農業工程學報　第 52 卷第 4 期　　Journal of Chinese Agricultural Engineering
中華民國 95 年 12 月出版　　Vol. 52, No. 4, December 2006

位勢網絡法分析水庫容量

Analysis of the Capacity of Reservoirs by the Method of Potential Network

國立台灣大學生物環境系統工程學系名譽教授

劉 佳 明

Chia-Ming Liu

摘　　要

本文藉簡單案例，說明具有供水、貯水與蓄洪功能水庫的操作、其位勢網絡解釋與最小容量方案演算法，並對單功能給水水庫有比較詳細的探討，主要內容如下：
(1)給水水庫容量方案操作模擬：考慮水庫水量收支平衡、蓄水量上限與下限等條件，
(2)多功能水庫供需位勢網絡圖：表示水庫供水、蓄洪與貯水三基本功能的供需時程，
(3)多功能水庫容量網絡演算法：利用水庫的供需網絡結構，設計其容量網絡演算法，
(4)給水水庫容量逆時累計算法：簡化網絡演算法為逆時累計法，並與傳統序列峰值法比較。

關鍵詞：多目標水庫，水庫容量，水庫規劃，線性規劃，位勢網絡。

ABSTRACT

A multipurpose reservoir is required to meet the given sets of demands for services: (1) reserved flood space $\underline{f}_t$, (2) net release $\underline{\hat{y}}_t$, or the difference of release and inflow, and (3) minimal pondage $\underline{l}_t$, where the time period t = 1, 2, …, n. It is to find the minimum capacity of the reservoir.

The problem is interpreted as a potential network whose nodes and arcs visualize the states and the three functional services of the reservoir. The nodes correspond to the top v, the bottom o or the water level at different time of the reservoir. If the potentials, or volumes of these nodes are S_v, S_o, and S_t respectively, then the arcs between some nodes represent respectively the supplied volumes of space, water, or pondage provided by the reservoir in terms of the potential differences of end nodes: $S_v - S_t \geq \underline{f}_t$, $S_t - S_{t+1} \geq \underline{\hat{y}}_t$, $S_t - S_o \geq \underline{l}_t$, t = 1, 2, …, n.

When every arc of the virtual network is assigned the demands defined above as its

*通訊作者，國立台灣大學生物環境系統工程學系名譽教授，106 台北市大安區羅斯福路 4 段 1 號

distance, the required minimal storage capacity of the reservoir to meet all the requirements is shown to be equal to the distance of the longest path from the bottom to the top of the potential network. An efficient algorithm which exploits the network structure of the problem is developed. It is then specialized for single purpose water supply reservoirs and results in a method that calculates backwardly the time sequence of water storages whose maximum is the required reservoir capacity. The method calculates forwardly in time the values of the cumulative sum of net release. It is different from the sequent peak method of Thomas and Fiering only in the direction of calculation.

Keywords: Multipurpose reservoir, Reservoir capacity, Reservoir planning, Linear programming, Potential network.

前　言

水庫進水與外界需水隨時間而變化，進水大於需水時，多餘水量由水庫以剩餘容積蓄存；進水小於需水時，短缺水量由水庫以所蓄水量補供。為了儲存進水以供應需水，水庫最少需要多少容量？這就是本文所要探討的主題。

多數水庫僅以供水為目標，因此本文第 1 章介紹單功能給水水庫的水量操作觀念。然而水庫常有其他功能，因此，隨後第 2，3，4 章考慮同時具有供水、蓄洪與貯水三基本功能的水庫，探討其供需條件、網絡結構與演算法。

第5章回頭接續給水水庫進水需水量特性的探討，發展其專用算法，並與網絡算法比較。第 6 章說明多功能水庫模式的特點與其擴充。

一、給水水庫操作相關觀念

本章先只說明給水水庫水量操作的基本觀念，為接續三章多功能水庫問題的探討預作準備，給水水庫問題的詳細解析將在第 5 章繼續。

在此先介紹水庫基本參變數符號，參考圖 1 水庫示意圖，已知數以小寫羅馬字母表示，如時期 t 的進水 q_t 與需水 $\underline{y}_t$, t= 1, 2, ⋯, n；未知數以大寫羅馬字母表示，如表示狀態的各變數，包括最高水位頂限容積 S_v、呆水位底限容積 S_o 及 t 時期初水體容積 S_t, t= 1, 2, ⋯, n。各狀態變數的容積若以呆水位 S_o 為基準起算，即設 $S_o= 0$，則水庫(有效)容量 $S_v- S_o= S_v$，t 時期初水庫(有效)蓄水量 $S_t- S_o= S_t$。

本文以全等符號「≡」表示定義，其左端是定義名稱或符號，右端是定義內容或函數式。例如，淨需水 $\hat{\underline{y}}_t$ 定為需水 $\underline{y}_t$ 與進水 q_t 差(即出、入水量代數和)寫成：淨需水 $\hat{\underline{y}}_t \equiv \underline{y}_t - q_t$。

1.1 水庫水量操作條件

本節從水庫操作水量的觀點探討給水水庫的水量收支、上限與下限三條件：

(1) 水量收支平衡: $S_t + q_t - Y_t = S_{t+1}$ (蓄水+進水-供水=下期蓄水)

(2) 蓄水上限: $S_t \le S_v$ (蓄水≤ 水庫容量)

(3) 蓄水下限: $S_t \ge S_o = 0$ (蓄水≥水庫呆容量)

上式中供水 $Y_t = \underline{y}_t + \underline{Y}_t$ 是水庫在期間內對外釋出的總水量，它包括需水 $\underline{y}_t$ 與排水 $\underline{Y}_t$ 二部分，且排水 $\underline{Y}_t \ge 0$。若進水較多，集水量 $\underset{,}{S}_t$ ($\equiv S_t + q_t - \underline{y}_t$) 超過水庫容量 S_v，為免下期蓄水超過水庫容量，則供水除了需水，至少另加排水 $\underline{Y}_t =$ 集水量 $\underset{,}{S}_t -$ 容量 S_v = 逾限水量；若進水不多，集水量未超過容量，不必排水，供水即需水。因此，本文模擬水庫操作，採下列排水規則：

(1) $\underset{,}{S}_t \ge S_v$ 時，排水，$Y_t = \underset{,}{S}_t - S_v$，乃集水超出容量的部分，故下期蓄水滿庫，$S_{t+1} = S_v$；

(2) $\underset{,}{S}_t < S_v$ 時，不排水，$Y_t = 0$，故下期水庫蓄水即本期集水量，$S_{t+1} = \underset{,}{S}_t = S_t + q_t - y_t$。

參變數關係常因需要而轉換，例如，供需排二關係式，$Y_t = \underline{y}_t + \underline{Y}_t$ 與 $\underline{Y}_t \ge 0$，可以轉換為供水下限式，$Y_t \ge \underline{y}_t$，反之亦然。

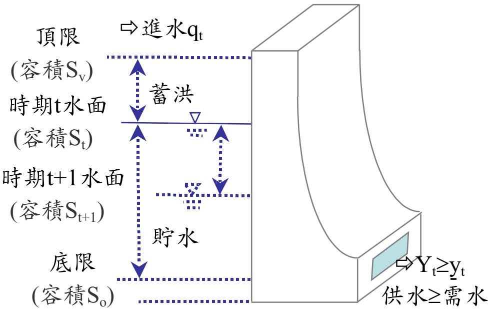

圖 1　水庫蓄洪/供水/貯水功能示意圖

1.2 不同容量方案操作模擬

水庫以蓄水方式調節進水滿足需水，可是，若一周期的總進水$\sum q_t$小於總需水$\sum \underline{y}_t$，則進水不足，再大的水庫容量也無法供應需水。表 1-1 案例的總進水$\sum q_t = 16 \geq$ 總需水$\sum \underline{y}_t = 12$，故有可行容量方案。操作模擬均進行二周期以涵蓋跨越周期邊界的各種可能情況。討論詳 4.1 節。

表 1-2 與表 1-3 爲表 1-1 案例二個容量方案模擬操作的歷程紀錄，結論如下：

(1) 方案一 (容量 $S_v = 6$，表 1-2)，滿足各時期供需條件，故本方案可行。

(2) 方案二 (容量 $S_v = 2$，表 1-3)，時期 3 集水量 $Ş_3 \equiv S_3 + q_3 - \underline{y}_3 = -1$，表示原蓄水加上進水不足以供應需水 $\underline{\hat{y}}_3$，還缺 1 單位，故本方案不可行。

1.3 供水功能供需條件

爲簡化水量供需關係形式，定義<u>淨供水</u> $\hat{Y}_t \equiv Y_t - q_t$，則供水下限式 $Y_t \geq \underline{y}_t$ 二端同減進水 q_t，可改寫成下列「淨供水-淨需水」關係式：

$$\hat{Y}_t \geq \underline{\hat{y}}_t$$

將水量收支式 $S_t + q_t - Y_t = S_{t+1}$，移項得 $Y_t - q_t = S_t - S_{t+1}$，左端即淨供水 $\hat{Y}_t \equiv Y_t - q_t$，右端狀態差 $S_t - S_{t+1}$ 定名爲蓄水<u>消減量</u> D_t：

$$D_t \equiv S_t - S_{t+1}$$

則收支式改寫成下列「淨供水-狀態差」關係式：

$$\hat{Y}_t = S_t - S_{t+1} \text{ 或 } \hat{Y}_t = D_t$$

「淨供水-狀態差」與「淨供水-淨需水」二式消去淨供水 $\hat{Y}_t$, 得「狀態差-淨需水」式：

表 1-1　水庫最小容量問題案例資料

時期 t	1/5…	2/6…	3/7…	4/8…	周期總和
進水 q_t	2	9	2	3	$\sum q_t = 16$
需水 $\underline{y}_t$	4	1	5	2	$\sum \underline{y}_t = 12$
淨需水 $\underline{\hat{y}}_t$	2	-8	3	-1	$\sum \underline{\hat{y}}_t = -4$

附註
- 水庫水量資料的周期是 n, $q_{n+t} = q_t$, $\underline{y}_{n+t} = \underline{y}_t$, $t = 1, 2, \ldots, n$; 本例 n= 4, 如 $q_5 = q_{4+1} = q_1 = 1$
- 需水是供水需求的下限，又稱<u>最小供水量</u>
- 淨需水是需水與進水的代數和 $\underline{\hat{y}}_t \equiv \underline{y}_t - q_t$
- 本案例總進水$\sum q_t = 16 >$總需水$\sum \underline{y}_t = 12$ 即總淨需水$\sum \underline{\hat{y}}_t = \sum(\underline{y}_t - q_t) = -4 < 0$, 故有解

表 1-2　案例方案一水庫操作(容量=6，可行)

時期 t	1	2	3	4	5	6	7	8	附註
蓄水 S_t	6	4	6	3	4	2	6	3	？所求
進水 q_t	2	9	2	3	2	9	2	3	✓已知
需水 $\underline{y}_t$	4	1	5	2	4	1	5	2	✓已知
$S_t + q_t - \underline{y}_t$	4	12	3	4	2	10	3	4	集水量 $Ş_t$
排水 $\underline{Y}_t$	0	6	0	0	0	4	0	0	？所求

附註
- 設 水庫容量 S_v=總需水/2=6，時期 1 蓄水 S_1=水庫容量 $S_v = 6$，水庫操作二周期
- 第 2, 6 時期集水量超過容量，故進行排水
- 蓄水量可採時期 5~8(第 2 週期)或時期 3~6 之數值。$S_5 \neq S_1$, $S_6 \neq S_2$, $S_7 = S_3$, $S_8 = S_4$

表 1-3　案例方案二水庫操作(容量=2，不可行)

時期 t	1	2	3	4	5	6	7	8	附註
蓄水 S_t	2	0	2						？所求
進水 q_t	2	9	2	3	2	9	2	3	✓已知
需水 $\underline{y}_t$	4	1	5	2	4	1	5	2	✓已知
$S_t + q_t - \underline{y}_t$	0	8	-1						集水量 $Ş_t$
排水 $\underline{Y}_t$	0	6	?						？所求

附註
- 設水庫容量 $S_v = 2$，時期 1 蓄水 S_1=水庫容量 $S_v=2$，水庫操作進行二周期
- 時期 3: 集水量 $Ş_3=-1$，即需水 $\underline{y}_3$ 缺少 1 單位，故不可行

$$S_t - S_{t+1} \geq \underline{\hat{y}}_t \text{ 或 } D_t \geq \underline{\hat{y}}_t$$

此式表示淨需水 $\underline{\hat{y}}_t$ 與蓄水消減量的關係：

(1) $\underline{\hat{y}}_t > 0$ 進水不足，蓄水至少消減$|\underline{\hat{y}}_t|$以補足其缺額，例如見表 1-1 時期 1, 3。

表 2-1　水庫基本功能定義、供需關係與屬性

	項目	供應量=狀態差 ≥最小值	屬性
功能	蓄洪	$(F_t\equiv)\ S_v - S_t \geq \underline{f}_t$	緩衝空間容積(虛)
	供水	$(\hat{Y}_t\equiv)\ S_t - S_{t+1} \geq \underline{\hat{y}}_t$	空間容積↔水體
	貯水	$(L_t\equiv)\ S_t - S_o \geq \underline{l}_t$	備用水體(實)
附註	●參考圖 2-1(示意圖)與圖 2-2(網絡圖) ●已知與未知分別以小寫與大寫字母表示 ●各功能最小值已知，供水最小值亦稱需水 ●變數下標 v 與 o 分別表示水庫頂限與底限 ●參變數下標 t 表示時間, t=1, 2, …, n.		

(2) $\underline{\hat{y}}_t \leq 0$ 進水充足，蓄水最多增加$|\underline{\hat{y}}_t|$以儲存其餘額，例如見表 1-1 時期 2, 4。

二、多功能水庫供需條件網絡圖

上一章舉例說明給水水庫的供水功能與其操作。其實，水庫除了供水，通常還有蓄洪與貯水等功能，本文所謂多功能水庫是指具有這三項基本功能者，本章將以網絡圖表示水庫三項基本功能的供需時程，並探討其數學模式。

2.1 多功能水庫基本功能供需條件

參考圖 2-1 與表 2-1，時期 t 的水庫蓄洪、供水與貯水三功能供應量分別為：

- 蓄洪 $F_t\equiv S_v - S_t$，水庫蓄水剩餘的緩衝容積；
- 淨供水 $\hat{Y}_t\equiv Y_t - q_t$，水量收支式 $\hat{Y}_t = S_t - S_{t+1}$ 表示水庫水體與容積的轉換，其變動值相等；
- 貯水 $L_t\equiv S_t - S_o$，即水庫有效蓄水體積。

設三功能最小值分別為 $\underline{f}_t, \underline{\hat{y}}_t, \underline{l}_t$；則各功能供應量不小於其最小值：$F\geq\underline{f}_t$, $\hat{Y}\geq\underline{\hat{y}}_t$, $L_t\geq\underline{l}_t$。

以上二組關係的通式為：供應＝狀態差，供應≥最小值。二組消去同變數「供應」可得一組關係式狀態差≥最小值，列出如下：

$$S_v - S_t \geq \underline{f}_t,\ S_t - S_{t+1} \geq \underline{\hat{y}}_t,\ S_t - S_o \geq \underline{l}_t.$$

上列各式若分別引進餘變數 $\underline{F}_t, \underline{Y}_t, \underline{L}_t$ (其中 $\underline{Y}_t$ 即 t 時期排水)，化為下列「供需式」：

$$S_v - S_t - \underline{F}_t = \underline{f}_t,\ S_t - S_{t+1} - \underline{Y}_t = \underline{\hat{y}}_t,\ S_t - S_o - \underline{L}_t = \underline{l}_t.$$

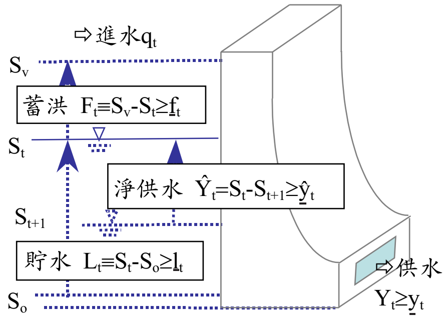

圖 2-1　多功能水庫供需關係示意圖

2.2 多功能水庫最小容量模式

本節考慮多功能水庫最小容量問題的數學模式。已知資料為水庫時期 t 進水 q_t, 蓄洪、供水與貯水三功能需求最小值 $\underline{f}_t, \underline{\hat{y}}_t, \underline{l}_t$, t= 1, 2, …, n。今擬在滿足各功能最小需求的條件下，決定狀態變數值(水庫容量 S_v 與各時期蓄水 S_t)，使水庫容量最小，其線性規劃模式(劉佳明，1977)為：最小化下列目標函數：

$$z = S_v \quad - S_o \quad \text{(水庫有效容量)}$$

滿足各功能供需與餘變數非負等條件：

$$S_v \quad - S_t \quad - F_t = \underline{f}_t$$
$$S_t \quad - S_{t+1} - Y_t = \underline{\hat{y}}_t$$
$$S_t \quad - S_o \quad - L_t = \underline{l}_t$$
$$\underline{F}_t, \underline{Y}_t, \underline{L}_t \geq 0,\ S_o = 0,\ t=1, 2, \ldots, n.$$

供應變數雖不在上列模式中，但若解得狀態變數值，則可由下列「供應-狀態」式算出供應變數值：$F_t\equiv S_v - S_t$, $\hat{Y}_t = S_t - S_{t+1}$, $L_t\equiv S_t - S_o$。

2.3 多功能水庫網絡圖

上節水庫模式能以圖 2-2 位勢網絡表示，這非實體網絡，只是以其節點、管線分別表示模式的狀態變數、各功能的參數或供需關係：

- 各狀態有其對應節點，狀態變數容積值視為對應節點路程(底點至該節點的距離)或位勢。節點以狀態變數 S_i 或其下標字母 i 表示。
- 各功能有其對應管線，管線距離(其後端至前端的最小距離)為對應需求參數-最小值。管線以端點組 $S_j \leftarrow S_i$ 或前後端下標 ij 表示。

表 2-2　多功能水庫案例資料(見圖 2-3, 2-4)

項目	時期	t	1	2
最小值	進水量	q_t	7	1
	蓄洪	$\underline{f}_t$	2	1
	供水	$\underline{y}_t$	1	3
	貯水	$\underline{l}_t$	1	2
最小淨供水	淨需水	$\underline{\hat{y}}_t$	-6	2
	≡需水- 進水	$\equiv \underline{y}_t - q_t$	= 1- 7	= 3- 1
附註	●資料周期均為 n, 如 $q_{n+t}= q_t$, t= 1, 2, …, n. ●本案例 n= 2, 故 $q_3= q_{2+1}=q_1$, $q_4= q_{2+2}= q_2$. ●需水量又稱供水最小值			

● 模式的參變數關係對應到網絡管線上，見圖 2-2，如位勢網絡管線 $S_v \leftarrow S_t$ 的端點位勢(或路程)關係$(F_t\equiv)S_v\text{-}S_t \geq \underline{f}_t$，即水庫模式的蓄洪功能供需關係，說明詳見第 3 章。網絡的管線位勢關係有別於節點流量平衡條件(劉佳明，2002)。

2.4 多功能水庫案例位勢網絡與模式

考慮多功能水庫的一個案例，資料如表 2-2，網絡如圖 2-3 與 2-4，參考 2.2 節多功能水庫的容量規劃模式，列出此案例的模式：

求水庫狀態變數：

水庫容量 S_v 與各時期蓄水量 S_t

最小化下列目標函數：

$z= S_v - S_o$ (水庫有效容量)

滿足各功能供需與餘變數非負等條件：

$$
\begin{array}{lllllllllll}
 & S_1 & -S_2 & & -\underline{Y}_1 & & & & & & \underline{\hat{y}}_1=-6 \\
 & -S_1 & +S_2 & & & -\underline{Y}_2 & & & & & =\underline{\hat{y}}_2= 2 \\
S_v & -S_1 & & & & & -\underline{F}_1 & & & & =\underline{f}_1= 2 \\
S_v & & -S_2 & & & & & -\underline{F}_2 & & & =\underline{f}_2= 1 \\
 & & & -S_o & & & & & -\underline{L}_1 & & =\underline{l}_1= 1 \\
 & & S_2 & -S_o & & & & & & -\underline{L}_2 & =\underline{l}_2= 2 \\
 & & & S_o & & & & & & & =0
\end{array}
$$

$\underline{F}_t, \ \underline{Y}_t, \ \underline{L}_t \ \geq 0 \qquad t= 1, 2.$

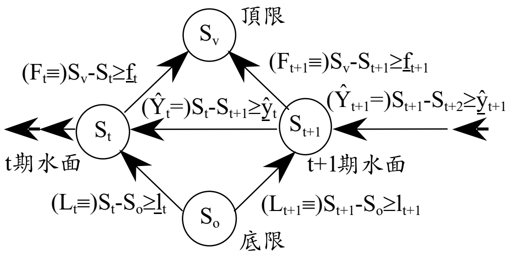

圖 2-2　水庫供需關係網絡圖

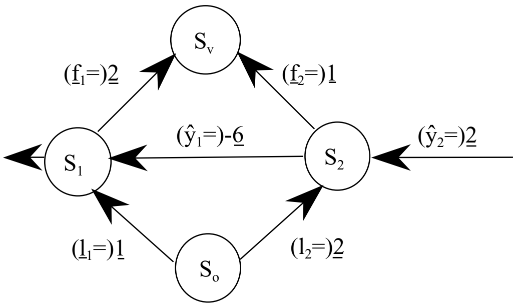

圖 2-3　案例最小值資料網絡

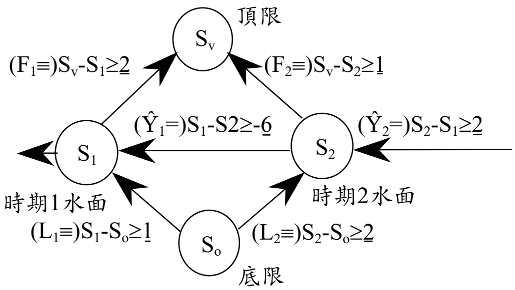

圖 2-4　案例供需關係網絡圖

三、水庫位勢網絡最長路線問題

上一章以位勢網絡觀點將水庫的參數/變數容積視為管線/節點距離，本章延續此觀點，探討這些參變數的限制條件，藉以將多功能水庫最小容量問題轉換成網絡最長路線問題。

3.1 管線距離、節點路程與最長路線

本文所稱節點路線都是指由底點 o (即 S_o)出發者，故節點 p (即 S_p)路線是由底點 o 至 p 的路線。參考圖 3-1 與表 3，已知(功能參數)最小值

表 3　水庫容量問題與網絡路程問題對照 (參考圖 3-1)

項目	水庫容量問題	網絡路線問題	參數、變數與其關係的對應
已知參數	(功能)最小值	(管線)距離最小值或距離	(3n 個) $\underline{f}_t, \underline{\hat{y}}_t, \underline{l}_t \leftrightarrow d_{tv}, d_{(t+1)t}, d_{ot}$
所求變數	(狀態)容積值	(節點)路程	(n+2 個) $S_p \leftrightarrow \underline{S}_p$ (均簡稱爲節點值)
限制條件	功能:供需條件	管線:路程關係	(3n 個) $S_v\text{-}S_t \geq \underline{f}_t$, $S_t\text{-}S_{t+1} \geq \underline{\hat{y}}_t$, $S_t\text{-}S_o \geq \underline{l}_t \leftrightarrow$
目標函數	最小水庫容量	最長頂點路線	前端 j 路程 $\underline{S}_j \geq$ 後端 i 路程 $\underline{S}_i$+管線 ij 距離 $\underline{d}_{ij}$

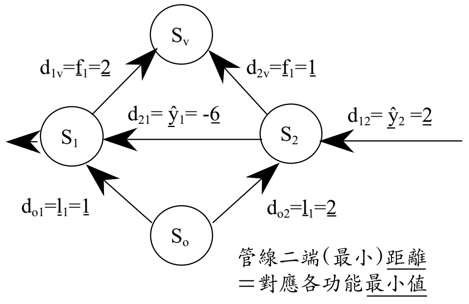

圖 3-1　案例距離資料網絡圖

$\underline{f}_t$, $\underline{\hat{y}}_t$, $\underline{l}_t$ 對應的是(管線)距離最小值 d_{tv}, $d_{t(t+1)}$, d_{ot}，簡稱最小距離或距離。本文距離是指高差(高度距離)，因爲供水最小值有正有負，故對應管線的距離有正有負：當管線前端高於後端時，距離爲正；前端低於後端時，距離爲負。所求(狀態變數)容積值 S_p 對應的是(節點)位勢或路程 S_p (節點 p 路線的總距離)。

水庫容量與網絡路程二問題的參數/變數各有其關係，前者爲功能供需條件：$S_p- S_k \geq d_{kp}$，後者爲網絡管線路程關係：

前端 p 路程 S_p-後端 k 路程 $S_k \geq$ 管線 kp 距離 d_{kp}

因此，一管線二端節點的路程滿足下列關係：

前端路程≥後端路程+(管線)距離

表3將水庫容量與位勢網絡二問題的參變數與關係式對照列出。若將一節點 k 的路程 S_k 設定爲各該節點 k 的最長路線距離 S^*_k，即設 $S_k= S^*_k$，則先沿著到 k 的最長路線，再經管線 kp，最後到節點 p 的總距離爲：$S_{kp}= S^*_k+ d_{kp}$，其值不應大於到 p 的路程(o 到 p 最長路線距離)：$S^*_p \geq S_{kp}= S^*_k+ d_{kp}$，這表示上述路程設定方式，滿足管線二端節點路程關係。此後將任一節點 k 的路程設定爲其最長路線距離 $S_k= S^*_k$。在不虞混淆情況下，S^*_k 的星號有時省略。

3.2 水庫容量問題路程解

由水庫容量問題對應的網絡路線問題解得節點路程 S^*_p 作爲容量問題的(狀態)變數值 S_p，$S_p= S^*_p$，稱爲原容量問題的路程解。此解滿足各管線二端路程關係：前端路程≥後端路程+(管線)距離最小值，即原容量問題供需條件：

狀態差≥(對應功能)最小值

因此，路程解對容量問題爲可行解。其實它是一個最佳解，因爲頂點路程值 S^*_v 不能更小，否則必有管線不滿足路程關係；而頂點 v 的路程值 S^*_v 即水庫容量問題的最小容量 S_v。

3.3 最長路線、臨界管線與其張成樹

指向一節點 S_p 的管線可能不只一條，臨界管線是其中位在到節點 S_p 的最長路線者，以 S_p 爲前端各管線的二端路程關係式爲：

節點 p 的路程值 S_p

= 臨界管線的(後端路程+ 距離)

≥ 其他管線的(後端路程+ 距離)

簡例圖 3-2 中二管線 $S_p \leftarrow S_i$ 與 $S_p \leftarrow S_j$ 的後端值與最小值爲已知(圖中該資料打勾✓)，故

路線距離

$S_{jp}= S_j+ d_{jp}= 1+ 2= 3$ (由 S_o 經 S_j 到 S_p)

$S_{ip}= S_i+ d_{ip}= 0+ 2= 2$ (由 S_o 經 S_i 到 S_p)

路程關係

$S_p= S_j+ d_{jp}= 3$(臨界管線 jp, 取'='號)

$S_p \geq S_i+ d_{ip}= 2$ (非臨界管線 ip)

$S_p= \max \{S_{ip}, S_{jp}\} = \max \{3, 2\} = 3$

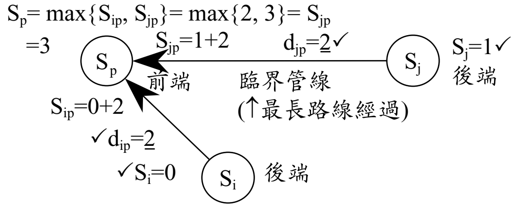

圖 3-2　路線、路程與臨界管線簡例

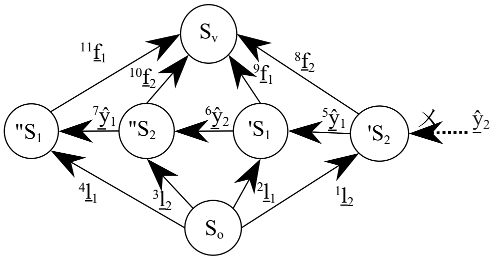

圖 4-1　水庫二時期案例擴充網絡圖

水庫位勢網絡的路程演算是由底點開始，先求各時期節點的路程，最後求頂點路程。在路程演算過程中，若節點最長路線並非唯一，則只選其一作爲臨界管線，故底點以外節點各有一個指向它的臨界管線，網絡的所有臨界管線組成一株無環路且連通所有節點的張成樹(Spanning tree)，詳細案例演算見下章。

四、水庫網絡與其最長路線演算

上一章將水庫最小容量問題轉換成網絡最長路線問題，由該章模式與網絡圖可知，位勢網絡時期節點 S_n 與 S_1 之間有供水管線 $\underline{y}_n$ 連接，形成一個供水管線環路，以致路線問題的路程公式產生循環情況，必須聯立求解，爲了簡化節點路程值的計算方式，對上述環路將先作轉化處理，然後說明其迭代演算方法。

4.1 供水管線環路特性與其處理

若一水庫容量問題有解，則其進水與需水資料滿足條件：總進水$\sum q_t \geq \sum \underline{y}_t$總需水，這表示繞行供水管線環路一圈的距離$\sum \hat{y}_t$ 不大於零，即淨需水量和$\sum \hat{y}_t = \sum (\underline{y}_t - q_t) \leq 0$

路程演算是爲尋求底點到各節點的最長路線，而超過一圈的路線若省去一圈，其距離只可能減少不可能增加，所以路程演算對超過一圈者不予考慮。

爲利用供水管線環路的上述特性，將一周期的網絡擴充爲二周期，但移去其最終與最初(第 2n 與第 1 時期)二節點間的供水管線，所得是無環路的一個新網絡，例如案例圖 3-1 原網絡可擴充爲圖 4-1 的新網絡。

上述擴充新網絡已無環路，它包含原網絡未超過一圈的所有路線。演算由底點出發，如圖 4-1 案例，管線引進順序以各該管線數字左上標表示。除了擴充環路管線方式，也可維持原網絡環路不變，但是對時期節點進行二輪演算，藉此涵蓋跨越周期邊界的可能路線。

以上說明多功能水庫供水管線環路的二種處理方法：(1)擴充爲二周期長的網絡，(2)採用二輪重複演算，其步驟可以一一對應。本文將採取後者，其演算基本原則與步驟細節詳後，此處僅列出環路時期節點二輪演算的要點：

(1) 移開管線 $S_n \leftarrow S_1$,逆時序進行第 1 輪演算；
(2) 接回管線 $S_n \leftarrow S_1$,逆時序進行第 2 輪演算。

4.2 網絡路程演算原則與步驟

路程演算所考慮的網絡是逐步擴大，過程中陸續引進管線並更新節點路程，基本原則如下：

(1) 底點路程值設爲 S_o= 0。
(2) 三段演算，分別由下列管線群引進管線：[0]貯水，[1]供水，[2]蓄洪。
(3) 各階段均逆時序引進管線，比較前一階段路線與經由新管線路線的距離，更新路程。
(4) 時期節點路程，經歷 3 輪演算更新：第 1 輪在階段[0]，另 2 輪在階段[1]。爲區別 3 輪次路線距離與路程，在各該符號加註表示輪次的左上標：^{0}, ', "。左上標「#-1」表示原輪次「#」的前一輪次，例如，若「#」= '，則「#-1」= ^{0}；若「#」= "，則 「#-1」= '，參考圖 4-2。

根據上述「逐次引進管線/更新節點路程」的原則，設計水庫位勢網絡路程的二輪演算法(劉佳明，2005)，其步驟說明如下：

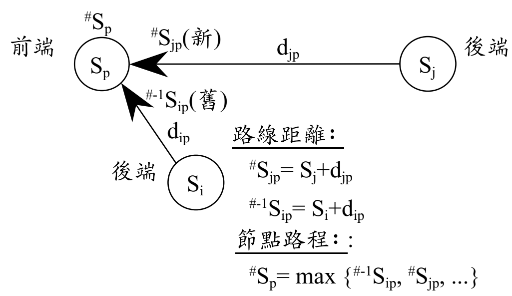

圖 4-2　演算過程路線與路程符號

[0]　沿貯水管線定各時期節點值

底點 $S_o=0$，逆時序逐點定初值

$^0S_t=S_{ot}=S_o+d_{ot}=d_{ot}\geq 0$

[1]　沿供水管線再定各時期節點值

[1-1]第 1 輪　移開管線 $S_n \leftarrow S_1$，

即令$'S_{n+1}=0$, 逐點求新路線距離

$'S_{(t+1)t}='S_{t+1}+d_{(t+1)t}$,

與舊值 ^0S_t 比較，取大者爲 1 輪值

$'S_t=\max\{^0S_t, 'S_{(t+1)t}\}$

[1-2]第 2 輪　接回管線 $S_n \leftarrow S_1$,

即令$'S_{n+1}='S_1$, 逐點求新路線距離

$''S_{(t+1)t}='S_{t+1}+d_{(t+1)t}$，

並與舊值$'S_t$比較，取大者爲 2 輪值

$''S_t=\max\{'S_t, ''S_{(t+1)t}\}=S_t$ (節點路程)

[2]　沿蓄洪管線決定頂點值

在頂點路線距離 $S_{tv}=S_t+d_{tv}$ 中取最大者爲頂點值　$S_v=\max\{S_{tv}\}$

以上各步驟時期 t= n, n-1…, 2, 1。在時期節點路程值演算過程中一旦與上一輪同值，則其後各期二輪值亦將相同，故時期節點演算可提早在二輪節點值相同時結束，不必作完二輪。以符號左上標表示輪次是爲幫助了解，在程式或其他不慮混淆情況下，這些上標可以省略。

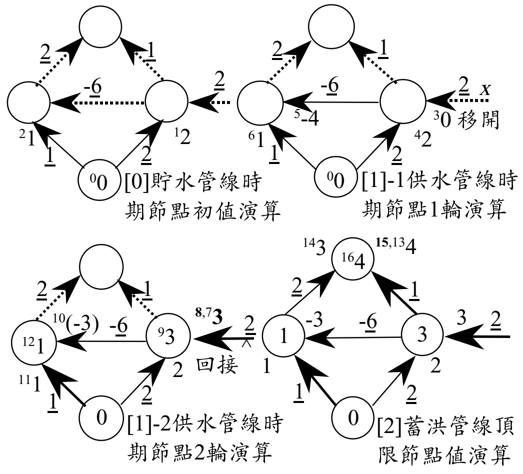

圖 4-3　案例網絡路程各階段演算過程

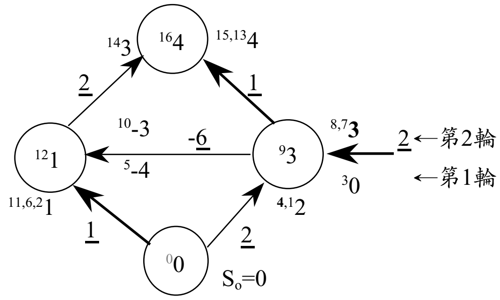

圖 4-4　案例網絡路程演算過程圖

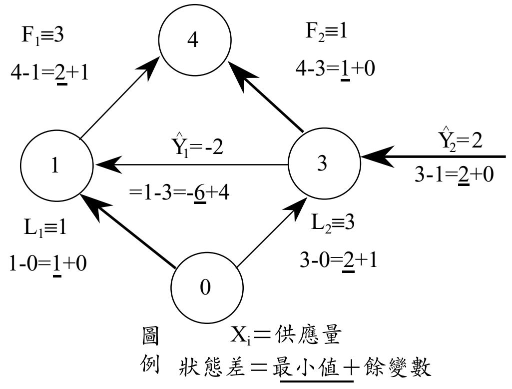

圖 4-5　多功能水庫案例最佳解

4.3 案例網絡演算

案例的網絡法路程演算過程將以不同方式顯示，其中圖 4-3 是演算過程各階段紀錄，圖 4-4 是演算過程紀錄的濃縮，圖 4-5 是最佳解。在各圖中，數字有下列四類：

(1) 管線距離：標在管線中間加底線，

(2) 路線距離：標在管線上下近前端處，

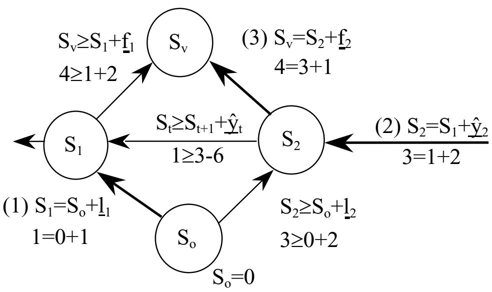

圖 4-6　案例臨界管線與張成樹

(3) 演算順序；標在路程值左上，字體縮小，

(4) 節點路程；標在近節點處或節點圈內。

4.4 最長路線張成樹

在演算過程中，對底點以外的各節點定有一個指向它的臨界管線，所有臨界管線組成一株張成樹，它們連通所有節點但無環路。在圖 4-4，4-5 與 4-6 中，臨界管線以粗線表示，此案例情況特別簡單，張成樹就是通往頂點的最長路線，一般情況是在此路線之外，另有其他臨界管線通往上述路線外的其他點。

對應於臨界管線的路程關係取等號：前端值= 後端值+ 管線距離，如圖 4-6 案例。若由底點順臨界管線，將其對應關係式依序編號，並按其編號順序求解，則可求得各節點路程：$S_1= 1, S_2= 3, S_v= 4$。

五、給水水庫容量問題

多功能水庫容量問題可以特殊化，若蓄洪與貯水二類功能的需求各爲一定數值：$\underline{f}_t= \underline{f}, \underline{l}_t= \underline{l}$，則問題簡化；若無蓄洪與貯水需求：$\underline{f}_t= \underline{l}_t= 0$，則更簡化爲單功能給水水庫問題，其蓄洪與貯水供需條件即蓄水量的上限與下限條件：

蓄洪供需式 $S_v- S_t\geq \underline{f}_t=0$,

即 蓄水上限式 $S_t\leq S_v$ 或 $S_v-S_t-\underline{F}_t= 0$；

貯水供需式 $S_t- S_o\geq \underline{l}_t=0$，

即 蓄水下限式 $S_t\geq S_o= 0$ 或 $S_t-\underline{L}_t-S_o= 0.$

本章繼續解析第 1 章單功能給水水庫容量問題，先以第 4 章多功能水庫的網絡法求解，再根據水量收支條件設計給水水庫專用演算法。二演算法常以下列「負值歸零」函數表示：

$$[x]^+ \equiv \max\{0, x\}\begin{cases} x, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} = \text{原值 } x \text{ 與 } 0 \text{ 值之大者}$$

5.1 單功能給水水庫案例模式

給水水庫表 1-1 案例的線性規劃模式：求水庫容量 S_v 與各時期蓄水量 S_t，最小化水庫有效容量：

$z = S_v - S_o$

滿足供需條件與餘變數非負條件：

$$\begin{array}{cccccccccl}
 & & S_1 & -S_2 & & & -\underline{Y}_1 & & & =\underline{\hat{y}}_1= 2 \\
 & & & S_2 & -S_3 & & -\underline{Y}_2 & & & =\underline{\hat{y}}_2=-8 \\
 & & & & S_3 & -S_4 & -\underline{Y}_3 & & & =\underline{\hat{y}}_3= 3 \\
 & & -S_1 & & & S_4 & -\underline{Y}_4 & & & =\underline{\hat{y}}_4=-1 \\
S_v & & -S_t & & & & & -\underline{F}_t & & =\underline{f}_t= 0 \\
 & -S_o & S_t & & & & & & -\underline{L}_t & =\underline{l}_t= 0 \\
 & S_o & & & & & & & & =0
\end{array}$$

$\underline{F}_t, \underline{L}_t, \underline{Y}_t \geq 0, t = 1, 2, 3, 4$

5.2 案例網絡法演算 - 水庫蓄水/容量

圖 5-1 水庫案例的網絡演算過程見圖 5-2，圖中臨界管線均加粗表示，其路程關係爲「等式」，節點值由它們一一決定。頂點的最長路線可由頂點沿臨界管線向底點回溯得知，其所跨越時段稱爲臨界期間。

考慮圖 5-2 案例，由頂沿臨界路線向底回溯：$S_v\leftarrow S_3\leftarrow S_4\leftarrow S_1\leftarrow S_2\leftarrow S_o$，所經歷時段爲臨界期間[3, 2]，即時期 t= 3, 4, 1, 2，期間初水庫蓄滿 $S_3= S_v= 4$，期間末放空 $S_2= S_o= 0$，期間內不排水 $\underline{Y}_3= \underline{Y}_4= \underline{Y}_1= 0$。最佳方案爲：$S_v= 4; S_3= 4, S_4= 1, S_1= 2, S_2= 0; \underline{Y}_3= \underline{Y}_4= \underline{Y}_1= 0, \underline{Y}_2= 4$。

以上採多功能水庫網絡法計算給水水庫表 1-1 案例的容量，下二節將開發給水水庫專用演算法，並與網絡法比較。

5.3 時段淨需水與水庫蓄水/容量

單一時期供需式 $S_t- S_{t+1}\geq \hat{y}_t$ 的二蓄水項 S_t 與 S_{t+1}，若一項取界限值，可求得另一項的界線值：

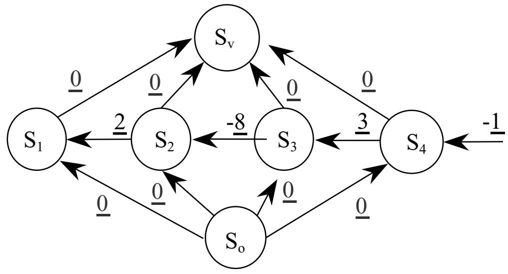

圖 5-1　給水水庫案例資料網絡

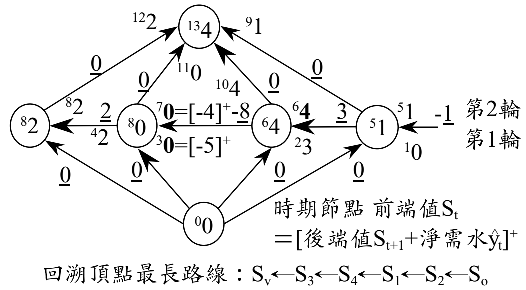

圖 5-2　給水水庫案例(表 1-1)網絡演算

(1) 期末蓄水取下限 $S_{t+1}= 0$，則得 $S_t\geq \underline{\hat{y}}_t$，即期初蓄水 S_t 不小於淨需水 $\underline{\hat{y}}_t$。

(2) 期初蓄水取上限，$S_t= S_v$，則得 $S_{t+1}\leq S_v- \underline{\hat{y}}_t$ 或 $F_{t+1} \equiv S_v- S_{t+1}\geq \underline{\hat{y}}_t$，即期末蓄水 S_{t+1} 不大於 $S_v- \underline{\hat{y}}_t$，或期末蓄洪 F_{t+1} 不小於淨需水 $\underline{\hat{y}}_t$。

考慮表 1-1 案例時期 3 與時期 4 的供需：

- 時期 3，$S_3\geq \underline{\hat{y}}_3= 3$，$F_4\equiv S_v- S_4\geq \underline{\hat{y}}_3= 3$，故期初至少應蓄水 3，期末蓄洪量不小於 3。
- 時期 4，供需式 $S_4- S_1\geq \underline{\hat{y}}_4= -1$ 即 $S_1- S_4\leq -\underline{\hat{y}}_4=1$，表示蓄水最多增加 1。本期淨需水小於 0，$\underline{\hat{y}}_4= -1$，故上述討論所得新下限 $S_4\geq \underline{\hat{y}}_4= -1$, $F_1\equiv S_v- S_1\geq \underline{\hat{y}}_4= -1$ 可以捨棄，回頭採取原下限式 $S_4\geq 0$, $F_1\equiv S_v- S_1\geq 0$，因其較為嚴格。

上述單一時期的水量供需觀念可以擴充到多時期時段。考慮時段[i, j]，即 t= i, i+1, …, j-1, j 連續期間，其供需式為：

$$\sum D_t\geq \sum \underline{\hat{y}}_t \text{ 即 } \sum D_t= D_i+ D_{i+1}+\ldots+ D_j$$
$$= (S_i- S_{i+1})+ (S_{i+1}- S_{i+2})+\ldots+ (S_j- S_{j+1})\geq \sum \underline{\hat{y}}_t\text{, 或}$$
$$S_i- S_{j+1}\geq \underline{\hat{y}}_i+ \underline{\hat{y}}_{i+1}+ \ldots+ \underline{\hat{y}}_j$$

上列供需式左端時段末/時段初二蓄水向中，若一項取下限/上限，可得他項的下限/上限：

(1) 時段末蓄水取下限，$S_{j+1}= 0$，則得「時段初蓄水 - 淨需水」式：

$$S_i\geq \sum \underline{\hat{y}}_t= \underline{\hat{y}}_i+ \underline{\hat{y}}_{i+1}+ \ldots+ \underline{\hat{y}}_j$$

即時段初預存蓄水量 S_i 不小於時段淨需水 $\sum \underline{\hat{y}}_t$。

(2) 時段初蓄水取上限，$S_i= S_v$，則得「時段末蓄水/蓄洪 - 淨需水」式：

$$S_{j+1}\leq S_v- \sum \underline{\hat{y}}_t = S_v- (\underline{\hat{y}}_i+ \underline{\hat{y}}_{i+1}+ \ldots+ \underline{\hat{y}})\text{ (上限)或}$$

$$F_{j+1}\equiv S_v- S_{j+1}\geq \sum \underline{\hat{y}}_t= \underline{\hat{y}}_i+ \underline{\hat{y}}_{i+1}+ \ldots+ \underline{\hat{y}}_j\text{ (下限)}$$

因此，時段末蓄洪量 F_{j+1}（即剩餘的容量，通稱緩衝容量）不小於各該時段的淨需水量$\sum \underline{\hat{y}}_t$。

例如，時段[3, 4]的淨需水 $\underline{\hat{y}}_3+ \underline{\hat{y}}_4= 3- 1= 2$，這是時期 3 之初所應蓄最少水量，也是時期 4 之末所能提供的最少蓄洪量。時期 3 蓄水 2 單位並不保證時段內不會缺水，同時段前期的需水不能由後期的進水供應。可見任一時期的最小蓄水量，僅由單一時段的資料無法得知，必須考慮所有可能時段，以下詳細探討這個問題。

參考圖 5-3 與 5-4 案例，水庫蓄水量/容量與時段淨需水之間有下列關係：

- 蓄水量 - 時段淨需水關係

各時期的蓄水不小於各該時期開始的不同時段淨需水最大值，否則必致缺水。若其最大值為負，則該時期最小蓄水量為 0，不需蓄水。

- 容量 - 時段淨需水關係

水庫容量不小於各時期蓄水，即不小於所有可能時段淨需水的最大值，否則必致缺水。若其最大值為負，則水庫所需最小容量為 0，即不需水庫蓄水，各時期進水皆足以供應需水。

由於所考慮問題的周期性，周期初與周期末蓄水量相等，一周期時段的累計消減量為$\sum D_t= 0$，該時段的供需式為：

$$\text{周期淨需水 } \sum \underline{\hat{y}}_t\equiv \sum(\underline{y}_t- q_t)\leq 0\text{, 即 } \sum \underline{y}_t\leq \sum q_t$$

這個水庫容量問題有解的條件之前已經說明。

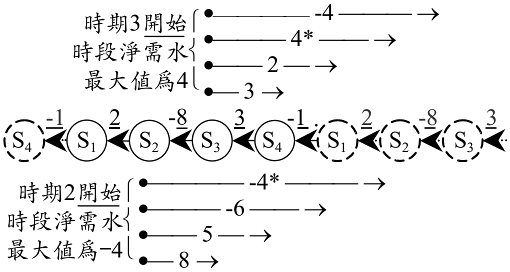

圖 5-3　給水水庫案例時期 3 與 2 開始時段

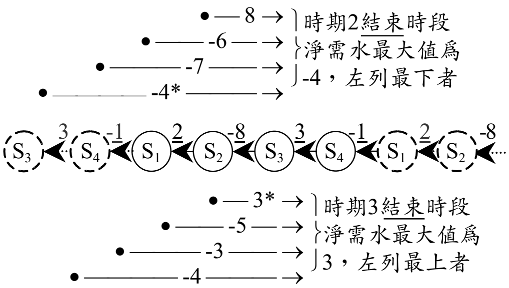

圖 5-4　給水水庫案例時期 2 與 3 結束時段

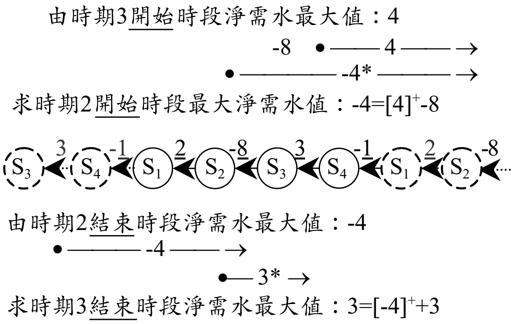

圖 5-5　給水水庫案例時期 2,3 時段值關係

5.4 淨需水累計演算 - 水庫容量/蓄水

本節將探討一定時期開始或結束的時段淨需水最大值的性質，藉以設計其演算法，進而利用上節結論求水庫容量/各時期蓄水量。

性質 1：一定時期開始各時段的淨需水最大值若分爲二段，其後段值必非負。若上述某時期的最大值已知，可藉以續求前一時期值。

性質 2：一定時期結束各時段的淨需水最大值若分爲二段，其前段值必非負。若上述某時期的最大值已知，可藉以續求後一時期值。

參考圖 5-3 與 5-5，考慮性質 1，一定時期開始的最大淨需水時段的後段若爲負，則其前段計值大於原時段最大值，這違背假設，故其後段必非負。參考圖 5-4 與 5-5，考慮一定時期結束時段，同理可證性質 2。若考慮所有可能時段的淨需水最大值，則其前後段均非負(劉佳明，1978)。

根據一定時期開始或結束時段最大淨需水的性質，可分別設計逆時與順時累計演算法，案例演算分別見表 5-1 與表 5-2。二法演算都進行二周期，因需考慮涵蓋跨越周期邊界但不超過一周期的所有可能時段，參考 4.1 節說明。

表 5-1　逆時累計法案例(表 1-1)演算

時期 t	1	2	3	4	附註
進水 q_t	2	9	2	3	
需水 y_t	4	1	5	2	最小供水
淨需水	2	-8	3	-1	$\hat{y}_t=y_t-q_t$
第 1 輪	$[-5]^{+}+2$	$[3]^{+}-8$	$[-1]^{+}+3$	[0]-1=-1	各該時期
時期值	= 2	= -5	= 3	←逆時	開始時段
第 2 輪	$[-4]^{+}+2$	$[4]^{+}-8$	$[1]^{+}+3$	$[2]^{+}-1$	淨需水之
時期值	= 2	= -4	= 4*	= 1	最大值
蓄水量	2	0	4	1	$[時期值]^{+}$
排水 Y_t	0	4	0	0	
附註	●根據時段淨需水性質 1，由周期末開始，逆時累計：時期值= [後期值 $]^{+}$+ 淨需水，累計演算進行 2 周期 ●時期蓄水量= [時期值 $]^{+}$ ●水庫最小容量是[時期值 $]^{+}$的最大值 4				

表 5-2　順時累計法案例(表 1-1)演算

時期 t	1	2	3	4	附註
進水 q_t	2	9	2	3	
需水 y_t	4	1	5	2	最小供水
淨需水	2	-8	3	-1	$\hat{y}_t=y_t-q_t$
第 1 輪	[0]+2=2	$[2]^{+}-8$	$[-6]^{+}+3$	$[3]^{+}-1$	各該時期
時期值	順時→	= -6	= 3	= 2	結束時段
第 2 輪	$[2]^{+}+2$	$[4]^{+}-8$	$[-4]^{+}+3$	$[3]^{+}-1$	淨需水之
時期值	= 4*	= -4	= 3	= 2	最大值
附註	●根據時段淨需水性質 2，由周期初開始，順時累計：時期值= [前期值 $]^{+}$+ 淨需水，累計演算進行 2 周期 ●水庫最小容量是[時期值 $]^{+}$的最大值 4				

參考圖 5-3 與 5-5，利用性質 1，逆時序累計各時期淨需水，於所得爲負值時歸零重新累計，則各時期值即各該時期開始時段淨需水的最大值，這個稱爲逆時累計法(Liu, 1991；劉佳明，2005)的計算式爲：

時期值= [後期值]$^+$+ 淨需水

參考圖 5-4 與 5-5，根據性質 2，順時序累計各時期淨需水，於所得值爲負時，歸零重新累計，則各時期值即各該時期結束時段淨需水的最大值，這個稱爲順時累計法的計算式爲：

時期值= [前期值]$^+$+ 淨需水

利用上節的結論 - 水庫蓄水/容量與時段淨需水的關係，蓄水/容量可由累計法演算所得時期值推求，分別說明如下：

- 根據水庫「蓄水 - 時段淨需水」關係，逆時累計法所得各時期值或零值之較大者即各該時期蓄水，或 時期蓄水量= [時期值]$^+$，負值歸零表示該時期初不必蓄水，即蓄水爲 0。
- 根據水庫「容量 - 時段淨需水」關係，二累計法所求得的最大時期值或 0 值之大者，即[最大時期值]$^+$或最大[時期值]$^+$，乃水庫所需最小容量(Liu, 1991；劉佳明，1977，1978)。案例見表 5-1 與表 5-2。

仔細檢視單功能給水水庫案例的網絡演算圖 5-2，若將多功能水庫的網絡演算特殊化，則它相當於上述逆時累計法。

在水文學中，給水水庫容量分析多採累積歷線法(Rippl, 1883)或其代數版本 - 序列峰值法(Thomas and Fiering, 1963)，它們相當於上述順時累計法。

二累計法的計算量相同，順時累計法(或序列峰值法)，只求得水庫所需最小容量值，各時期蓄水量必須另求；而逆時累計法(或網絡演算法)卻可一舉求得蓄水量與最小容量，可見後者確已掌握給水水庫供需關係的結構特性。

仿上節水庫「蓄水量 - 時段淨需水」關係，可另推得「蓄洪量 - 時段淨需水」關係，這是水

表 5-3　案例最佳方案水庫模擬操作 (容量=4)

時期 t	3	4	1/5	2/6	附註
蓄水 S_t	4	1	2	0	? 所求
進水 q_t	2	3	2	9	✓已知
需水 y_t	5	2	4	1	✓已知
$S_t+q_t-y_t$	1	2	0	8	集水量
排水 Y_t	0	0	0	4	? 所求
附註	●最佳方案：水庫容量 S_v=4, 時期蓄水 [2, 0, 4, 1] ●模擬操作可由任一時期開始進行一周期，本表選擇由時期 3 開始操作，S_3= 4。 ●根據水量收支等條件，模擬水庫一周期的操作，所得各時期蓄水見第 1 欄所列				

庫各時期末蓄洪量(≡ 水庫容量- 蓄水量，即蓄水剩餘的容量)與各該時期結束最大時段淨需水的關係。由此可知順時累計法(序列峰值法)所得各[時期值]$^+$就是各該時期末(即下一時期初)蓄洪量。例如，順時累計案例表 5-2，各時期期末蓄洪量：4, [-4]$^+$, 3, 2，則其期末蓄水量(=水庫容量 4 -期末蓄洪量)：0, 4, 1, 2，故其期初蓄水量：2, 0, 4, 1，即逆時累計案例表 5-1 所得值。

爲體驗表 1-1 案例最佳方案(表 5-1)的操作過程，取方案的二數值，水庫容量 S_v= 4 與某時期蓄水量(以時期 3 爲例，S_3= 4)，根據水量收支等條件進行一周期操作，依序求其後各時期的蓄水量與排水量，成果列於表 5-3。

5.5 可行方案改善與網絡表示

若給水水庫容量問題一個可行方案的各時期蓄水量最小值不爲 0，可將各時期蓄水量同減該最小值，則其供需條件仍然維持，而水庫所需容量已隨之減少。例如，將表 1-2 (水庫容量= 6) 可行方案的各時期蓄水量同減其最小值 S^* (即時期 2 蓄水量 2)，水庫容量減少 S^*(=2)單位成爲 4，此新方案即最佳方案(表 5-3)。

方案調整過程若以位勢網絡圖上顯示，其觀念更爲清楚。見圖 5-6，調整前後二方案各時期蓄水/容量，分別標示在網絡各節點圈內中線的上、下，這樣不但容易對照，也容易驗證二方案的管線供需條件。在各限制式中，狀態值 S 均成

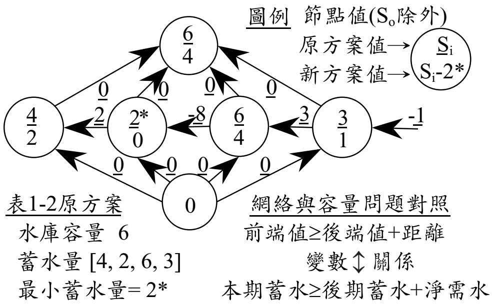

圖 5-6　給水水庫案例方案調整網絡圖

對出現，且一正一負，所以頂限值 S_v 與時期值 S_t 同減最小蓄水值 S^*之後，仍滿足各蓄洪與供水條件。至於貯水條件，S_0 為 0 不變，新蓄水值 S_t-S^*不小於 0，故仍得以滿足。

六、多功能水庫模式特點與擴充

本文以位勢網絡表示水庫供水、蓄洪與貯水三基本功能的供需情況，因此其相關模式，包括簡化與擴充模式均具有下列網絡特點：

(1) 網絡圖像直觀，自然傳達供需時程觀念；

(2) 網絡結構簡明，有效發揮演算分析效率。

單一功能給水水庫是多功能水庫的特例，其蓄洪與貯水供需條件即蓄水量上限與下限條件；其位勢網絡演算法簡化為逆時累計法 – 即逆向執行的序列峰值法，它不只可求得水庫容量，也同時可求得水庫各時期的蓄水量。

多功能水庫容量模式不僅可以簡化，也可以擴充。例如，將其目標函數擴充為片段線性的水庫系統淨收益(各功能各時期總收益與水庫建造營運總成本的差)，則得多功能水庫標的規劃模式(Liu, 1987；劉佳明，1993)，它擴大了探討因素，可分析較為複雜的問題，甚至可藉以操作水庫。若利用水庫的水文與經濟等資料，分別以標的規劃模式與操作規線進行模擬與比對，可以更深入了解模式與規線二操作方式與其關係。

參考文獻

1. Rippl, R., “The Capacity of Storage Reservoirs for Water Supply”, Proceedings of the Institute of Civil Engineers (Britain), vol. 71, 1883.
2. Thomas, H. A., Jr and M. B. Fiering, Operations Research in Water Quality Management, Harvard Water Resources Group, Cambridge, Mass., 1963.
3. Liu, C. M., A Dual Network Model for a Linear Reservoir Goal Programming Problem, ROC- Japan Joint Seminar on Water Resources Engineering, 1987.
4. Liu, C. M., “A Network Path Algorithm for a Reservoir Capacity Problem”, Proceeding of the 8th Afro-Asian Regional Conference, ICID, 1991.
5. 劉佳明，「蓄水容量與淨用水量連續和」，台灣水利 25 卷 2 期，1977。
6. 劉佳明，桃園地區水源有效利用與灌溉管理改善之研究，桃園水利會，1978。
7. 劉佳明，「工程規劃、設計與管理中優選方法的應用」，農業工程學報 39 卷 1 期，1993。
8. 劉佳明，「水庫規劃問題的位勢與流量網絡模式」，農業工程學報 48 卷 4 期，2002。
9. 劉佳明，「多功能水庫容量 - 位勢網絡模式與解法」，台灣水利 53 卷 1 期，2005。

收稿日期：民國 95 年 5 月 25 日
修正日期：民國 95 年 7 月 21 日
接受日期：民國 95 年 7 月 25 日