

利用抽水試驗結果分析現地非等向水力參數研究

Analysis on the Anisotropic Hydraulic Parameters of an Aquifer with Pumping Test

國立雲林科技大學環境與安全
衛生工程研究所研究生

鍾和達

Ho-Da Chung

經濟部水利署簡任工程師

張國強

Gwo-Chiang Chang

國立雲林科技大學環境與安全
衛生工程系教授

溫志超

Jet-Chau Wen

摘要

傳統飽和含水層之現地試驗通常假設為均質、等向的含水層中進行；但是大多數含水層皆具有非均質及非等向的特性，所以本研究改良 Neuman 等人(1984)提出的 3 口井分析方式，來進行現地含水層的非等向水力特性研究。水文學者以少數井所得到的現地資訊，並不足以代表整個現地含水層的水力特性。因此，本研究利用國立雲林科技大學校園之地下水位監測場址進行抽水試驗。在分析過程中，本研究發現以多口監測井(多於 4 口井)，其所獲得的現地資訊，較 Neuman (1984)的所提出之 3 口井方式，更能代表現地含水層的水力特性。本研究結果發現非等向主流方向流通係數(T_a)與非等向側流方向流通係數(T_b)分別為 $3.00 \text{ E-}04(\text{m}^2/\text{s})$ 與 $2.00 \text{ E-}04(\text{m}^2/\text{s})$ ，非等向主流方向水力傳導係數(K_a)與非等向側流方向水力傳導係數(K_b)分別為 $1.88 \text{ E-}05(\text{m/s})$ 與 $1.25 \text{ E-}05(\text{m/s})$ ，等向流通係數 T_e 為 $2.40 \text{ E-}04(\text{m}^2/\text{s})$ ，儲水係數 S 為 3.22 E-03。含水層非等向主流方向與世界橫麥卡脫方格座標(又稱為 UTM 座標)，UTM 座標的 X 軸與所夾的角度為-39.32 度。

關鍵詞：非均質，非等向，抽水試驗。

ABSTRACT

The study of the previous researches were based on the assumptions of an isotropic and homogeneous aquifer. In fact, the characteristics of a real aquifer are anisotropic and heterogeneous. Therefore, this study intends to reveal characteristics of anisotropic and homogenous hydraulic parameters of the aquifer based on Neuman's model (1984). Hydraulic researchers obtain the in-situ data from few wells that can't represent the real hydraulic property of the aquifer. A pumping test was conducted through a group of

observation wells established on the campus of National Yunlin University of Science and Technology. In the analysis process, the data of hydraulic properties of the aquifer taken from more than four monitoring wells were found to be better than Neuman's (1984) three-well method. The results of this study are that the principal transmissivity (T_a) and lateral transmissivity (T_β) are $3.30E-04$ (m^2/s) and $2.00E-04$ (m^2/s) respectively; the principal hydraulic conductivity (K_a) and lateral hydraulic conductivity (K_β) are $1.88E-05$ (m/s) and $1.25E-05$ (m/s) respectively; the isotropic effective transmissivity T_e is $2.40E-04$ (m^2/s); and the storage coefficient S is $3.22E-03$. The angle between the direction (α) of anisotropic coordinates (α, β) and the X-axis of normal coordinates (X, Y) is 39.32 degrees clockwise from the X-axis.

Keywords: Heterogeneous, Anisotropic, Pumping test.

一、前言

在估計含水層水力特性方法中，抽水試驗的使用最為頻繁，抽水試驗是在抽水過程中以恆定的抽水速率進行抽水，並且觀察與抽水井間隔某段距離之監測井地下水面洩降的情形，用以決定含水層的水力特性，以瞭解地下水系統的自然現象，獲取更詳盡的資料，進而建立完善的地下水層資料庫，如此更能反應出完整的含水層特性。傳統標準分析方法均假設含水層是以等向為基礎，即水力傳導係數在所有的方向都是相同，然而大多數含水層皆為非等向、非均質。在非等向含水層中，容易測量出單一或其他方向不同大小的水力傳導係數。由於水力傳導係數的差異，為了符合現地狀況，在此條件下，找出合適之方法分析數據。

目前水平分佈含水層非等向的傳統分析方法，有 Papadoulos(1965)、Hantush(1966)以 4 口井(包含 1 口抽水井和 3 口監測井)分析現地資料。Neuman 等人(1984)所提出的 3 口井方式，做重覆試驗求解現地水力特性。在 Papadoulos (1965)、Hantush(1966)傳統分析方法中，抽水井與其它監測井的空間分佈方式，是以抽水井為原點與其它不在原點的監測井所組成的空間座標系統，這樣的假設能符合 Theis' solution 的原始控制方程式邊界條件的特性；而 Neuman 等人(1984)所提出的 3 口井方法，以 3 口井中的其中

兩口井為抽水井分別作抽水試驗，雖然利用最小二乘法將現地資訊最佳化，以求解現地水力特性。但是在空間座標系統上，因兩次抽水試驗中抽水井所在的空間位置不同，導致空間座標系統原點的位置也隨之改變，與 Theis' solution 邊界條件的假設(抽水井為空間座標的原點)不符，這樣的假設並非合理。

在非均質含水層水力參數的檢測方面，國外有許多研究。利如：Lachassagne et al.(1989)考慮分別由短時間和長時間的抽水試驗所得到的流通係數之間的關係。Butler(1991)使用 Monte Carlo 模擬和隨機分析來解釋 Cooper-Jacob 法應用於抽水試驗資料的可行性。Serrano(1997)使用 Theis' solution 應用於非均質含水層的分析。Meier 等人(1998)利用 Cooper-Jacob 法應用於觀測井的均勻流場中，所得到的流通係數與實際有效流通係數相當接近。Sanshez-Villa 等人(1999)由 Cooper-Jacob 法推演出有效流通係數的數學分析式，可以去找出有效流通係數最佳值。Copty 和 Findikakis (2004)檢驗抽水試驗在瞬時洩降中，含水層流通係數的非均質特性。在這些前人研究中(Lachassagne et al., 1989 ; Butler, 1991 ; Serrano, 1997 ; Meier et al., 1998 ; Sanshez-Villa et al., 1999 ; Copty 和 Findikakis, 2004)，其共通的問題為水文地質學家所獲得的資訊是不足夠的，即以少數資料來代表整個現地含水層特性，這種情形並非合理。

所以本研究擬於雲林科技大學校園內建立之試驗場址內的 11 口井(1 口抽水井和 10 口監測井)進行抽水試驗，獲得詳細的現地含水層資訊，並改良 Neuman 等人(1984)的方法，在空間座標系統假設中，以抽水井為座標系統的原點，利用 Neuman 等人(1984)所提出的最小二乘法將現地資訊最佳化，以獲得較符合實際含水層的水平非等向水力特性。同時，本研究在現地以多口監測井(多於 4 口井)進行現地含水層水文地質參數的非均質特性研究，其所獲得的資訊，應較 Neuman 等人(1984)的所提出之 3 口井方式，更能代表現地含水層的水力特性。

二、實驗場址介紹

本研究於國立雲林科技大學地下水位監測場址進行試驗，場址現況有 11 口標準 4 吋地下水水位監測井，井號標示為 BH01~BH11，分布位置大致以井號 BH04 監測井為中心間隔約 3.00~6.00 m，如圖 1 所示，各監測井的座標統整如表 1 所示。監測井管長度 20.00 m，井篩深度於地表下 5.00~20.00 m，井管材質為 PVC。本監測井場址之水文地質資料，在場址地表下 0.00~1.10 m 為覆蓋回填棕灰色黏土、砂、礫石和混石塊；1.10~3.40 m 為棕色粉質黏土；3.40~6.35 m 為灰色土質細砂夾礫石土薄層；6.35~7.40 m 為黑色粉質黏土含無機質；7.40~10.70 m 為灰質細砂偶夾礫石土；7.40~10.70 m 為灰質細砂偶夾黏土；10.70~14.60 m 為粉質黏土；14.60~20.00 m 為粉質細砂夾黏土，隨著地表下深度越深土壤中所含的粉質細砂成份越少，在深度為地表下 20.00 m 時，土壤性質幾乎為黏土性質，黏土層可假設為含水層之不透水層，故本研究監測井場址之地表下 20.00 m 處為不透水層，而本研究場址的每一口監測井皆可視為完全貫穿井。

三、分析方法介紹

本研究利用 Neuman 等人(1984)在非等向局限含水層中所提出的模型，先假設 T_α 和 T_β 為非等向座標系統的主流方向與側流方向流通係數，進一步假設非等向座標系統(α, β)與一般座

表 1 各井座標表

井號	橫座標	縱座標	對抽水井距離 r(m)
BH01	202785.755	2621451.036	6.921
BH02	202783.206	2621450.132	4.228
BH03	202781.853	2621446.411	3.939
BH04	202779.080	2621449.209	0.000
BH05	202776.490	2621451.150	3.237
BH06	202774.205	2621453.725	6.645
BH07	202781.455	2621453.871	5.232
BH08	202779.909	2621442.297	6.962
BH09	202776.681	2621444.859	4.968
BH10	202782.032	2621450.132	3.093
BH11	202776.204	2621449.043	2.881

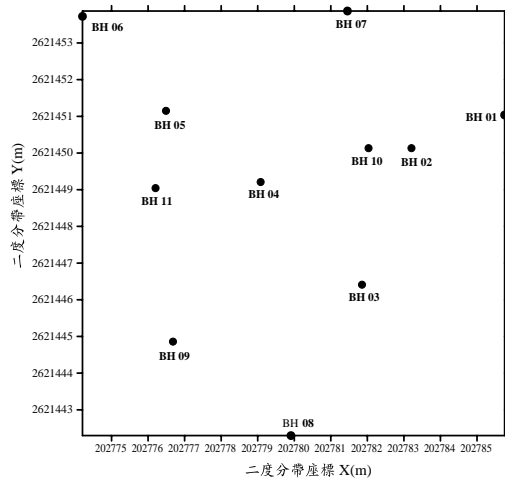


圖 1 各水井二度分帶座標示意圖

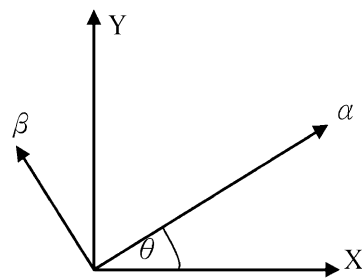


圖 2 相對座標系統示意圖

標系統(x, y)所形成的夾角 θ ，相對座標系統如圖 2 所示。

在非等向主要座標系統上，流動方程式(flow equation)如下：

$$T_\alpha \frac{\partial^2 s}{\partial \alpha^2} + T_\beta \frac{\partial^2 s}{\partial \beta^2} = S \frac{\partial s}{\partial t} \dots\dots\dots(1)$$

其中 α 與 β 為非等向座標系統的座標軸， s 為洩降量， S 為儲水係數， t 為時間。Neuman(1984)將非等向系統轉換等向系統時，重新定義非等向座標系統(α, β)，定義：

$$\alpha_1 = \sqrt{T_\beta} \alpha ; \beta_1 = \sqrt{T_\alpha} \beta \dots\dots\dots(2)$$

將公式(2)代入式(1)，由非等向性轉換為等向性：

$$T_e \left(\frac{\partial^2 s}{\partial \alpha_1^2} + \frac{\partial^2 s}{\partial \beta_1^2} \right) = S_e \frac{\partial s}{\partial t} \dots\dots\dots(3)$$

其中定義：

$$T_e = \sqrt{T_\alpha T_\beta} , S_e = S/T_e \dots\dots\dots(4)$$

在極座標系統，利用 $r^2 = \alpha_1^2 + \beta_1^2 = T_\beta \alpha^2 + T_\alpha \beta^2$ ，將式(3)轉換成

$$T_e \left(\frac{\partial^2 s}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial s}{\partial r} \right) = S_e \frac{\partial s}{\partial t} \dots\dots\dots(5)$$

式(5)的初始與邊界條件如下：

$$\begin{aligned} s(r, 0) &= 0 , r_w \leq r \leq \infty \\ s(\infty, t) &= 0 , r \geq 0 \end{aligned} \dots\dots\dots(6)$$

$$\lim_{r=r_w \rightarrow 0} 2\pi T \frac{\partial s}{\partial r} = Q_w = const.$$

其中 r 為抽水井與監測井的直線距離， r_w 為抽水井的半徑， Q_w 為抽水井的抽水量。式(5)與在水平均質等向性含水層中的一口抽水井，所造成地下水洩降之流動方程式相同，如式(7)所示：

$$T \left(\frac{\partial^2 s}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial s}{\partial r} \right) = S \frac{\partial s}{\partial t} \dots\dots\dots(7)$$

所以式(5)的解可以 Theis' solution(1935)相同，故式(5)的解可寫成：

$$s(r, t) = \frac{Q}{4\pi T_e} W(u_e) , u_e = \frac{r^2 S_e}{4T_e t} \dots\dots\dots(8)$$

其中 Q 為抽水流量， $W(u_e) = \int_{u_e}^{\infty} \frac{e^{-\lambda}}{\lambda} d\lambda$ ，並定義非等向座標系統(α, β)與一般座標系統(x, y)的關係：

$$\begin{aligned} \alpha &= x \cos \theta + y \sin \theta \\ \beta &= -x \sin \theta + y \cos \theta \end{aligned} \dots\dots\dots(9)$$

並利用 Bear(1972)所提出流通係數 T 的張量構成條件：

$$\begin{aligned} T_{xx} &= T_\alpha \cos^2 \theta + T_\beta \sin^2 \theta \\ T_{yy} &= T_\alpha \sin^2 \theta + T_\beta \cos^2 \theta \dots\dots\dots(10) \\ T_{xy} &= T_{yx} = (T_\alpha - T_\beta) \sin \theta \cos \theta \end{aligned}$$

其中 T_{xx} 、 T_{yy} 、 T_{xy} 為一般座標系統上，流通係數 T 的分量，所以在一般座標系統中，式(1)可轉換成：

$$T_{xx} \frac{\partial^2 s}{\partial x^2} + 2T_{xy} \frac{\partial^2 s}{\partial x \partial y} + T_{yy} \frac{\partial^2 s}{\partial y^2} = S \frac{\partial s}{\partial t} \dots\dots\dots(11)$$

利用式(4)、式(9)與式(10)的關係，定義：

$$T_e = \sqrt{T_{xx} T_{yy} - (T_{xy})^2} \dots\dots\dots(12)$$

$$r^2 = T_{xx} y^2 + T_{yy} x^2 - 2T_{xy} xy \dots\dots\dots(13)$$

利用式(12)、式(13)代入式(8)可整理為：

$$T_e = \frac{Q}{4\pi \times s(r, t)} W(u_e) \dots\dots\dots(14)$$

$$\begin{aligned} u_e &= \frac{r^2 S_e}{4t T_e} = \frac{S}{4t} \left(\frac{T_{xx} y^2 + T_{yy} x^2 - 2T_{xy} xy}{T_{xx} T_{yy} - (T_{xy})^2} \right) \dots\dots\dots(15) \\ &= \frac{S}{4t} \left(\frac{T_{xx} y^2 + T_{yy} x^2 - 2T_{xy} xy}{(T_e)^2} \right) \end{aligned}$$

在式(15)中 x 為抽水井與監測井在 X 軸方向的距離， y 為抽水井與監測井在 Y 軸方向的距離。傳統方法所提出的模型中，抽水井位置不在座標系統的原點，這種情形並不符合 Theis' solution (1935)的原始控制方程式邊界條件的特性，如式(6)所示。因此為了符合 Theis' solution (1935)，我們應該以抽水井為座標原點及其它監測井不在原點處的空間分佈方式，如圖 3 所示。

因為 Theis 標準曲線法(1935)的初始假設條件是在均質等向的含水層，然而在本文中的式(5)，乃是將式(1)的非等向系統轉換成等向系統

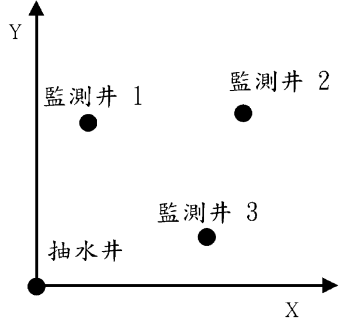


圖 3 抽水井與監測井相對關係圖

所得，符合 Theis 標準曲線法(1935)的初始條件。所以利用標準曲線繪製 $W(u) \sim u$ 的雙對數座標圖，與抽水試驗所得到各監測井洩降資料，描繪相同方格大小之洩降(s)與距離平方和時間關係 (r^2/t) 的雙對數座標圖進行平移套疊比對，直到標準曲線與繪製洩降曲線重合，各監測井皆可得 $(s_D, W_D(u_e))$ 與 $(r^2/t_D, (u_e)_D)$ 兩組數據。將 $(s_D, W_D(u_e))$ 代入式(14)，可得到每口監測井個別的 T_e 。因為，此時通常每一口井的 T_e 均不一樣，顯示一開始假設含水層為均質等向是不合理的；但是為了簡化計算，將全部監測井的 T_e 取平均，得到 \bar{T}_e 與 $(r^2/t_D, (u_e)_D)$ 值代入式(14)，會產生包含未知數 T_{xx} 、 T_{yy} 、 T_{xy} 的方程式：

$$S(T_{xx}y^2 + T_{yy}x^2 - 2T_{xy}xy) = 4u_e(\bar{T}_e)^2 t_D \dots(16)$$

定義

$$ST_{xx} = T'_{xx}, ST_{yy} = T'_{yy}, ST_{xy} = T'_{xy} \dots\dots(17)$$

將式(17)代入式(16)，可以得到：

$$T'_{xx}y^2 + T'_{yy}x^2 - 2T'_{xy}xy = 4u_e(\bar{T}_e)^2 t_D \dots\dots(18)$$

定義

$$A = y^2, B = x^2, C = -2xy, D = 4u_e(\bar{T}_e)^2 t_D \dots\dots(19)$$

代入式(18)，可以得到：

$$AT'_{xx} + BT'_{yy} + CT'_{xy} = D \dots\dots(20)$$

本研究使用第 4 口監測井作為抽水井，將現地資料代入式(20)，假設 j 為監測井井號，每口

監測井各會產生 1 個方程式(包含 3 個未知數 T'_{xx} 、 T'_{yy} 、 T'_{xy})，因此，10 口監測井會產生 10 個獨立方程式如下：

$$\begin{aligned} A_{41}T'_{xx} + B_{41}T'_{yy} + C_{41}T'_{xy} &= D_{41} \\ A_{42}T'_{xx} + B_{42}T'_{yy} + C_{42}T'_{xy} &= D_{42} \\ A_{43}T'_{xx} + B_{43}T'_{yy} + C_{43}T'_{xy} &= D_{43} \\ \vdots &\vdots \\ A_{4j}T'_{xx} + B_{4j}T'_{yy} + C_{4j}T'_{xy} &= D_{4j} \\ \vdots &\vdots \\ A_{4,11}T'_{xx} + B_{4,11}T'_{yy} + C_{4,11}T'_{xy} &= D_{4,11}, j=1 \sim 11, j \neq 4 \end{aligned} \dots\dots(21)$$

因為式(21)方程式數目(10 個方程式)多於未知數(3 個未知數)，所以不能由方程式系統中求得唯一解。本研究利用最小二乘法求解式(21)最佳化的解，因此，令 Δ_j 是第 j 口監測井的偏差值，如下式：

$$\begin{aligned} \Delta_j &= A_{4j}T'_{xx} + B_{4j}T'_{yy} + C_{4j}T'_{xy} - D_{4j}, \\ j &= 1 \sim 11, j \neq 4 \end{aligned} \dots\dots(22)$$

為了求出方程式最佳解，將每一方程式偏差取平方後再總和：

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 4}}^{11} \Delta_j^2 = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 4}}^{11} (A_{4j}T'_{xx} + B_{4j}T'_{yy} + C_{4j}T'_{xy} - D_{4j})^2 = \Delta^2 \dots\dots(23)$$

Δ^2 為方程式偏差平方的總和，為使 Δ^2 達到最小值，對未知數 T'_{xx} 、 T'_{yy} 、 T'_{xy} 分別做一階偏微，且令每一偏微方程式均等於 0，如下式：

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta^2}{\partial T'_{xx}} &= 0 = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 4}}^{11} 2(A_{4j}T'_{xx} + B_{4j}T'_{yy} + C_{4j}T'_{xy} - D_{4j})(A_{4j}) \\ \frac{\partial \Delta^2}{\partial T'_{yy}} &= 0 = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 4}}^{11} 2(A_{4j}T'_{xx} + B_{4j}T'_{yy} + C_{4j}T'_{xy} - D_{4j})(B_{4j}) \\ \frac{\partial \Delta^2}{\partial T'_{xy}} &= 0 = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 4}}^{11} 2(A_{4j}T'_{xx} + B_{4j}T'_{yy} + C_{4j}T'_{xy} - D_{4j})(C_{4j}) \end{aligned} \dots\dots(24)$$

利用式(12)與式(17)可以得到：

$$S = \frac{1}{\bar{T}_e} \sqrt{T'_{xx}T'_{yy} - (T'_{xy})^2} \dots\dots(25)$$

將式(24)方程式系統解聯立，可以得到 3 個未知參數 T'_{xx} 、 T'_{yy} 、 T'_{xy} ，再將 T'_{xx} 、 T'_{yy} 、 T'_{xy} 代入式(25)，求出含水層的儲水係數，使用式(26)和式(27)找出實際非等向主流方向與側流方向的流通係數 T_α 和 T_β 。

$$T_\alpha = \frac{1}{2} \left[T_{xx} + T_{yy} + \sqrt{(T_{xx} - T_{yy})^2 + 4(T_{xy})^2} \right] \dots\dots(26)$$

$$T_\beta = \frac{1}{2} \left[T_{xx} + T_{yy} - \sqrt{(T_{xx} - T_{yy})^2 + 4(T_{xy})^2} \right] \dots\dots(27)$$

利用所得到實際非等向主流方向與側流方向的流通係數 T_α 和 T_β ，求得非等向主流方向與側流方向的水力傳導係數 K_α 和 K_β 。最後利用所得到的水力參數，藉由式(28)求得含水層非等向主流方向與世界橫麥卡脫方格座標(UTM 座標)的 X 軸的夾角：

$$\theta = \frac{1}{2} \arcsin \left[\frac{2T_{xy}}{T_\alpha - T_\beta} \right] \dots\dots\dots(28)$$

其中夾角 θ 須滿足：

$$\frac{T_\alpha}{T_\beta} = \frac{T_{xx} - T_\beta \sin^2 \theta}{T_{yy} - T_\alpha \sin^2 \theta} \geq 1 \dots\dots\dots(29)$$

四、結果與討論

本研究採用雲林科技大學監測場址中的第 4 口地下水監測井為抽水井，抽水馬達放置深度為井口下 13.00 m，抽水量為 $Q = 1.78 \text{ E-04} \text{ (m}^3\text{/sec)}$ 。在監測水位洩降變化時，發現水位洩降量並非完全隨著抽水井與監測井間距離變化而增加或減少，在均質的地形中，理論上假設監測井越靠近抽水井，水位洩降變化越大。但第 10 口監測井距離抽水井較近，水位洩降量卻比其它 9 口監測井小，與前述的理論不符，如圖 4 所示，所以推斷試驗場址為非均質性含水層。

將抽水試驗所得到洩降資料，描繪各監測井洩降(s)~距離平方與時間(r^2 / t)的雙對數曲線圖，並與 Theis 標準曲線法(1935) $W(u) \sim u$ 的雙對數曲線圖進行平移套疊比對，以第 10 口監測井為例，如圖 5 所示。

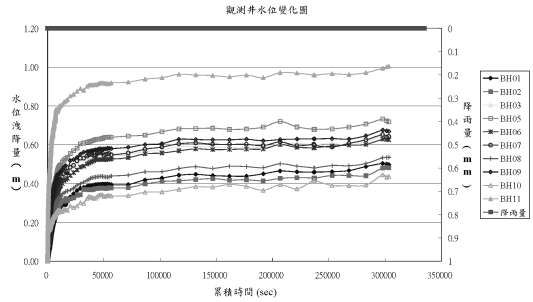


圖 4 各觀測井洩降關係圖

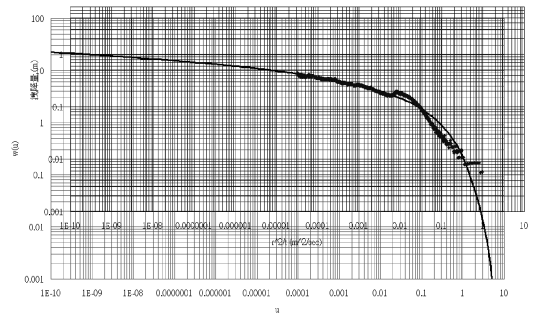


圖 5 第一次洩降曲線與標準曲線套疊圖

每口監測井皆會產生 $(s_D, W_D(u_e))$ 與 $(r^2 / t_D, (u_e)_D)$ 兩組對數數據。將 $(s_D, W_D(u_e))$ 代入式(14)，每口監測井皆有個別的 T_e ，如表 2 所示。

為了簡化計算，將每口監測井的 T_e 取平均，得到 \bar{T}_e 為 $2.70 \text{ E-04} \text{ (m}^2\text{/s)}$ 。將得到的 \bar{T}_e 與各監測井 $(r^2 / t_D, (u_e)_D)$ 值代入式(15)，會產生 10 個包含未知數 S 、 T_{xx} 、 T_{yy} 、 T_{xy} 的方程式。利用式(17)，將 10 個包含未知數 S 、 T'_{xx} 、 T'_{yy} 、 T'_{xy} 的方程式，轉換成 10 個包含未知數 T'_{xx} 、 T'_{yy} 、 T'_{xy} 的方程式組。因為方程式數目多於未知數，利用式(23)與式(24)簡化方程式組，可以得到 3 個包含未知數 T'_{xx} 、 T'_{yy} 、 T'_{xy} 方程式，將方程式求解，可以得到 T'_{xx} 為 $4.98 \text{ E-07} \text{ (m}^2\text{/s)}$ 、 T'_{yy} 為 $9.58 \text{ E-07} \text{ (m}^2\text{/s)}$ 、 T'_{xy} 為 $-9.93 \text{ E-08} \text{ (m}^2\text{/s)}$ 。將 T'_{xx} 、 T'_{yy} 、 T'_{xy} 代入式(25)，求出含水層的儲水係數 S 為 2.54 E-03 。利用所得到的儲水係數 S 與 T'_{xx} 、 T'_{yy} 、 T'_{xy} 值代入式(17)，求得流通係數 T 的分量， T_{xx} 為 $2.00 \text{ E-04} \text{ (m}^2\text{/s)}$ 、 T_{yy} 為 $3.80 \text{ E-04} \text{ (m}^2\text{/s)}$ 、 T_{xy} 為 $-3.92 \text{ E-05} \text{ (m}^2\text{/s)}$ 。利用求出含水層的儲水係數 S 與流通係數 T 的分量 $(T_{xx}$ 、 T_{yy} 、 $T_{xy})$ ，代入式(12)、式(26)和式(27)找出等向流通係數 T_e 及非等向主流方向與側流方向

表 2 第一次分析對數圖比對資料

監測井井號	$W_D(u)$	$s_D(m)$	u_D	$r^2/t_D(m^2/s)$	$T_e(m^2/s)$
BH01	2.0	0.10	0.10	0.03	0.000283
BH02	2.0	0.09	0.20	0.05	0.000314
BH03	2.0	0.10	0.10	0.03	0.000283
BH05	2.0	0.10	0.40	0.10	0.000283
BH06	2.0	0.10	0.20	0.10	0.000283
BH07	3.0	0.20	0.30	0.20	0.000212
BH08	2.0	0.10	0.50	0.30	0.000283
BH09	2.0	0.10	1.00	0.30	0.000283
BH10	2.0	0.10	0.90	0.30	0.000283
BH11	4.0	0.30	1.00	0.80	0.000189

表 3 第一次分析結果

$T'_{xx}(m^2/s)$	$T'_{yy}(m^2/s)$	$T'_{xy}(m^2/s)$	$T_{xx}(m^2/s)$	$T_{yy}(m^2/s)$	$T_{xy}(m^2/s)$
4.98E-07	9.58E-07	-9.93E-08	2.00 E-04	3.80 E-04	-3.92E-05
S	$T_e(m^2/s)$	$T_\alpha(m^2/s)$	$T_\beta(m^2/s)$	θ	Δ^2
2.54 E-03	2.70 E-04	3.90 E-04	1.90 E-04	-11.69	1.19E-09

表 4 第二次分析對數圖比對資料

監測井井號	$W_D(u)$	$s_D(m)$	u_D	$r^2/t_D(m^2/s)$	$T_e(m^2/s)$
BH01	2.0	0.10	1.0	0.00009	0.000283
BH02	2.0	0.08	1.0	0.00009	0.000354
BH03	2.0	0.08	0.6	0.00005	0.000354
BH05	2.0	0.08	1.0	0.00006	0.000354
BH06	2.0	0.10	1.0	0.00010	0.000283
BH07	5.0	0.30	0.2	0.00003	0.000234
BH08	2.0	0.10	0.6	0.00010	0.000283
BH09	2.0	0.10	0.8	0.00010	0.000283
BH10	2.0	0.10	1.0	0.00010	0.000283
BH11	1.0	0.10	1.0	0.00009	0.000141

的流通係數 T_α 和 T_β ，分別為 $2.70 \text{ E-}04(m^2/s)$ 、 $3.90 \text{ E-}04(m^2/s)$ 與 $1.90 \text{ E-}04(m^2/s)$ 。利用非等向主流方向與側流方向的流通係數 T_α 和 T_β 與流通係數 T 的分量 T_{xy} 值，代入式(28)，得到含水層主流方向與 UTM 座標的 X 軸的夾角為 -11.69 度。利用求得的 T'_{xx} 、 T'_{yy} 、 T'_{xy} 、 \bar{T}_e 與各監測井(r^2/t_D 、 $(u_e)_D$) 值代入式(23)，得到的偏差平方總和 Δ^2 為 $1.19 \text{ E-}09$ ，計算結果統整如表 3 所示。偏差平方總和 Δ^2 在精確度上略顯不足，所以本研究作第二次分析計算。

利用第一次分析所獲得流通係數 T 的分量 (T_{xx} 、 T_{yy} 、 T_{xy}) 代入式(13)，得到每口監測井的 r

值，將所獲得的 r 值重新繪製每口監測井洩降(s)~距離平方與時間(r^2/t)的雙對數曲線圖，並與 Theis 標準曲線法 $W(u) \sim u$ 的雙對數曲線圖進行平移套疊比對，以第 10 口監測井為例，如圖 6 所示。第二次套疊所得到的結果與第一次結果(如圖 5 所示)比較，套疊成果明顯地比第一次更好，繪製的洩降(s)~距離平方與時間(r^2/t)的雙對數曲線更接近 Theis 標準曲線。

各監測井(s_D 、 $W_D(u_e)$)與(r^2/t_D 、 $(u_e)_D$)兩組對數數據，與各監測井的 T_e 值，統整如表 4 所示。

並且依照第一次分析步驟，可以得到儲水係數 S 約為 $2.75 \text{ E-}03$ ，流通係數 T 的分量， T_{xx} 為

表 5 第二次分析結果

T'_{xx} (m ² /s)	T'_{yy} (m ² /s)	T'_{xy} (m ² /s)	T_{xx} (m ² /s)	T_{yy} (m ² /s)	T_{xy} (m ² /s)
6.57E-07	9.89E-07	-1.84E-07	2.40 E-04	3.60 E-04	-6.69E-05
S	T_e (m ² /s)	T_a (m ² /s)	T_b (m ² /s)	θ	Δ^2
2.75 E-03	2.90 E-04	3.90 E-04	2.10 E-04	-23.96	5.74E-10

表 6 第三次分析對數圖比對資料

監測井井號	$W_D(u)$	s_D (m)	u_D	r^2/t_D (m ² /s)	T_e (m ² /s)
BH01	2.0	0.07	0.9	0.00010	0.000404
BH02	2.0	0.07	1.0	0.00010	0.000404
BH03	8.0	0.30	0.8	0.00010	0.000377
BH05	2.0	0.08	0.5	0.00004	0.000354
BH06	1.0	0.06	1.0	0.00008	0.000236
BH07	1.0	0.06	1.0	0.00020	0.000236
BH08	2.0	0.10	0.7	0.00010	0.000283
BH09	2.0	0.10	0.7	0.00010	0.000283
BH10	2.0	0.09	0.8	0.00010	0.000314
BH11	1.0	0.06	0.6	0.00009	0.000236

2.40 E-04 (m²/s)、 T_{yy} 為 3.60 E-04 (m²/s)、 T_{xy} 為 -6.69 E-05 (m²/s)，等向流通係數 T_e 、非等向主流方向流通係數 T_a 與側流方向流通係數 T_b 分別為 2.90 E-04 (m²/s)、3.90 E-04 (m²/s) 與 2.10 E-04 (m²/s)，含水層主流方向與 UTM 座標的 X 軸的夾角為 -23.96 度，偏差平方總和 Δ^2 為 5.74 E-10，計算結果統整如表 5 所示。在偏差平方總和 Δ^2 上，與第一次計算比較，偏差有明顯地減少，但為了提升數據的精確度，本研究繼續做重覆計算。

利用第二次分析所獲得流通係數 T 的分量 (T_{xx} 、 T_{yy} 、 T_{xy}) 代入式(13)，

得到每口監測井的 r 值，將所獲得的 r 值重新繪製每口監測井洩降(s)~距離平方與時間(r^2/t)的雙對數曲線圖，並與 Theis (1935)標準曲線法 $W(u) \sim u$ 的雙對數曲線圖進行平移比對。各監測井(s_D , $W_D(u_e)$)與(r^2/t_D , $(u_e)_D$)兩組對數數據，與各監測井的 T_e 值，統整如表 6 所示。

依照第一次分析步驟，可以得到儲水係數 S 約為 3.13 E-03，流通係數 T 的分量， T_{xx} 為 3.10 E-04 (m²/s)、 T_{yy} 為 3.20 E-04 (m²/s)、 T_{xy} 為 3.48 E-05 (m²/s)，等向流通係數 T_e 、非等向主流方向流通係數 T_a 與側流方向流通係數 T_b 分別為 3.10 E-04

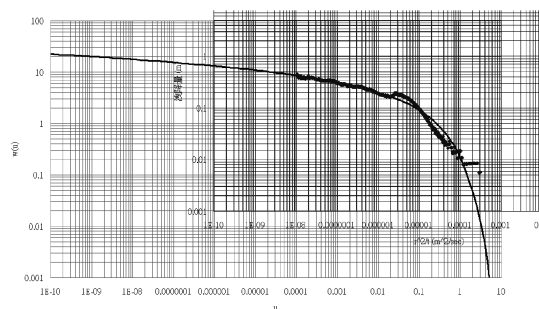


圖 6 第二次洩降曲線與標準曲線套疊圖

(m²/s)、3.50 E-04 (m²/s) 與 2.80 E-04 (m²/s)，含水層主流方向與 UTM 座標的 X 軸的夾角為 43.21 度，偏差平方總和 Δ^2 為 9.95 E-11，計算結果統整如表 7 所示。

由上述利用三次計算所得到的偏差平方總和 Δ^2 ，可以得知第三次分析結果的偏差比前面兩次分析的偏差要來的小，但偏差平方總和 Δ^2 仍有下降的趨勢，並未呈現收斂，所以本研究繼續做重覆計算。

將所得到的數據分析結果，使用與第二次分析相同的分析步驟及方法進行重覆疊代，並利用最小二乘法將數據結果最佳化，以獲得較精確地

表 7 第三次分析結果

$T'_{xx}(\text{m}^2/\text{s})$	$T'_{yy}(\text{m}^2/\text{s})$	$T'_{xy}(\text{m}^2/\text{s})$	$T_{xx}(\text{m}^2/\text{s})$	$T_{yy}(\text{m}^2/\text{s})$	$T_{xy}(\text{m}^2/\text{s})$
9.78E-07	9.92E-07	1.09E-07	3.10 E-04	3.20 E-04	3.48E-05
S	$T_e(\text{m}^2/\text{s})$	$T_a(\text{m}^2/\text{s})$	$T_\beta(\text{m}^2/\text{s})$	θ	Δ^2
3.13 E-03	3.10 E-04	3.50 E-04	2.80 E-04	43.21	9.95E-11

表 8 分析次數與水力參數統整表

水力參數	第一次分析	第二次分析	第三次分析	第四次分析	第五次分析	第六次分析	第七次分析
$T'_{xx}(\text{m}^2/\text{s})$	4.98E-07	6.57E-07	9.78E-07	8.05E-07	8.45E-07	8.62E-07	8.16E-07
$T'_{yy}(\text{m}^2/\text{s})$	9.58E-07	9.89E-07	9.92E-07	8.97E-07	8.02E-07	8.24E-07	7.50E-07
$T'_{xy}(\text{m}^2/\text{s})$	-9.93E-08	-1.84E-07	1.09E-07	-7.37E-08	-1.56E-07	-1.23E-07	-1.64E-07
$T_{xx}(\text{m}^2/\text{s})$	1.96E-04	2.39E-04	3.13E-04	2.77E-04	2.94E-04	2.97E-04	2.59E-04
$T_{yy}(\text{m}^2/\text{s})$	3.78E-04	3.60E-04	3.17E-04	3.08E-04	2.80E-04	2.84E-04	2.38E-04
$T_{xy}(\text{m}^2/\text{s})$	-3.92E-05	-6.69E-05	3.48E-05	-2.53E-05	-5.45E-05	-4.23E-05	-5.21E-05
S	2.54E-03	2.75E-03	3.13E-03	2.91E-03	2.87E-03	2.90E-03	3.22E-03
$T_e(\text{m}^2/\text{s})$	2.70E-04	2.89E-04	3.13E-04	2.91E-04	2.82E-04	2.87E-04	2.43E-04
$T_a(\text{m}^2/\text{s})$	3.86E-04	3.89E-04	3.50E-04	3.22E-04	3.42E-04	3.33E-04	3.01E-04
$T_\beta(\text{m}^2/\text{s})$	1.88E-04	2.09E-04	2.80E-04	2.62E-04	2.32E-04	2.48E-04	1.95E-04
θ	-11.69	-23.96	43.21	-28.97	-41.11	-40.52	-39.32
Δ^2	1.19E-09	5.74E-10	9.95E-11	9.95E-11	6.68E-11	7.27E-11	5.52E-11

水力參數。本研究總共進行七次的資料套疊及最小二乘法分析計算，由分析結果可獲得 T_{xx} 、 T_{yy} 、 T_{xy} 、 S 、 θ 及 Δ^2 等數據，並將所有分析結果統整如表 8，再做進一步地討論。

在表 8 中可以得知，含水層主流方向與 UTM 座標中 X 軸的夾角 θ 會隨著分析次數而改變，前四次的分析所得到的夾角 θ 有大幅度的變化，而後三次分析所得到的夾角 θ 變化趨於穩定的現象。將表 8 中所有分析次數的偏差平方總和 Δ^2 ，統整描繪成分析次數與誤差值相對圖，如圖 7 所示。

由第七次計算所得到的偏差平方總和 Δ^2 ，可以得知第七次分析結果的偏差較第六次分析結果的誤差接近，將七次分析結果的誤差值描繪成圖，如圖 7 所示。

由圖 7 可以得知誤差值呈現收斂平穩的狀態，且偏差平方總和 Δ^2 為 $5.52 \text{ E-}11$ 趨於極小值。因此，可以信任第七次分析結果的數據，所以在本研究中，我們採用第七次所分析的結果，作為本研究現地非等向含水層的參數。

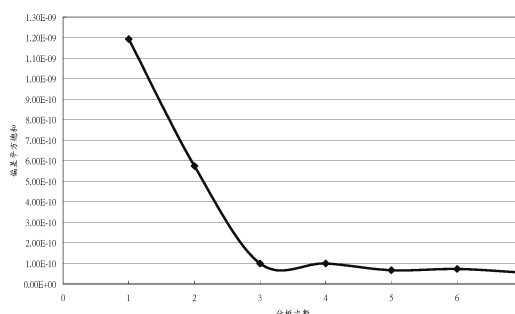


圖 7 分析次數與誤差值示意圖

經由第七次分析結果非等向主流方向流通係數(T_a)與側流方向流通係數(T_β)分別為 $3.00 \text{ E-}04(\text{m}^2/\text{s})$ 與 $2.00 \text{ E-}04(\text{m}^2/\text{s})$ ，本研究場址的含水層厚度為 16.00 m 並可以獲得非等向主流方向水力傳導係數(K_a)與側流方向水力傳導係數(K_β)分別為 $1.88 \text{ E-}05(\text{m/s})$ 與 $1.25 \text{ E-}05(\text{m/s})$ 。

五、結論與建議

本研究於國立雲林科技大學地下水位監測場址進行抽水試驗，並改良 Neuman(1984)提出的

非等向模型，獲得以下結論：

在現地以多口監測井(多於 4 口井)進行抽水試驗，利用最小二乘法最佳化的結果其所獲得的現地資訊，應較 Neuman (1984)所提出之 3 口井方式，更能代表現地含水層的水力特性。

在傳統方法提出的模型中，抽水井的位置不在座標系統的原點，這樣的假設是錯誤的，因為並不符合 Theis' solution 的原始控制方程式邊界條件的特性。因此，本研究是以抽水井為座標原點及其它監測井不在原點處的佈置方式，所組成的空間座標系統，完全符合 Theis' solution 邊界條件的特性下，進行現地抽水試驗分析。

在 Neuman 所提出之 3 口井方式(1984)，利用繪製洩降(s)~時間(t)的半對數曲線圖，求得現地含水層特性，但僅能進行一次分析而無法進行重覆疊代修正偏差；本研究利用繪製洩降(s)~距離平方與時間(r^2/t)的雙對數曲線圖，能進行重覆分析以降低計算誤差，提高分析結果精度，獲得較符合現地含水層的特性。

本研究得到非等向主流方向流通係數(T_a)與側流方向流通係數(T_b)分別為 $3.00 \text{ E-}04(\text{m}^2/\text{s})$ 與 $2.00 \text{ E-}04(\text{m}^2/\text{s})$ 。非等向主流方向水力傳導係數(K_a)與側流方向水力傳導係數(K_b)分別為 $1.88 \text{ E-}05 (\text{m/s})$ 與 $1.25 \text{ E-}05 (\text{m/s})$ ，其值介於粉砂、泥沙標準水力傳導係數值 $1.00 \text{ E-}05 \sim 6.00 \text{ E-}05(\text{m/s})$ 間。等向流通係數 T_e 為 $2.40 \text{ E-}04(\text{m}^2/\text{s})$ ，儲水係數 S 約為 $3.22 \text{ E-}03$ ，含水層非等向主流方向與世界橫麥卡脫方格座標(UTM 座標)的 X 軸，所夾的角度為 -39.32 度。由計算分析所得到的偏差平方總和， Δ^2 為 $5.52\text{E-}11$ 趨於極小值，可證明本研究所得各項現地水力特性可以信任。

在 Neuman 提出的模型中(1984)所提出之 3 口井方式，可以獲得現地含水層特性；本研究是以多口井(11 口井)方式分析、並利用最小二乘法進行最佳化，以獲得現地含水層特性，相對於 Neuman(1984)所提出之 3 口井方式，更能代表現地含水層的水力特性。但本研究並未探討符合現地資訊的分析井數多寡，建議日後以推估最佳適合并數的方向進行研究，找出最合乎真實狀況之分析方法。

參考文獻

1. Bear, J. 1972. *Dynamics of Fluids in Porous Media*. American Elsevier, New York.
2. Butler, J. J. Jr. 1991. *A Stochastic Analysis of Pumping Tests in Laterally Non-uniform Media*, Water Resour. Res., 27(9), 2401-2414.
3. Butler, J. J. Jr. and W. Z. Liu, 1991. *Pumping tests in non-uniform aquifer- the linear strip case*, J. of Hydrology, 128, 69-99.
4. Coptly, N. K. and A. N. Findikakis. 2004. *Stochastic analysis of pumping test drawdown data in heterogeneous geologic formations*, J. of Hydr. Res. Vol.42, 59-67.
5. Hantush, M.S. 1966. *Analysis of data from pumping test in anisotropic aquifers*. J. Geophys. Res., Vol. 71, pp. 421-426.
6. Lachassagne, P., E. Ledoux, and G. de Marsily, 1989, *Evaluation of Hydrogeological Parameters in Heterogeneous Porous Media*, in *Groundwater Management: Quantity and Quality*: AHS Publ., 188, 3-18.
7. Meier, P. M., J. Carrera, and X. Sanchez-Vila. 1998, *An evaluation of Jacob's method for interpretation of pumping tests in heterogeneous formations*, Water Resour. Res., 34(5), 1011-1025.
8. Neuman, S.P., G.R. Walter, H.W. Bentley, J.J. Ward, and D.D. Gonzalez. 1984. *Determination of horizontal anisotropy with three wells*. Ground Water, Vol. 22, pp. 66-72.
9. Papadopoulos, I.S. 1965. *Nonsteady flow to a well in an infinite anisotropic aquifer*. Intern. Assoc. Sci. Hydrol., Proc. Dubrovnik Symposium on the Hydrology of fractured rocks, pp. 21-31.
10. Serrano, S. E. 1997. *The Theis Solution in Heterogeneous Aquifers*, Ground Water, 35(3), 463-467.
11. Sanchez-Vila, X., P. M. Meier, and J. Carrera. 1999. *Pumping test in heterogeneous aquifers*:

An analytical study of what can be obtained from their interpretation using Jacob's method, Water Resour. Res., 35(4), 943-952.

12. Theis, C.V. 1935. *The relation between the lowering of the piezometric surface and the rate and duration of discharge of a well using*

groundwater storage. Trans. Amer. Geophys. Union, Vol. 16, pp. 519-524.

收稿日期：民國 94 年 4 月 29 日

修正日期：民國 94 年 10 月 12 日

接受日期：民國 94 年 10 月 18 日