

# 集水區暴雨尺度對逕流之非線性關係分析

## Analysis of Nonlinear Relationship of Storm Scale on Watershed Runoff

國立台灣海洋大學  
河海工程學系教授

李光敦\*

Kwan Tun Lee

國立台灣海洋大學  
河海工程學系研究生

鍾逸茹

Yi-Ru Chung

國立台灣海洋大學  
河海工程學系研究生

黃仁國

Jen-Kuo Huang

### 摘 要

傳統水文模式均視集水區降雨逕流過程為一線性反應系統，因此集水區於不同暴雨事件所產生之逕流，可以利用集水區水文反應函數，以線性正比與線性疊加方式模擬集水區出口處之逕流匯流情形。然而無論由水力學理論或是實際水文觀測紀錄中，均顯現集水區降雨逕流過程具有明顯的非線性特性。因此傳統線性水文系統假設，是否成為逕流模擬失誤的主因，值得深入探討。本研究首先利用臺灣地區三個集水區之水文紀錄資料，以分析降雨與逕流間之非線性關係。研究中應用線性系統理論之單位歷線模式與線性水庫模式，以及非線性系統理論之可變單位歷線模式與運動波-地貌瞬時單位歷線模式，針對集水區之逕流過程進行模擬與分析；並詳細探討暴雨事件尺度對於逕流非線性現象之影響。研究結果發現，集水區降雨尺度與逕流量之關係呈明顯非線性。較高的降雨量會造成單位歷線尖峰量較高，且產生尖峰到達時刻前移的現象；反之，較低的降雨量則造成較小的單位歷線尖峰量，且延緩尖峰到達時刻。

**關鍵詞：**降雨逕流模擬，線性水文模式，非線性水文模式，尺度效應。

### ABSTRACT

Watershed runoff process is usually recognized as a linear system in conventional rainfall-runoff modeling. Consequently, storm runoff can be simulated by using a hydrologic response function applying linear proportionality and linear superposition techniques. Nevertheless, nonlinearity is usually to be observed through watershed hydrologic records analysis and has shown in hydraulic flow equations. It induces a question that if flow nonlinearity is the main reason to result errors in runoff predictions.

\*通訊作者，國立台灣海洋大學河海工程學系教授，202 基隆市中正區北寧路 2 號，ktlee@mail.ntou.edu.tw

In this study, hydrologic records from three watersheds in Taiwan were collected for analysis to realize the watershed nonlinear relationships in rainfall-runoff process. The unit hydrograph method and linear reservoir method, which are based on the linear hydrologic theory, and the variable unit hydrograph method and the kinematic-wave based geomorphic instantaneous unit hydrograph method, which are based on the nonlinear hydrologic theory, were used for runoff simulations and to analyze the influences of storm scale on rainfall-runoff nonlinearity. Results show that the relation between storm scale and runoff generation is highly nonlinear. High rainfall intensity generates a larger unit hydrograph peak and a shorter time to peak discharge, which is contradictory to the linear hydrologic theory assuming a unique unit hydrograph for a specified watershed.

**Keywords:** Rainfall-runoff simulation, Linear hydrologic model, Nonlinear hydrologic model, Scaling effect.

## 一、前言

傳統水資源工程所使用之降雨逕流模式，常以 Sherman (1932) 所發展之單位歷線理論(unit hydrograph theory) 為基礎，將降雨逕流過程視為線性系統，利用水文紀錄以推求集水區降雨逕流之關係，而後以線性正比與疊加方式，計算暴雨所產生的直接逕流歷線。在此線性假設下，降雨事件不具有時變性，在同一降雨延時內，不同強度降雨所產生之直接逕流歷線具有相同的時間基期，其逕流尖峰流量與降雨強度成線性正比關係。

然而無論由水力學的計算公式，例如 Manning 公式、Darcy-Weisbach 公式與 Saint-Venant 公式，或是在實際水文觀測紀錄中，均顯示出降雨逕流過程實具有明顯的非線性特性。亦即是當高強度降雨落於地面時，所累積於地面之水深較高，因此逕流速度加快，以致歷線的時間基期變短，因而導致尖峰流量與降雨強度成一非線性關係。有鑑於傳統水文模式均以線性系統為主，研究中選用以線性系統理論之單位歷線模式(unit hydrograph; Sherman, 1932) 與線性水庫模式(linear reservoir; Nash, 1957)，以及應用非線性理論之可變單位歷線模式(variable unit hydrograph; Ding, 1974) 與運動波-地貌瞬時單位歷線模式

(kinematic-wave based geomorphic IUH; Lee and Yen, 1997)，詳細探討集水區降雨逕流模式線性系統理論之適用性。

本研究利用臺灣地區三個集水區之降雨逕流資料，分別為寶橋集水區(110.85 km<sup>2</sup>)、三峽集水區(125.88 km<sup>2</sup>) 與彼岸橋集水區(110.73 km<sup>2</sup>)，以線性與非線性系統假設之單位歷線模式，推求其 1 小時單位歷線與瞬時單位歷線，比較各歷線尖峰流量  $u_p$  與歷線尖峰到達時刻  $t_p$ ，以探討暴雨尺度與降雨逕流過程之非線性關係。

## 二、線性與非線性降雨逕流模式

### 2.1 線性降雨逕流模式

本研究於線性降雨逕流關係分析，採用 Sherman (1932) 的單位歷線模式，以及 Nash (1957) 的線性水庫模式，其基本理論可分別敘述如下。

#### 2.1.1 單位歷線理論

單位歷線之定義為在某特定降雨延時內，1 單位有效降雨均勻落於集水區所產生的直接逕流歷線。基於非時變性之假設，可利用集水區過去的水文紀錄進行計算，以求得該場有效降雨延時所產生之單位歷線。由於不同降雨事件所推得之有效降雨延時並不一致，為求得相同降雨延時之單位歷線以進行比較，Singh (1976) 曾利用線性規劃方法，在不同降雨延時水文事件中，求得相

同有效降雨延時之單位歷線。研究中即利用此一概念，以線性規劃方法推求各場水文事件之 1 小時單位歷線。

單位歷線理論可以矩陣形式表示如下

$$I_{[2m \times n]} = \begin{bmatrix} i_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ i_2 & i_1 & 0 & \ddots & 0 \\ \vdots & i_2 & i_1 & \ddots & \vdots \\ i_m & \vdots & i_2 & \ddots & 0 \\ 0 & i_m & \vdots & \ddots & i_1 \\ 0 & 0 & i_m & \ddots & i_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & i_m \end{bmatrix}; U_{[n \times 1]} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix};$$

$$Q_{[2m \times 1]} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_{2m} \end{bmatrix} \dots \dots \dots (1)$$

式中  $I$  為  $2m \times n$  之有效降雨矩陣， $U$  為  $n \times 1$  單位歷線矩陣； $Q$  為  $2n \times 1$  之直接逕流矩陣； $m$  為降雨紀錄筆數， $n$  為單位歷線時間基期。直接逕流矩陣與有效降雨矩陣以及單位歷線矩陣之關係，可以表示為

$$[I][U] = [Q] \dots \dots \dots (2)$$

研究中假設合適之單位歷線時間基期  $n$ ，將單位歷線  $u_1, u_2, \dots, u_n$  視為決定變數，以單位歷線模式之流量推估值  $IU$  與流量紀錄  $Q$  之差值為目標函數，求目標函數之最小值如下

$$\min W \cdot F(Q - IU) \dots \dots \dots (3)$$

式中  $W$  為一權重，其目的在使所推求之單位歷線，可準確模擬紀錄尖峰流量與尖峰發生時刻；故研究中乃根據流量紀錄，將權重  $W$  表示如下

$$W_k = \frac{q_k}{\sum_{i=1}^{2m \times 1} q_i} \dots \dots \dots (4)$$

式中權重  $W_k$  為  $k$  時刻紀錄流量  $q_k$  佔整場暴雨事件逕流量之比例。而此目標函數之限制條件有三：(1)決定變數  $u_1, u_2, \dots, u_n$  均需大於等於 0；(2)所有決定變數總和為單位歷線總體積；(3)單位歷

線尖峰發生時刻( $t_p$ )之前的決定變數  $u_i$  需為遞增，尖峰發生時刻之後的  $u_i$  則為遞減狀態。

### 2.1.2 線性水庫模式

Nash (1957)將集水區假想為  $n$  個串聯線性水庫，並假設每一個水庫之出流量與蓄水量之關係呈線性正比，可表示為

$$S(t) = KQ(t) \dots \dots \dots (5)$$

式中  $S(t)$  為蓄水量 [ $L^3$ ]； $K$  為蓄水係數 [ $T$ ]； $Q(t)$  為出流量 [ $L^3/T$ ]；蓄水係數  $K$  之物理意義為水流經過此假想水庫的滯留時間。基於瞬時單位歷線之假設，在  $t=0$  瞬間於第一個線性水庫注入 1 單位之有效降雨，隨後此有效降雨量逐次流經  $n$  個串聯性水庫，而第  $n$  個水庫的出流歷線即為此集水區之瞬時單位歷線，可表示如下

$$Q_n(t) = \frac{t^{n-1}}{K^n \Gamma(n)} e^{-\frac{t}{K}} \dots \dots \dots (6)$$

在此模式之應用上，若使用有效降雨組體圖與直接逕流歷線的動差觀念，常常無法正確推求線性水庫模式中之參數  $n$  與  $K$  值，亦無法客觀地與其它模式進行比較。故本研究即應用集水區降雨事件之降雨紀錄與直接逕流歷線，以參數檢定方式，推求該降雨事件之線性水庫模式之最佳參數值。

## 2.2 非線性降雨逕流模式

本研究於非線性降雨逕流關係分析，採用 Ding (1974)的可變單位歷線模式，以及 Lee and Yen (1997)的運動波-地貌瞬時單位歷線模式，其基本理論可分別敘述如下。

### 2.2.1 可變單位歷線模式

Ding (1974)考慮集水區出流量與降雨量之非線性關係，以馬斯金更法(Muskingum method)為基礎，藉由洪水漲退過程之稜形貯蓄與楔形貯蓄，而將水流連續方程式與貯蓄方程式表示如下

$$I - Q = \frac{dS}{dt} \dots \dots \dots (7)$$

$$S^n = K^n Q + K^n X(I - Q) \dots \dots \dots (8)$$

式中  $S$  為貯蓄量 [ $L^3$ ] ;  $Q$  為出流量 [ $L^3/T$ ] ;  $I$  為入流量或降雨量 [ $L^3/T$ ] ;  $K$  為貯蓄常數 [ $T^{1/n}$ ] ;  $X$  為權重因子 ;  $n$  為常數。當  $n=1$  時, (8)式即為馬斯金更法河道演算之線性貯蓄方程式。

若考慮集水區在長延時定常性降雨情況下, 即  $I(t)=I(0)$ 之情形下, 將(8)式等號兩側對時間項  $t$  微分, 並重新整理可得

$$\frac{dS(t)}{dt} = \left[ \frac{I(0)}{C^n} \right]^{1/n} \frac{dv(t)}{dt} \dots\dots\dots(9)$$

式中  $C=1/K$ , 且

$$v(t) = \left[ X + (1-X) \frac{Q(t)}{I(0)} \right]^{1/n} \dots\dots\dots(10)$$

另由(7)式所列之連續方程式, 配合(10)式, 將  $Q(t)$  項予以簡化, 可得

$$\frac{dS(t)}{dt} = \frac{I(0)}{1-X} \left[ 1 - v^n(t) \right] \dots\dots\dots(11)$$

由於(9)式等於(11)式, 於等號兩側積分, 可得

$$F [ v(t), n ] - F [ v(0), n ] = \frac{C}{1-X} I(0)^{1-\frac{1}{n}} \dots\dots\dots(12)$$

其中

$$F ( v, n ) = \int_0^v \frac{dv}{1-v^n} \dots\dots\dots(13)$$

故在長延時定常性降雨情形下, 利用第(12)式並配合適當之  $n$ 、 $C$  與  $X$  值, 即可求得集水區之  $s$  歷線。

由於某特定降雨強度之瞬時單位歷線可表示為  $s$  歷線的微分, 即

$$U(t) = \frac{1}{I(0)} \frac{dQ(t)}{dt} \dots\dots\dots(14)$$

因此藉由(14)式之定義與瞬時單位歷線的初始條件 (即  $t=0, U(0)=0$ ), 可求得在不同降雨強度下之瞬時單位歷線如下

$$U(t) = \frac{n}{K} I(0)^{1-\frac{1}{n}} v^{n-1} (1-v^n) \dots\dots\dots(15)$$

其中

$$t = \frac{K}{I(0)^{\frac{1}{n}}} F(v, n) \dots\dots\dots(16)$$

所以利用(13)式、(15)式與(16)式, 即可求取在不同瞬時降雨強度下, 集水區出口處之逕流歷線。

由第(15)式之關係可知, 對於不同強度之降雨, 此模式所產生的逕流歷線與降雨強度呈現  $1-1/n$  之非線性關係。研究中首先需依據集水區特性, 選定適當之  $n$ 、 $C$  (或  $K$ ) 值, 藉由前述之計算方式, 以求得其瞬時單位歷線。在考慮降雨為連續且具時變性之情況下, 可利用瞬時單位歷線進行褶合積分(convolution integral), 以求得颱風時期集水區出口處之逕流歷線。

### 2.2.2 運動波—地貌瞬時單位歷線模式

Rodriguez-Iturbe and Valdes (1979) 利用 Horton-Strahler 河川級序定律, 將集水區分作不同之逕流運行單元, 而提出地貌瞬時單位歷線理論 (geomorphic instantaneous unit hydrograph, GIUH)。若以  $x_{oi}$  為  $i$  級序漫地流區域, 而  $x_i$  為  $i$  級序河川, 其中  $i=1, 2, \dots, \Omega$ , 且假設  $x_{oi} \rightarrow x_i \rightarrow x_j \rightarrow \dots \rightarrow x_{\Omega}$  表示某一特定逕流路徑  $w$ , 則雨滴採取此一特定路徑之機率可表示為

$$P(w) = P_{Ox_i} \cdot P_{x_{oi}x_i} \dots P_{x_i x_j} \dots P_{x_j x_{\Omega}} \dots\dots\dots(17)$$

式中  $P_{Ox_i}$  為  $i$  級序漫地流區域面積相對於全流域面積之比例;  $P_{x_{oi}x_i}$  為雨滴由  $i$  級序漫地流區域流至  $i$  級序河川之轉移機率, 由上述假設知其為 1。因此集水區之地貌瞬時單位歷線則可表示如下 (Rodriguez-Iturbe and Valdes, 1979)

$$u(t) = \sum_{w \in W} \left[ f_{x_{oi}}(t) * f_{x_i}(t) * f_{x_j}(t) * \dots * f_{x_{\Omega}}(t) \right] \cdot P(w) \dots\dots\dots(18)$$

式中  $u(t)$  為集水區瞬時單位歷線;  $f_{x_i}(t)$  表示雨滴於  $x_j$  階段之逕流運行時間分布; \* 表示褶合積分。此式表示集水區之瞬時單位歷線可表示為雨滴於不同階段運行時間分佈之褶合積分, 乘上雨滴選取不同逕流路徑之機率; 因此集水區之瞬時單位歷線, 可完全以機率密度函數之形式表示之。

為避免早期地貌瞬時單位歷線模式需藉水文紀錄檢定模式參數之缺陷，Lee and Yen (1997) 依集水區河川網路特性，將每一級序之次集水區以一 V 形漫地流模型模擬之，並將雨滴於集水區之運行，劃分為漫地流過程與渠流過程，而應用運動波理論以解析方式，直接求解逕流時間機率密度函數之平均值，稱之為運動波-地貌瞬時單位歷線(kinematic-wave based geomorphic instantaneous unit hydrograph, KW-GIUH)。對於不同大小降雨事件所造成集水區水文反應之改變，可藉運動波理論中降雨強度之增減，來模擬水文反應函數之時變性效應。

在一個  $i$  級序的 V 形漫地流模型中，由降雨產生之逕流在流經兩側漫地流平面後匯入中央渠道，且水流由低級序 V 型漫地流模型依序流至高級序 V 型漫地流模型，其中  $i$  級序漫地流長度可表示如下

$$\bar{L}_{oi} = \frac{AP_{oi}}{2N_i \bar{L}_{ci}} \dots\dots\dots(19)$$

式中  $A$  為集水區面積； $N_i$  為  $i$  級序河川數； $\bar{L}_{ci}$  為  $i$  級序河川平均長度。而漫地流階段之逕流運行時間，可利用運動波理論求得解析解如下 (Henderson and Wooding, 1964)

$$T_{x_{oi}} = \left( \frac{n_o \bar{L}_{oi}}{\bar{S}_{ci}^{1/2} t_e^{m-1}} \right)^{\frac{1}{m}} \dots\dots\dots(20)$$

式中  $T_{x_{oi}}$  為雨滴於漫地流階段  $x_{oi}$  之平均逕流運行時間； $n_o$  為漫地流糙度係數； $\bar{S}_{ci}$  為  $i$  級序漫地流平均坡度； $t_e$  為有效降雨強度； $m$  則為指數常數(= 5/3)。而渠道階段之逕流運行時間，可表示為(Lee and Yen, 1997)

$$T_{xi} = \frac{B_i}{2i_e \bar{L}_{oi}} \left[ \left( h_{coi}^m + \frac{2i_e n_c \bar{L}_{oi} \bar{L}_{ci}}{\bar{S}_{ci}^{1/2} B_i} \right)^{\frac{1}{m}} - h_{coi} \right] \dots\dots\dots(21)$$

式中  $T_{xi}$  為雨滴於渠流階段  $x_i$  之平均逕流運行時間； $B_i$  為  $i$  級序河川之平均寬度； $n_c$  為渠流糙度係數； $\bar{L}_{ci}$  為  $i$  級序渠流平均長度； $\bar{S}_{ci}$  為  $i$  級序河川平均坡度； $h_{coi}$  為  $i$  級序河川上游入口處水深，

可表示為(Lee and Yen, 1997)

$$h_{coi} = \left[ \frac{i_e n_c (N_i \bar{A}_i - AP_{oi})}{N_i B_i \bar{S}_{ci}^{1/2}} \right]^{\frac{1}{m}} \dots\dots\dots(22)$$

式中  $N_i$  為  $i$  級序河川數目； $\bar{A}_i$  為  $i$  級序集水區平均面積，包含  $i$  級序集水區之漫地流區域與所有流經  $i$  級序河川之上游漫地流區域。上述公式中之各項地文因子，大部分均可藉由數值高程模式(digital elevation model)推求；而於有紀錄地區，可經由水文紀錄資料以檢定漫地流與渠流糙度係數；若為無紀錄地區，則可採用鄰近地表覆蓋相似集水區之糙度係數值。在上述漫地流運行時間計算公式(20 式)以及渠流運行時間計算公式(21 式)，均顯現有效降雨強度與逕流運行時間之非線性關係，因此可知運動波-地貌瞬時單位歷線模式計算中，可考慮降雨尺度對集水區逕流之非線性效應。

### 三、暴雨尺度對逕流之非線性分析方法

本研究為探討降雨逕流過程之非線性關係，應用分屬線性與非線性水文系統假設之降雨逕流模式，針對各模式之特性，選擇適合的降雨特性指標，分析所選用模式之單位歷線尖峰量  $u_p$  和尖峰發生時刻  $t_p$ ，以瞭解降雨與逕流之函數關係。研究中首先應用線性水文模式中之單位歷線模式與線性水庫模式，以推求各場水文事件之單位歷線，再與該水文事件之降雨特徵值進行比較。各水文事件之降雨特徵值，乃是擷取尖峰流量發生時刻之前於集流時間  $t_c$  內之平均有效降雨強度  $\bar{R}_t$ ；而集流時間  $t_c$  則是利用前述之(20)和(21)式，所組成之運動波集流時間公式推求如下(Lee and Yen, 1997)：

$$t_c = \text{Max}_{1 \leq j \leq \Omega} \left\langle T_{x_{oj}} + \sum_{i=j}^{\Omega} T_{xi} \right\rangle \dots\dots\dots(23)$$

式中  $\text{Max} \langle \rangle$  是指括號中計算值之最大值。

於降雨逕流分析過程，各模式之單位歷線尖峰量  $u_p$  和尖峰發生時刻  $t_p$ ，以及其降雨特徵值之比較，可以指數型式之迴歸分析方法進行檢視；

故於線性水文系統假設之模式針對利用不同降雨事件分析所得之單位歷線尖峰量與尖峰發生時刻，其迴歸分析式可表示如下

$$\frac{u_p}{u_p^*} = a \left( \frac{\bar{R}_{t_c}}{\bar{R}_{t_c}^*} \right)^b \quad \dots\dots\dots(24)$$

$$\frac{t_p}{t_p^*} = c \left( \frac{\bar{R}_{t_c}}{\bar{R}_{t_c}^*} \right)^d \quad \dots\dots\dots(25)$$

式中  $\bar{R}_{t_c}^*$  為集水區參考降雨事件之平均有效降雨強度  $\bar{R}_{t_c}$  值，此參考降雨事件乃是選擇所收集降雨事件紀錄中之最小值； $u_p^*$  和  $t_p^*$  分別為參考事件之歷線尖峰量與歷線尖峰發生時刻； $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  則分別為此二式之迴歸係數。

而對於採用非線性水文系統假設，所得之可變單位歷線模式與運動波-地貌瞬時單位歷線模式，因其可直接輸入不同降雨強度，而得到瞬時單位歷線，故於本研究中即針對此二模式於有效降雨強度  $i_e$  分別為 10、20、30、40、50 mm/hr 情況下，瞬時單位歷線之尖峰量與尖峰發生時間進行分析與討論，故其迴歸分析式可表示如下

$$\frac{u_p}{u_p^*} = a \left( \frac{i_e}{i_e^*} \right)^b \quad \dots\dots\dots(26)$$

$$\frac{t_p}{t_p^*} = c \left( \frac{i_e}{i_e^*} \right)^d \quad \dots\dots\dots(27)$$

式中  $i_e^*$  為參考降雨強度，研究中是以 10 mm/hr 為參考基準；而  $u_p^*$  與  $t_p^*$  分別為  $i_e=10$  mm/hr 之瞬時單位歷線尖峰量與尖峰發生時刻； $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  則分別為此二迴歸公式之係數。

## 四、研究結果與討論

### 4.1 研究集水區地文與水文特性概述

本研究選用台灣地區面積相近之寶橋、三峽與彼岸橋等三個集水區的水文紀錄資料，以進行單位歷線與瞬時單位歷線之非線性關係檢測。寶橋集水區位於台灣北部新店溪上游，集水區面積為 110.85 km<sup>2</sup>，鄰近雨量站為石碇雨量站；三峽集水區位於台灣北部大漢溪上游，集水區面積為

表 1 研究集水區地文因子

集水區名稱	地文因子	級序數 (i)			
		1	2	3	4
寶橋	$N_i$	66	16	3	1
	$\bar{L}_{c_i}$ (km)	0.84	1.47	5.11	18.16
	$\bar{A}_i$ (km <sup>2</sup> )	1.05	3.60	19.45	110.85
	$P_{O_d}$	0.623	0.148	0.113	0.116
	$\bar{S}_{c_i}$ (m/m)	0.0975	0.0529	0.0199	0.0037
三峽	$N_i$	69	16	3	1
	$\bar{L}_{c_i}$ (km)	0.92	2.08	3.88	17.83
	$\bar{A}_i$ (km <sup>2</sup> )	1.15	4.99	18.15	125.88
	$P_{O_d}$	0.629	0.197	0.078	0.096
	$\bar{S}_{c_i}$ (m/m)	0.1613	0.0924	0.0372	0.0131
彼岸橋	$N_i$	32	8	2	1
	$\bar{L}_{c_i}$ (km)	1.24	3.15	8.27	4.01
	$\bar{A}_i$ (km <sup>2</sup> )	1.94	8.79	50.57	110.73
	$P_{O_d}$	0.560	0.227	0.163	0.050
	$\bar{S}_{c_i}$ (m/m)	0.0974	0.0549	0.0134	0.0069

125.88 km<sup>2</sup>，鄰近雨量站為大豹雨量站；彼岸橋集水區位於台灣中部後龍溪上游，集水區面積為 110.73 km<sup>2</sup>，鄰近雨量站為大湖(1)雨量站。此三個集水區之地文因子如表 1 所示；其集流時間值經採用(23)式計算，得知寶橋集水區為 5 小時，三峽集水區為 4 小時，而彼岸橋集水區為 6 小時。

研究中所選用各集水區暴雨場次之降雨延時與降雨總深度，如表 2 所示。該表中亦列出尖峰流量發生前  $t_c$  小時內(公式 23)之平均有效降雨強度，以作為進行後續(24)式與(25)式之迴歸分析。研究中針對各場次之流量紀錄，利用指數遞減法扣除基流以求得直接逕流量，並利用修正荷頓入滲曲線以推求有效降雨；各場暴雨事件之直接逕流歷線的時間基期與尖峰流量值亦明列於表 2 中。圖 1 為各場暴雨事件尖峰流量與降雨特徵值  $\bar{R}_{t_c}$  之關係，此函數關係亦以迴歸公式表示於圖中。由迴歸公式之指數顯示，三峽集水區與彼岸橋集水區之尖峰流量與降雨特徵值間呈明顯非線性關係，而寶橋集水區則較接近於線性關係。

表 2 研究集水區水文紀錄資料以及單位歷線模式與線性水庫模式分析結果

研究集水區	水文事件	降雨紀錄			直接逕流		1 小時單位歷線		線性水庫模式之瞬時單位歷線			
		降雨延時 (hr)	降雨總深度 (mm)	$t_p$ 前 $t_c$ 內之平均有效降雨強度 $\bar{R}_{t_c}$ (mm/hr)	時間基期 (hr)	尖峰流量 (m <sup>3</sup> /s)	$t_p$ (hr)	$u_p$ (m <sup>3</sup> /s)	$n$	$k$	$t_p$ (hr)	$u_p$
寶橋 ( $t_c=5hr$ )	07/08/1987	67	427	25.20	82	495.29	3	44.34	1.1	4	1	0.1782
	07/14/1987*	6	82	6.07	27	131.12	5	46.54	2.4	2.2	3	0.1445
	07/27/1987	18	184	19.83	30	467.07	3	56.06	2.8	1.75	3	0.1620
	08/18/1990	51	369	22.34	65	546.96	3	63.83	1.25	4	1	0.1519
	08/21/1994	17	151	13.93	52	239.42	3	31.97	1.4	4.5	2	0.1161
	08/29/1997	23	391	25.81	43	588.71	3	52.99	2.1	2.2	2	0.1576
	08/22/2000	58	307	15.30	43	378.86	3	51.50	2.5	1.8	2	0.1611
三峡 ( $t_c=4hr$ )	07/19/1981	25	399	12.43	28	369.32	2	80.91	1.2	2.8	1	0.2215
	06/03/1983	29	130	6.76	12	216.03	3	79.83	3.1	1.1	2	0.2357
	08/07/1984	20	238	12.21	20	265.45	2	61.41	1.2	3.5	1	0.1820
	07/27/1987	16	114	15.01	29	331.34	2	81.52	1.25	2.8	1	0.2131
	08/29/1990	24	316	22.91	22	761.29	3	94.41	2.8	1.1	2	0.2582
	10/09/1994*	43	277	16.52	62	482.73	2	84.40	1.4	1.7	1	0.2978
	08/17/1997	44	232	12.60	42	356.82	1	61.22	1.1	2.8	1	0.2370
彼岸橋 ( $t_c=6hr$ )	08/22/1986	20	133	8.84	37	211.06	2	62.01	1.3	2.2	1	0.2538
	06/25/1987	29	209	17.30	85	380.72	1	52.42	1.5	2	1	0.2420
	08/17/1991	25	157	9.86	40	221.31	3	44.15	2.8	1.5	3	0.1874
	10/09/1994	26	174	7.30	57	186.94	1	27.55	2.5	2	3	0.1542
	05/22/1995	33	121	4.96	54	141.92	7	35.25	5.1	1.2	5	0.1608
	03/21/1997*	64	148	3.66	50	64.92	3	29.79	2	2.8	3	0.1311
	10/16/1998	16	296	18.44	33	352.22	1	60.43	1	3.2	2	0.1673

\*：參考事件

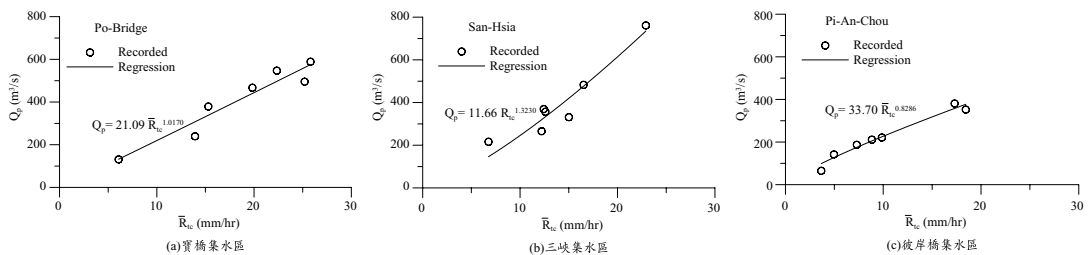


圖 1 降雨特徵值與尖峰紀錄流量之關係

#### 4.2 線性水文模式之分析結果與討論

本研究選用之線性水文模式，包括單位歷線模式與線性水庫模式。研究中於推求單位歷線

過程中，是以線性規劃方式求得各水文事件降雨延時為 1 小時之單位歷線；此單位歷線之尖峰量與尖峰到達時刻如表 2 所列。研究中採用線性水

表 3 研究集水區逕流迴歸分析係數

集水區	分析模式	迴歸分析係數			
		a	b	c	d
寶橋	1 小時單位歷線	0.9108	0.1521	0.9552	-0.3868
	線性水庫模式	0.9238	0.1308	1.0131	-0.4324
	可變單位歷線模式	0.9996	0.3498	1.0446	-0.2902
	運動波-地貌瞬時單位歷線模式	0.9995	0.3921	1.0122	-0.4146
三峽	1 小時單位歷線	0.8428	0.2079	0.7463	-0.0623
	線性水庫模式	0.9446	0.1305	0.7413	-0.2168
	可變單位歷線模式	1.0146	0.3292	1.0804	-0.1967
	運動波-地貌瞬時單位歷線模式	0.9888	0.3908	1.0207	-0.6196
彼岸橋	1 小時單位歷線	1.0313	0.4010	1.5407	-0.7697
	線性水庫模式	1.1648	0.2183	1.3288	-0.5588
	可變單位歷線模式	0.9954	0.3404	1.0446	-0.2902
	運動波-地貌瞬時單位歷線模式	0.9862	0.3871	1.0446	-0.2902

庫模式進行逕流量模擬，所求得各水文事件之模式參數  $n$  和  $K$  列於表 2；該表中亦列出利用此模式參數所得瞬時單位歷線之尖峰量與尖峰到達時刻。

圖 2 至圖 4 分別為寶橋集水區、三峽集水區與彼岸橋集水區，利用單位歷線模式與線性水庫模式所求出之單位歷線，其尖峰量  $u_p$  與尖峰到達時間  $t_p$  與該事件之平均有效降雨強度  $\bar{R}_t$  之關係。圖中顯示歷線尖峰量  $u_p$  隨著降雨強度  $\bar{R}_t$  增大而有增加之現象；反之，歷線尖峰發生時刻  $t_p$  則會隨著降雨強度  $\bar{R}_t$  增大而遞減。表 3 顯示利用單位歷線模式與線性水庫模式所求出之單位歷線，配合(24)式與(25)式迴歸分析之參數。由於  $\bar{R}_t$  為水文事件尖峰流量發生時刻之前，於集流時間  $t_c$  內之平均有效降雨強度，此降雨特徵值可表示該降雨事件為大型暴雨或是小型暴雨之尺度，故該迴歸分析結果，可作為不同尺度降雨事件與集水區逕流非線性關係之檢視。表 3 中之係數  $b$  顯示在此三個研究集水區中，單位歷線尖峰量與降雨特徵值呈現明顯非線性關係；而表 3 中之係數  $d$  顯示，單位歷線之尖峰發生時刻與降雨特徵值亦呈現明顯非線性關係。上述經由水文紀錄配合單位歷線模式與線性水庫模式，所推求得之降雨特徵值與逕流歷線尖峰或是尖峰發生時

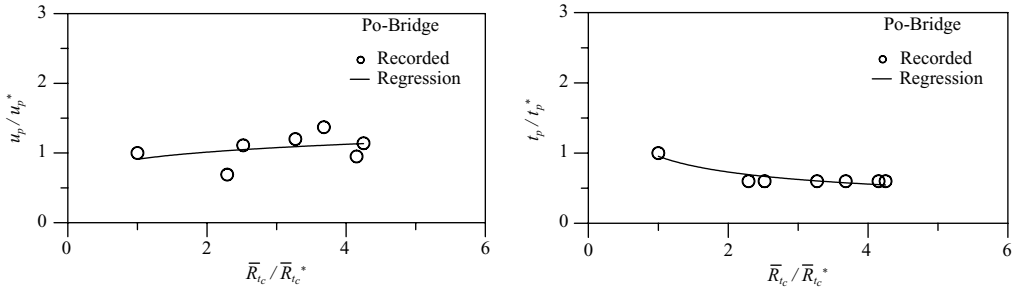
刻的非線性關係，在彼岸橋集水區尤其明顯。由於傳統水文學中對於線性水文模式之應用方式，均是以一組歷線代表集水區之水文反應，而後採用線性正比方式與線性疊加方式，模擬不同降雨事件所產生之逕流。此種忽略集水區降雨逕流非線性關係之作法，往往即是造成逕流模擬不夠精準的原因。

#### 4.3 非線性水文模式之分析結果與討論

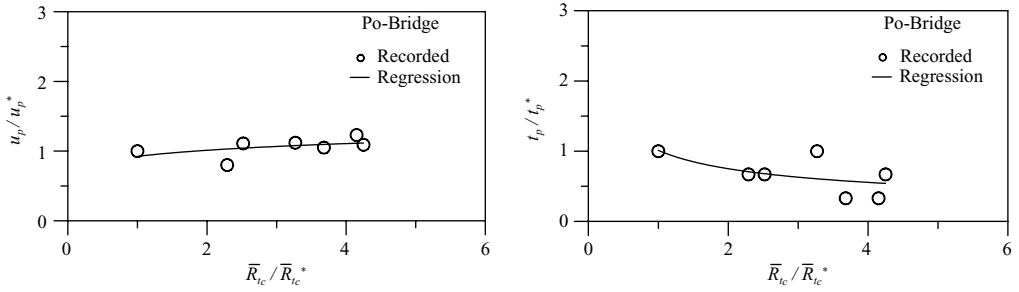
本研究所選用之非線性水文模式，包括可變單位歷線模式與運動波-地貌瞬時單位歷線模式。相對於傳統之線性水文模式，可變單位歷線模式或是運動波-地貌瞬時單位歷線模式已可針對不同降雨強度，推求所相對應之瞬時單位歷線。因此本研究即藉由推求不同有效降雨強度之瞬時單位歷線，以分析在此模式架構之下，集水區逕流反應之非線性特性。

若採用可變單位歷線模式進行分析，首先必須針對模式參數  $n$  與  $C$  進行檢定。模式參數檢定結果顯示，寶橋集水區之可變單位歷線模式參數  $n=1.54$ ， $C=0.019$ ；三峽集水區之模式參數  $n=1.54$ ， $C=0.025$ ；而彼岸橋集水區之模式參數  $n=1.51$ ， $C=0.019$ 。圖 2c 至圖 4c 顯示在有效降雨強度  $i_t$  為 10、20、30、40 和 50 mm/hr 情況下，

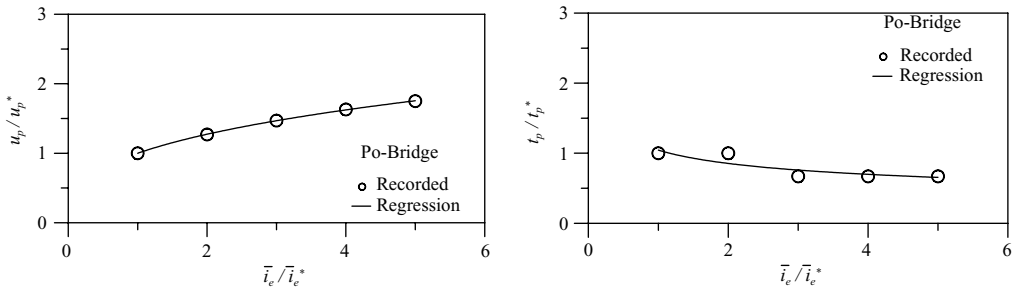




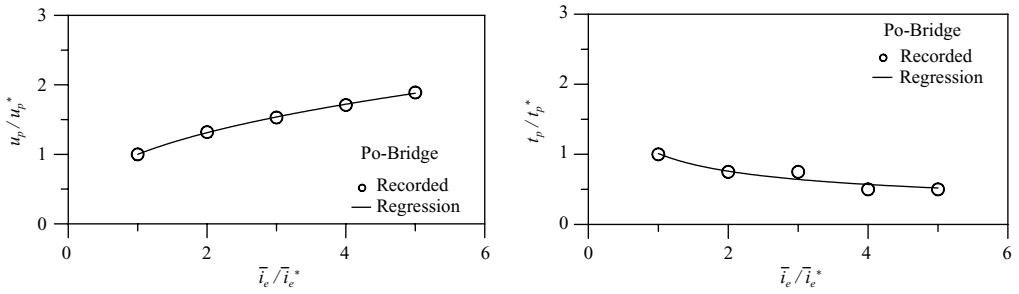
(a) 單位歷線模式



(b) 線性水庫模式

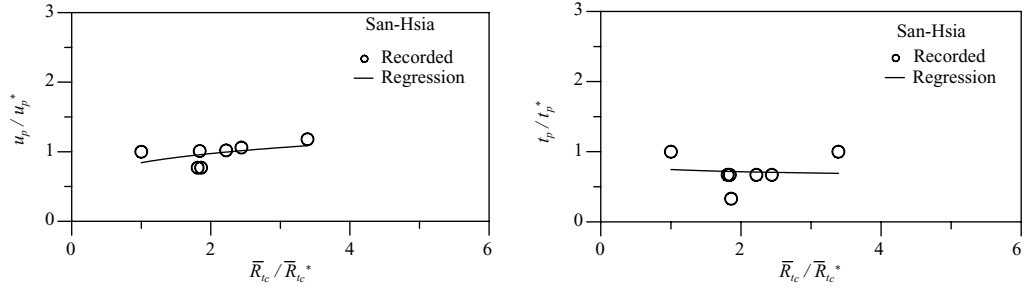


(c) 可變單位歷線模式

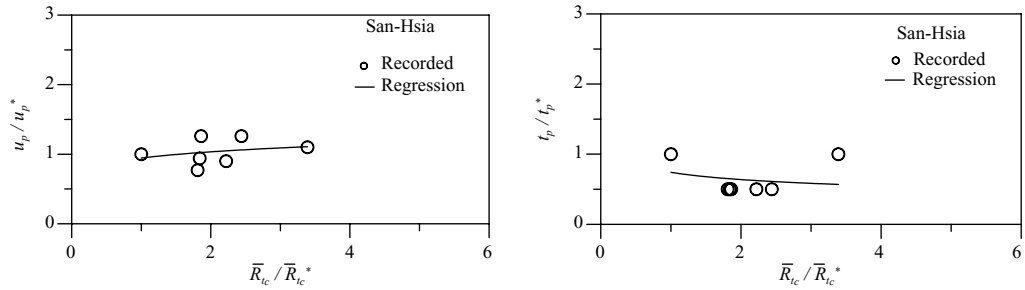


(d) 運動波-地貌瞬時單位歷線模式

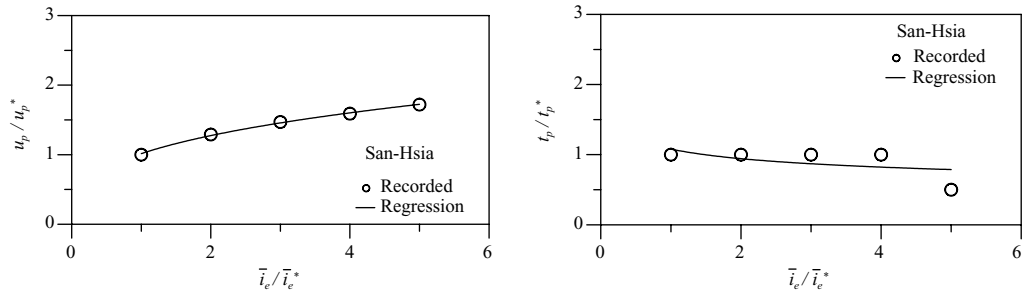
圖 2 歷線尖峰量以及尖峰發生時刻與降雨強度之關係(寶橋集水區)



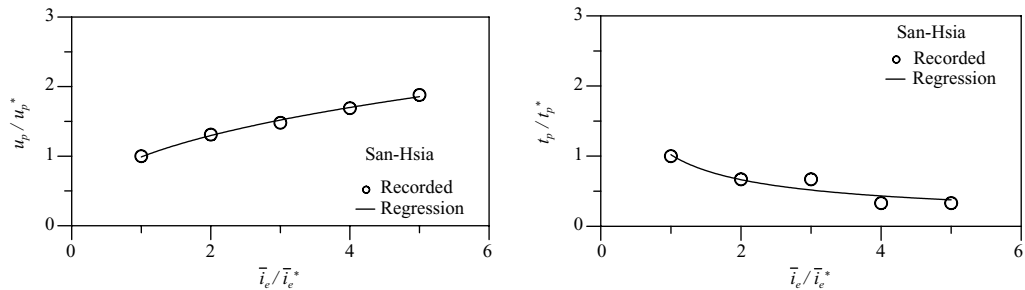
(a) 單位歷線模式



(b) 線性水庫模式

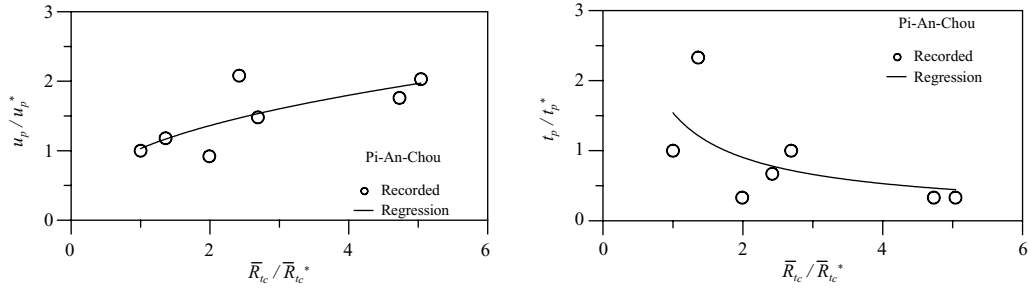


(c) 可變單位歷線模式

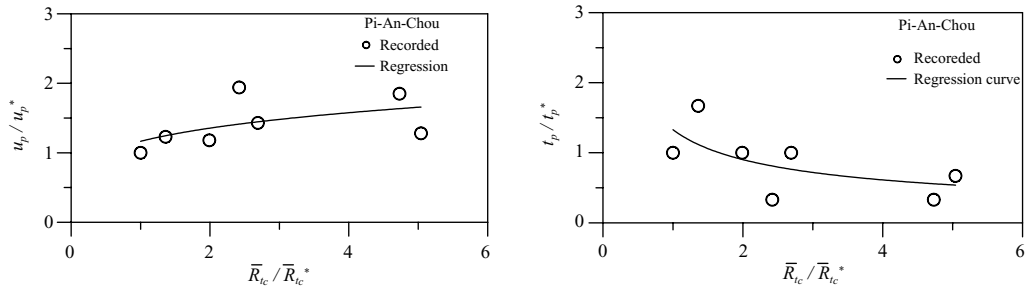


(d) 運動波-地貌瞬時單位歷線模式

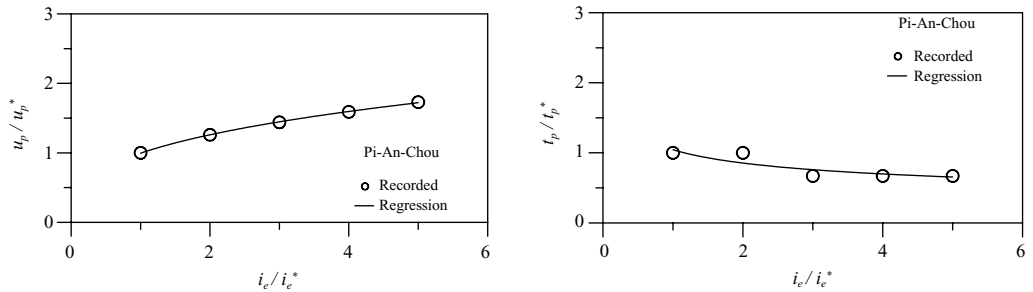
圖 3 歷線尖峰量以及尖峰發生時刻與降雨強度之關係(三峽集水區)



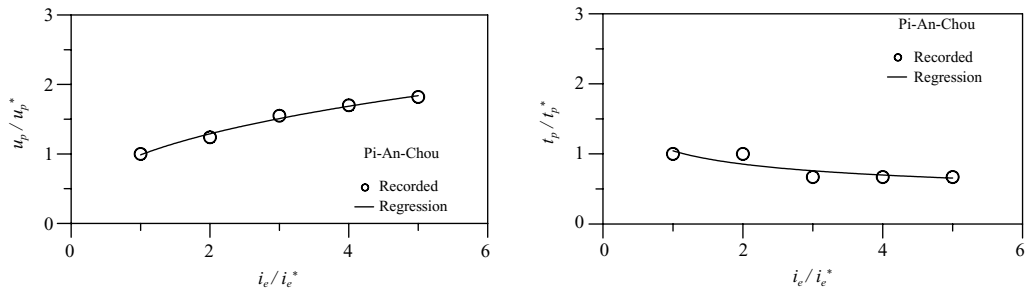
(a) 單位歷線模式



(b) 線性水庫模式



(c) 可變單位歷線模式



(d) 運動波-地貌瞬時單位歷線模式

圖 4 歷線尖峰量以及尖峰發生時刻與降雨強度之關係(彼岸橋集水區)

表 4 可變單位歷線模式與運動波-地貌瞬時單位歷線模式之歷線尖峰量  $u_p$  與尖峰發生時刻  $t_p$

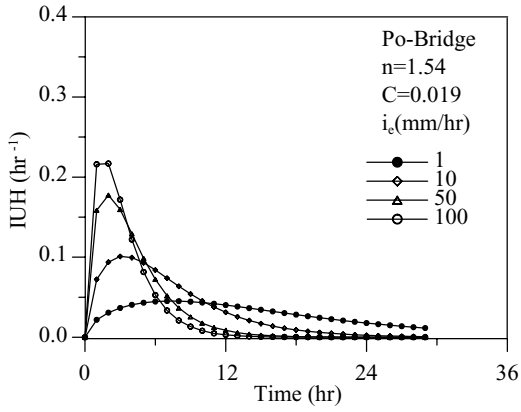
集水區	有效降雨強度 $i_e$ (mm/hr)	可變單位歷線模式 之瞬時單位歷線		運動波-地貌瞬時單位歷線模式 之瞬時單位歷線	
		$t_p$ (hr)	$u_p$	$t_p$ (hr)	$u_p$
寶橋	10	3	0.101	4	0.094
	20	3	0.128	3	0.124
	30	2	0.148	3	0.144
	40	2	0.164	2	0.161
	50	2	0.177	2	0.178
三峽	10	2	0.134	3	0.145
	20	2	0.173	2	0.190
	30	2	0.197	2	0.214
	40	2	0.213	1	0.245
	50	1	0.230	1	0.273
彼岸橋	10	3	0.096	3	0.111
	20	3	0.121	3	0.138
	30	2	0.138	2	0.172
	40	2	0.153	2	0.189
	50	2	0.166	2	0.202

各集水區瞬時單位歷線之尖峰量  $u_p$  與尖峰發生時刻  $t_p$  隨  $i_e$  之變化關係。圖中顯示歷線尖峰量  $u_p$  隨著降雨強度  $i_e$  的增大而有增加之現象；反之，歷線尖峰發生時刻  $t_p$  則會隨著降雨強度  $i_e$  增大而產生遞減。此種變化趨勢與前述線性水文模式中，隨著降雨強度  $\bar{R}_i$  的增大，產生單位歷線尖峰量  $u_p$  增加而歷線尖峰發生時刻  $t_p$  減小之現象完全相符。研究集水區應用可變單位歷線模式所得之不同有效降雨強度的歷線之形狀，可表示如圖 5。有關可變單位歷線尖峰量  $u_p$  與尖峰發生時刻  $t_p$  隨有效降雨強度之變化數值均列於表 4，而利用(26)式與(27)式所進行迴歸分析之結果則列於表 3。表 3 中之係數  $b$  顯示在此三個研究集水區中，瞬時單位歷線尖峰量與有效降雨強度，呈現明顯非線性關係；而表 3 中之係數  $d$  顯示，單位歷線之尖峰到達時刻與有效降雨強度，亦呈現明顯非線性關係。

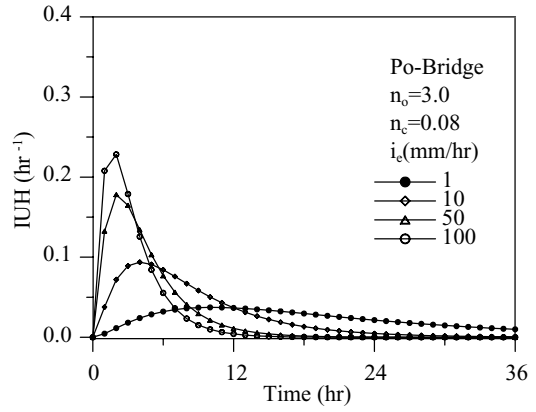
當採用運動波-地貌瞬時單位歷線模式進行降雨逕流模擬，需先進行模式參數檢定；模式中之參數包括漫地流糙度係數  $n_o$  與渠流糙度係數

$n_c$ 。模式參數檢定結果顯示，寶橋集水區漫地流糙度係數  $n_o=3.0$ ，渠流糙度係數  $n_c=0.08$ ；而三峽集水區漫地流糙度係數  $n_o=2.0$ ，渠流糙度係數  $n_c=0.05$ ；彼岸橋集水區漫地流糙度係數  $n_o=3.0$ ，渠流糙度係數  $n_c=0.08$ 。研究中將各研究集水區檢定而得之模式參數，配合該集水區地文參數，而求得有效降雨強度  $i_e$  分別為 10、20、30、40 和 50 mm/hr 之瞬時單位歷線。如圖 2d 至圖 4d 所示，歷線尖峰量  $u_p$  隨著降雨強度  $i_e$  的增大而有增加之現象；反之，歷線尖峰發生時刻  $t_p$  則會隨著降雨強度  $i_e$  的增大而產生遞減；此種變化趨勢與前述之可變單位歷線模式幾乎一致。研究集水區應用運動波-地貌瞬時單位歷線模式所得之不同有效降雨強度的歷線之形狀，可表示如圖 5。此亦與線性水文模式中，隨著降雨強度  $\bar{R}_i$  的增大，產生單位歷線尖峰量  $u_p$  增加而歷線尖峰發生時刻  $t_p$  減小之現象相符。

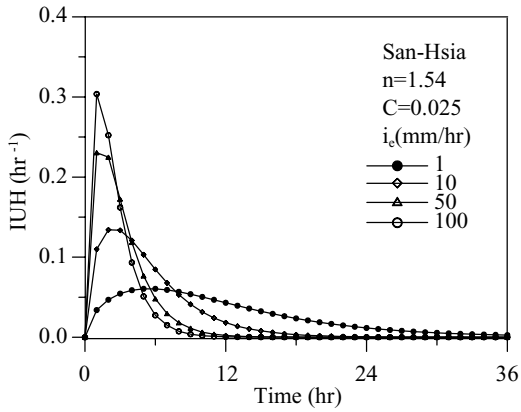
有關運動波-地貌瞬時單位歷線尖峰量  $u_p$  與尖峰到達時刻  $t_p$  隨有效降雨強度之變化數值均列於表 4，而利用(26)式與(27)式所進行迴歸分析之



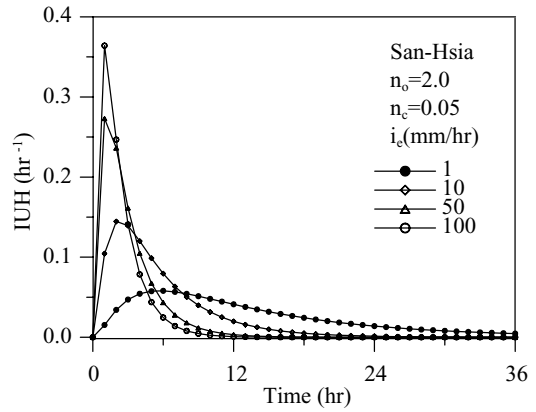
(a)可變單位歷線模式 (寶橋)



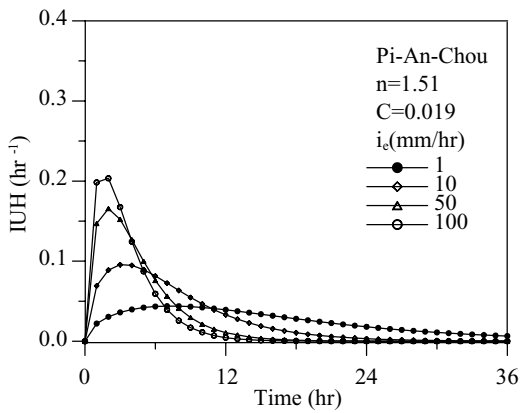
(b)運動波-地貌瞬時單位歷線模式 (寶橋)



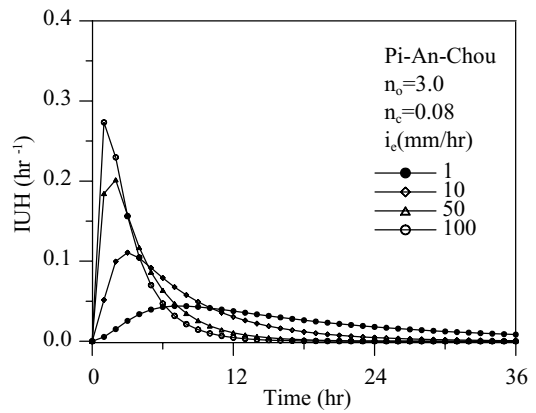
(c)可變單位歷線模式 (三峽)



(d)運動波-地貌瞬時單位歷線模式 (三峽)



(e)可變單位歷線模式 (彼岸橋)



(f)運動波-地貌瞬時單位歷線模式 (彼岸橋)

圖 5 非線性水文模式之瞬時單位歷線比較

結果則列於表 3。表 3 中之係數  $b$  顯示在此三個研究集水區中，瞬時單位歷線尖峰量與有效降雨強度呈現明顯非線性關係；而表 3 中之係數  $d$  顯示，瞬時單位歷線之尖峰到達時刻與有效降雨強度亦呈現明顯非線性關係；且研究中發現，運動波-地貌瞬時單位歷線模式所呈現之降雨逕流非線性特性，較可變單位歷線模式之非線性特性關係更為明顯，此結果應與模式本身之物理架構有關。然而目前發現，運動波-地貌瞬時單位歷線模式之降雨逕流模擬結果，均較可變單位歷線模式之模擬結果為佳。

## 五、結 論

本研究旨在分析降雨逕流過程中之非線性關係，藉由對於降雨逕流過程之瞭解，以改進逕流模擬之精度。研究中利用臺灣地區三個集水區之水文紀錄資料進行分析，除寶橋集水區之外，發現流量尖峰與降雨特徵值呈明顯非線性關係。研究中應用線性系統理論之單位歷線模式與線性水庫模式，推求不同降雨場次之單位歷線，發現歷線尖峰量  $u_p$  隨著降雨強度  $\bar{R}_i$  的增大而有增加之現象；反之，歷線尖峰發生時刻  $t_p$  則會隨著降雨強度  $\bar{R}_i$  的增大而產生遞減；各降雨場次所推求得單位歷線差異甚為明顯，是以傳統水文模式採用線性正比方式與線性疊加方式，處理不同降雨事件水文反應之作法，應予以改進。

研究中採用非線性系統理論之可變單位歷線模式與運動波-地貌瞬時單位歷線模式，針對集水區之逕流過程進行模擬與分析。相對於傳統之線性水文模式，可變單位歷線模式或是運動波-地貌瞬時單位歷線模式已可針對不同降雨強度，推求所相對應之瞬時單位歷線。非線性水文模式能正確顯現高降雨強度情況下，歷線尖峰量增大而歷線尖峰發生時刻減短之情形，故往往能得到正確的降雨逕流模擬。

## 謝 誌

本研究承蒙農委會提供研究經費(94 農科-10.1.1-利-b1)，謹致謝忱。

## 參考文獻

- Ding, J. Y. (1974). "Variable unit hydrograph," *J. Hydrol.*, 22, 53-69.
- Gray, D. M. (1961). "Interrelationships of watershed characteristics," *J. Geophys. Res.*, 66(4), 1215-1223.
- Henderson, F. M., Wooding, R.A. (1964). "Overland flow and groundwater from a steady rainfall of finite duration," *Journal of Geophysical Research.*, 69(8), 1531-1540.
- Lee, K. T. and Yen, B. C. (1997). "Geomorphology and kinematic-wave based hydrograph derivation," *J. Hydr. Engrg., ASCE*, 123(1), 73-80.
- Nash, J.E. (1957). "The form of the instantaneous unit hydrograph," *IASH Publication*, 3-4(45), 114-121.
- Rodriguez-Iturbe, I. and Valdes, J. B. (1979). "The geomorphologic structure of hydrologic response," *Water Resour. Res.*, 15(6), 1409-1420.
- Sherman, L. K. (1932). "Stream-flow from rainfall by the unit-graph method," *Eng. News Rec.*, 108, 501-505.
- Shreve, R. L. (1966). "Statistical law of stream numbers," *J. Geol.*, 75, 178-186.
- Singh, K. P. (1976). "Unit hydrographs- a comparative study," *Water Resources Bulletin*, 12(2), 381-392.

收稿日期：民國 95 年 5 月 18 日

修正日期：民國 95 年 7 月 4 日

接受日期：民國 95 年 7 月 5 日