

專 論

在不同空間解析度的 DEM 提取坡度的研究
— 以烏山頭水庫地區為例

**The Study on the Slope Information Derived from
DEM with Different Spatial Resolutions — A Case
Study of Wu-Shan-To Reservoir**

高苑科技大學土木工程系
講師

簡 耀 鴻

Yao Hung Chien

北京清華大學水利系泥沙研究室
高苑科技大學土木工程系教授

張 東 炯*

Tung Chiung Chang

北京清華大學水利系
教授

王 兆 印

Zhou-Yin Wang

摘 要

本研究以烏山頭水庫地區為例，提供該區域一個有關提取坡度面積比誤差回歸公式，做為在不同空間解析度提取坡度訊息時有合理化的根據。隨著高程數據獲取技術和儀器的進步，無論是遙測影像的解析度提高或是光達(LIDAR)的應用，皆大大提高數值高程模型(DEM)的精度，由於 DEM 是對地形的一種模擬、近似趨近之數學模式，應用上，DEM 是對已獲得的離散高程數據進行內插生成的，因此，不可避免地存有一定的誤差。這些誤差對不同的應用，例如提取地形參數〔坡度、坡向、集水面積、水系密度等〕有不同的影響，工程界使用者常以 DEM 提取坡度數值，但如果未考慮不同空間解析度在坡度訊息提取時的不確定性，則對提取的坡度訊息無法提出一個定量的誤差大小。對於考慮不同空間解析度在坡度訊息提取時的不確定性，本文研究結果顯示，較陡坡度隨網格尺寸的增大而被簡約化，此簡約化造成坡度的取值範圍，隨空間解析度減小而縮小；分級坡度面積比誤差的對數值，皆隨空間解析度減小而趨近於一個收斂值，且該對數值和空間解析度呈現冪次函數關係。

關鍵詞：空間解析度，DEM，坡度，不確定性，地理資訊系統。

ABSTRACT

The main purpose of this research is to reach an error regression formula of the slope gradient to area ratio by case study of Wu-Shan-To reservoir area in Taiwan, in order to

*通訊作者，高苑科技大學土木工程系教授，82101 高雄縣路竹鄉中山路 1821 號，tung@cc.kyu.edu.tw

establish a basis for the collection of reasonable data extracted from DEM with different spatial resolutions. That the improvement of the technology and instrument for acquiring elevation data, greatly raise the accuracy of Digital Elevation Model (DEM) by increasing the resolution of remote image or applying LIDAR. Because DEM is the model of mathematical simulation, an approximate method, and in application, DEM is generated by interpolating the acquired discrete elevation data. Hence, the inaccuracy and error are inevitable. The effect of those errors, such as on the extracted topography parameters (e.g., slope gradient, aspect, water catchments area, river density, etc) varies depending on different applications of DEM. In engineering field, DEM is usually used for the extraction of slope gradient data. Without considering the uncertainty of different spatial resolutions, the amount of error can not be quantified. For considering the above mentioned uncertainty, the result shows that steeper slope gradient is to be simplified as the grid size increases, which makes the range of picking up the slope gradient will be decreased as the spatial resolution reduced. Logarithmic value of the error of the divided slope to area ratio is decreased and converged to a value as the spatial resolution decreases. And there exists a power function relationship between the logarithmic error value and spatial resolution.

Keywords: Spatial resolution, DEM, Slope, Uncertainty, GIS.

一、前言

數值高程模型(Digital Elevation Model, DEM)是地表型態的數學表示,具有綜合反應地形基本特徵的功能[1],是遙感探測(Remote Sensing)與地理資訊系統(Geographic Information System)進行三維空間數據處理與地形分析的核心數據。DEM的不確定性一直是攝影測量和地學領域的研究問題,由於DEM是對地形的模擬和近似趨近,因此不可避免地存有一定的誤差,這些誤差對不同的應用,例如提取地形參數(坡度、坡向、集水面積、水系密度等)有不同的影響,由前人研究可知較高空間解析度的DEM只有在數據比較準確時才可產生高質量的坡度、坡向結果[2]。因此,不同空間解析度DEM在地形訊息內容與精度上無疑存在著明顯的差異,如果缺乏相對應的理論支持,DEM使用者在應用中極可能造成盲從或失誤,實際情況是在工程界使用者常以DEM提取坡度數值,但並未考慮不同空間解析度在坡度訊息提取時的不確定性。從理論上,DEM空間解析度越高,表示地面布設越多的採樣點,地形模擬的精度就越高。但是,DEM的

數據量隨解析度的提高成幾何級數的增加。在應用上,如何選擇一個適當的DEM空間解析度能滿足應用精度的要求又可顧及計算機容量與處理能力,是我們一直追求的目標。烏山頭水庫地區經由台灣的中興測量股份有限公司以空載光達(LIDAR)獲取的5mDEM數據,由林忠毅、曾清涼等證實其精度達 $\pm 0.169\text{m}$ (平坦地)至 $\pm 0.431\text{m}$ (陡峭山地)[3],以光達獲取的DEM應可滿足應用精度的要求,但是目前對於DEM地形因子不確定性程度未提出衡量的指標。在數據採集和數據處理中,存在著大量未知分布的數據誤差,對於未知分布誤差的不確定性程度的度量,常以高斯分布為假設前提,在給定的置信概率(如90%)下計算不確定度,如此不確定度與置信概率有關,而置信概率的選取受主觀因素影響,導致對同一問題因不同的置信概率選取者而可能得到不同的不確定度指標,而訊息論的熵(entropy)不確定度能夠唯一確定,與置信概率的選取無關[4],因此可利用訊息論相關概念做相對應的探討。本研究以烏山頭水庫地區DEM之5m空間解析度所提取的坡度值作為基準值,分析其他空間解析度下的坡度因子的不確定性程度,嘗

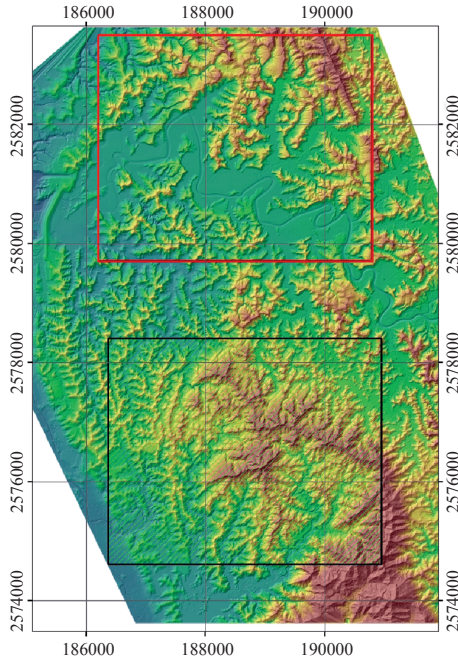


圖 1 研究區位圖

試找出不確定性的評估因子，並同時回歸誤差指數與空間解析度間的數學函數，期能為烏山頭水庫地區在工程師們進行需要坡度數值工作時，能提供適當的空間解析度的依據。

二、研究基礎與方法

2.1 研究區與數據來源

研究區為烏山頭水庫地區，研究區域位於台南縣烏山頭水庫附近，為目前國內唯一有兩次空載光達 LiDAR 資料的區域，第一次空載 LiDAR 資料是 2004 年 6 月為台灣省嘉南農田水利會辦理「烏山頭水庫集水區航測數值影像地圖及 DTM 製作計畫」所測製，第二次空載 LiDAR 資料是 2006 年 8 月為交通部觀光局西拉雅國家風景區管理處辦理「西拉雅國家風景區示範區一百分之一航照正射影像電子圖檔與光達(LiDAR)數值模型資料採購案」所測製[5]。本文取用之數據為第一次空載 LiDAR 資料如圖 1 所示，將該地區隨機擷取兩個區域，一個區域作為研究區，圖 1 中紅色框內區域，範圍由左上角座標 TWD97 (186200,2583500)至右下角座標

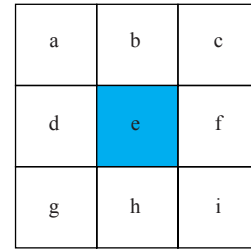


圖 2 3×3 的窗口計算點

(190790,2579700)，面積 17.442 平方公里(4.59 km x 3.8 km)，區內高程差 203.19m；另一個區域作為驗證區，圖 1 中黑色框內區域，範圍由左上角座標 TWD97 (186360,2578410)至右下角座標 (190950,2574610)，面積 17.442 平方公里(4.59 km x 3.8 km)，區內高程差 221.52m。

2.2 研究方法與結果

應用 ARCGIS 地理資訊系統的空間分析 (Spatial Analyst)模組，進行各空間解析度 DEM 的建立及坡度值的計算，分別建立 5m、10m、15m、20m、25m、30m、35m、40m、45m、50m 空間解析度共 9 個 DEM，其中各空間解析度 DEM 是由 5m DEM 內插重新取樣獲得，例如 10m 空間解析度 DEM 由 5m DEM 數據每隔 10m 間距取樣獲得。

ARCGIS 根據 Borrough P. A 提出的擬合曲面法計算坡度[6]，擬合曲面法一般採用二次曲面，在 3×3 的計算窗口，每個窗口中心為一個高程點 e，如圖 2。

坡度定義為

$$Slope = \tan \sqrt{slope_{we}^2 + slope_{sn}^2} \dots\dots\dots (2-1)$$

式中：Slope 為窗口中心的坡度

$Slope_{we}$ 為 X 方向上的坡度

$Slope_{sn}$ 為 Y 方向上的坡度

$$Slope_{we} = \frac{(g + 2d + a) - (i + 2f + c)}{8 \times cellsize} \dots\dots\dots (2-2)$$

$$Slope_{sn} = \frac{(i + 2h + g) - (c + 2b + a)}{8 \times cellsize} \dots\dots\dots (2-3)$$

表 1 坡度分級表

級序	坡度(S)範圍
Class1	$S \leq 5\%$
Class2	$5\% < S \leq 15\%$
Class3	$15\% < S \leq 30\%$
Class4	$30\% < S \leq 40\%$
Class5	$40\% < S \leq 55\%$
Class6	$55\% < S \leq 100\%$
Class7	$100\% < S$

本文在坡度分級考慮台灣水土保持應用現況，將坡度依台灣農委會水土保持技術規範分為七級[7]，如表 1。

在研究區分別對不同空間解析度的 DEM 計算坡度分布圖(如圖 3)列出 5m、15m、25m、45m 做為代表，並統計各坡度分級佔總面積的百分比值(如表 2)。

三、分析討論

將表 2 中坡度級別與面積百分比的關係表示

如圖 4。

由圖 4 中可看出，與[8]有相同趨勢亦即隨著空間解析度減小，坡度的總體取值範圍在縮小，6 級別坡度在空間解析度為 50m 時降至 0.87%，7 級別坡度在空間解析度為 20m 時的 0.89%開始下降至空間解析度為 35m 時的 0%。此現象確實說明隨網格尺寸的增大較陡坡度被簡約化，空間解析度的變化對於陡坡的模糊作用是明顯的。6、7 級別坡度的區域被簡約化後轉為較小坡度別，以 30m~50m 解析度為例其曲線峰值向左移動至 3 級別坡度時達最大，隨後再下降；面積百分比隨空間解析度減小，在 1~3 級別坡度時亦增大，但經過 4 級別坡度後反轉減小，因此隨網格尺寸的增大使較陡坡度簡約化作用應從 4 級別坡度開始。

圖 5 為坡度級別隨不同空間解析度的面積百分比變化圖，網格尺寸超過某一大小，許多區域會被簡約成平坦地形，圖中 1 級別坡度隨解析度減小，面積百分比先減少，當解析度為 25m 時為最小隨後再緩慢增加，此現象即陡坡地區被簡約

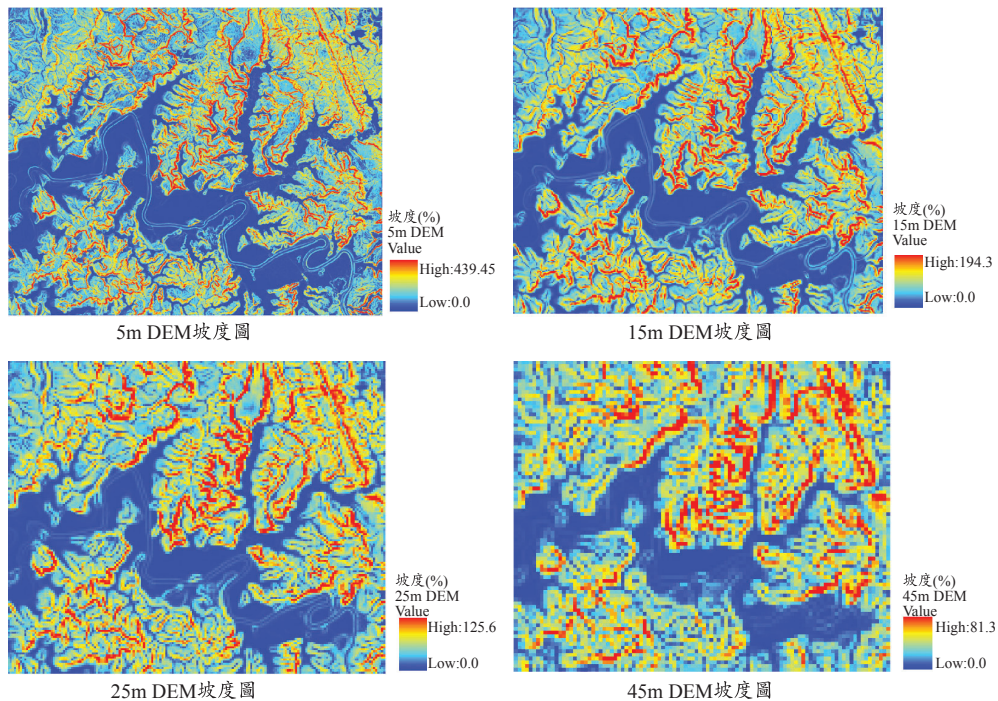


圖 3 DEM 坡度

表 2 各坡度分級佔總面積的百分比

級別 解析度	Class 1	Class 2	Class 3	Class 4	Class 5	Class 6	Class 7
5m	19.07	10.34	16.44	11.95	15.26	21.38	5.56
10m	18.89	10.49	19.34	13.33	15.88	18.59	3.50
15m	18.04	12.36	21.58	14.48	15.86	15.72	1.95
20m	17.38	14.35	24.09	15.33	15.20	12.75	0.89
25m	17.15	16.13	26.50	15.59	14.56	9.76	0.31
30m	17.28	17.58	29.34	15.89	12.81	7.07	0.04
35m	17.91	19.11	31.40	15.80	11.14	4.66	0.00
40m	18.22	21.30	33.72	14.46	9.22	3.08	0.00
45m	18.56	23.28	36.23	12.65	7.45	1.83	0.00
50m	18.62	26.67	36.53	11.30	6.01	0.87	0.00

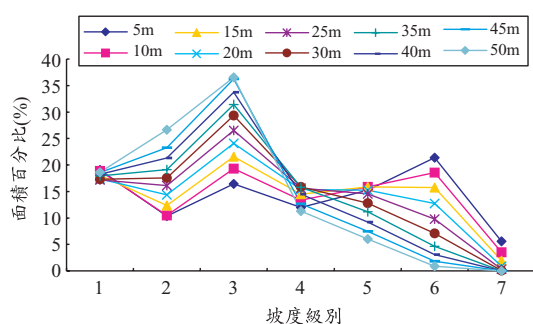


圖 4 不同空間解析度 DEM 提取坡度面積曲線對比圖

而增加平坦地區面積。如果沒有簡約化效應則各級別坡度面積百分比應該不會隨解析度不同而改變，因此從圖中可看出 2~3 級別坡度隨解析度減小，面積百分比持續增加，而 5~7 級別坡度隨解析度減小，面積百分比持續減少；從各級別坡度變化起始解析度皆不同，例如 2 級別坡度從 15m 開始變化而 5 級別坡度從 30m 開始變化，因此，可得出解析度的變化對於不同的坡度級別的簡約化作用是不同的。由上可知，解析度的增加會使陡坡區域減少而向中等坡度集中，而平坦地區先減再增，解析度的增加會造成各級別坡度面積計算上的誤差。

另外在圖 5 中由各級別坡度曲線變化趨勢，亦可看出 1 級別坡度屬於先減後增之類，2~3 級別坡度屬持續增加一類，4~5 級別坡度屬於先增

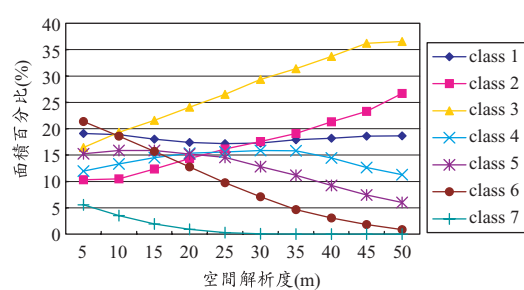


圖 5 坡度級別面積百分比

後減之類，6~7 級別坡度屬持續減少一類。由表 2 中的數據計算各級別坡度相關分析得表 3 之矩陣。從表三各級別坡度相關分析係數矩陣中，1 級別坡度屬於一類、2~3 級別坡度相關係數 0.98 屬一類、4 級別坡度屬於一類、5~7 級別坡度相關係數 0.89，0.90 屬一類；對照圖五的曲線變化趨勢，各級別坡度相關分析的方法可有效的將解析度的變化對於不同的坡度級別的簡約化作用不同的級別分類。

不確定性可以認為是真值得不能被肯定的程度，表示事物的含糊性、不明確性、不肯定性或指某事物的未決定性或不穩定狀態。在形式上它一般是包含了真值的一個範圍。這個範圍越大，數據的不確定性就越大。熵(entropy)是雜亂無章、不確定、不均勻等無序狀態的度量。在訊息論中熵為訊息來源的平均不確定度量[9]。

設離散的隨機變量 X ，它的概率密度函數為

表 3 各級別坡度相關分析係數矩陣

	Class1	Class2	Class3	Class4	Class5	Class6	Class7
Class1	1.00	0.03	0.14	0.86	0.21	0.22	0.59
Class2	0.03	1.00	0.98	0.21	0.97	0.96	0.78
Class3	0.14	0.98	1.00	0.03	0.92	1.00	0.86
Class4	0.86	0.21	0.03	1.00	0.39	0.05	0.42
Class5	0.21	0.97	0.92	0.39	1.00	0.89	0.61
Class6	0.22	0.96	1.00	0.05	0.89	1.00	0.90
Class7	0.59	0.78	0.86	0.42	0.61	0.90	1.00

表 4 研究區之不同坡度級別面積熵值

空間解析度	5m	10m	15m	20m	25m	30m	35m	40m	45m	50m
熵值	1.879	1.860	1.838	1.804	1.764	1.715	1.667	1.613	1.548	1.490

$p(x)$ ，則訊息熵 $H(x)$ 定義為

$$H(x) = -\sum_{i=1}^n p(x_i) \log p(x_i) \dots\dots\dots (3-1)$$

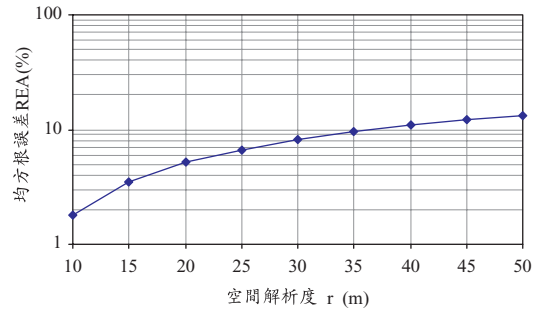
研究區之不同坡度級別面積熵值如表 4，在具有確定事件發生時其熵值為零；當熵值越大代表事件不確定性越大，事件含有的訊息越豐富。依表四中熵值隨空間解析度減小而變小，這表示在 5m DEM 所含的訊息量比 50m DEM 來得多，相對的其不確定性也較大；50m DEM 計算坡度分布時由於簡約化的作用，使得坡度分布數量變少和從圖 4 中可看出概率分布較不均勻，因此 50m DEM 的熵值比 5m DEM 之熵值小，代表 5m DEM 計算坡度分布時不確定性較大。

由於空間解析度越大，DEM 越能真實表現實際地形，因此我們以 5m 空間解析度的坡度各級別分布面積百分比為基準，以此基準檢測不同空間解析度的各級別坡度面積百分比的誤差。與 5m 空間解析度的坡度各級別分布面積百分比絕對均方根誤差(RMSE_a, REA)定義為

$$REA = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^7 (P_i^r - P_i^5)^2}{7}} \dots\dots\dots (3-2)$$

P_i^r 是在空間解析度為 r 公尺時第 i 坡度級別分布面積百分比。

如圖 6 研究區 DEM 之 REA (對數值)與空間

圖 6 研究區 DEM 之 REA (對數值)與空間解析度 r 的關係

解析度 r 的關係。

圖 6 中趨勢線回歸方程式為

$$\text{Log}(REA) = 0.092109 \times r^{0.65448} \dots\dots\dots (3-3)$$

另外若考慮不同空間解析度的各級別坡度面積百分比與 5m 空間解析度的坡度各級別分布面積百分比間的平均誤差(MER)

$$MER = \frac{\sum_{i=1}^7 |P_i^r - P_i^5|}{7} \dots\dots\dots (3-4)$$

如圖 7 研究區 DEM 之 MER 與空間解析度 r 的關係。

圖 7 趨勢線回歸方程式為

$$\text{Log}(MER) = 0.068695 \times r^{0.70781} \dots\dots\dots (3-5)$$

表 5 驗證區相關數據

空間解析度	10m	15m	20m	25m	30m	35m	40m	45m	50m
均方根誤差 (方程式值)	2.60%	3.48%	4.51%	5.72%	7.13%	8.79%	10.71%	12.96%	15.56%
均方根誤差 (REA)	3.6%	6.80%	9.70%	12.2%	14.5%	16.3%	18.1%	19.4%	20.5%
平均誤差 (方程式值)	2.24%	2.93%	3.74%	4.68%	5.79%	7.09%	8.61%	10.38%	12.45%
平均誤差(MER)	2.9%	5.13%	7.24%	9.5%	11.5%	13.0%	14.1%	14.8%	15.9%

在此研究區中我們在計算坡度時，若要保持其與 5m 空間解析度的 DEM 間的誤差值的範圍，可利用上述兩個函數反求其所需的空間解析度值(r)，例如若想要得到的均方根誤差值為 5%，則 DEM 的空間解析度可值約為 24.9m；若想要得到的平均誤差值為 5%，則 DEM 的空間解析度可值約為 33.7m。

上述(3-3)、(3-5)兩式是否適用於其他地區，在此以驗證區做一研究。在驗證區中與研究區同樣的方式，求得驗證區的 REA 與 MER 值如表 5。對表 5 中均方根誤差(方程式值)與驗證區均方根誤差(REA)數值間差異顯著性檢驗，利用 SPSS 統計軟體中的獨立樣本 t 試驗，進行 t 均值檢驗，顯著性水準為 0.05， t 均值檢驗值為 2.021；平均誤差(方程式值)與驗證區平均誤差(MER)數值間差異顯著性檢驗，進行 t 均值檢驗，顯著性水準為 0.05， t test 值為 1.856。二者之 t 均值檢驗值皆小於 t 分布表的檢驗值，即通過 t 檢驗。

四、結論與建議

- (一) 使用者在使用 DEM 數據提取坡度數值應用時，從熵值得變化可看出空間解析度的變化會造成 DEM 提取坡度時的不確定性。因此在使用上應考慮特別的考慮其不確定性變化的影響。
- (二) 坡度的總體取值範圍，隨空間解析度減小而縮小，確實說明較陡坡度隨網格尺寸的增大而被簡約化。以台灣常用農林所的 40m DEM 數值而言，其與 5m DEM 比較的面積

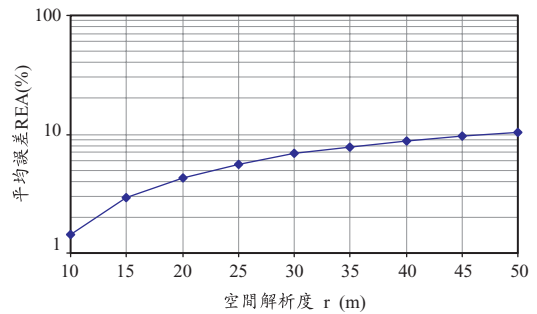


圖 7 研究區 DEM 之 MER (對數值)與空間解析度 r 的關係

百分比誤差可達 10%，其坡度取值得正確性損失是不可忽視的。

- (三) 以烏山頭水庫地區為例，坡度面積比均方根誤差和坡度面積比平均誤差，可提供該區域有關的誤差回歸公式，該公式當空間解析度越小時，其誤差趨勢是趨向一個定值，以較陡坡度隨網格尺寸的增大而被簡約化的現象而言，這樣的趨勢是合理的發展，該誤差回歸公式可做為有科學根據的在不同空間解析度提取坡度訊息。
- (四) 不同地區的地形複雜度不盡相同，造成 DEM 提取坡度時的不確定性亦不會相同，如何在不同地區的地形尋求誤差回歸公式，需考慮更多因素如坡向、複雜度等。

致 謝

感謝『台灣省嘉南農田水利會』提供之 LiDAR DEM 資料。

參考文獻

1. 李志林、朱慶，「數字高程模型」，武漢大學出版社，2003。
2. 劉學軍、龔健雅、周啓鳴、湯國安，“DEM 結構特徵對坡度坡向的影響分析”，地理與地理信息科學 20 卷 6 期，2004。
3. 林忠毅、曾清涼「空載 LiDAR 應用於地形變化量測之研究」，國立成功大學碩士論文，2007。
4. 史文中，「空間數據與空間分析不確定性原理」，科學出版社，2005。
5. ESRI ARC/INFO User's Guide, 2006.
6. 陳楠、湯國安、朱紅春，“不同空間分辨率 DEM 提取坡度不確定性研究”，水土保持研究 13 卷 3 期，2006。
7. 李大軍、龔健雅、鄒時林、杜道生，“未知分布誤差的熵不確定度”，測繪通報第 12 期，2002。

收稿日期：民國 96 年 11 月 8 日

修正日期：民國 97 年 1 月 21 日

接受日期：民國 97 年 2 月 15 日