 $S_t = S_t^{\min}$ ；
- (2) 以決策規則求供水 Y_t ，並檢驗是否滿足供水需求條件？若不滿足，當即修正為該供水需求量 $Y_t = Y_t^{\min}$ ；
- (3) 在各期分別合計蓄水與蓄洪需求，求得各該期所需容積，其中最大值即上列供水規則操作參數組(2-1)之下，水庫所需最小容量。

上述操作程序，各期蓄水與供水概採下限，以減少水庫所需容量。以下將以表 1-1 案例水庫為例，逐期進行模擬操作(劉佳明，1999)。

2.1 時期 1

- (1) 本期蓄水設為需求值 $S_1 = S_1^{\min} = 2$ ，演算初始除了貯水條件並無其它資料故。
- (2) 根據決策規則，由蓄水求供水

$$Y_1 = S_1 - b_1 = 2 - 1 = 1 < Y_1^{\min} = 6, \text{ 供水不足}$$

將供水修正為最小供水 $Y_1 = Y_1^{\min} = 6$ 。

- (2a) 根據決策規則，反求本期蓄水

$$S_1 = Y_1 + b_1 = 6 + 1 = 7。$$

2.2 時期 2

- (1) 根據收支條件，由上期蓄水求本期蓄水

$$S_2 = S_1 + I_1 - (Y_1^{\min} + \underline{Y}_1)$$

$$= 7 + 4 - (6 + \underline{Y}_1) = 5 - \underline{Y}_1,$$

令 $\underline{Y}_1 = 0$ ，即不排水，則

$$S_2 = 5 \geq S_2^{\min} = 4, \text{ 滿足貯水需求。}$$

- (2) 根據決策規則，由蓄水求供水

$$Y_2 = S_2 - b_2 = 5 + 2 = 7 \geq Y_2^{\min} = 5,$$

滿足其需求。

以上二時期操作程序的差別在於步驟(1)，時期 1 的初始蓄水量直接定為最小值(貯水需求)，時期 2 則利用水量收支條件，由上期蓄水求本期蓄水。

2.3 時期 3

(1) 根據收支條件，由上期蓄水求本期蓄水

$$S_3 = S_2 + I_2 - (Y_2^{\min} + \underline{Y}_2)$$

$$= 5 + 10 - (5 + \underline{Y}_2) = 10 - \underline{Y}_2$$

令 $\underline{Y}_2 = 0$ ，即不排水，則

$$S_3 = 10 \geq S_3^{\min} = 1，$$

滿足貯水需求。

(2) 根據決策規則，由蓄水求供水

$$Y_3 = S_3 - b_3 = 10 - 3 = 7 \geq Y_3^{\min} = 4，$$

滿足其需求。

2.4 時期 4

(1) 根據收支條件，由上期蓄水求本期蓄水

$$S_4 = S_3 + I_3 - (Y_3^{\min} + \underline{Y}_3)$$

$$= 10 + 1 - (4 + \underline{Y}_3) = 7 - \underline{Y}_3，$$

令 $\underline{Y}_3 = 0$ ，即不排水，則

$$S_4 = 7 \geq S_4^{\min} = 3，$$

滿足貯水需求。

(2) 根據決策規則，由蓄水求供水

$$Y_4 = S_4 - b_4 = 7 - 1 = 6 \geq Y_4^{\min} = 6，$$

滿足其需求。

2.5 時期 5

時期 5，即周期 2 時期 1，因為水庫水文資料的周期性，重新由時期 1 開始操作。

(1) 根據收支條件，由上期蓄水求本期蓄水

$$S_5 = S_4 + I_4 - (Y_4^{\min} + \underline{Y}_4)$$

$$= 7 + 7 - (6 + \underline{Y}_4) = 8 - \underline{Y}_4，$$

令 $\underline{Y}_4 = 1$ ，即排水 1 單位，則

$$S_5 = 7 \geq S_1^{\min} = 2，$$

滿足貯水需求。

本期蓄水與上周期時期 1 蓄水同值，

$S_5 = S_1 = 7$ ，此後模擬將重複上周期數值，

故操作模擬終止。

2.6 水庫所需容量

以上模擬水庫操作所得蓄水與供水數值，採用時期 2 到時期 5(終止演算時，即周期 2 時期 1)的數值，列出如下：

$$[S_1, S_2, S_3, S_4] = [7, 5, 10, 7]$$

$$[Y_1, Y_2, Y_3, Y_4] = [6, 7, 7, 6]$$

各時期貯水與蓄洪需求合計，就是各該時期水庫所需容積：

$$[S_1 + F_1^{\min}, S_2 + F_2^{\min}, S_3 + F_3^{\min}, S_4 + F_4^{\min}]$$

$$= [7 + 4, 5 + 1, 10 + 3, 7 + 3] = [11, 6, 13, 10]$$

其中的最大值就是在所設定的決策規則(3-1)下，滿足所有需求條件的水庫最小容量

$$S_v = \max [11, 6, 13, 10] = 13。$$

模擬過程概採相關需求條件的下限，水庫容量若未達上值，必有需求不滿足，故上值是決策參數(2-1)之下的水庫所需最小容量。

三、規劃模式條件整理

上章採參數組(2-1)， $b_1 = 1$ ， $b_2 = -2$ ， $b_3 = 3$ ， $b_4 = 1$ ，模擬水庫操作，求得水庫所需容量 13。若採下列另一參數組：

$$b_1 = 0, b_2 = -2, b_3 = 4, b_4 = -1 \dots\dots\dots(3-1)$$

能以同法模擬，求得水庫所需容量為 11。

同一類供水決策規則(1-4)下，二組參數(2-1)與(3-1)所得容量不同，為求最佳參數組以使水庫所需容量最小，可解 1.3 節模式[O]，但本文不直接求其解，而在本章先整理限制條件的形式，以便在後文將它分為需求條件與操作公式二區段，依序求解，以提高演算效率。

3.1 需水條件形式轉換

本節擬利用水量收支式，轉換供水需求式(1-1)的形式，以與其它需求式(1-2)，(1-3)一致。

一期間的「供水與進水量差」稱為淨供水：

$$\Delta Y_t \equiv Y_t - I_t \dots\dots\dots(3-2)$$

對應的「需水與進水量差」稱為淨需水(或最小淨供水)：

$$\Delta Y_t^{\min} \equiv Y_t^{\min} - I_t \quad \dots\dots\dots (3-3)$$

供水需求式(1-1) $Y_t \geq Y_t^{\min}$ ，二端同減進水 I_t ，則得 $Y_t - I_t \geq Y_t^{\min} - I_t$ ，利用上列二定義式(3-2)與(3-3)，將它寫成下列淨供水需求式：

$$\Delta Y_t \geq \Delta Y_t^{\min} \quad \dots\dots\dots (3-4)$$

利用淨供水定義(3-2)，將水量收支條件(1-5)化爲下列形式：

$$\Delta Y_t = S_t - S_{t+1} \quad \dots\dots\dots (3-5)$$

此式表示一期間的「出、入水量差」=「始、末蓄水量差」，即期間內水庫(蓄)水體與空容(積)二變動量互爲增減。右端「始、末蓄水容積差」稱爲水庫蓄水消減量 $D_t (= S_t - S_{t+1})$ 。其值正(負)，表示期末蓄水減少(增加)的量。

利用水量收支式(3-5)，將淨供水需求式(3-4)化爲下列形式：

$$S_t - S_{t+1} \geq \Delta Y_t^{\min} \quad \dots\dots\dots (3-6)$$

此後將以上列(3-6)取代供水需求式(1-1)，因爲它與其它需求式(1-2)、(1-3)的形式一致。

3.2 操作條件與參變數公式

由二組操作條件，決策規則(1-4)與水量收支式(1-5)，聯立解得供水量 Y_t 與決策參數 b_t ，將它們以各時期的進水與蓄水表示如下：

$$Y_t = S_t - S_{t+1} + I_t \quad \dots\dots\dots (3-7)$$

$$b_t = S_{t+1} - I_t \quad \dots\dots\dots (3-8)$$

上列供水與決策參數二式合稱操作參變數公式，供水量 Y_t 與決策參數 b_t 二者均爲蓄水與進水函數。由操作參變數公式(3-7)與(3-8)，反推可得操作條件(1-4)與(1-5)，故上述二組式等價，可互相替代。上列(3-7)與(3-8)也可由 1.2 節(1-5)與(1-6)式移項得到。

由本章各例可知，模式的條件或條件組，常因需要而改變其形式。了解其意義，才不至於迷失，例如，水庫水量收支平衡條件的形式多變，之前已有：(1)蓄水差式(1-5)；(2)淨供水式(3-5)；(3)供水式(3-7)。還有省略排水項的(4)需水式(3-6)；以及常見的 (5)期末蓄水式：

$$S_{t+1} = S_t + I_t - Y_t \quad \dots\dots\dots (3-9)$$

四、規劃模式的區劃與解法

藉上章整理模式[O]條件的結果，本章將供水規則下容量模式劃分爲二個區段(劉佳明，1999)：前段目標函數與需求條件式，後段操作參變數式，以便依序求解提高演算效率。

4.1 模式區段劃分

第二章原供水規則下容量模式[O]在上章作簡單轉換之後，便可劃分爲二個區段：[I]單純容量規劃模式，包括目標函數(1-0)與三組需求條件(3-6)，(1-2)與(1-3)；[II]操作參變數公式，包括二組操作公式(3-7)與(3-8)。將上述二區段各式重新編號，列出如下：

[I] 容量線性規劃模式- 需求模式

使下列目標函數水庫有效容量最小

$$Z = S_v - S_o \quad \dots\dots\dots (4-0)$$

滿足淨供水、貯水、蓄洪三組需求條件：

$$S_t - S_{t+1} \geq \Delta Y_t^{\min} \quad \dots\dots\dots (4-1)$$

$$S_v - S_t \geq F_t^{\min} \quad \dots\dots\dots (4-2)$$

$$S_t - S_o \geq S_t^{\min} \quad \dots\dots\dots (4-3)$$

[II] 操作參變數公式- 操作公式

供水與決策參數公式：

$$Y_t = S_t - S_{t+1} + I_t \quad \dots\dots\dots (4-4)$$

$$b_t = S_{t+1} - I_t \quad \dots\dots\dots (4-5)$$

若完全不採用供水規則，所建立的模式也一樣可以轉換成二段架構，其前段模式如上列[I]，後段公式則剩下供水式。模式[II]建立在水庫三類基本功能需求條件與水量收支條件上，故可稱爲基本(需求)模式。

4.2 模式二段解法

第一章原模式[O]於上章作簡單整理，又於上節劃分爲二區段：需求規劃模式[I]與供水操作公式[II]，該模式可以分段依序解算如下：

(1)前段模式[I]：先設 $S_0=0$ ，即以呆水位為容積基準。模式只含狀態變數 S_t 與 S_v ，能以線性規劃法或第七章效率極高的網絡法求解。

(2)後段公式[II]：供水 Y_t 與操作參數 b_t 為前段變數 S_t 的函數，簡單代入即可算得。

與原模式[O]比較，前段模式[II]由 3 組變數 S_t, Y_t, b_t ，減為 1 組 S_t ；限制式由 5 組減為 3 組。前段規模僅為原模式的 $(1/3)*(3/5) = 1/5$ ，故分段演算效率高於整體求解，若以網絡法求解前段模式超越效率更多。

五、單純容量模式位勢網絡圖

上章前段模式[II]是一個單純的水庫容量線性規劃模式(劉佳明, 1986, 1988, 2006)，它不含供水決策規則。本章將建構該模式的位勢網絡圖，利用的是各功能需求條件的共同形式：

某功能 上下界差值 \geq 該功能 需求量

5.1 節點與界面

位勢網絡圖由一些節點與其中某些節點間的標線所構成，如第二章案例的網絡圖 5-1。

本節說明「節點」，下節說明「標線」，其後各節將原「規劃」問題轉換為「網絡」問題。

位勢網絡的每一節點對應於一界面：

- (1)網絡圖的最上方節點稱為頂點，對應於頂限界面 S_v ；最下方節點稱為底點，對應於底限界面 S_0 。
- (2)網絡圖中排有 n 個節點，其中第 t 個稱為時期 t 節點，它對應於時期 t 的蓄水平面 S_t ， $t = 1, 2, \dots, n$ 。

一個節點的位勢值(簡稱節點值)即對應的界面容積值(或狀態變數值)。圖 5-1 網絡中，水庫的頂限與底限各以一個節點表示，若水庫有沉陷或淤積情況，可以增加對應的節點。

符號 S_t, S_v 或 S_0 雖同時表示水庫界面、模式狀態變數、網絡節點或對應值，但不虞混淆：

- (1)水庫底限、頂限或水面等界面(容積)；
- (2)模式底限、頂限或水面等狀態變數(值)；
- (3)網絡底點、頂點或時期節點(位勢)。

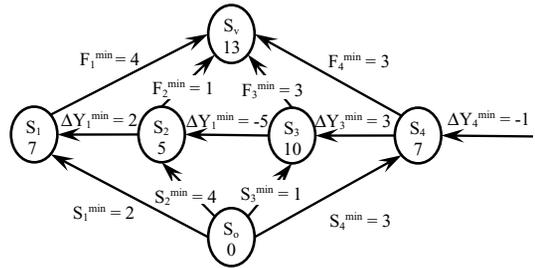


圖 5-1 第二章操作案例位勢網絡圖

5.2 標線與功能

參考圖 5-1，位勢網絡除了以上說明的節點，還有標線，它們是節點連線，具方向性，每一標線對應於一個功能，它連接該功能二界面狀態所對應的二個節點，表示其供需關係。例如， t 時期貯水功能二界面對應節點， S_t 與 S_0 ，之間有貯水標線 $S_t \leftarrow S_0$ 連接。以下將各標線與對應功能的需求式，一一對照列出：

- (1)供水標線 $S_t \leftarrow S_{t+1} \leftrightarrow S_t - S_{t+1} \geq \Delta Y_t^{\min}$
- (2)蓄洪標線 $S_v \leftarrow S_t \leftrightarrow S_v - S_t \geq F_t^{\min}$
- (3)貯水標線 $S_t \leftarrow S_0 \leftrightarrow S_t - S_0 \geq S_t^{\min}$ 。

標線各有下限值(或稱標線值)即對應功能的需求值。網絡標線與模式功能有下列對應：

- (1)標線下限值 \leftrightarrow 功能需求值
- (2)標線實際值(=前後端點位勢差)
 \leftrightarrow 功能供應值(=上下界面狀態差)
- (3)標線下限式 \leftrightarrow 功能需求式
標線 前後端點位勢差 \geq 下限值
 \leftrightarrow 功能 前後端點位勢差 \geq 需求值

第三章的水庫操作案例，以圖 5-1 表示狀態(節點)值與各功能需求(標線)值；以圖 5-2 表示其節點(狀態)值與各功能標線(供需)式。

5.3 網絡與模式

由圖 5-2 與 5-3 可知，位勢網絡表示水庫各功能的供需時程。表 5-1 與圖 5-3 將水庫模式與位勢網絡的各主要項目對照列出，包括：狀態(值)與節點(值)，功能(需求、供應與關係式)與標線(下限、實際與關係式)等。

另請注意：(1)本文假設供需水有周期性，期末與期初節點之間有標線連接，故所有供水標線

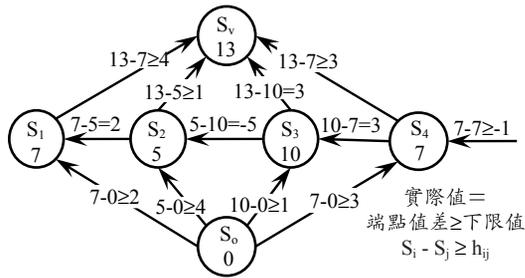


圖 5-2 第二章操作方案需求式網絡圖

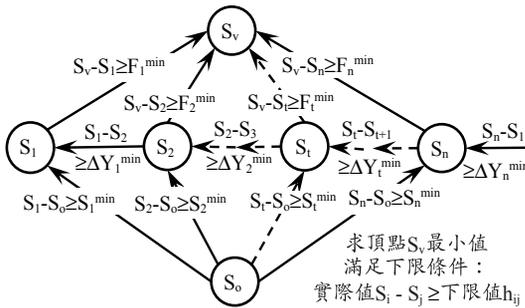


圖 5-3 水庫容量位勢網絡規劃模式

串成一迴圈。(2)位勢網絡供水功能的標線值與實際值分別是淨需水 ΔY_i^{\max} 與淨供水 ΔY_i ，並非需水 Y_i^{\min} 與供水 Y_i 。

5.4 網絡高程問題

以上三節說明水庫網絡點線元素與其間關係，本節將從網絡觀點看水庫容量規劃問題。

若將網絡節點值 $S_i, i = 1, 2, \dots, n, o, v$ ，視為各該節點的高度，則水庫容量規劃模式的「狀態變數」值，對應於網絡圖的「節點高度」值；各功能的「需求式」對應於網絡各標線的「高差式」： $S_i - S_j \geq h_{ij}$ ，要求標線 $i \leftarrow j$ 前後二端節點高差 $S_i - S_j$ 不小於標線值 h_{ij} 。

原水庫容量規劃問題是：求狀態(水庫容量與各時期蓄水)值，滿足需求條件，且使水庫容量最小。對應的網絡問題是：求節點高度值，滿足高差條件，且使頂點高度最小。模式與網絡之間，變數、已知數與限制式，一一對應。

考慮由底點 S_o 至一節點 S_i 的一條路線 P ，其上所有標線值的代數和稱為沿路線 P 至點 S_i

表 5-1 位勢網絡與規劃模式 項目對照表

項目	位勢網絡	規劃模式
需求下限(\circ)	標線下限值	功能需求值
變數(?)	節點值	狀態值
實際供應	標線實際值 = 前後端節點值差*	功能供應值 = 上下界狀態值差†
關係式	標線下限式	功能需求式
實際供應 \geq 需求下限	節點值差* \geq 標線下限值	狀態值差† \geq 功能需求值
備註	\circ 表示已知	? 表示所求

的高程。為滿足高差條件，節點的高度必須不小於至該節點所有路線的高程，這些路線高程的最大值就是該節點的最小高度。網絡問題以圖形具體呈現供需情況，比原水庫問題直觀，因此將藉以發展高效率的演算法，見第六章。

5.5 可行性檢驗

上節將「水庫最小容量」問題轉換為「水庫位勢網絡最長高程」問題，從圖論(或網絡論)的觀點，後者只是一個圖(或網絡)的「最長距離路線」問題(Ahuja *et al.*, 1993; Bazarraa *et al.*, 2005)。前者的「標線值」與「路線高程」分別相當於後者的「邊距離」與「路線長」，只是前者的「標線值」與「路線高程」，有正有負，且有迴圈路線，乃後者所無，所以略為複雜。

水庫位勢網絡問題的迴圈值(標線值總和 $\sum \Delta Y_i^{\max}$)若為正，則每繞迴圈一次將使路線高程增加 $\sum \Delta Y_i^{\max}$ ，高程可無限增加，故問題無解；若迴圈值(總淨需水 $\sum \Delta Y_i^{\max}$)非正，則問題有解。上述是否有可行解的問題，也能以代數方式檢驗，7.2節的案例可供參考。

六、單純容量模式的網絡算法

第四章的單純容量規劃模式[II]，是基於三類基本功能需求條件，且不設定供水規則的水庫的一個「基本模式」。根據第五章3節與4節的討論，它有具體的位勢網絡圖，可以自然傳達水庫供需時程觀念；且有直觀的位勢網絡演算法，能夠有效提高模式參變數分析效率。

本章將介紹模式[I]的網絡演算原理(劉佳明, 1986, 2006), 並以表 1-1 案例水庫為例, 首先建立模式[I]與公式[III]; 然後分二段求解: (1) 繪製模式[I]網絡, 求狀態變數值; (2) 將所得值代入公式[III], 求供水量與決策參數。

6.1 網絡高程演算程序

網絡高程演算由底點 S_0 開始, 分段陸續掃描標線以進行演算, 更新標線前端節點的高程: (0) 設底點 S_0 值為 0。又設其它各節點 S_i 原始記錄高程為 0。

(1) 分三階段演算, 由下列標線群引進標線:

[0] 貯水, [1] (淨)供水, [2] 蓄洪。

(2) 各階段逆時序(順標線方向)掃描標線, 通往該標線前端節點的二路線(掃描的新標線路線與前一階段原記錄路線)高程比較, 更新記錄(節點目前最長高程與路線末端標線)。

(3) 時期節點高程演算有三輪: 首輪在階段[0], 二、三輪在階段[1], 需要第三輪是因各時期節點的最長高程路線, 有可能經過周期未供水標線, 而本題有解的條件是周期總淨需水 $\sum \Delta Y_t^{\min} \leq 0$, 即供水標線迴圈總長不大於 0, 故各節點最長路線沿迴圈部分必不逾一周。本階段演算在第三輪新、舊高程等值時停止。

(4) 網絡頂點的高程演算在階段[2], 比較經過各時期節點至頂點路線的高程, 其中最長者, 就是頂點的最小高度, 即水庫的最小容量。

6.2 案例模式區劃分段

根據 4.1 節容量規劃問題的通式, 表 1-1 案例的「線性供水規則下水庫容量規劃模式」, 以二段架構的方式列出如下:

[I] 單純容量規劃模式

- 水庫容積基準採呆水位面, 即設 $S_0=0$ 。
- 求水庫容量 S , 與各時期蓄水量 $S_t \geq 0$
使下列目標函數水庫容量最小

$$Z = S_v \quad \dots\dots\dots (6-0)$$

滿足下列限制式

$$S_t - S_{t+1} \geq \Delta Y_t^{\min} \quad \dots\dots\dots (6-1)$$

$$S_1 \quad -S_2 \quad \geq 2$$

$$S_2 \quad -S_3 \quad \geq 5$$

$$S_3 \quad -S_4 \quad \geq 3$$

$$-S_1 \quad S_4 \quad \geq 1$$

$$S_v - S_t \geq Ft_{\min} \quad \dots\dots\dots (6-2)$$

$$S_v \quad -S_1 \quad \geq 4$$

$$S_v \quad -S_2 \quad \geq 1$$

$$S_v \quad -S_3 \quad \geq 3$$

$$S_v \quad -S_4 \quad \geq 3$$

$$S_t \geq St_{\min} \quad \dots\dots\dots (6-3)$$

$$S_1 \quad \geq 2$$

$$S_2 \quad \geq 4$$

$$S_3 \quad \geq 1$$

$$S_4 \quad \geq 3$$

上列式中 $t = 1, 2, \dots, 4$ 。

[II] 操作參變數公式

- 求供水量 Y_t 與決策參數 b_t , $t = 1, 2, 3, 4$ 。

$$\text{供水量公式 } Y_t = S_t - S_{t+1} + I_t \quad \dots\dots\dots (6-4)$$

$$Y_1 = S_1 - S_2 + I_1, Y_2 = S_2 - S_3 + I_2,$$

$$Y_3 = S_3 - S_4 + I_3, Y_4 = S_4 - S_1 + I_4.$$

$$\text{決策參數公式 } b_t = S_{t+1} - I_t \quad \dots\dots\dots (6-5)$$

$$b_1 = S_2 - I_1, b_2 = S_3 - I_2$$

$$b_3 = S_4 - I_3, b_4 = S_1 - I_4.$$

分段解法:

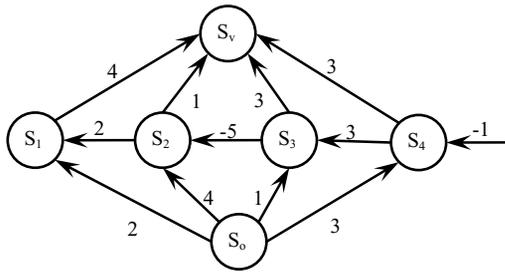
先解模式[I], 求得水庫容量 S_v 與蓄水量 S_t ; 後代公式[II], 計算供水量 Y_t 與決策參數 b_t 。

6.3 可行檢驗與網絡演算

本節先考慮案例前段模式可行性, 並繪製其網絡圖, 且以網絡法求節點值(狀態變數)、後段公式求操作參變數(供水量與決策參數)。

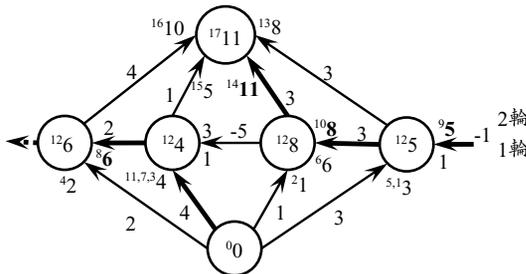
考慮供水諸式(6-1), 每一蓄水變數只出現在相鄰二時期供水式中, 其係數一正一負。將(6-1)諸式相加, 則左端各變數抵消, 其值為 0; 右端淨需水總和 $\sum \Delta Y_t^{\min} = \sum (Y_t^{\min} - I_t)$ 的值為 $2 - 5 + 3 - 1 = -1$ 。列出結果 $0 \geq -1 (= \sum Y_t^{\min} - \sum I_t)$, 即

$$0 \geq \text{總需水 } \sum Y_t^{\min} - \text{總進水 } \sum I_t$$



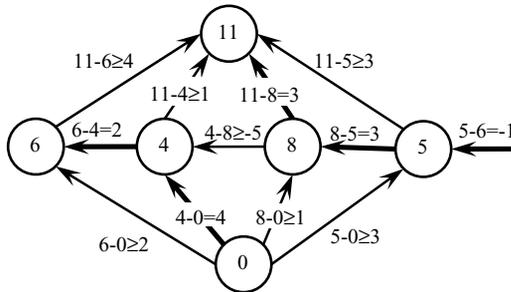
高差條件：前端值 S_i -後端值 $S_j \geq$ 高差值 h_{ij}

圖 6-1 案例資料網絡圖



底點與頂點間最長路線： $S_v \leftarrow S_3 \leftarrow S_4 \leftarrow S_1 \leftarrow S_2 \leftarrow S_0$ 。稱為臨界路線，其上管線對應需求式皆為等式

圖 6-2 案例水庫演算過程網絡圖



高差條件：前端值 S_i -後端值 $S_j \geq$ 高差值 h_{ij}

圖 6-3 案例水庫最佳解網絡圖

或總進水 $\sum I_t \geq$ 總需水 $\sum Y_t^{\min}$ ，符合有解條件。

II 前段容量規劃模式 - 網絡演算

圖 6-1 為表 1-1 案例資料的位勢網絡圖，圖 6-2 為該案例模式演算過程的網絡圖。圖中各標線前端節點旁所標數字為該節點之高程，其路線經該標線；高程值左上標數字表示記錄的順序。參照圖 6-3，演算結果列出如下：

- 臨界路線(頂點高程路線，所經標線加粗)

$$S_v \leftarrow S_3 \leftarrow S_4 \leftarrow S_1 \leftarrow S_2 \leftarrow S_0$$

網絡頂點高程演算求得上述臨界路線，其上各功能的供應等於需求，即需求式均為等式：

$$S_v - S_3 = 3, S_3 - S_4 = 3, S_4 - S_1 = -1, S_1 - S_2 = 2, S_2 = 4.$$

- 臨界期間為臨界路線所經時段
如本案例在時段[3, 4, 1, 2]。臨界期間內供水等於需水，無排水，其蓄水量於期間初在上限，於期間末在下限。
- 時期節點值(蓄水量)與頂點值(最小容量)：

$$S_1 = 6, S_2 = 4, S_3 = 8, S_4 = 5, S_v = 11.$$

各標線若增加需求將增加頂點值，故目前值是滿足所有需求水庫最小容量值。

III 後段操作參變數公式 - 代入求值

分別利用案例後段操作公式(6-4)與(6-5)求供水量 Y_t 與決策參數 b_t , $t = 1, 2, 3, 4$.

- 利用(6-4)，求供水量，必滿足需求：

$$Y_1 = S_1 - S_2 + I_1 = 6 - 4 + 4 = 6 (\geq Y_1^{\min} = 6)$$

$$Y_2 = S_2 - S_3 + I_2 = 4 - 8 + 10 = 6 (\geq Y_2^{\min} = 5)$$

$$Y_3 = S_3 - S_4 + I_3 = 8 - 5 + 1 = 4 (\geq Y_3^{\min} = 4)$$

$$Y_4 = S_4 - S_1 + I_4 = 5 - 6 + 7 = 6 (\geq Y_4^{\min} = 6).$$

- 利用(6-5)，求決策參數：

$$b_1 = S_2 - I_1 = 4 - 4 = 0, b_2 = S_3 - I_2 = 8 - 10 = -2$$

$$b_3 = S_4 - I_3 = 5 - 1 = 4, b_4 = S_1 - I_4 = 6 - 7 = -1.$$

七、容量模式的結構、規模與算法

本章檢討水庫模式的結構、規模與轉換，並分析不同解法效率：原模式的分段或不分段；前段模式的線性規劃法或位勢網絡法。

7.1 模式的網絡結構

回顧 4.1 節前段模式 II 的建構過程，利用水量收支平衡條件(3-5) $\Delta Y_t (= Y_t - I_t) = S_t - S_{t+1}$ ，將供水需求條件由(3-4) $\Delta Y_t (= Y_t - I_t) \geq \Delta Y_t^{\min} (= Y_t^{\min} - I_t)$ 化為(3-6) $S_t - S_{t+1} \geq \Delta Y_t^{\min}$ ，各功能需求條件才有一致的形式：

某功能 上下界差值 \geq 該功能 需求量

各功能需求條件的上述共同形式，賦予前段模式生動的網絡解釋與高效率的網絡算法。

7.2 模式的規模

線性規劃模式的係數矩陣元素數目(即變數數目與限制式數目的乘積)稱為模式的規模(或尺度)。原容量規劃模式時期數是 n ，參變數 S_t, S_v, Y_t, b_t 共 $n+1+2n=3n+1$ 個，需求式 3 組與操作式 2 組，共 $3n+2n=5n$ 個，因此整體規模是 $5n(3n+1)$ 。前段變數 S_t, S_v ，共 $(n+1)$ 個，需求式 3 組共 $3n$ 個，前段規模為 $3n(n+1)$ ，故前段與整體的規模比為 $3n(n+1)/5n(3n+1) \approx 1/5$ 。

原模式若分為二區段，且依序求解，則狀態變數 S_t 在二區段的角色不同，在前段是變數，在後段是已知數。分段求解時，只有前段演算需要迭代，且其規模約原模式的 $1/5$ ；後段不需迭代，以前段所得代入即得，因此計算量大幅減少。若前段不採一般線性規劃法，改採網絡法，則計算量節省更多，說明見 7.3 節。

7.3 算法與效率

本文容量規劃模式的前段部分是不設定決策規則的單純水庫容量模式，它具有位勢網絡結構，其係數絕大部分是 0，而且非 0 即 ± 1 。考慮模式二個解法使用計算資源的方式：

- (1)線性規劃法(胡文章 1977; Loucks *et al.*, 1981; Yeh, 1985)， $n+1$ 個變數與 $3n+1$ 個(目標函數與限制)式，共約 $3n^2$ 個元素的矩陣的運算上，其元素雖然都是 0 或 ± 1 ，計算絲毫不能省；
- (2)位勢或流量網絡法(劉佳明, 1976, 1986, 1988, 2002, 2006; Texas Water Development Board, 1969; Kennington *et al.*, 1980; Syslo *et al.*, 1983; Ahuja *et al.*, 1993; Bazaraa *et al.*, 2005)，儲存資料方式非矩陣，而是網絡的 $(n+2)$ 個節點與 $3n$ 個標線，共 $4n+2$ 元素的值，且其演算只有加減而無乘除，所以效率優越。

以上解說水庫容量規劃模式的二個解法，黑箱式的線性規劃法與直觀的位勢網絡算法，二法的資料量比值約為 $3n^2 : 4n = 3n : 4$ 。以 35 年旬計資料為例， $n = 35 \times 36 = 1260$ ，故線性規劃與位勢網絡記憶量比值 $3n : 4 = 945 : 1$ 。二法記憶量比值近千(為期數 n 的 $3/4$)，二法的計算時間比值亦如此，故問題(即期數)越大，其計算量的差別越多。

若進行簡單分析，採一般線性規劃法即可；進行密集分析，則需採效率較高的網絡算法。商品程式 LINGO 與 CPLEX 等，便於解龐大線性規劃問題，其程式精簡，尤其對結構特殊者(劉佳明, 1997)，但是對於小問題，採用 EXCEL 即可。

八、水庫容量規劃模式的異動

本章將藉網絡圖，簡單說明在下列三類異動下：(1)模式期距、(2)供水時點、(3)供水規則，水庫容量規劃模式與其解的變動情形。

8.1 模式期距異動

為決定水庫容量與出水等數據的「設計」規劃模式，所採時間間距通常為年、季、月、旬或其它單位，其各時期水庫進水與供水資料多為原始較短期距資料的累積值，例如旬進水資料為 10 個日進水資料的累計。

為了解模式所採時間間距對水庫容量解的影響，考慮表 1-1 案例，但是將期距加寬為原值的二倍，則新模式是 6.2 節原模式的縮併。

新模式一期的供水需求是原模式二期的累加，蓄洪與貯水需求則為二期原需求較大者，新模式期數為 $n/2 = 4/2 = 2$ ，其代數式不難列出，資料見圖 8.1，最佳解見圖 8.2，原始模式資料見圖 6.1，最佳解見圖 6.3。

上述同一水庫原期距與加倍期距二案例所需容量分別為 11 與 9 (圖 6.3 與圖 8.2)，可見水庫容量受模式時間間距的影響。

8.2 供水時點異動

在上節已提到水庫容量「設計」模式的期距通常較長，故其供水與進水分佈多假設為期間內「平均供水與進水」，見 1.2 節。

至於水庫供水「操作」模式，則採較短期距，通常為旬、周、日，甚至於時，而且其供水時點與進水分佈必須根據實際情況或預測資料訂定。

為說明供水與進水時點對操作模式解的影響，將表 1-1 案例水庫以另一方式：「期初供水，後期進水」操作，這相當於各期操作分為二段：

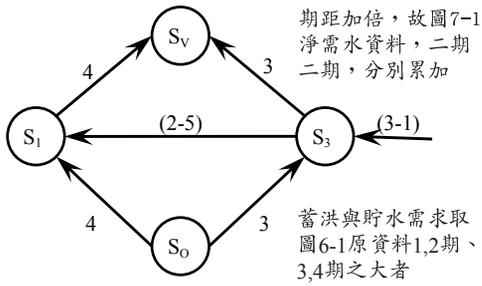


圖 8-1 期距加倍案例資料網絡圖

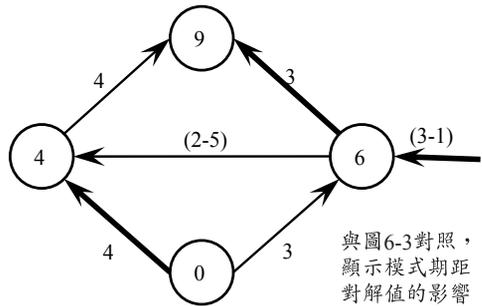
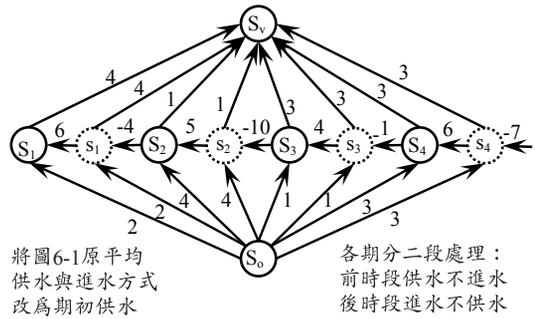


圖 8-2 期距加倍案例最佳解網絡圖



將圖 6-1 原平均供水與進水方式改為期初供水
各期分二段處理：前時段供水不進水，後時段進水不供水

圖 8-3 期初供水案例資料網絡圖

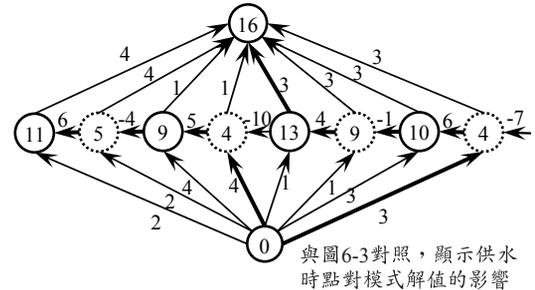


圖 8-4 期初供水案例最佳解網絡圖

前時段供水不進水，後時段進水不供水。

「期初供水」方式的資料如圖 8.3，其新增時段初的蓄洪與貯水需求設為原期初值。對應模式是 6.2 節原模式的擴充，不難列出。最佳解如圖 8.4。平均與期初供水二方式的水庫容量分別為 11 與 16 (圖 6.3 與圖 8.4)。容量隨著水庫集水超過容量導致排水的時機而變化。

8.3 供水規則異動

本文根據 ReVelle *et al* (1969)，採供水規則 (1-5) $Y_t = S_t - b_t$ 。若根據 Loucks (1970)，改採另一供水規則 $Y_t = S_t + I_t - b_t$ ，則 4.1 節模式僅操作參數式 (4-5)， $b_t = S_{t+1} - I_t$ ，改為 $b_t = S_{t+1}$ ，其它不變，故形式更為簡單，二段解法依然適用。

8.4 模式異動與解法

本章各規劃模式雖有異動，但結構不變，故原解法仍然可用，情況同 7.3 節分析。本章前二節，對同一水庫案例分別考慮二時期間距與二供水時點，求其水庫容量解值，經以直觀的位勢網

絡解析，其差別一目了然。至於模式變動以致結構改變的情況，請參閱 9.4 節討論。

九、水庫規劃模式的擴充

若考慮進水量的機率，本文模式可轉化為線性決策規則下的機率限制性模式；另一類擴充模式是引進各功能收益與水庫建造營運成本。本章將介紹包括這二類的單水庫擴充模式與多水庫系統模式常見的線性結構類型。

9.1 機率限制性模式

在前言中已說明，ReVelle *et al* (1969) 在水庫容量「機率限制性」線性規劃模式中，引入一個簡單的線性供水決策規則，然後將這個模式轉換為對等的一個「確定性」模式。

上述與機率限制性原模式對等的確定性模式，其參數為各需求擬定機率(可靠性或風險度)的對應進水量，所求則為決策規則參數等，並不具有本文水庫容量位勢網絡模式的形式，但若再

次利用二組操作條件，可將之轉回類似此模式的形式。本文之前各章的處理方式，因此可應用在上述導出的確定性模式上。

9.2 確定性修正模式

水庫實際操作多根據水庫運轉規線，本文討論水庫容量的一個初步規劃模式，所以採用最簡單的線性供水決策規則，而這類規則其實也多用於機率限制性模式，若不採上節機率性模式轉換為確定性的方式，而直接以水庫長期進水資料建立確定性模式，則對本文模式必須加以修正：異年同旬(或周、月、季)的決策參數取同值或另以限制式令其值相等，故參變數減少或限制式增加，問題結構改變需要調整解法，討論見 9.4 節。

9.3 標的規劃模式- 考慮水庫成本收益

若考慮水庫的建造營運成本與各功能收益(劉佳明, 1988, 1997, 2004; 胡明哲, 2000)，將這些項目引進模式，則擴充模式仍然具備網絡特性與演算效率。若針對問題，彈性設定其成本與收益單價或權重，即可處理不同類型水庫規劃操作問題，所以這是一個基本分析工具。

上述擴充模式的(1)變數、(2)限制式與(3)目標函數的項目增加，亦即模式的函數關係趨於複雜，但是因為結構仍然是網絡，故其分析有高效率的演算法可供應用。

9.4 水庫規劃模式的結構類型

水庫系統規劃模式的結構不一定為網絡或線性，若為網絡或線性，通常屬於下列類型：

- (1)「外加條件」網絡規劃 (劉佳明, 1976; Kennington and Helgason, 1980)。
- (2)「損益」網絡規劃 (Ahuja, Magnanti, and Orlin, 1993; 王若杰, 1991; 張堯忠, 2001)。
- (3)「內嵌網絡」線性規劃(McBride, 1985; Sun *et al.*, 1995; Hsu and Cheng, 2002)。
- (4)「多階層」線性規劃 (Bazaraa *et al.*, 2005; 江琴劍, 1988; 朱子偉, 1990; 許俊雄, 1992; 游步弘, 1995; 陳威帆, 2002)。

以上各類型模式雖能以線性規劃法解算，但

在密集分析時需採效率較高的算法，見上列各該項目文獻。並可參考庫存管理專著對儲存系統的討論，如(Hax and Candea, 1984)。

9.5 流量網絡

以上三章涉及「網絡」演算效率部分，若未特別註明為「位勢」者，兼指「流量」網絡，即傳統水資源系統規劃上的網絡(Texas Water Development Board, 1969; Major *et al.*, 1979; Brendecke *et al.*, 1995; Sun *et al.*, 1995; 周乃昉, 1992; 水利規劃試驗所, 2006)。

流量網絡(Ahuja *et al.*, 1993; Bazaraa *et al.*, 2005)與位勢網絡，結構不同(劉佳明, 2002)：

位勢網絡：節點各有位勢(變數)，標線前後二端節點位勢差值各有下限(條件)。

流量網絡：管線各有流量(變數)，節點交會管線收支流量值各趨平衡(條件)。

十、結論與展望

本文將一個線性供水決策規則下的水庫容量規劃模式，整理並劃分成二個區段：(1)前段是不設定決策規則的一個容量線性規劃模式，所求為水庫容量與各時期蓄水量，(2)後段是一組操作公式，所求為供水與決策參數。

前段模式的狀態變數與功能需求，經分別賦予節點位勢與標線下限解釋，便可藉具體的位勢網絡圖，自然傳達多功能供需時程觀念，且以直觀的網絡算法有效提高模式分析效率。

後段公式的供水變數與決策參數為前段模式變數解值的函數，因此，二段可以依序解算。

本文模式是為介紹水庫不同功能供需與操作等基本觀念，於應用規劃時，可將模式擴充，考慮實際因素，如：(1)水庫進水的機率性，或(2)水庫的建造營運成本與各項功能收益。適當擴充的模式可維持位勢網絡特性，故直觀的供需位勢網絡圖與高效的網絡算法依然適用。

本文原模式與上述擴充模式都建立在水庫運轉的二組「需求」與「操作」條件上，二組基本條件的「分段處理」架構與前段需求模式的「位勢網絡」特性，使得水庫運轉相關的基本觀念可

以清楚的掌握。尤其是擴充模式，因為它可以針對不同的水庫設計與操作規劃問題，設定目標函數的各項成本/收益單價或相對權重，它的形形色色的應用，應該可以期待！

單水庫或多水庫系統線性/網絡規劃模式，於變動或擴充參變數、限制式、目標函數或決策規則等項目時，問題結構趨於複雜。若其線性或網絡特性仍然維持，模式多屬下列類型：(1)「外加條件」網絡規劃，(2)「損益」網絡規劃，(3)「內嵌網絡」線性規劃，(4)「多階層」線性規劃。這些類型的問題，若進行簡單分析，可採一般線性規劃法；若進行密集分析，需有針對問題的高效率演算法，才能有效的處理。

參考文獻

1. 王若杰(1991)「串並聯水庫系統標的線性規劃模式之損益網路區劃解法」，台灣大學農業工程學研究所碩士論文。
2. 水利署水利規劃試驗所(2006)「通用性區域水資源調度與供需模式建立」總報告書。
3. 江琴劍(1988)「串並聯水庫系統標的規劃模式之變數分群網流解法」，台灣大學農業工程學研究所碩士論文。
4. 朱子偉(1990)「串聯水庫系統標的線性規劃模式之區劃網路解法」，台灣大學農業工程學研究所碩士論文。
5. 林志雄(1985)「線性放水規則機率限制模式之研討與修正」，農業工程學報，31(2)。
6. 周乃昉(1992)「區域性地表水量調配之網流模式」，第六屆水利工程研討會論文集。
7. 胡文章 (1977)「線性規劃在水庫規劃及操作之應用」，台灣水利，25(1)。
8. 胡明哲(2000)「水庫標的規劃模式的解法」，台灣大學農業工程學研究所碩士論文。
9. 郭振明(1981)「線性放水規則決定下游水庫容量之解法」，台灣大學農業工程學研究所碩士論文。
10. 陳威帆(2002)「具角型結構線性規劃模式之二階層解法」，台灣大學農業工程學研究所碩士論文。
11. 許俊雄(1992)「水庫容量與出水量標的線性規劃模式網路區劃解法」，台灣大學農業工程學研究所碩士論文。
12. 游步弘(1995)「多供水標的線性規劃模式及其網路區劃解法」，台灣大學農業工程學研究所碩士論文。
13. 張堯忠(2001)「水庫標的線性規劃問題之損益網絡模式與解法」，台灣大學農業工程學研究所碩士論文。
14. 劉佳明 (1976) "A Dual Interpretation of a Linear Reservoir Model," 台灣水利，24(1)。
15. 劉佳明(1986)「水庫容量線性對偶模式網路解法」，第3屆水利工程研討會論文集。
16. 劉佳明(1988)「水庫標的線性規劃問題之網路切割解法簡介」，台灣水利，36(2)。
17. 劉佳明(1997)「水庫標的規劃模式與其網路演算法」，86年農業工程研討會論文集。
18. 劉佳明(1999)「線性放水規則水庫線性規劃模式網路特性」，88年農業工程研討會論文集。
19. 劉佳明(2002)「水庫規劃問題的位勢與流量網絡模式」，農業工程學報，48(4)。
20. 劉佳明(2004)「水庫標的線性規劃模式及其對偶模式-網絡解釋」，農業工程學報，50(1)。
21. 劉佳明(2006)「位勢網絡法分析水庫容量」，農業工程學報，52(4)。
22. 謝東明(1990)「水庫線性放水規則與標的規劃模式網路解法之比較研究」，台灣大學農業工程學研究所碩士論文。
23. Ahuja, R.K., T.L. Magnanti, and J.B. Orlin (1993) *Network Flows*, Prentice-Hall.
24. Bazaraa, M.S., J.J. Jarvis, and H.D. Sherali (2005) *Linear Programming and Network Flows*, 3rd ed., Wiley.
25. Bredecke, C.M., W.B. DeOreo, E.A. Payton and L.T. Rozaklis (1995) "Network Models of Water Rights and System Operations," *Journal of the Water Resources Planning and Management Division, ASCE*, 115(5).
26. Hax, A.C., and D. Candea (1984) *Production and Inventory Management*, Prentice-Hall.

27. Hsu, N.-S., and K.-W Cheng (2002) "Network flow optimization model for basin scale water supply planning", Journal of the Water Resources Planning and Management Division, ASCE, 128(2).
28. Kennington, J.F., and R.V. Helgason (1980) Algorithms for Network Programming, Wiley.
29. Loucks, D.P., J.R. Stedinger and D.A. Haith (1981) Water Resource Systems Planning and Analysis, Prentice-Hall.
30. Loucks, D.P. (1970) "Some comments on linear decision rules and chance constraints", Water Resources Research, 6(2).
31. Major, D.C. and R. L. Lenton (1979) Applied Water Resource Systems Planning, Prentice-Hall.
32. McBride, R.D. (1985) "Solving embedded generalized network problems," European Journal of Operational Research., 21, 82-92.
33. ReVelle, C., E. Joeres and W. Kirby (1969) "The linear decision rule in reservoir management and design 1: Development of the stochastic model", Water Resources Research, 5(4).
34. ReVelle, C. and W. Kirby (1970) "The linear decision rule in reservoir management and design 2: Performance optimization", Water Resources Research, 6(4).
35. Sun, Y-H, N-S Hsu, P.W.F. Louie and W. W-G Yeh (1995) "Generalized Network Algorithm for Water Supply System Optimization", Journal of the Water Resources Planning and Management Division, ASCE, 121(5), 392-398.
36. Syslo, M.M., N. Deo and J.S. Kowalik (1983) Discrete Optimization Algorithms, Prentice-Hall.
37. Texas Water Development Board (1969) System Simulation for Management of a Total Water Resource, Texas Water Development Board, Austin, Texas.
38. Yeh, W-G (1985) "Reservoir Management and Operations Models: A state-of-art review", Water Resources Research, 21(12), 1997-1818.

收稿日期：民國 97 年 5 月 9 日

修正日期：民國 97 年 7 月 3 日

接受日期：民國 97 年 7 月 8 日