

專 論

指數型串聯線性水庫於河川逕流分量之演算

**Routings of Runoff Components in a Streamflow  
Using Cascaded Linear Reservoirs with  
Exponential Expression**

致遠管理學院  
環境資源學系  
助理教授

鄭士仁\*

Shin-jen Cheng

明道管理學院  
資訊工程學系  
助理教授

周建明

Chien-ming Chou

國立台灣大學  
水工試驗所  
博士後研究

潘宗毅

Tsung-yi Pan

經濟部  
水利署  
正工程司

李如晃

Ju-huang Lee

摘 要

過去發展之以單位歷線為主之降雨—逕流模式大多只限於模擬地表逕流，對於地表下逕流之演算僅有少數幾種模式可資應用。地表逕流模擬之核心函數為單位歷線法，其為地表逕流推估之有效工具。於推估直接逕流前，需先完成基流分離與超滲降雨之估計，而不同之推估方法對於逕流演算可能有不同之模擬結果。本研究主要目的為發展以指數函數為基礎之單位脈衝響應函數，據以同時模擬集水區河川之地表逕流、快速地表下逕流、緩慢地表下逕流與地下水逕流等逕流分量，且定率各逕流分量彼此間之關係。

模式之輸入—平均雨量，有別於傳統方法（徐昇式多邊形法）而採用區塊克利金法予以計算。而模式參數之檢定則應用以有限差分梯度為主之連續二次規劃演算法，經由 54 場可用之降雨—逕流事件求取最佳參數，而模式合適性，則利用其餘 14 場事件予以進行驗證。最後，綜理各項研析結果，率定地表逕流、地表下逕流與地下水逕流等各逕流分量彼此間之關係。研究結果可擴展至其他探討集水區水文現象並可提供台灣各大集水區經理之參考與應用。

**關鍵詞：**克利金，單位歷線，線性水庫，指數函數，地表逕流，地表下逕流。

ABSTRACT

The developed rainfall-runoff models with unit hydrograph mainly focus on simulating surface runoff, only a small number of models can be used for subsurface runoff. Unit hydrograph is the kernel of surface runoff routing, it is useful tool for

\*通訊作者，致遠管理學院環境資源學系助理教授，721 台南縣麻豆鎮南勢里 87-1 號，sjcheng@mail.dwu.edu.tw

estimation of direct runoff. By simulating surface runoff on the land, abstractions of direct runoff and rainfall excess are necessary to be finished in advance. The different simulating results would probably occur due to various separation technologies.

The major goal of this study is to derive unit pulse response functions based on exponential function and then simulate streamflow components such as surface, rapid subsurface, delayed subsurface and groundwater flows in the selected project watershed.

The input of the model, mean rainfall, was estimated using the block Kriging method. Fifty-four available rainfall-runoff were calibrated in optimal process and the best parameters of linear reservoirs derived were obtained by using the successive quadratic programming algorithm and a finite difference gradient. The applicability and validity of the proposed model were verified using 14 observed rainfall-streamflow data from an actual basin. The relationships between surface, subsurface and groundwater runoffs were determined by the study results. These satisfactory results achieved in this study can be extended to explore hydrological condition of catchment, and be applied for watershed management in Taiwan.

**Keywords:** Kriging, Unit hydrograph, Linear reservoir, Exponential function, Surface runoff, Subsurface runoff.

## 一、緒論

### 1. 研究動機

近年來由於氣候變遷，使得大型降雨事件之發生頻率變得較以往來得高。較多次數大型降雨之出現，隨之而來的是某些下游地區之淹水潛勢變高，繼而造成該地區人民之生命與財產之威脅與損失。因此，地表逕流之模擬一直為水文學者所關注(Sherman, 1932; Nash, 1957; Dooge, 1959; Clarke, 1973; Mays and Taur, 1982; Todini, 1988; Jakeman et al., 1990; Jin, 1992; Rao and Tirtotjondro, 1995; Franchini and O'Connell, 1996; O'Connell and Todini, 1996; Melone et al., 1998; Agirre et al., 2005)。而以單位歷線理論為基礎，所推導之降雨-逕流模式，僅有少數水文模式亦考慮地表下逕流演算(Yue and Hashino, 2000; Lee and Singh, 2005)。水文循環中，地表逕流只是河川流量之一部份，其他如地表下逕流與地下水流則透過土壤層之入滲與流動機制，而流至河川。降雨過程中，雨水入滲至地表下之流動過程，通常關係著基流量之大小與入滲補注之效應。

若僅關注於地表逕流之生成而忽略地表下逕流所帶來之影響，則於河川流量之推估往往有失精準。

依據單位歷線理論，其僅能依據超滲降雨而推估直接逕流(Chow, 1964; 王與易, 1979; Chow et al., 1988)。對於基流之分離與有效降雨之估算有許多方法可資應用(Chow, 1964; 王與易, 1979; Chow et al., 1988)。而這些不同估計方法應用至以單位歷線為基礎之降雨-逕流模式時，對同一場事件所模擬之直接逕流常因模式輸入之不同而有所相異。如此結果可能導致誤判集水區出口之逕流歷線特性如到達尖峰時間與尖峰流量，而影響水工結構物設計之失當。若將之應用洪水預測，則可能影響下游地區人員疏散時間、可能淹水深度與增加洪災危險。另外，逕流模擬過程中，傳統單位歷線並不考慮臨前土壤條件。

### 2. 研究目的

本研究擬維持傳統單位歷線方法之降雨對時間與空間分布均勻與線性疊加等假設，但有別於傳統降雨-逕流模式。本研究採用水文概念

化模式之架構為由三個串聯線性水庫所組成。於這些線性水庫設置不同之開口，分別代表地表逕流、地表下逕流與地下水逕流。由於模式架構本身即可說明降雨於地面之入滲情形，因此不需於模擬逕流前，事先做好基流分離與超滲降雨之計算。

本研究模擬集水區出口之逕流歷線時，集水區由數個具有指數函數之線性水庫/水筒相互連接。雨水流入或流出單一水庫，代表水庫之入流與出流。水庫之入流可比擬為降雨輸入或不同透水層之入滲狀態，而出流則為地表逕流、地表下逕流與地下水逕流。第一個串聯水庫之第一個開口高度為降雨時期之臨前土壤條件。由前述之水文模式特性可知，本研究所研擬之概念化水文模式可適用於各種不同性質之單峰與多峰降雨—逕流事件，並可得知研析流域地表逕流、地表下逕流與地下水逕流等逕流量，從而率定彼此間之關係。

### 3. 研究方法

本研究係研析降雨與逕流之轉換關係，且依據其以物理機制為概念之定率關係從而分析集水區地表逕流、地表下逕流與地下水逕流之變化趨勢及關係。於降雨轉變為逕流過程之平均雨量推估與水文模式轉換函數等各項細節，均採用最佳化方法或不同概念予以運算，以取得具明確關係之水文模式參數。

考慮降雨事件為二維隨機變量域，以具有時變性之半變異圖分析降雨歷程之空間變異特性。降雨深度之推估為一線性無偏估及最小估計誤差變異數之估計值。最佳估計值可在降雨隨機變量域之空間函數—半變異圖已知之情形下獲得。然而，實際上不同時刻有不同之半變異圖，對即時降雨事件之半變異圖仍無法加以應用。因此將降雨觀測資料予以標準化，而得非時變性之尺度氣候平均半變異圖，各時刻之半變異圖則為空間中降雨分布變異數與尺度氣候平均半變異圖(Bastin et al., 1984; Lebel et al., 1987)，如此便可迅速獲得不同時刻之半變異圖，進而從事即時平均降雨量之推估。

對於降雨—逕流模式之研析則採用屬於概念化水庫架構之水筒模式(Yue and Hashino, 2000; Lee and Singh, 2005)。惟其串聯水筒之內在機制不以水深之次幂為主，而應用單位歷線與褶合積分理論予以推導。亦即，本研究每一串聯水筒(或線性水庫)之函數形式為指數函數。研究中，每個水筒之參數皆經由降雨—逕流事件與以有限差分梯度為主之連續二次規劃演算法(the successive quadratic programming algorithm and a finite difference gradient)予以最佳化，以求取其適當參數值。最後再依據水筒參數之特性，探討研究集水區地表逕流、地表下逕流與地下水逕流等逕流組成份子間之關係。

## 二、平均降雨量推估理論

降雨—逕流模式之主要目的為建立降雨與逕流間之定率關係。而不論集塊模式或分布模式之檢定與驗證過程，皆須先行取得研究地區之平均雨量，以為模式之輸入。本研究乃採用克利金方法計算平均雨量。克利金法係假設降雨空間之變異程度已知，經由克利金系統獲得研究地區各個雨量測站之最佳權重值，從而求取研究地區之平均雨量。克利金方法具有線性無偏估最小估計變異數之特性(Matheron, 1971; Journel and Huijbregts, 1978; Isaaks and Srivastava, 1989; Wackernagel, 1998; Chiles and Delfiner, 1999)。

克利金法係利用已知觀測資料之空間統計分布(即半變異圖模式)，對推估區域之統計量作分析研究。基於無偏估與最小估計變異數之最佳估計條件下，解出已知資料線性組合權重值，進而推求隨機變量域  $Z(x)$  任意未知位置之最佳線性無偏估(BLUE)之估計值。線性估計值  $Z_K^*$  為  $n$  個可用資料之線性組合：

$$Z_K^* = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i) \quad \dots\dots\dots (1)$$

考慮降雨事件為二維隨機變量域，以具有時變性之半變異圖分析降雨歷程之空間變異特性。降雨深度之推估為一線性無偏估及最小估計誤差變異數之估計值。最佳估計值可在降雨隨機

變量域之空間函數一半變異圖已知之情形下獲得。然而，實際上不同時刻有不同之半變異圖，對即時降雨事件之半變異圖仍無法加以應用。因此將降雨觀測資料予以標準化，而得非時變性之尺度氣候平均半變異圖，各時刻之半變異圖則為空間中降雨分布變異數與尺度氣候平均半變異圖，如此便可迅速獲得不同時刻之半變異圖  $\gamma(t, h_{ij})$ ，進而從事即時平均降雨量之推估(Cheng and Wang, 2002)。

$$\gamma(t, h_{ij}) = s^2(t) \gamma_d^*(h_{ij}, a) \dots \dots \dots (2)$$

其中，

$$\gamma_d^*(h_{ij}, a) = \frac{1}{2T} \sum_{t=1}^T \left\{ \left[ \frac{p(t, x_i) - p(t, x_j)}{s(t)} \right]^2 \right\} \dots \dots (3)$$

式中， $\gamma_d^*(h_{ij}, a)$  為尺度氣候平均半變異圖 ( $\text{mm}^2$ )，其為非時變性； $h_{ij}$  為雨量站  $x_i$  與  $x_j$  間之相對距離(m)； $a$  為尺度氣候平均半變異圖之影響範圍(range) (m)； $p(t, x_i)$  定義為雨量站  $x_i$  於時刻  $t$  之降雨量(mm)； $T$  為所有降雨事件之總延時(hours)； $s(t)$  為時刻  $t$  所有雨量站降雨量之標準偏差(mm)。

一般克利金法主要用途乃在於利用已知量測值推估隨機變量域中任一未知點或面之最佳線性及無偏估之推估值。若將之應用於推估平均雨量，則稱為區塊克利法(block Kriging method)，其如下式所示：

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n \lambda_j \gamma(x_i, x_j) + \mu = \bar{\gamma}(V, x_i), i = 1, 2, \dots, n \\ \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \end{cases} \dots \dots \dots (4)$$

式中， $\gamma(x_i, x_j)$  為量測站  $x_i$  與  $x_j$  之半變異圖； $\bar{\gamma}(V, x_i)$  為推估區域  $V$  與量測站  $x_i$  之平均半變異圖。於實際應用時，將推估區域  $V$  劃分為  $M$  個網格，而式(4)亦可改寫如下：

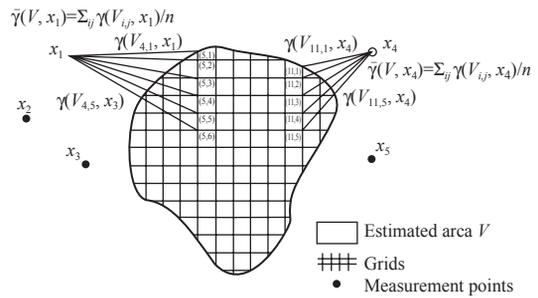


圖 1 推估區域  $V$  與量測站  $x_i$  之平均半變異圖計算之示意圖

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n \lambda_j \gamma(x_i, x_j) + \mu = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \gamma(h_{i, m+n}), i = 1, 2, \dots, n \\ \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \end{cases} \dots \dots \dots (5)$$

圖 1 為推估區域  $V$  與量測站  $x_i$  之平均半變異圖之計算程序，即為式(5)等號右側之式子。

### 三、單位歷線理論

流域上之降水沿地面或地下匯集至各級序河網，最後由流域出口斷面流出，為一自然現象之過程，此一過程即為河川逕流形成過程。河川逕流過程為一複雜之自然現象，其由許多確定與隨機因子控制。

#### 1. 瞬時單位歷線與褶合積分

假設有效雨量延時  $T$  收縮至無窮小，此時單位歷線稱為瞬時單位歷線(Instantaneous Unit Hydrograph, IUH)，可以  $U(0, t)$  表示(王與易，1979)。瞬時單位歷線只為一種假設狀況，用以分析洪水歷線之一種觀念。由線性單位歷線之疊加原理，當一有效降雨函數  $I(\tau)$  發生時，該多場延時為等無限小之有效降雨組體圖將造成一直接逕流歷線  $Q(t)$  等於  $I(\tau)$  與  $U(0, t-\tau)$  乘積之積分，此即為褶合積分(convolution integral) (王與易，1979)：

$$Q(t) = \int_0^t I(\tau) U(0, t-\tau) d\tau \dots \dots \dots (6)$$

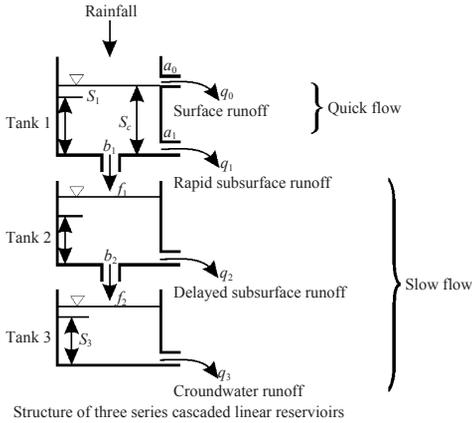


圖 2 降雨－逕流模式架構圖

式中， $\tau$  為褶合積分之啞默變數 (dummy variable)； $U(0, t-\tau)$  為核心函數(kernel function)； $I(\tau)$  為輸入函數(input function)。

## 2. 模式架構

集塊模式為單輸入與單輸出之水文模式，單輸入為整個研究集水區之平均雨量，單輸出則為研究集水區出口之逕流量。於降雨期間或平常時期之河川逕流(streamflow)一般由不同含水層(aquifer)之地表逕流(surface runoff)、地表下逕流(subsurface runoff)與地下水逕流(groundwater runoff)匯集而成。地表下逕流依其流動快慢亦可分為快速(rapid subsurface runoff)與緩慢地表下逕流(delayed subsurface runoff)。因此，本研究降雨－逕流模式之架構乃由三個線性水庫串聯而成，其模式架構圖可如圖 2 所示。

線性水庫 1、2 與 3 之四個水平開口大小定義為  $a_0$ 、 $a_1$ 、 $a_2$  與  $a_3$ ，其中  $a_0$  與  $a_1$ 、同時存在於水庫 1 之不同高度。於水庫 1 與水庫 2 之垂直開口  $b_1$  與  $b_2$  表示水庫 1 滲透至水庫 2 與水庫 2 滲透至水庫 3 之流量。水庫 1、水庫 2 與水庫 3 底端右側之開口流量分別代表快速地表下逕流、緩慢地表下逕流與地下水逕流之流量，分別以  $q_1$ 、 $q_2$  與  $q_3$  代表之，當水庫 1 蓄水量  $S_1$  高於其上端某高度右側  $S_c$  時，產生地表逕流量為  $q_0$ 。而水庫 1 流至水庫 2 之入滲量與水庫 2 流至水庫 3 之滲漏量分別為  $f_1$  與  $f_2$ 。水庫 1 右側上端開口

高度  $S_c$  可表示為逕流產生歷程中降雨之初期損失與臨前土壤濕潤條件之綜合影響。當臨前土壤較為濕潤時，則初期損失較少，開口高度  $S_c$  較低，流入水庫 1 之水量有較多且較快形成地表逕流，反之則開口高度  $S_c$  較高，而較少且較慢形成地表逕流。

圖 2 之模式架構，降雨量  $r$  首先落至進而蓄滿水庫 1。當水庫 1 之蓄水量  $S_1 > 0$  之條件成立時，快速地表下逕流量  $q_1$  與水庫 1 滲透至水庫 2 之入滲量  $f_1$  產生。而當水庫 2 之蓄水量  $S_2 > 0$  之條件成立時，產生緩慢地表下逕流量  $q_2$  與水庫 2 滲透至水庫 3 之入滲量  $f_2$ 。地下水逕流  $q_3$  則發生於條件水庫 3 之蓄水量  $S_3 > 0$ 。於水庫 1 蓄水高度  $S_1$  達右側上端開口高度  $S_c$  時，地表逕流  $q_0$  產生，亦即條件  $S_1 > S_c$  成立。

## 3. 水庫貯蓄高度

令  $q_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) 與  $f_i$  ( $i = 1, 2$ ) 為水庫  $i$  貯水高度  $S_i$  之函數，則  $q_i$  與  $f_i$  可由下列方程式求得：

$$q_i(t) = a_i S_i(t), \quad i = 1, 2, 3 \quad (\text{mm/h}) \dots\dots\dots (7)$$

$$f_i(t) = b_i S_i(t), \quad i = 1, 2 \quad (\text{mm/h}) \dots\dots\dots (8)$$

對於貯蓄函數而言，其為線性系統。因此貯蓄高度  $S_i(t)$  與線性水庫  $i$  之輸入  $I_i(t)$  及輸出  $Q_i(t)$  呈線性關係，其可由連續方程式表示：

$$\frac{dS_i(t)}{dt} = I_i(t) - Q_i(t), \quad i = 1, 2, 3 \dots\dots\dots (9)$$

其中，

$$Q_i(t) = f_i(t) + q_i(t) = C_i S_i(t), \quad C_i = a_i + b_i \dots\dots\dots (10)$$

將式(10)代入式(9)，可得

$$\frac{dS_i(t)}{dt} + C_i S_i(t) = I_i(t) \dots\dots\dots (11)$$

應用褶合積分可解得式(11)如式(12)所示：

$$S_i(t) = \int_0^\infty I_i(\tau) e^{-C_i(t-\tau)} d\tau + c_i e^{-C_i t} \dots\dots\dots (12)$$

其中， $\tau$  為褶合積分之啞默變數； $c_i$  為積分常數。

#### 4. 線性水庫之瞬時單位歷線

令降雨輸入  $r(t)$  為單位延時  $\Delta t$  ( $\Delta t = 1\text{hour}$ ) 內之單位輸入量  $r_u$  ( $r_u=1\text{mm}$ )。於  $0 < t \leq \Delta t$  之時間範圍內，其值為  $I_1(t) = r(t) = r_u / \Delta t$ ，其他則為零。因為貯蓄高度  $S_i(t)$  於起始時刻 ( $t=0$ )，其值為零，且水庫之輸入值  $I_i(t)$  亦為零。第一個水庫之瞬間輸入  $r(t)$  為單位降雨量  $r_u$ ，所以  $I_1(t) = r(t) = r_u$  且  $C_1 = a_1 + b_1$ 。故第一個線性水庫之單位輸入之貯蓄高度  $S_1(t)$  (瞬時單位歷線) 之方程式可推導如下：

$$S_1(t) = \frac{r_u}{\Delta t} \frac{(1 - e^{-C_1 t})}{C_1}, \quad 0 < t \leq \Delta t \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$S_1(t) = \frac{r_u}{\Delta t} \frac{(e^{C_1 \Delta t} - 1) e^{-C_1 t}}{C_1}, \quad t > \Delta t \quad \dots\dots\dots (14)$$

而第一個水庫流至第二個水庫之輸入量(入滲)為

$$f_1(t) = \frac{r_u}{\Delta t} \frac{b_1}{C_1} (1 - e^{-C_1 t}), \quad 0 < t \leq \Delta t \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$f_1(t) = \frac{r_u}{\Delta t} \frac{b_1}{C_1} (e^{C_1 \Delta t} - 1) e^{-C_1 t}, \quad t > \Delta t \quad \dots\dots\dots (16)$$

同理，第二個水庫之輸入量  $I_2(t) = f_1(t)$  且  $C_2 = a_2 + b_2$ ，則第二個線性水庫之單位輸入之貯蓄高度  $S_2(t)$  (瞬時單位歷線) 與代表滲漏量輸出  $f_2(t)$  之方程式為：

$$S_2(t) = \frac{r_u}{\Delta t} \frac{b_1}{C_1 C_2} \left[ 1 + \frac{C_2}{C_1 - C_2} e^{-C_1 t} - \frac{C_1}{C_1 - C_2} e^{-C_2 t} \right], \quad 0 < t < \Delta t \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$S_2(t) = \frac{r_u}{\Delta t} \frac{b_1}{C_1 C_2} \left[ \frac{-C_2 (e^{C_1 \Delta t} - 1)}{C_1 - C_2} e^{-C_1 t} + \frac{C_1 (e^{C_2 \Delta t} - 1)}{C_1 - C_2} e^{-C_2 t} \right], \quad t > \Delta t \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$f_2(t) = \frac{r_u}{\Delta t} \frac{b_1 b_2}{C_1 C_2} \left[ 1 + \frac{C_2}{C_1 - C_2} e^{-C_1 t} - \frac{C_1}{C_1 - C_2} e^{-C_2 t} \right], \quad 0 < t < \Delta t \quad \dots\dots\dots (19)$$

$$f_2(t) = \frac{r_u}{\Delta t} \frac{b_1 b_2}{C_1 C_2} \left[ \frac{-C_2 (e^{C_1 \Delta t} - 1)}{C_1 - C_2} e^{-C_1 t} + \frac{C_1 (e^{C_2 \Delta t} - 1)}{C_1 - C_2} e^{-C_2 t} \right], \quad t > \Delta t \quad \dots\dots\dots (20)$$

第三個水庫之輸入為  $I_3(t) = f_2(t)$  且  $C_3 = a_3$ ，則第三個線性水庫之單位輸入之貯蓄高度  $S_3(t)$  (瞬時單位歷線) 之方程式為：

$$S_3(t) = \frac{r_u}{\Delta t} \frac{b_1 b_2}{C_1 C_2 a_3} \left[ 1 - \frac{C_2 a_3}{(C_1 - C_2)(C_1 - a_3)} e^{-C_1 t} + \frac{C_1 a_3}{(C_1 - C_2)(C_2 - a_3)} e^{-C_2 t} - \frac{C_1 C_2}{(C_1 - a_3)(C_2 - a_3)} e^{-a_3 t} \right], \quad 0 < t \leq \Delta t \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$S_3(t) = \frac{r_u}{\Delta t} \frac{b_1 b_2}{C_1 C_2 a_3} \left[ \frac{C_2 a_3 (e^{C_1 \Delta t} - 1)}{(C_1 - C_2)(C_1 - a_3)} e^{-C_1 t} - \frac{C_1 a_3 (e^{C_2 \Delta t} - 1)}{(C_1 - C_2)(C_2 - a_3)} e^{-C_2 t} - \frac{C_1 C_2 (e^{a_3 \Delta t} - 1)}{(C_1 - a_3)(C_2 - a_3)} e^{-a_3 t} \right], \quad t > \Delta t \quad \dots\dots\dots (22)$$

#### 5. 參數限制

基於水文循環原則、集水區土壤入滲原理及逕流生成理論之實際物理意義，模式參數群應予以下列七個限制：(1)  $a_0 > a_1$ ；(2)  $a_1 \geq a_2$ ；(3)  $a_2 > a_3$ ；(4)  $b_1 > b_2$ ；(5)  $1 - (a_0 + a_1 + b_1) \geq 0$ ；(6)  $1 - (a_2 + b_2) \geq 0$ ；(7)  $1 - a_3 \geq 0$ 。

### 四、參數最佳化及其校驗標準

#### 1. 參數優選之目標函數

在最佳化過程中必須指定一特定目標函數，目標函數之功用在於使得參數最佳化過程中模式之模擬值與觀測值之誤差最小。為了避免發

生偏估情事，Diskin 等(1977)強調判斷模擬之完整性須指定多組目標函數而非單一目標函數。為能判定參數最佳化過程中模式模擬值與觀測值之套配程度，本研究沿用 Ford 等(1980)之研析方式，設立式(23)為目標函數方式，作為從事參數最佳化時之依據。所使用之目標函數如下所示：

$$F_{obj} = \left\{ \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T [Q_{obj}(t) - Q_{sim}(t)] \cdot W(t) \right\}^2 + \Delta Q_p \quad (23)$$

式中， $F_{obj}$  為目標函數值； $T$  為觀測總延時； $Q_{obs}(t)$  為時刻  $t$  之觀測值； $Q_{sim}(t)$  為時刻  $t$  之模擬值； $W(t)$  為時刻  $t$  之權重值。

$$W(t) = \frac{Q_{obs}(t) + \bar{Q}_{obs}}{2\bar{Q}_{obs}} \quad (24)$$

式中， $\bar{Q}_{obs}$ ：觀測值之平均值。而  $\Delta Q_p$  之定義如下：

$$\Delta Q_p = \begin{cases} \frac{Q_{obs,p} - Q_{sim,p}}{D^2}, & Q_{sim,p} < Q_{obs,p} \\ 0, & Q_{sim,p} \geq Q_{obs,p} \end{cases} \quad (25)$$

式中， $Q_{sim,p}$  為模擬值之峰值； $Q_{obs,p}$  為觀測值之峰值； $D$  為觀測值個數。

式(23)右邊第一項表示觀測歷線與模擬歷線間之均方根誤差，第二項代表觀測尖峰流量與模擬尖峰流量之誤差，對於最佳化參數值所對應之目標函數值將為最小。

## 2. 校驗標準

為探討模式分析結果之合適性，本研究以效率係數  $CE$  (coefficient of efficiency)，峰值誤差  $EQ_p$  (error of peak discharge) 與峰值到達時刻誤差  $ET_p$  (error of time to peak discharge) 等三項為校驗之標準。各項校驗標準定義如下：

(1) 效率係數( $CE$ )

$$CE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n [Q_{est}(i) - Q_{obs}(i)]^2}{\sum_{i=1}^n [Q_{obs}(i) - \bar{Q}_{obs}(i)]^2} \quad (26)$$

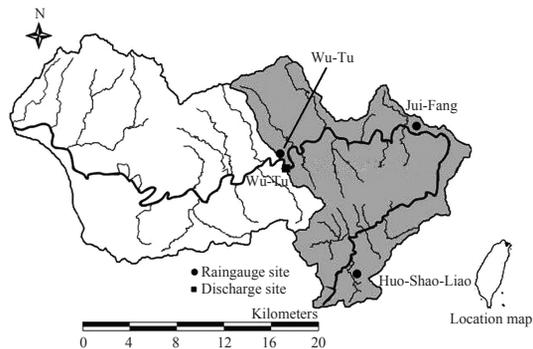


圖 3 基隆河流域圖

式中， $Q_{est}$  為模式推估之流量 ( $m^3/s$ )； $Q_{obs}$  為觀測之流量 ( $m^3/s$ )； $\bar{Q}_{obs}$  為觀測流量之平均值 ( $m^3/s$ )。當  $CE$  值愈趨近於 1 時，表示模擬結果與實際資料愈密合，精確度愈高。

(2) 洪峰流量誤差( $EQ_p$ )

$$EQ_p (\%) = \frac{Q_{p,est} - Q_{p,obs}}{Q_{p,obs}} \times 100\% \quad (27)$$

式中， $Q_{p,est}$  為模式推估之洪峰流量 ( $m^3/s$ )； $Q_{p,obs}$  為觀測之洪峰流量 ( $m^3/s$ )。當  $EQ_p$  為正值時，表示模式推估之洪峰值大於觀測之洪峰值；而  $EQ_p$  為負值時，表示模式推估值小於觀測值。

(3) 洪峰到達時刻誤差( $ET_p$ )

$$ET_p = T_{p,est} - T_{p,obs} \quad (28)$$

式中， $T_{p,est}$  為推估之洪峰到達時刻 (hours)； $T_{p,obs}$  為觀測之洪峰到達時刻 (hours)。  $ET_p$  值 (hours) 愈小，表示模式洪峰到達時刻之估算愈準確。

## 五、研究集水區

### 1. 研究流域特徵

基隆河發源於台北縣之菁桐山，流經瑞芳鎮、基隆市、汐止市，即流入台北市轄區內，包括內湖、南港、台北市舊市區，最後沿士林、北投南側，在關渡附近與淡水河匯流，主流長 86 公里，流域面積為 501 平方公里，為大台北地區主要河川之一。當其流經台北市轄區內，河床坡度逐漸平緩，河道蜿蜒，為一流況複雜之感潮河川。圖 3 為基隆河流域圖。

基隆河流域位於亞熱帶氣候區，冬季時受大陸性冷氣團籠罩，東北季風盛行，寒冷且多地形雨；夏季西南風吹襲，燠熱而時有陣雨。流域內東北部及北部因受東北季風之影響大，其雨量多於南部與西部，長年平均雨量以瑞芳附近為最高，各月雨量平均分配，為台灣其他地區罕見之現象，平均年雨量為 2,865 mm，年平均逕流深度 2,177 mm，年平均逕流係數 0.76 (王等, 1998)。

## 2. 水文資料

本研究集水區為基隆河流域之中上游集水區—五堵集水區，主要選取五堵水文站為基隆河流域集水區之驗證流量站，探討本研究提降雨—逕流模式之適用性。有關颱風場次共選取民國 55 年至民國 91 年間之 68 場降雨—逕流事件，其中 54 場次作為檢定用，而檢定結果用以驗證其餘 14 場次。對於降雨之空間變異分析，採用淡水河流域之 14 個電傳雨量站予以分析克利金方法之半變異圖，而降雨—逕流模式所需之平均雨量則選取五堵集水區內隸屬經濟部水利署之瑞芳、五堵與火燒寮等三站予以計算求得。

## 六、結果與討論

本研究主要目的為應用概念化降雨—逕流模式模擬最佳逕流歷線，並探討模式中河川各逕流分量間之關係，進而評估模式於代表集水區水文特性之適用性。茲將研究過程之各種結果依序敘述如下，並分別討論之：

### 1. 逐時平均雨量

針對集水區平均雨量之推估，本研究處理 68 場颱風逐時雨量之無因次實驗半變異圖，並以次幂模式予以套配所得如下式：

$$\gamma_a^*(h_{ij}, a) = \omega_0 h^a = 0.137 h^{0.209}, \quad R^2 = 0.834$$

.....(29)

再將五堵集水區劃分間距為 500 公尺之網格點，其共有 928 個網格點。應用五堵、瑞芳與火燒寮

等三個電傳雨量測站之單站降雨資料予以估算五堵集水區之 68 場降雨事件之逐時平均雨量，並據以作為降雨—逕流模式之輸入。

於推估逐時平均雨量時，不同時刻半變異圖具有不同值。為簡化計算程序，本研究採用尺度氣候平均半變異圖(Cheng and Wang, 2002)之觀念，將降雨觀測資料予以標準化，而得固定參數  $a$  與  $\omega_0$ 。參數  $\omega(t)$  為各時刻  $t$  空間中測站觀測資料之變異數  $S^2(t)$  與  $\omega_0$  之乘積，其代表  $t$  時刻降雨空間變異特性。如此可迅速計算各時刻半變異圖，進而由克利金系統決定測站權重值，以估計平均雨量。

### 2. 模式參數檢定

本研究為探討河川各個逕流分量間之定率關係及應用模式於集水區之適用性。選擇自民國 55 年至 85 年間之 54 場降雨—逕流事件予以檢定合適之參數。於參數最佳化過程中，直接以有限差分梯度為主之連續二次規劃演算法取得足以說明集水區水文條件之物理參數。圖 4 至圖 7 為模式之逕流歷線檢定圖。表 1 為應用集塊水文模式於 54 場事件之檢定模擬結果。

表 1 中模式模擬之三項校驗標準，效率係數最高者為貝絲颱風(60/09/22)，最低者為暴雨事件(77/09/24)，其效率係數值分別為 0.99 與 0.66，54 場颱風事件之平均效率係數值為 0.87。而洪峰流量誤差方面，最佳者為安迪颱風(71/07/29)，最差者為暴雨事件(65/09/16)，其洪峰流量誤差值分別為 -0.63% 與 -23.42%，54 場颱風事件之平均洪峰流量誤差值為 -6.27%。至於洪峰到達時刻誤差，除了英安颱風(59/09/05)、艾妮絲颱風(60/09/18)、貝絲颱風(63/10/11)、暴雨事件(77/09/24)與歐菲莉颱風(79/06/22)等 5 場事件為 4 小時外，其餘 49 場颱風事件皆小於 3 小時，54 場颱風事件之平均洪峰到達時刻誤差值為 -1.39 小時。由模式參數之檢定結果可知，不論單峰或複峰事件，本研究採用之模式架構皆適合應用於模擬天然河川各種逕流分量。由圖 4 至圖 7 之歷線檢定圖顯示，模式模擬之逕流歷線與河川觀測歷線吻合度不錯。

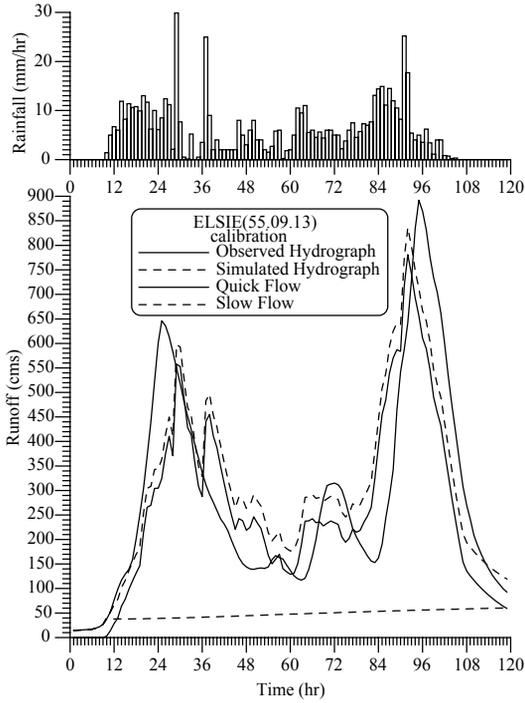


圖 4 艾爾西(55.09.13)逕流歷線檢定圖

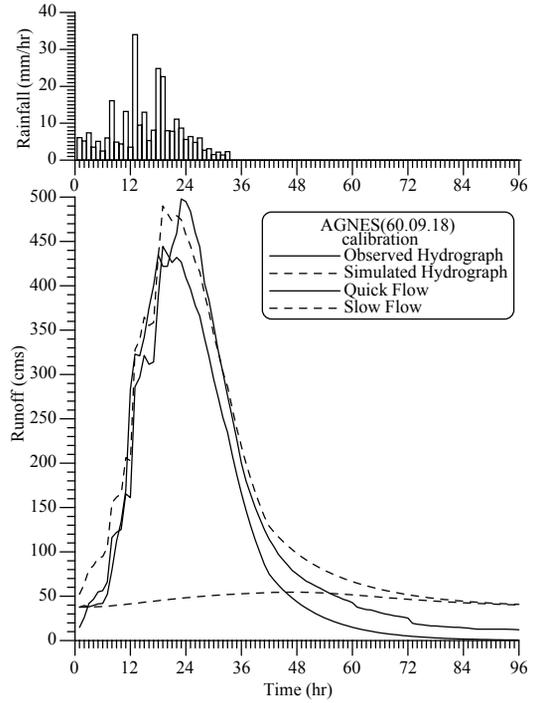


圖 5 艾妮絲(60.09.18)逕流歷線檢定圖

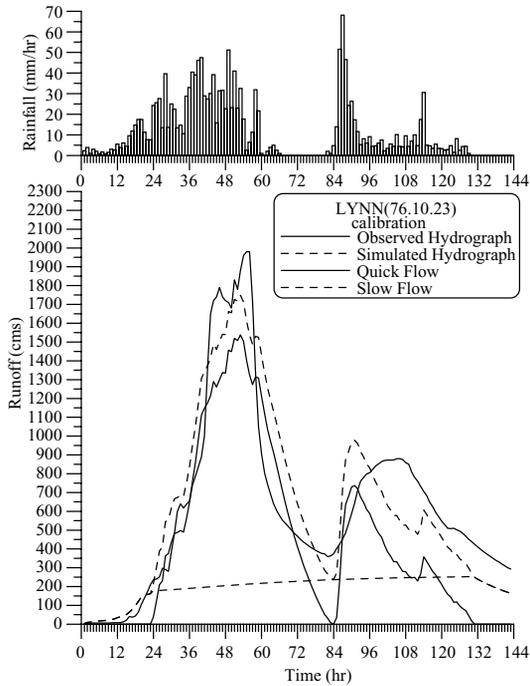


圖 6 琳恩(76.10.23)逕流歷線檢定圖

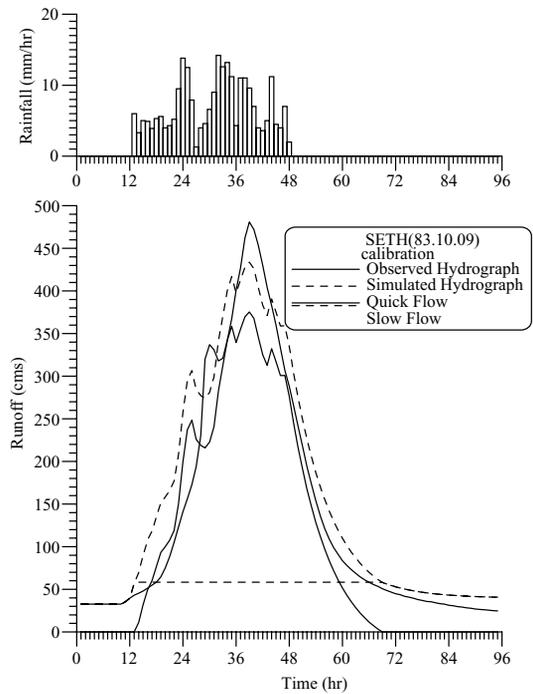


圖 7 席斯(83.10.09)逕流歷線檢定圖

表 1 五堵集水區水筒模式參數檢定結果

颱洪名稱(時間)	效率係數( $CE$ )	洪峰流量誤差( $EQ_p$ )	洪峰到達時刻誤差( $ET_p$ )
寇拉 (55.09.06)	0.97	-1.60	-2.00
艾爾西 (55.09.13)	0.67	-6.24	-3.00
吉達 (56.11.16)	0.87	-6.95	-2.00
艾琳 (57.09.29)	0.91	0.99	-3.00
暴雨 (58.09.09)	0.94	-12.52	1.00
艾爾西 (58.09.26)	0.95	4.32	1.00
芙安 (59.09.05)	0.91	-9.37	-4.00
艾妮絲 (60.09.18)	0.96	-1.57	-4.00
貝絲 (60.09.22)	<b>0.99</b>	3.72	0.00
貝蒂 (61.08.16)	0.98	-5.91	-1.00
暴雨 (62.09.20)	0.83	1.94	1.00
貝絲 (63.10.11)	0.87	12.36	-4.00
卡門 (63.10.19)	0.69	-7.26	-2.00
艾琳 (63.10.28)	0.89	-1.92	-1.00
妮娜 (64.08.03)	0.88	3.57	0.00
暴雨 (64.08.04)	0.78	-14.27	-2.00
暴雨(65.07.03)	0.94	12.32	0.00
暴雨(65.09.16)	0.77	<b>-23.42</b>	-3.00
薇拉(66.07.31)	0.99	-0.73	0.00
黛納(66.09.20)	0.68	1.89	0.00
暴雨(66.11.15)	0.98	-2.79	-1.00
姍拉 (67.10.12)	0.97	-5.15	-2.00
歐敏 (68.08.14)	0.91	-3.62	-1.00
暴雨 (69.11.19)	0.95	-1.08	-2.00
安迪 (71.07.29)	0.96	<b>-0.63</b>	-1.00
西仕 (71.08.09)	0.81	-7.11	-2.00
暴雨 (72.10.14)	0.95	-3.31	-2.00
芙瑞達 (73.08.06)	0.69	-18.16	-3.00
暴雨 (73.08.14)	0.72	-20.02	-3.00
暴雨 (73.11.18)	0.95	-0.65	-1.00
暴雨 (74.02.08)	0.94	1.77	-3.00
尼爾森 (74.08.22)	0.95	-7.84	-2.00
白蘭黛 (74.10.03)	0.96	-12.05	-2.00
韋恩 (75.08.22)	0.92	-8.15	0.00
亞力士 (76.07.27)	0.92	-7.12	1.00
琳恩 (76.10.23)	0.80	-11.69	-3.00
暴雨 (77.09.16)	0.74	-3.27	-2.00
暴雨 (77.09.24)	<b>0.66</b>	-17.64	-4.00
暴雨 (77.09.29)	0.95	-4.24	2.00
莎拉 (78.09.10)	0.70	-16.69	-1.00
歐菲莉 (79.06.22)	0.85	-11.63	-4.00
楊希 (79.08.19)	0.97	-6.07	0.00

表 1 五堵集水區水筒模式參數檢定結果(續)

颱洪名稱(時間)	效率係數(CE)	洪峰流量誤差(EQ <sub>p</sub> )	洪峰到達時刻誤差(ET <sub>p</sub> )
亞伯 (79.08.30)	0.92	-8.47	-2.00
暴雨 (79.09.02)	0.90	-6.91	0.00
耐特 (80.09.29)	0.84	-10.73	-2.00
暴雨 (81.08.29)	0.71	-12.99	-3.00
暴雨 (82.06.05)	0.81	-11.75	0.00
暴雨 (83.06.18)	0.77	-20.92	2.00
道格 (83.08.07)	0.81	-9.25	-2.00
弗雷特 (83.08.20)	0.97	-1.50	0.00
葛拉絲 (83.09.01)	0.91	-14.38	-2.00
席斯 (83.10.09)	0.91	-9.83	0.00
賀伯 (85.07.31)	0.97	-8.56	-2.00
薩恩 (85.09.27)	0.96	-5.53	0.00
最佳值	0.99	-0.63	0.00
最差值	0.66	-23.42	-4.00
平均值	0.87	-6.27	-1.39

### 3. 參數驗證

於確定降雨－逕流事件之檢定結果良好後，假設研究集水區降雨轉換為逕流之機制不變。本研究乃將各場次之模式參數值予以平均，這些平均參數可代表研究集水區河川於降雨發生期間，各種逕流量及入滲機制之特性。模式之 7 個參數平均值  $S_c$ 、 $a_0$ 、 $a_1$ 、 $a_2$ 、 $a_3$ 、 $b_1$  與  $b_2$  分別為 113.38、0.2519、0.0313、0.0074、0.0042、0.0232 與 0.0020。貯水高度  $S_c$  為逕流產生歷程中降雨之初期損失與臨前土壤濕潤條件之綜合影響。雖然每場事件之降雨初期損失與臨前土壤濕潤條件皆為不同，但因其值難以精確估計，所以本研究仍將其視為常數值。

表 2 為 14 場事件模擬之驗證結果。圖 8 至圖 9 為模式之逕流歷線驗證圖。表 2 顯示模式驗證之效率係數除了暴雨(87/10/04)、暴雨(87/11/27)、暴雨(89/02/27)與巴比倫颱洪(89/08/28)外，其餘事件皆高於 0.7；洪峰流量誤差方面除了暴雨(89/06/17)與啟德颱洪(89/07/08)外，其餘事件皆低於 30%；而洪峰到達時刻誤差僅巴比倫颱洪(89/08/28)與暴雨(89/11/04)多於 4 小時。另外，由圖 8 至圖 9 之歷線驗證圖亦顯示，模擬逕流歷線與河川觀測歷線之擬合

度大致良好。

### 4. 河川各逕流量特性

本研究模式以三個垂直串聯線性水庫(水筒)架構河川各逕流量。第一個線性水庫之兩個出口流量分別代表為地表逕流與快速地表下逕流，其餘兩個垂直串聯水筒出口流量則代表緩慢地表下逕流與地下水逕流。其中快速流定義為地表逕流，而快速地表下逕流、緩慢地表下逕流與地下水逕流則組成慢速流。

由圖 4 至圖 7 之檢定圖與圖 8 至圖 9 之驗證圖顯示，五堵集水區快速流尖峰流量遠大於慢速流；慢速流歷線之延時較快速流為長；快速流歷線之尖峰流量發生時間較慢速流為短。降雨期間河川流量大部分為地表逕流，只有少部分由地表下逕流(包括快速地表下逕流、緩慢地表下逕流與地下水逕流)組成。降雨期間因雨水入滲至地下，使得地表下慢速流(包括快速地表下逕流、緩慢地表下逕流與地下水逕流)有所增加。其逕流之變化由 50 cms 至 200 cms 之範圍。當降雨總量夠大且延時夠長，其歷線形狀可能為曲線形狀，而較小型且延時較短之降雨，其基流歷線則較接近線性形狀。

表 2 五堵集水區水筒模式參數驗證結果

颱風名稱(時間)	效率係數(CE)	洪峰流量誤差(EQ <sub>p</sub> )	洪峰到達時刻誤差(ET <sub>p</sub> )
安珀 (86.08.29)	0.87	-8.37	0.00
暴雨 (87.10.04)	<b>0.67</b>	4.16	-3.00
暴雨 (87.11.27)	<b>0.63</b>	-18.39	4.00
暴雨 (88.12.13)	0.85	-29.59	4.00
暴雨 (89.02.27)	<b>0.69</b>	2.73	2.00
暴雨 (89.06.12)	0.88	-17.24	-3.00
暴雨 (89.06.17)	0.76	<b>-35.09</b>	-2.00
啓德 (89.07.08)	0.70	<b>-43.36</b>	-1.00
巴比倫 (89.08.28)	<b>0.69</b>	-4.60	-5.00
暴雨 (89.10.17)	0.83	-18.91	-1.00
暴雨 (89.11.04)	0.71	-10.60	-5.00
暴雨 (89.11.16)	0.84	-23.63	0.00
納莉 (90.09.16)	0.96	-4.12	6.00
娜克莉 (91.07.08)	0.84	-4.23	0.00

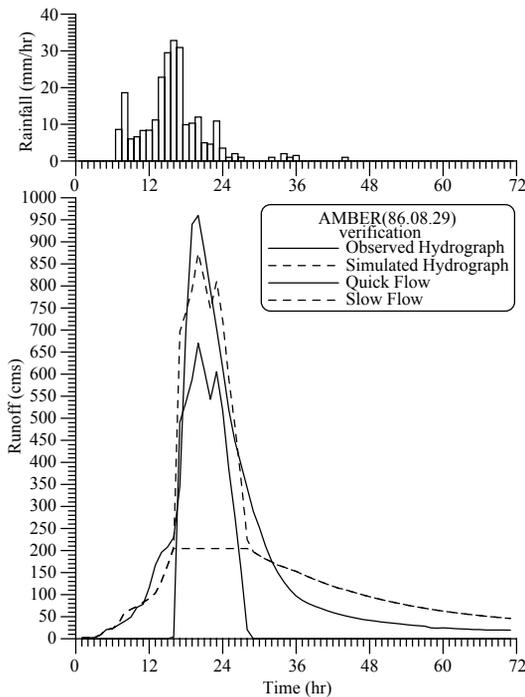


圖 8 安珀(86.08.29)逕流歷線驗證圖

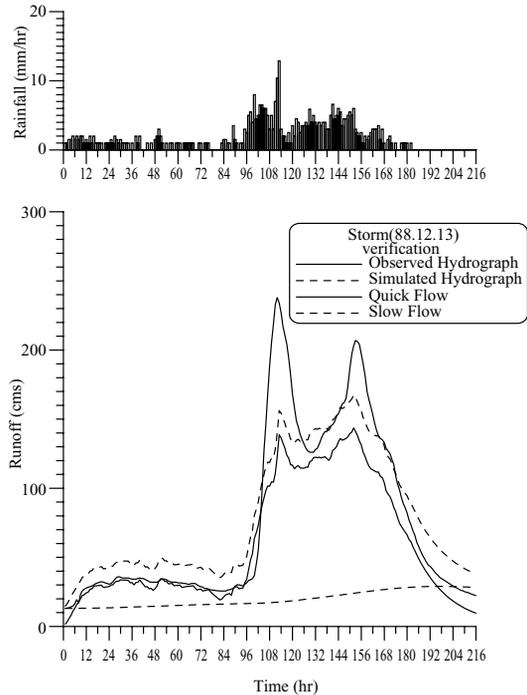


圖 9 暴雨(88.12.13)逕流歷線驗證圖

由此可知，本研究所擬定模式架構可適度反應集水區之逕流特性。這些研究結果亦顯示於降雨歷程中，地表逕流立即激烈反應生成且降雨停止後不久即便結束，而地表下逕流則源遠流長。通常於降雨結束後許久，地表下各種逕流仍繼續

流動。

### 5. 與傳統水筒模式理論之差異性

本研究所推導之降雨－逕流模式之線性水庫架構與傳統水筒模式均為遵循水文循環中，降

水落至地面依序產生降雨損失、地表逕流、地表下逕流與地下水逕流之物理邏輯過程。線性水庫之連接方式均為串聯或並聯，並可依不同需求而改變其連接方式或線性水庫之個數。每個線性水庫之輸入與輸出均以水文方程式為基礎，代表其水量之傳遞均為質量不減。

傳統水筒模(王等, 1991)之地表逕流乃以曼寧公式為基礎，故地表逕流量為以超過孔口高度之 $5/3$ 次方表示，即為水庫貯蓄高度函數之 $5/3$ 次冪。而本研究乃以單位歷線與褶合積分推導為具指數函數之瞬時單位歷線，瞬時單位歷線由數個參數所控制。就其理論分析而言，本研究所提之模式較傳統水筒模式更為接近單位歷線理論。單位歷線之形狀將因不同集水區有所不同，其可適用於台灣各大集水區。

## 七、結論與建議

本研究模式採用三個串聯線性水庫(水筒)架構河川各逕流分量，每個線性水庫之單位脈衝響應函數皆為指數函數形式。經由 54 場降雨—逕流事件之檢定參數與 14 場事件之驗證結果顯示，不論單峰或複峰事件，模式皆可適用於五堵集水區之逕流模擬，從而探討研究地區之各種水文特性。

模式模擬結果能據以區分出地表逕流、快速地表下逕流、緩慢地表下逕流與地下水逕流歷線。因此可應用該模式於全國各大集水區，研析地表逕流與地表下逕流間之特殊關係，進而研究其水文現象之改變。

本研究模式之線性水庫方程式為指數型態有別於過去水筒模式採水深次冪之形式，於實例研究上更接近單位歷線之原始定義。雖然本研究模式線性水庫架構為三個序列串聯之方式，於配合集水區之實際情況，可酌以增減線性水庫之個數或考量其串聯或並聯方式，並據以推導出合適之單位歷線通式，進行不同之研究方向。

## 參考文獻

1. 王如意、易任：《應用水文學》，上、下冊，國立編譯館出版，茂昌圖書有限公司發行，1979。
2. 王如意、徐錦瑩、李如晃：「曾文溪流域降雨物理預測模式及其與逕流模式修正應用之研究」，行政院國家科學委員會專題研究計畫報告，1991。
3. 王如意、鄭士仁等：「台北防洪整體檢討計畫(三)」，經濟部水資源局研究計畫報告，1998。
4. Agirre, U., M. Goñi, J. J. López, and F. N. Gimena, "Application of A Unit Hydrograph Based on Subwatershed Division and Comparison with Nash's Instantaneous Unit Hydrograph," *Catena*, 64, 321–332, 2005.
5. Bastin, G., B. Lorent, C. Duque and M. Gevers, "Optimal Estimation of The Average Rainfall and Optimal Selection of Raingauge Locations," *WaterResources Research*, 20(4), 463–470, 1984.
6. Cheng, S. J. and R. Y. Wang, "An Approach for Evaluating The Hydrological Effects of Urbanization and Its Application," *Hydrological Processes* 16(7), 1403–1418, 2002.
7. Chiles, J. P., P. Delfiner, *Geostatistics: Modeling Spatial Uncertainty*, Wiley, New York, 1999.
8. Chow, V. T., D. R. Maidment and L. W. Mays, *Applied Hydrology*, McGraw- Hill Book Company, New York, 1988.
9. Chow, V. T. (ed.), *Handbook of Applied Hydrology*, McGraw-Hill Book Company, New York, 1964.
10. Clarke, R. T., "A Review of Some Mathematical Models Used in Hydrology, with Observations on Their Calibration and Use," *Journal of Hydrology*, 19, 1–20, 1973.
11. Diskin, M. H. and E. Simon, "A Procedure for Selection of Objective Function for Hydrologic Simulation Models," *Journal of Hydrology*, 34, 129–149, 1977.
12. Dooge, J. C. I., "A General Theory of The Unit Hydrograph," *Journal of Geophysical Research*, 64(1), 241–256, 1959.

13. Ford, D. T., E. C. Morris and A. D. Feldman, Corps of Engineers Experience with Automatic Calibration of A Precipitation-Runoff Model in Water and Land Resource System, (Y. Haimes and J. Kindler, eds.), Pergamon Press, New York, 1980.
14. Franchini, M. and P. E. O'Connell, "An Analysis of The Dynamic Component of The Geomorphologic Instantaneous Unit Hydrograph," *Journal of Hydrology*, 175, 407-428, 1996.
15. Isaaks, E. H. and R. M. Srivastava, *Applied Geostatistics*, Oxford University Press, New York, 1989.
16. Jakeman, A. J., I. G. Littlewood and P. G. Whitehead, "Computation of The Instantaneous Unit Hydrograph and Identifiable Component Flows with Application to Two Small Upland Catchments," *Journal of Hydrology*, 117, 275-300, 1990.
17. Jin, C. X., "A Deterministic Gamma-Type Geomorphologic Instantaneous Unit Hydrograph Based on Path Types," *Water Resources Research*, 28(2), 479-486, 1992.
18. Journel, A. G. and C. J. Huijbregts, *Mining Geostatistics*, Academic Press, New York, 1978.
19. Lebel, T., G. Bastin, C. Obled and J. D. Creutin, "On The Accuracy of Areal Rainfall Estimation: A Case Study," *Water Resources Research*, 23(11), 2123-2134, 1987.
20. Lee, Y. H. and V. P. Singh, "Tank Model for Sediment Yield," *Water Resources Management*, 19, 349-362, 2005.
21. Matheron, G., *The Theory of Regionalized Variables and Its Application*, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1971.
22. Mays, L. W. and C. K. Taur, "Unit Hydrographs via Nonlinear Programming," *Water Resources Research*, 18(4), 744-752, 1982.
23. Melone, F., C. Corradini and V. P. Singh, "Simulation of the direct runoff hydrograph at basin outlet," *Hydrological Processes*, 12, 769-779, 1998.
24. Nash, J. E., "The Form of The Instantaneous Unit Hydrograph," *IAHS Publications*, 45, 112-121, 1957.
25. O'Connell, P. E. and E. Todini, "Modelling of Rainfall, Flow and Mass Transport in Hydrological Systems: An Overview," *Journal of Hydrology*, 175, 3-16, 1996.
26. Rao, A. R., W. Tirtotjondro, "Computation of Unit Hydrographs by A Bayesian Method," *Journal of Hydrology*, 164, 325-344, 1995.
27. Sherman, L. K., "Streamflow from Rainfall by The Unit-Graph Method," *Engineering News Record*, 108, 501-505, 1932.
28. Todini, E., "Rainfall-Runoff Modeling - Past, Present and Future," *Journal of Hydrology*, 100, 341-352, 1988.
29. Wackernagel, H., *Multivariate Geostatistics*, Springer-Verlag, Berlin, 1998.

收稿日期：民國 95 年 9 月 6 日  
 修正日期：民國 96 年 1 月 4 日  
 接受日期：民國 96 年 1 月 9 日