

洩水閘門流相關係數之實驗探討

Experimental Investigation on Contraction Coefficient of Sluice Gate Flow

淡江大學水資源及環境工程學系
教授

施 清 吉*

Ching-Chi Shih

淡江大學水資源管理與政策研究中心
研究專員

倪 佩 君

Pei-Chun Ni

摘 要

洩水閘門流分成兩種截然不同的流況，自由流與淹沒流，故須分開分析探討。兩種流況的共同變數為遠離閘門的上流水深 y_1 ，閘門間隙 a ，與束縮水深 aC_c ，其中 C_c 為收縮係數。若為淹沒流則須增加緊接閘門下游之淹沒水深 y_2 與遠離閘門之下游尾水位 y_t 。自由流只需引用連續方程式與能量方程式，但淹沒流需再配合動量方程式；但不同於往昔，能量方程式兼顧渦流水頭損失。本研究利用 Henry 與 Rajaratnam 兩位學者的實驗依據以分析收縮係數之變化，其依據之特徵為廣泛詳盡，且有系統。雖然 Henry 的碩士論文並未能陳列實驗原始數據，但展示了經由整理後的流量係數與上游深度比 y_1/a 之關係曲線；若為淹沒流，並展示了數條不同參數 y_1/a 值的關係曲線。Rajaratnam 論文卻提供了相關原始數據，諸如閘門間隙 a ，單位寬度流量，上游水深 y_1 與直接量測而得的束縮水深 aC_c ；若為淹沒流，又提供了淹沒水深 y_2 與尾水位 y_t 。無論哪一種流況以及提供的形式為何，數道的相關方程式都可簡化成一非線性方程式，未知數為收縮係數 C_c 或流量係數 C_d 。到目前為止，據作者所知，收縮係數之理論分析僅限於自由流，且流體須視為理想流體。所以對收縮係數之瞭解，將有助於洩水閘門流之流量估算。

關鍵詞：流量係數，收縮係數，洩水閘門流。

ABSTRACT

There are two remarkably different types of the sluice gate flow, the free flow and the submerged flow, both of which must be separated in analysis. The same variables of the these two types of flows are the upstream depth y_1 , which is far away from the sluice gate, the gate opening a and the depth in the vena contracta aC_c . However, for a submerged

*通訊作者，淡江大學水資源及環境工程學系教授，251 台北縣淡水鎮英專路 151 號，006956@mail.tku.edu.tw

flow, in addition to the above variables, two other variables are included, i.e., the submerged depth immediately below the gate y_2 and the downstream tailwater depth y_t , which is also far away from the sluice gate. For a free flow, only the continuity equation and the energy equation are utilized; while for a submerged flow, the momentum equation must be combined at the same time. The eddy head loss is considered in the energy equation for generality instead. Experimental data of Henry and Rajaratnam, which are broad and detailed in the input variables, are used in this study to investigate the variation of the contraction coefficient C_c . Though the original input data were not listed in the Henry's master thesis, after some arrangements a functional relationship curve of the discharge coefficient and the upstream depth ratio y_1/a for a free flow, and a group of curves with the tailwater depth ratio y_t/a as the parameter, were indirectly displayed in the figure. On the contrary, in the Rajaratnam's paper the original input data were presented, such as the gate opening a , the discharge per unit width, the upstream depth y_1 , the submerged depth y_2 , and the tailwater depth y_t . Among all these data the most significant one were those of direct measurement of the depth at the vena contracta. Whatever the type of flow is considered and whatever the form of the data is presented, all the related governing equations can be simplified to a single nonlinear equation with the contraction coefficient C_c or the discharge coefficient C_d as the unknown, which can be furthermore solved numerically. As far as the author knows, there are few theoretical investigations on the contraction coefficient, and those already obtained are limited in the application because of the assumption of the ideal fluid and the free flow. However, these theoretical results can be compared with the present investigation. In the author's opinion this study may shed light on the understanding of the contraction coefficient, which might result in a more precise estimation of the discharge of the sluice gate flow.

Keywords: Discharge coefficient, Contraction coefficient, Sluice gate flow.

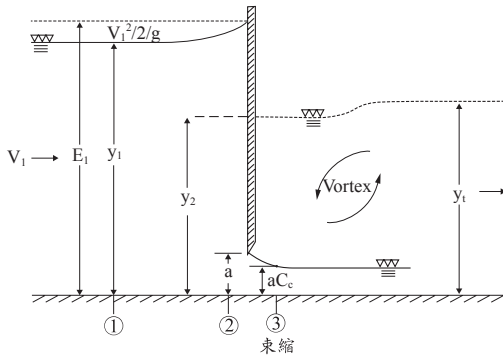
一、前言

以解析觀點而言，位於洩水閘門下游之束縮 (Vena contract)，其處之收縮係數 (contraction coefficient) C_c 似乎可藉助於理想流體力學予以分析。可是若含蓋重力，則面臨的困難並不小，故必須引用適當的假位。循此途徑且兼顧重力探討收縮係數的首位學者是 Pajer (1937)，他假設既然在速矢端線平面 Hydrograph plan 上的圓相當於重力趨近於 0 的情況，則含重力時，就可以橢圓取代圓，轉而再求得自由面。Benjamin (1956) 詳探討與分析閘門後超臨界流 (Supercritical flow) 之真相，在其假設下，獲得的結果實為孤立波 (Solitary wave) 之解。除了陳列數個閘門孔隙比

(相對於上游比能) 之 C_c 值外 (參閱表一)，並同時陳列 Pajer 的結果，以供比較，但兩結果極為接近。上述兩位學者的分析都假設上游自由面為水平，且上朔至無窮遠。另，Southwell 與 Vaisey (1946) 併入自由面的影響，利用 Relaxation 方法解 Laplace 方程式，其結果為閘門孔隙比等於 0.53 時，得知 $C_c=0.608$ 。另外，Perry (1957) 延用 Pajer 方法，以無含蓋重力時的解做為基礎解 (Basic Solution)，或零階次近似解，再以重力為微擾項，將解表為無窮級數的漸近展開式 (Asymptotic expansion)，而後再尋求各階次的近似解。收縮係數仍然以相對於上游比能之閘門間隙比為自變數，其值等於 0 時，收縮係數等於 0.611；隨著閘門間隙比之增加，收縮係數先遞減

表一 收縮係數 C_c

a/E_1	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
C_c	0.611	0.606	0.602	0.600	0.598	0.598



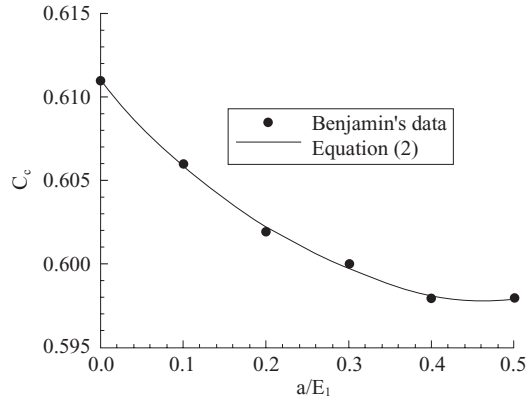
圖一 洩水閘門流示意圖

而後轉變成遞增。同樣視為勢能流(Potential flow)，但不同於上述的解析技巧，即改利用由保角轉換(Conformal transformation)與奇異點配置(Singularity)而得的積分方程式(Integral equation)，例如(Strelkoff, 1964)及 Fangmeier 與 Strelkoff (1968)，後者延伸前者的結果，使其計算更適宜使用電腦，但都不是針對收縮係數，而是以流量係數為主。

如果以水利工程及其相關工程的應用立場而言，Henry (1950)的方法最為適用，簡單且易懂，但含一未知收縮係數。到目前為止，較為欠缺的是有系統的實驗數據。本文利用龐大的實驗數據，反求收縮係數 C_c 或流量係數 C_d 等兩值，或許有助於更深入了解收縮係數 C_c 與流量係數 C_d 之真相，且可彌補解析解之不足。這正是本研究之目的。

二、理論分析

圖一為洩水閘門流(Sluice gate flow)示意圖，上游水深與速度分別為 y_1 與 v_1 ($=q/y_1$, q 為單位寬度流量)，閘門間隙為 a 。束縮斷面水深為 aC_c ，其中， C_c 為收縮係數，其值列於表一。表中， E_1 為上游比能(Upstream specific energy)，即



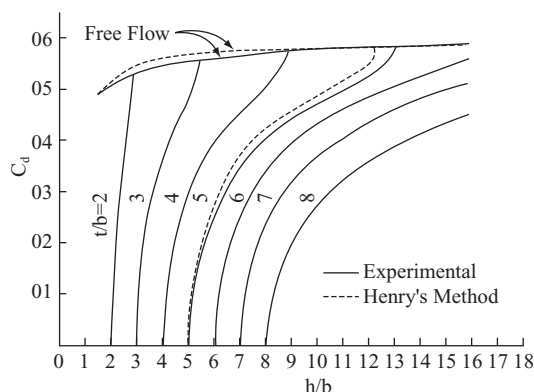
圖二、收縮係數 C_c 與閘門間隙比 a/E_1 間之關係

$$E_1 = y_1 + \frac{v_1^2}{2g} \quad (1)$$

收縮係數 C_c 與閘門間隙比 a/E_1 間的函數關係式可表為

$$\left. \begin{aligned} C_c &= 0.611 - 0.0627 \frac{a}{E_1} + 0.1299 \left(\frac{a}{E_1} \right)^2 \\ &\quad - 0.2176 \left(\frac{a}{E_1} \right)^3 + 0.2083 \left(\frac{a}{E_1} \right)^4, \quad \frac{a}{E_1} < 0.5 \\ C_c &= 0.598, \quad \frac{a}{E_1} \geq 0.5 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (2)$$

如圖二所示。表一與圖二都顯示，若以相對於上游比能 E_1 而言，收縮係數 C_c 受間隙 a 的影響非常小。比值 a/E_1 自 0 增至 0.5， C_c 自 0.611 減為 0.598； $a/E_1 \geq 0.5$ ，則 C_c 可視為定值，0.598。另外，式(2)中的 0.611，實為 $\pi/(\pi+2)$ 。此值之流況相當於一等速液體，向下流經一裂縫所形成的收縮現象，但不計重力(Vallentine, 1959)；其流況極類似圖一，但後者的流向為自左向右，且計重力及受邊界層的影響，雖然式(2)以及而後所探討的修正式在應用上極為不方便，因為間隙比係採用相對於上游比能，而不是採用易於量測的上游水位。然而，由於在此情況下收縮係數之變化幅度非常小，無可置疑地，式(2)當可視為一輔助關係式，由此再配合其他相關法則，且利用目前電



圖三 Henry 之實驗結果

子計算機的快速計算功能，可為爾後處理洩下閘門流另闢一新的途徑。這種處理方式首先登載於 Henry (1950) 碩士論文。引用的法則計有：連續方程式 (Continuity equation)，能量方程式 (Energy equation) 與動量方程式 (Momentum equation)，但式 (2) C_c 視為常數，0.6，其結果示於圖三。

圖中，水平座標軸 h/b 即為 y_1/a ，而垂直座標軸 C_d 為流量係數 (詳討論後)。流況為自由流 (Free flow) 時，根據連續方程式與能量方程式而得的解析解，示於圖三上方虛線，兩式均為代數式，且能量方程式不計斷面①至斷面②間的水頭損失。另一方面，流況變為淹沒流 (Submerged flow) 時，除了受上游的影響外，同時受下游尾水位 (Tailor-water level) y_1 的影響；因此流量係數 C_d 的關係式改為一組曲線，圖三須另增設一參數 t/b ，相當於圖一 y_1/a 。此時除了根據斷面①與②間的連續方程式與能量方程式外，還須引用斷面②與斷面③間的動量方程式與連續方程式，但是其間的摩擦力也同樣不予以考慮。這三式仍然為代數式。以相對於尾水位比 t/b (或 y_1/a) 等於 5 為例，根據這三式求得的解析解，示於圖三中央呈 S 型虛線。另外，Henry (1950) 碩士論文並未陳列原始實驗數據，由此而得的數據點也並未標示於圖上，僅以數條平滑實線為代表。虛線代表解析解，不論自由流或淹沒流，圖三的兩條虛線都位於對應的實線之上方，即顯示解析解的推估值大於對應的實驗值。作者認為實線與虛線間的差距應來自於不計斷面①與斷面②間的水頭損失以及

斷面②與斷面間的摩擦力。也正因為有了這些假設，再加上 C_c 設為 0.6，故相關法則可簡化為一組代數式，最後洩水閘門流的相關計算可直接求得，用不著積分。總之，這種處理方式可以刊登於相關論文之評語總結之，即「Alternative Methods of Analysis, which either simplify or shed further light upon the problem...」(Henry, 1950 [1])。其次，以目前電子計算機的超強計算功能，雖然增加了許多計算的複雜性，實可採用更具真實性的處理方式，例如，含蓋水頭損失、 C_c 不視為常數等等。

洩水閘門流可分為自由流與淹沒流等兩種，前者只受上游水位的影響，而後者同時受下游水位的影響。收縮係數之探討分別討論於後，但首以式 (2) 為基礎，再配合其他相關式。

(一) 自由流

參閱圖一，閘門下游的實線代表自由流。斷面①設於遠離閘門之上游，其處之水深與速度分別以 y_1 與 v_1 表之，且壓力設為靜水壓分佈，比能 E_1 定義於式 (1)；斷面②設於束縮，其水深為 aC_c ，壓力仍然假設為靜水壓分佈，同時不計離心力之影響。故，由能量方程式可得

$$y_1 + \frac{q_f^2}{2gy_1^2} = aC_c + \frac{q_f^2}{2g(aC_c)^2} + K_L \frac{q_f^2}{2g(aC_c)^2} \quad \dots\dots\dots (3)$$

式中， q_f 為自由流單位寬度流量，即 $q_f = v_1 y_1$ ； K_L 為非均勻流 (Nonuniform flow) 或渦流 (Eddy) 水頭損失係數。由式 (3) 又可得自由流流量公式，即

$$q_f = aC_c E \sqrt{2g(y_1 - aC_c)} \quad \dots\dots\dots (4)$$

式中，

$$E = \left[\frac{1}{1 + K_L - \left(\frac{aC_c}{y_1} \right)^2} \right]^{1/2} \quad \dots\dots\dots (5)$$

另，定義自由流流量係數 C_{df}

$$C_{df} = \frac{q_f}{a\sqrt{2gy_1}} \quad \dots\dots\dots(6)$$

其值可由式(1)、式(2)、式(4)、式(5)與式(6)求得。實際上，這五式可合併簡化成一非線性方程式，即 $F_f(C_{df}, y_1/a) = 0$ ，若 $K_L = 0$ ，即為圖三上方虛線。

(二) 淹沒流

圖一閘門下游的虛線代表淹沒流，緊接閘門下游水深以 y_2 表之，而遠離閘門之下游另增設一斷面③，其處水深設為 y_t ，即俗稱尾水位。實際上，斷面②與斷面③間的流域包含兩部分：一是鄰近渠底淹沒噴流(Submerged jet)，為一超臨界流(Supercritical flow)；二是位於噴流上方的大尺度漩渦及其上的小漩渦，後者，俗稱為 Roller。除了假設壓力為靜水壓分佈外，Henry(1950)的近似理論探討係基於下面三個假設：一是斷面①與斷面②間的水頭損失略而不計，以述於前；二是斷面①與斷面③都設為均勻速度分佈；三是斷面②與斷面③間的噴流亦設為均勻速度分佈，且 Vortex 並無淨斷面平均速度。然而，為了減小圖三實線與虛線間的差距，除了須考慮斷面①與斷面②間的水頭損失外，斷面②與斷面③間的磨擦力也須考慮；但因後者遠小於前者，故本文只於斷面①與斷面②間的能量方程式多增加了水頭損失，斷面②與斷面③間的動量方程式仍然延用 Henry 的處理方式，即

$$y_1 + \frac{q_s^2}{2gy_1} = y_2 + \frac{q_s^2}{2g(aC_c)^2} + K_L \frac{q_s^2}{2g(aC_c)^2} \quad \dots\dots\dots(7)$$

$$-\rho q_s \frac{q_s}{aC_c} - \rho q_s \frac{q_s}{y_t} = \frac{\gamma}{2} y^2 - \frac{\gamma}{2} y_t^2 \quad \dots\dots\dots(8)$$

式中， q_s 為淹沒流單位寬度流量， ρ 與 γ 分別為水的密度與單位體積重。由式(7)與式(8)可得

$$\frac{y_2^2}{a} = \frac{E^2 + \sqrt{E^4 + 4M \left[M \left(\frac{y_t}{a} \right)^2 - E^2 \left(\frac{y_1}{a} \right) \right]}}{2M} \quad \dots\dots\dots(9)$$

$$\text{與 } q_s = aC_c E \sqrt{2g(y_1 - y_2)} \quad \dots\dots\dots(10)$$

其中， E 定義於式(5)，而 M 定義為

$$M = \frac{1}{4C_c \left[1 - \frac{aC_c}{y_t} \right]} \quad \dots\dots\dots(11)$$

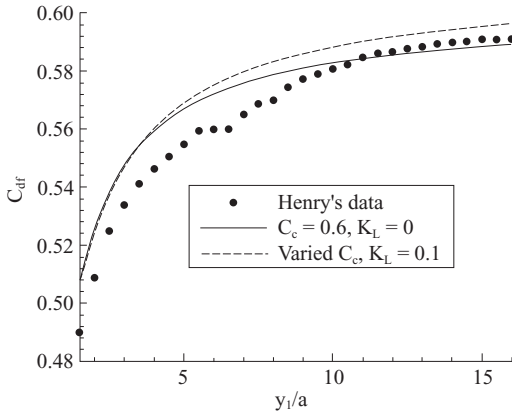
$$\text{另定義 } q_s = C_{ds} a \sqrt{2gy_1} \quad \dots\dots\dots(12)$$

式中， C_{ds} 為淹沒流流量係數。總之，淹沒流之理論分析係基於三個法則。式(7)與式(8)先消掉 q_s ，兩式就可合成以 y_2/a 為未知數的一元二次方程式，如式(9)所示，而後再由式(10)求 q_s 。求解的過程中實無困難可言，但有兩個地方必須在計算中予以判斷。首先，式(9)的判別式必須大於 0；其次， y_1 必須大於 y_2 。最後，由於受下游的影響，淹沒流流量係數 C_{ds} 的展示必須增加了一個反映下游因素的參數，如圖三的 h/b ，相當於本文 y_t/a ，即 $F_s(C_{ds}, y_1/a, y_t/a) = 0$ 。

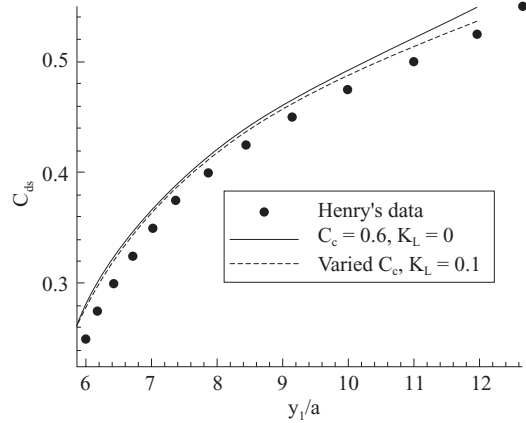
三、結果與討論

圖三係取自 Henry(1950)碩士論文，其後附錄並未附原始實驗數據的相關資料，只展示了經由整理後上游深度比 y_1/a 對流量係數的影響，圖型符號為實線，共有八條曲線。這些曲線都是根據標示於圖上的諸多數據點(未示於圖)，就其各自的分佈以人工方法描繪而得的。曲線只代表趨勢，實際情形應為數堆數據點，但各座落於各對應曲線之附近。圖三的上部曲線代表自由流，其走向為自左下向右上；餘下七條為淹沒流，且以尾水位 y_t 與閘門間隙 a 的比值 y_t/a 為參數。水平座標軸為 y_1/a ；而垂直座標軸為流量係數，視流況而定，若為自由流，則如式(6)所示，若為淹沒流，改為式(12)。上方虛線為自由流之解析解，係根據實測值 q_f 、 a 與 y_1 經由式(3)至式(6)計算而得；另一虛線為淹沒流之解析解，但須再配合 $y_t/a=5$ ，經由式(7)至式(12)計算求得，單位寬度流量改以 q_s 表之。這兩解析解 C_c 均以 0.6 計，另 K_L 都設為 0。

參閱圖三，方格紙顯示水平座標軸長與垂直座標軸長分別為 16 公分與 12 公分(讀數分別為



圖四 自由流非均勻流水頭損失之影響



圖五 淹沒流非均勻流水頭損失之影響($y_1/a=5$)

y_1/a 自 0 到 16，流量係數自 0 到 0.6)。自由流的數據，其讀數之選取是以水平座標為主，每 0.25 取一點；而淹沒流則改以垂直座標為主，也是每 0.25 取一點。數據之另一座標值則先利用卡尺量得其長，最小讀數為 0.05mm，而後再乘一比例轉換成讀數。自由流的數據取自上方實線；而淹沒流則取自其餘七條實線，但視 y_1/a 值而定。

(一) 非均勻流水頭損失之影響

無論自由流或淹沒流，以流量係數而言，根據解析方法求得值都大於實驗結果，如圖三的兩條虛線都位於對應實線之上方。由於洩下閘門流為一局部現象(Local phenomenon)；因此，參閱圖一本研究僅嘗試於斷面①與斷面②間增加了非均勻流或渦流水頭損失，期盼可減小實線與虛線間之差距。水頭損失定義為速度頭乘一非均勻流或渦流水頭損失係數 K_L ，呈現於式(3)與式(7)，其值設為 0.1(Daily et. al. 1966)。Henry 的實驗結果選取自圖三，以實心圓標示於圖四與圖五，兩圖分別為自由流與淹沒流。引用前章的方法，但其計算採用兩種方式：一是引用 Henry 方法， C_c 與 K_L 分別以 0.6 與 0.0 計，計算結果以實線示於圖四與圖五；二是 C_c 改由式(2)求得，且 K_L 以 0.1 計，相當於解非線性方程式 $F_r(C_{df}, y_1/a)=0$ 或 $F_r(C_{df}, y_1/a, y_1/a)=0$ ，計算結果改以虛線表示。實驗與理論兩結果間的相對差距絕對值之平均值 σ 定義為

$$\sigma = \frac{1}{N} \left[\sum_{i=1}^N \left| \frac{C_{dexp} - C_{dcal}}{C_{dexp}} \right| \right] \dots\dots\dots (13)$$

Henry 的實驗結果與數據個數分別以 C_{dexp} 與 N 表之；而 C_{dcal} 卻表根據理論方法求得的流量係數，但視自由流與淹沒流而定。

流況為自由流時，不同方式所求得的结果展示於圖四，其垂直座標軸為流量係數 C_{df} ，大致自 0.48 至 0.60。由於垂直座標軸與 C_{df} 兩幅度大致相當，只有 0.12；因此，圖四顯示實線(方式一)與虛線(方式二)跟 Henry 的實驗結果(實心圓)間的差距是滿大的。其實並不然，以相對差距絕對值之平均值 σ (式(13))而言，兩者的平均值 σ 都非常小，分別等於 0.0131 與 0.0178，大約在百分之一至二之間。由於平均值 σ 已非常小，圖四顯示無論 K_L 採用何值以及 C_c 視為定值或引用式(2)，解析解與實驗間之差距實很難再減小；甚至圖四更進一步顯示流況為自由流時，為方便起見倒不如直接採用 Henry 的方法， $C_c=0.6$ ， $K_L=0$ 。如果要進一步減小差距，則必須另構建式(2)。

另一方面，圖五為淹沒流不同結果之比較，其垂直座標軸改為 C_{ds} ，自 0.0 至 0.574，幅度增為 0.574，而不是如圖四之 0.12。同 Henry 實驗結果之比較，實線與虛線之平均值 σ 分別等於 0.0597 與 0.0512。圖四與圖五展示兩種流況的計算結果同實驗結果的比較，其間的差異有二：一是淹沒流的平均值 σ 增大，由 0.0130 至 0.0178

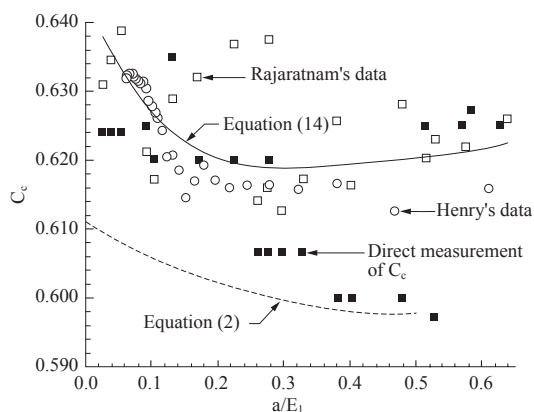
變為 0.0512 至 0.0597；二是 K_L 的影響顯著，Henry 方法不計 K_L 的影響，且 C_c 以常數計，如圖五實線所示， $\sigma = 0.0597$ ，但虛線的差距減為 0.0512。總之，高平均值 σ 無形中顯示式(2)不再適應用於淹沒流。

(二) 自由流之收縮係數 C_c

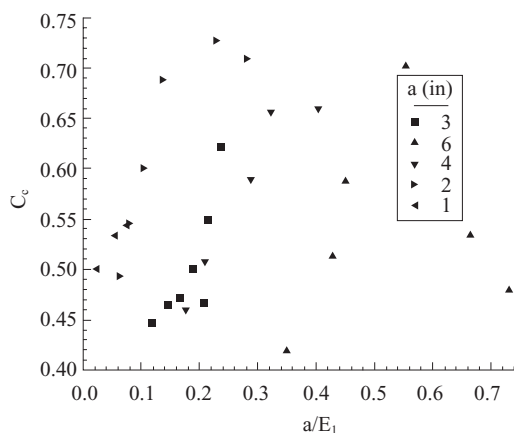
圖六為自由流，垂直座標軸為 C_c ，其範圍自 0.590 至 0.640，幅度只有 0.05，水平座標軸為相對於上游比能的閘門間隙比，即 a/E_1 ，其範圍自 0 至 0.65。空心圖型符號代表間接計算而得的實驗結果，而實心圖型符號卻為實測 C_c 值。實驗數據之來源有二：一是來自 Henry，選取自圖三上方實線，其數據表為上游深度比 y_1/a 與自由流流量係數 C_{df} ；二是來自 Rajaratnam，其數據表為 a 、 y_1 與 q_f 。無論實驗數據表為何種形式，自式(3)至式(6)的相關方程式都可合併成一非線性方程式，因變數為 C_c ，而自變數為 a/E_1 ，Henry 與 Rajaratnam 的結果分別以圓與方塊展示於圖六，兩者均為空心圖形符號。由此而得的收縮係數，其值介於 0.612588 至 0.638511 之間，其幅度只有 0.026，相當小，而 a/E_1 值的定義範圍 (Definition domain) 為自 0.0252426 至 0.63911，實線為 C_c 之迴歸式，即

$$C_c = 0.643476 - 0.235117 \left(\frac{a}{E_1} \right) + 0.809039 \left(\frac{a}{E_1} \right)^2 - 1.194520 \left(\frac{a}{E_1} \right)^3 + 0.663214 \left(\frac{a}{E_1} \right)^4 \dots (14)$$

另，位於實線下方之虛線為式(2)，其原因應歸之於式(2)之求得並未考慮因流體黏度而形成的邊界層；根據這假設不同學者所求得之解析解都位於實線下方，其展示可參閱圖七，Larock (1969)，p.1222。邊界層之形成將無形中提高閘門下游水位 (Henderson, 1966)，故導致 C_c 值之增加。圖六顯示數據點(空心圖型符號)的分佈稍為分散，這是由於垂直座標軸之幅度相當小，只有 0.05，自 0.59 至 0.640。如果幅度擴大增為 0.64，自 0 至 0.64，則數據點將聚集於實線之附近，無法顯示



圖六 自由流收縮係數



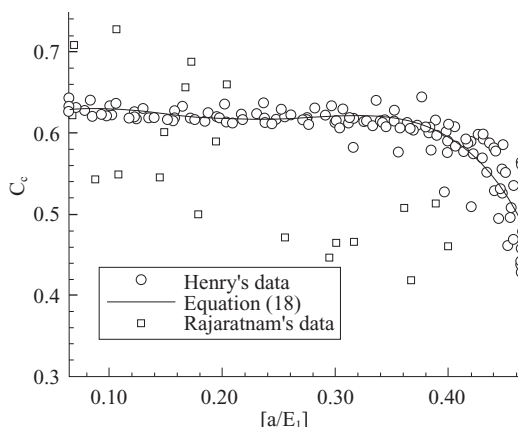
圖七 Rajaratnam 淹沒流收縮係數

數據點的分佈情況。雖然圖六的 C_c 值並不是實測值，而是由其他實測值根據相關方程式間接求得，但是這些實測項目，例如上游水深 y_1 、閘門間隙 a 與單位寬度流量 q_f ，其量測遠比直接量測束縮水深 aC_c 來得容易，而且準確。束縮的位置極為不明確，而且其附近又為超臨界流，水位非常淺，加上水面波動，實很難準確量得。圖六實心方塊為實測 C_c 值，係由實測束縮水深 aC_c 除以實測閘門間隙 a ，共有二十個數據點。由於上述原因，實心方塊的分佈相當分散，但二十個數據點中有十二個卻座落於實線之附近，只有八個數據點較遠離實線。總之，由前述分析，再加上圖六 C_c 值的變化幅度只有 0.026；因此，式(14)的準確度應該非常高，可廣為引用。

(三) 淹沒流之收縮係數 C_c

參閱圖一，若緊接閘門下游的水深 y_2 高於閘門間隙 a ，則自由流將轉變成淹沒流，其時流量 q_s 除了受上游水深 y_1 的影響外，也同時受制於尾水位 y_t 或淹沒水深 y_2 。實驗數據的來源之一係取自 Rajaratnam(1967)，其項目計有：閘門間隙 a 、 y_1 、 y_2 、 y_t 與 q_s ；針對 $a=1, 2, 3, 4$ 與 6 英吋分成五組。這種流況的相關方程式為自式(7)至式(12)，同樣地，這六式也可合併簡化成以 a/E_1 與 C_c 為自因變數的非線性方程式。計算結果展示於圖七，其水平座標軸與垂直座標分別為 a/E_1 與 C_c ，不同的圖型符號代表不同的間隙。圖七顯示 C_c 與 a/E_1 間的關係極為複雜，故計算結果(數據點)的分布非常分散，實無法採用單一曲線的方式予以分析，而應該視為一組曲線如圖三所示，即 C_c 與 a/E_1 間的關係式視一反映閘門下游的無因次參數而定， y_2/a 或 y_t/a 。Rajaratnam 的實驗係針對某一固定間隙，調整上下游水深以取得一系列的淹沒流數據。所以 y_2/a 並不保持不變， y_t/a 也非某一固定值。

Henry 的實驗結果展示於圖三，走向自左下到右上且斜率相當大的七條實線代表淹沒流，水平座標軸、垂直座標軸與參數分別為 y_1/a 、 C_{ds} 與 y_t/a 。這七條曲線具有兩特徵：一是曲線形狀略顯相似；二是各曲線的 y_1/a ，其定義範圍都不相同，沒有一個共同的定義範圍，例如 $y_t/a=2$ 的曲線， y_1/a 介於 2 與 2.9 之間，而 $y_t/a=3$ 的曲線卻改介於 3 至 5.4 之間。 y_1/a 的定義範圍係隨著 y_t/a 值的增加而逐漸右移，且擴大。實際上，自圖三選取的淹沒流數據(y_1/a 、 C_{ds} 與 y_t/a)，利用由式(7)至式(12)合併簡化的非線性方程式而解得的數據點(a/E_1 ， C_c)，本文發現其分佈確實呈現 a/E_1 的定義範圍視參數 y_t/a 的值而定。圖三的淹沒流共有七條實線，分別對應於 $y_t/a=2, 3, 4, 5, 6, 7$ 與 8，共選取 126 個數據點或組；而後，經由方程式解得的 a/E_1 ，其最小值與最大值分別等於 0.0642 與 0.464，並分別以這兩值設為共同定義範圍的左右兩端點。每一個不同 y_t/a 值的個別定義範圍都不相同，但都座落於共同定義範圍內。為便於分析，本研究調整個別定義範圍，使其與



圖八 淹沒流收縮係數

共同定義範圍吻合，且另構建一共同的新自變數 $[a/E_1]$ ，即

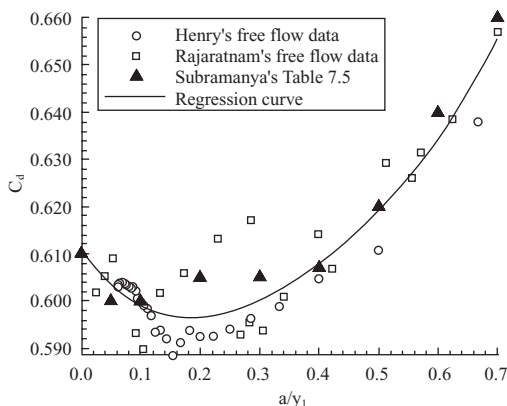
$$\left[\frac{a}{E_1} \right] = A_0 + A_1 \frac{a}{E_1} \dots\dots\dots (15)$$

式中，兩係數 A_0 與 A_1 均視參數 y_t/a 值而定，其迴歸式分別為

$$A_0 = -4.188401 + 2.581307 \left(\frac{y_t}{a} \right) - 0.642015 \left(\frac{y_t}{a} \right)^2 + 0.0719647 \left(\frac{y_t}{a} \right)^3 - 0.00307378 \left(\frac{y_t}{a} \right)^4 \dots\dots (16)$$

$$A_1 = 10.040620 - 6.891768 \left(\frac{y_t}{a} \right) + 2.337497 \left(\frac{y_t}{a} \right)^2 - 0.321753 \left(\frac{y_t}{a} \right)^3 + 0.0163460 \left(\frac{y_t}{a} \right)^4 \dots\dots (17)$$

計算結果以空心圓表示，展示於圖八，其水平座標軸與垂直座標軸分別為 $[a/E_1]$ 與 C_c ，前者的幅度為自 0.0642 至 0.464。空心圓係取自 Henry 的淹沒流數據(y_1/a ， C_{ds} ， y_t/a)， C_c 值介於 0.428 至 0.645，其幅度只有 0.217，遠小於圖三垂直座標的幅度 0.6(0 至 0.6)。另外，圖三的參數 y_t/a ，其影響改反映於新設的自變數 $[a/E_1]$ ，如式(15)至式(17)所示；故圖三的一組曲線可改以一曲線表之。其次，空心圓的分佈還滿凝聚，其迴歸式為



圖九 自由流流量係數

$$C_c = -0.587722 + 1.241648 \left[\frac{a}{E_1} \right] - 11.814450 \left[\frac{a}{E_1} \right]^2 + 41.489630 \left[\frac{a}{E_1} \right]^3 - 49.034223 \left[\frac{a}{E_1} \right]^4 \dots (18)$$

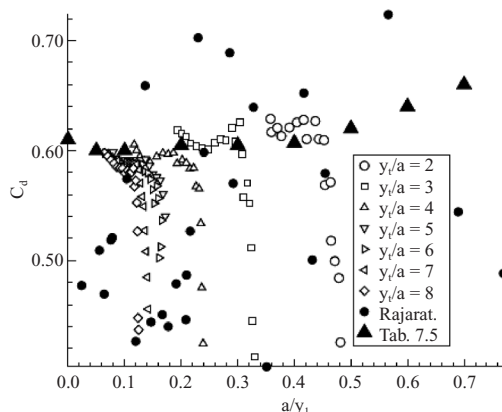
另一方面，雖然 Rajaratnam 的實驗數據係以閘門間隙 a 為分組的依據；但是利用式(15)至式(17)，就可由原始實驗數據(a 、 y_1 、 y_2 與 q_s)求得 $[a/E_1]$ 與 C_c 等兩值，以空心方塊示於圖八。因原始實驗數據並未先經整理，故空心方塊的分佈較為分散，但都落空心圓的附近。這兩方面數據的優點與缺點正好相反，但可互補。Henry 的數據，其優點為數量多，有系統；其缺點並非原始實驗數據，而是先經整理後的間接數據。但輔以 Rajaratnam 實驗數據之印證，式(18)的準確度應無可置疑，實可廣被採用。

(四)流量係數 C_D

式(6)與式(12)都是針對上游水深 y_1 而定義的流量係數，其間的主要差異為前者適用於自由流，只受上游影響，而後者只適用於淹沒流同時受下游的影響，如圖三所示。另一種定義係改為針對水位差 Δy ，即

$$C_d = \frac{q}{a\sqrt{2g\Delta y}} \dots (19)$$

式中， $\Delta y = y_1 - aC_c$ 或 $\Delta y = y_1 - y_2$ ，視流況而定，前者為自由流，而後者為淹沒流。式(19)的用意為期



圖十 淹沒流流量係數

待利用水位差以含蓋下游的影響，使其間的關係式可只以一曲線表之，如圖八，而不是如圖三的一組曲線。易言之，即消掉反映淹沒流的參數。但這有待實驗的證明。圖九與圖十為 C_d 與 a/y_1 的實驗結果(收縮係數 C_c 均以未知數計，且 $K_L=0.1$)，前者為自由流，而後者為淹沒流。兩圖的水平座標軸與垂直座標軸分別為 a/y_1 與 C_d ，採用 a/y_1 為便於引用。除了式(19)的定義改變外，其餘的相關計算都分別跟本章第(二)節與第(三)節相同。

自由流流量係數 C_D 與閘門間隙比 a/y_1 間之關係展示於圖九。空心圓與空心方塊分別取自 Henry 與 Rajaratnam 的實驗數據。由於垂直座標的幅度正巧為 C_D 的變化範圍，相當精細，故略顯分散。但是，圖九確實顯示有一明顯的趨勢，可以一曲線表示之，實線為其迴歸式，即

$$C_d = -0.6108926 - 0.1785108 \left(\frac{a}{y_1} \right) + 0.6828312 \left(\frac{a}{y_1} \right)^2 - 0.8472261 \left(\frac{a}{y_1} \right)^3 + 0.52410344 \left(\frac{a}{y_1} \right)^4 \dots (20)$$

流量係數 C_d 的最大值與最小值間的差距為 0.068。同樣根據這兩人的實驗數據，若採用收縮係數 C_c ，其最大值與最小值間的差距卻減小為 0.026，如圖六所示。這個差異顯示式(14)的準確度大於式(19)；即，引用式(14)較為恰當，但無法直接引用，須解一非線性方程式之根。另外，流

量係數 C_D 實受收縮係數 C_c 之影響，其間的關係為 $C_d = C_c / \sqrt{1 - \left(C_c a / y_1 \right)^2}$ (Subramanya, 1997)。

所以，圖九的曲線圖型極類似圖六的曲線圖型，兩者都不是單調曲線；但不計黏度的收縮係數卻為單調遞減曲線，如圖二所示。圖九實心三角形係取自 Subramanya (1997) 表 7.5 以供比較。不論針對收縮係數 C_c 或流量係數 C_d ，圖六與圖九都強調流況為自由流時，係數只受上游的影響。

圖十為淹沒流流量係數 C_d ，空心圖形符號代表 Henry 的實驗結果，其分佈有二個特徵。首先，隨著參數 y_1/a 值的增加，比較不同空心圖形符號即可發現以水平座標軸 a/y_1 而言，同一空心圖型符號的數據點逐漸往左移。例如， $y_1/a=2$ 的空心圓大致座落於 a/y_1 介於 0.425 與 0.629 之間，而 $y_1/a=3$ 的空心方塊卻改為介於 0.412 與 0.619 之間。易言之，不同的參數值，流量係數 C_d 的定義範圍均不相同；若 y_1/a 值遞增，則定義範圍愈來愈小，且逐漸向左移動，沒有一個共同的定義範圍可適用於不同的參數值。其次，不論 y_1/a 的值為若干，圖十顯示同一圖型符號的數據點，其分佈趨勢相當一致，隨著 a/y_1 值的增加，流量係數 C_d 的值先呈現小幅度的遞減，而後持續一小段的水平，最後再轉為急遽下降。

上述兩特徵很類似收縮係數 C_c ，可採用類似式(15)至式(17)的方式予以處理，其結果將如圖八所示。另一方面，實心圓為 Rajaratnam 的實驗結果，改以閘門間隙 a 為參數，共有五組數據。由於實心圓的分佈極為散亂，實無任何明顯趨勢可言，故未以不同圖型符號反映閘門間隙 a 的影響。但是 Rajaratnam (1967) 聲稱可以實心三角形代表淹沒流流量係數 C_d ，這似乎有一點牽強，因實心圓的分佈確實太分散。

圖九與圖十的實心三角形都是根據式(19)而得的流量係數，只不過視流況而定， Δy 採用不同的計算方式，自由流的 Δy 以 $y_1 - aC_c$ 計，而淹沒流的 Δy 改以 $y_1 - y_2$ 計。但是無論如何都是取自同一資料的相關數據。圖九顯示流況為自由流時若以實心三角形代表空心圖形符號的分佈，尚稱恰當；但圖十顯示流況為淹沒流時這種方式並不恰

當。不論自由流或淹沒流，作者認為採用本研究所提供的方式最為恰當，因準確度高且合理。

四、結 論

1. 採用 Henry 方法分析洩水閘門流時，非均勻流或渦流水頭損失係數對自由流的影響並不明顯；但對淹沒流的影響較為顯著，若流量公式係根據上游水深，則對流量係數的影響，其相對差距約為 0.01。
2. 根據連續方程式與能量方程式探討自由流時，呈現於式中的收縮係數 C_c 可由實驗數據求得，其值介於 0.612588 與 0.638511 之間，因邊界層之形成，故大於 0.611，但幅度只有 0.026。迴歸式示於式(14)，只視相對於上游比能的閘門間隙比 a/E_1 而定，且其趨勢極吻合於解析解式(2)。
3. 若為自由流，收縮係數 C_c 的大部分實測值都非常接近式(14)的推測值，後者的變化幅度又非常小，只有 0.026，故式(14)的準確度當可置信，值得推廣採用。
4. 洩水閘門流轉為淹沒流時，除了受制於自由流的兩方程式外，必須再引用動量方程式，但呈現於式中的收縮係數同樣可由實驗數據求得，其值介於 0.428 至 0.645，幅度增為 0.217，但遠小於流量係數的變化幅度 0.6。淹沒流同時受制於下游尾水位參數 y_1/a ，若其影響併入於另構建的新變數 $[a/E_1]$ ，如式(15)至式(17)所示，則由實驗數據而得之收縮係數，其關係式只有一個自變數 $[a/E_1]$ ，如式(18)所示。利用 Henry 與 Rajaratnam 等兩實驗數據的各自特徵及其互補，式(18)當可廣被引用。
5. 流量公式由針對上游水位 y_1 改為針對閘門上下游水位差 Δy 時，其流量係數 C_d 與閘門間隙比 a/y_1 間的展示可根據 Henry 與 Rajaratnam 兩人的實驗資料求得。結果顯示流況為自由流時，確實存一 C_d 與 a/y_1 間的函數關係式，但其最大值與最小值間的差距增為 0.068；另一方面，流況為淹沒流時卻無對應的函數關係式可言，除非另加一反映下游尾水位的自變數。
6. 以式(14)或式(18)做為收縮係數 C_c 之輔助方程

式，並配合連續方程式與能量方程式，若淹沒流則須再引用動量方程式，只須使用 PC 即可直接計算求得流量，用不著查任何表或圖。這種途徑遠勝過於流量公式採用流量係數 C_D 或 C_{df} 或 C_{ds} 。

致 謝

本研究的進行承蒙陳正宗研究助理及陳汶濡小姐協助稿件整理，在此致上謝意。

參考文獻

1. Benjamin, T. B., "On the Flow in Channels When Rigid Obstacles Are Placed in the Stream", J. Fluid Mech., Vol. 1, Part 2, pp. 227-248, July 1956.
2. Daily, J. W. and Harleman, D.R.F., Fluid Dynamics, Addison-Wesley Pub. Co. Inc., Reading, Mass., pp. 317-319, 1966.
3. Fangmier, D. D. and Strelkoff, T.S., "Solution for Gravity Flow under a Sluice Gate", J. of Engg. Mech. Div. Proc. ASCE, Vol. 94, pp. 153-176, Feb. 1968.
4. Henderson, F. M., Open Channel Flow, Macmillan Pub. Co., Inc., New York, pp. 204-205, 1966.
5. Henry, H. R., "Discussion of Diffusion of Submerged jets", Trans. ASCE, Vol. 115, pp. 687-697, 1950[1].
6. Henry, H. R., "A Study of Flow from a Submerged Sluice Gate", Master thesis, University of Iowa at Iowa city, pp. 1-32, 1950.
7. Larock, B. E., "Gravity-Affected Flow from a Planar Sluice Gates" J. of Hyd. Div., Proc. ASCE, July 1969, pp. 1211-1226.
8. Pajer, G., "Über den Stromungsvorgang an einer Unterstromten Scharfkantigen Planschutze", Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik, Vol. 17, pp. 259-269, 1937.
9. Perry, B., "Methods for Calculating the Effect of Gravity on Two-Dimensional Free Surface Flows", Ph.d dissertation, Stanford University, Stanford, 1957.
10. Rajaratnam, N. and Subramanya, K., "Flow Equation for the Sluice Gate", J. of Irr. and Drain. Div., Proc. ASCE, pp. 167-186, Sept. 1967.
11. Strelkoff, T. S., "Solution of Highly Curvilinear Gravity Flows", J. of Engg. Mech. Div., Proc. ASCE, Vol. 90, EM3, Paper 3950, pp. 195-419, June 1964.
12. Southwell, R. V. and Vaisey G., "Relaxation Methods Applied to Engineering Problems : XII, Fluid Motions Characterized by Free Stream-lines", Philosophical Transactions, Royal Society, London, England, Series A, Vol. 240, p. 117, 1946.
13. Subramanya, K., Flow in Open Channels, Tata McGraw-Hill Pub. Co., New Delhi, p. 363, 1986.
14. Vallentine, H. R., Applied Hydrodynamics, Butterworths, London, pp. 202-208, 1959.

收稿日期：民國 96 年 9 月 26 日

修正日期：民國 96 年 10 月 25 日

接受日期：民國 96 年 10 月 30 日