

碎形幾何在田菁根系研究中的應用

Fractal Geometry Application in the Root System of Sesbania

高苑科技大學土木系
副教授

張東炯

Tung-Chiung Chang

立德管理學院營建科技系
助理教授

林淑真

Shu-Chen Lin

摘 要

植物根系是自然界存在的一種碎形結構，及一個生態系統，本文應用碎形幾何理論去描述田菁根系在土壤中的分枝特性變化及計算出它的碎形維度，從研究中發現田菁的碎形維度從 1.333 到 1.659 之間，平均值為 1.528。當碎形維度值愈高，根系生長愈複雜，當碎形維度值愈低其根系的生長型態較簡單且生長較慢，而且當兩者之碎形維度很接近時其生長的型態也非常相似。碎形理論加深了根系幾何形態和性質的認識，也提高了定量描述根系系統形態的可靠性。

關鍵詞：碎形，田菁，根系。

ABSTRACT

Root system of crops is one of fractal structures and biological systems in the nature. This study applies the fractal geometry theories to analyze fractal dimension and growth of sesbania root system in the soil. The result show that the value of fractal dimension in the root system of sesbania varies from 1.333 to 1.659, with an average value of 1.528. That a root system growth is more complete when fractal dimension value is higher, and when a growth of root system is simple and slow, then its fractal dimension value is smaller, and the same fractal dimension or the dimension is near, the form construction of root system becomes to similar. Fractal theory provides understanding in morphology and property of root system, and accurate the reliability of quantification.

Keywords: Fractals, Sesbania, Root system.

一、前言

水資源是人類自古以來賴以維生之重要依靠，在邁入 WTO 組織後，農業生產結構改變所帶來水資源之影響更是重要，如何儘早做好因應措施是台灣目前非常重要之工作。為因應加入 WTO 組織以後，國內廣泛推行農田轉作及水旱田輪作制度。農民配合政府政策，水旱田利用調整計畫實施之後，休耕面積逐年增加，90 年已突破十萬公頃以上。但同時由於休耕所產生之雜草叢生、且也因病蟲害之逐增，造成休耕的困擾，面積有減少之趨勢，如何避免病蟲害之增加及維持或改善原有農地之生產力實是當務之重點方向。過去國內對於作物需水量之研究頗多如陸稻作需水量(施, 1968)、旱作物需水量(陳, 1996)、旱作玉米、高粱、甘藷(施, 1989)(施, 1990)等等作物需水量的研究，而近年來由於我國加入世界貿易組織所產生之農業型態改變，政府調整農業生產政策，從輪作而休耕已漸漸轉到進行大面積休耕(連、吳, 2001)，因此近幾年台灣相繼開始加強進行綠肥研究，如綠肥之栽種(吳等, 1997)(張, 2003)，田菁作物之生長研究(張, 2002)，休耕水田種植綠肥種類對地下水之補注影響(葉, 2002)，以灰色理論預測田菁生長模式(張, 2002)，綠肥作物對土壤入滲之影響(葉、張, 2001)，田菁綠肥根系對土壤水分傳輸之影響(張, 2002)等，而國內目前大多採用田菁做為大面積休耕田之綠肥作物。綠肥之功效如下列(連, 1992)(一)可改善土壤物理性 (二)可改善土壤化學性 (三)可增加土壤微生物活動 (四)可防止雜草叢生及具水土保持功用 (五)淨化空氣、綠化美化農村景觀(六)栽培容易，適應本省春、夏作高溫多濕環境生長。據台南區農業改良場研究結果，栽培田菁對一期作水稻增產 3%，秋作玉米增產則達 31%，且較雙期水稻全年純收益增加 39%。

由於作物成長後，其根系之發展將佔據部份孔隙，而且作物根系有著吸收水份之能力(王, 1998)，因此，作物之成長將影響水份於土壤中之移動，對灌溉水份之利用亦將產生影響。根(root)

是植物長期適應陸地生活形成的，通常生於土中的器官。它的主要生理功能是吸收和固定作用，即吸收土壤中的水分、二氧化碳和溶於水中的無機鹽，同時植物在土壤中具有龐大的根系，能夠有力地支持和固定植物地上部分繁茂的枝幹系統。同時根還有儲藏、繁殖和輸導的功能。一株植物地下部分所有根的總體，叫做根系(root system)。根系可分為直根系(tap root system)和鬚根系(fibrous root system)兩種基本類型(吳萬春, 邱安經, 1999)。根系在土壤中生長，一方面向土壤的深處生長，一方面向周圍擴展，這樣才能固定高大的植株並廣泛吸收水分和礦質養料。因此根系在植物生長過程中扮演著非常重要之角色，但由於它埋在地下很難進行觀察及測量，研究過程將耗時及費力，非線性科學的碎形幾何理論(Mandelbrot, 1982)提供了新的手段去描述根系的分枝特性，加深對根系幾何形態和性質的認識。1989 年 Tatum et al (1989)首次將碎形理論應用於植物根系之研究，廖、余(2001)以馬尾松為例進行其根系結構分析，發現碎形維度愈小其細根含量愈低，王等(1998)(Tatum and Kono, 1989)對植物根系之研究也得到不同發育時期與不同之供給營養會有不同的碎形維度值，應用碎形維度值來估計根系之發育程度才是可靠的，楊、羅(1994)也提出冬小麥根系形態之碎形特徵。

本文藉著對綠肥田菁根系的生長進行研究，期盼藉著對根系生長形態的初步了解，提供未來在農業生產發展如深耕鬆土、合理施肥與合理灌溉上的參考，為根系生長創造良好條件，促進根系健全發育，也使作物的地上部分生長更良好，達到豐產的目的。

二、材料及方法

2.1 材料(連大進、吳昭慧, 2001)

田菁(*Sesbania*)或名山菁及大菁，為熱帶一年生直立草本或多年生木本植物，高 2-10 公尺，羽狀複葉，花淡黃色、白色或鮮紅色，莢長 20-60 公分呈圓筒狀(如圖 1)。根群發達，喜稍濕潤溫暖之氣候，耐濕且耐鹽分，尤以濕潤砂質壤土或



圖 1 田菁綠肥

壤土生長更佳。田菁很適應本省春、夏作栽培，一般作為第二期作水稻綠肥，本省適栽地區為中、南及東部，為本省水田重要綠肥作物。

綠肥田菁，具有籽粒小、生產快速、鮮草量及肥分含量高、覆蓋期長之特性，播種期從 3 月至 7 月(蔡宜峰、黃祥慶，1991)。綠肥栽培掩施期為以株高約 1 公尺以上時為最適宜。此次綠肥栽培以前作收穫後，即行整地，採撒播方式，以每公頃種子播種量約 30 公斤的量(連大進、吳昭慧，2001)，將種子均勻撒播田間後，再以鐵把覆土，但綠肥栽培期間不再施肥。

2.2 實驗方法

(1) 實驗現場

為實地瞭解作物根系在現場農地其生長情形之變化，於九十二年七月至十月期間，在高雄縣岡山鎮本州實施綠肥栽種，栽種面積約為 2000 平方公尺，其地理位置位於東經 120° 17'23"、北緯 22°45'25"，高程約 31 公尺，種植期間的氣象資料採用高雄氣象測候站資料，資料如下表 1。

(2) 現場試驗方法

1. 將田區分為 8 塊。
2. 於每一塊區域中心點做為土壤採樣點，進行土壤實驗，現場的土壤平均特性如表二，依土壤統一分類法屬於 SM-SC。
3. 以耕耘機將試驗田翻耕整平，引入水管之水以濕潤田區內之土壤。
4. 以試驗作物均勻播種於試驗區內(以每公頃約 30 公斤之比例)。

表 1 2003 年 7-10 月試驗期間氣象資料
(資料來源：中央氣象局高雄氣象站)

Month	Temperature (°C)			Mean rainfall	Relative humidity (%)
	Mean	Maximum	Minimum	Rainfall (mm)	Mean (%)
7	30.5	36.8	25.6	23	71
8	29.2	35.5	23.9	345.5	78
9	28.6	33.9	24.3	169.5	79
10	26.5	33.2	20.5	69.5	71
Average	28.7	34.9	23.6	151.9	74.8

表 2 土壤基本特性

	Soil Characteristic	Value
γ_m (g/cm ³)	濕土單位重	1.68
γ_d (g/cm ³)	乾土單位重	1.60
W (%)	含水量	1.721
K (cm/sec)	滲透係數	5.71×10^{-7}
L.L (%)	液性限度	23
P.L (%)	塑性限度	16.8

5. 播種完畢後，以鐵把將濕潤土壤均勻覆蓋於種子上。
6. 約第 60 至 70 天後，每區採取根系樣本 2 株，觀察作物根系生長變化情形。
7. 田菁根系是以手鏟挖掘，以大約 60 至 70 公分之直徑挖掘到深度約 50 公分，以免破壞根系，再以毛刷子慢慢清除土壤後，平放地上進行二維度之拍攝工作。

(3) 試驗基本假設

1. 在栽種之前試驗區土壤的肥沃力是均勻一致的。
2. 試驗區在栽種之前水分已充滿土壤且土壤含水量相同，並且馬上種植綠肥，栽種期間並沒有再增加灌溉水及施肥。
3. 由於綠肥之種子是藉由人工播灑的，因此假設種子與種子之間間距是一樣的。
4. 假設作物沒有遺傳基因之差異，因此作物有相同的需水率及每單位水的生產量是相同的(Quisenberry and McMichael, 1991)。
5. 試驗過程水流所受重力影響忽略不計。
6. 試驗過程土壤中之蒸發作用忽略不計。

三、碎形維度計算

自從 Mandelbrot 於 1967 年提出"英國海岸線有多長?"之論文(Mandelbrot, 1977)最早引入碎形的概念以來,隨後經過了將近十年的萌芽與發展,他又撰寫了數本有關碎形的專門論著,一種新的幾何語言於焉誕生,此一幾何語言的正式名稱謂之「碎形幾何」(Fractal Geometry)。至此,碎形幾何在許多領域開始獲得實質的進展與應用,並逐漸形成一門獨立的學科,有時該門學科亦以「碎形理論」(Fractal Theory)稱之。

該理論所研究之對象是歐氏幾何空間中的一類子集合,然這類子集合的結構較為複雜,無法使用傳統歐幾里德式的長度、深度及厚度來給予合適的量測。那何謂碎形呢?最簡單的說法是:碎形是一個在任意小比例尺上具有細緻結構的複雜幾何物體。又碎形研究的對象是自然界與社會活動當中,廣泛存在的無秩序(無規則)而具有自相似性(Self-similarity)之系統,其藉助相似性原理洞察隱藏於混亂中的精細結構,提供吾人從局部認知整體,從有限認識無限的新方法。以該理論創始者 Mandelbrot 所提出之英國海岸線在某種意義上可視為無限長為例,因海岸線長度取決於吾人所選擇的基本量度單位,單位愈小則可掌握更多細節,然亦會忽略比此一單位更小的細節,因此量測的海岸線長度與真正長度將會差距很多。至於差異的真正原因又為何呢?答案在於「維度」(Dimension)的觀念,因傳統上解析一自然現象係以歐幾里德幾何學(Euclidean Geometry)為基礎,其強調體系之對稱性與完整性(平滑性),然實際上並不如此,自然界裏到處充滿著非對稱性與粗糙性。

Mandelbrot 於 1982 曾對碎形給予如下之數學定義:令碎形為一個這樣的集合,即該集合之 Hausdorff-Besicovitch 維度(D_H)嚴格大於其拓樸維度(D_T);換言之, $D_T < D_H$ 。但 Mandelbrot 認為碎形集合之 Hausdorff-Besicovitch 維度的子集合應能相等於拓樸維度;亦即當此一集合為普通的規則幾何對象時,則 $D_T = D_H$ 。因此,依據 Mandelbrot 對碎形集合的定義是 $D_T \leq D_H$ 。然

而,為能將拓樸維度及歐幾里德維度二者涵蓋其間,同時界定碎形維度(D_F)的界限,因此三者的關係式成爲 $D_T \leq D_F \leq D_E$,碎形維度 D_F 即爲 Hausdorff-Besicovitch 維度。再者,Peitgen[1992]描述了其間的差異,並定義 $D_F - D_T$ 爲系統之無秩序的量度。若 $D_F = D_T$ 時,則系統爲有序的或衰弱型無序的;若 $D_F > D_T$ 時,則系統爲強烈型無序的。在以上的定義中,吾人需對 Hausdorff-Besicovitch 維度給予進一步之說明,傳統上之歐氏幾何學的維度爲整數,如點之零維、線之一維、面之二維、體之三維等等,亦即其維度變化是不連續的,而 Hausdorff-Besicovitch 釋放此一限制,亦即一物體的維度可以不爲整數,分數是允許的,這使得維度變化成爲一連續函數,因此 Hausdorff-Besicovitch 維度或稱碎形維度爲一廣義之維度。

碎形維度定義的方法有許多種,本研究將採用兩種方法爲之,分別是尺度測度方法及自相似方法,同時於最後將兩者合而爲一。第一種方法是把碎形看作是嵌置在歐氏空間中的點集合,為能確定其維數的大小,則主要的核心問題是如何去測量一個點集的大小。其最簡單的方法是使用線單元、面單元或體單元去覆蓋它。首先,一條有限長的曲線段可使用線單元 δ 去覆蓋之,而且用 $N(\delta)$ 次能夠將其整段覆蓋。接著,假設一普通的曲線段有著 $N(\delta) = L_0 / \delta$ 之關係存在,其中的 L_0 是"真正"的長度。於是,該曲線段長度 L 是可表爲

$$L = N(\delta) \cdot \delta = \frac{L_0}{\delta} \cdot \delta \rightarrow L_0 \cdot \delta^0 \underset{\delta \rightarrow 0}{=} L_0 \dots\dots(1)$$

正如預期,長度 L 即爲曲線段的真正長度,其與 δ 無關。接著,採用面單元 δ^2 去覆蓋之,而所計數的覆蓋總數爲 $N(\delta)$,因而曲線段的面積大小爲

$$A = N(\delta) \cdot \delta^2 = \frac{L_0}{\delta} \cdot \delta^2 \rightarrow L_0 \cdot \delta^1 \underset{\delta \rightarrow 0}{=} 0 \dots\dots(2)$$

顯然地,面積 A 隨著 δ 逐漸變小而趨於 0。相類似的情況,採用體單元 δ^3 去覆蓋之,而所需的覆蓋數仍爲 $N(\delta)$,則曲線段的體積大小爲

$$V = N(\delta) \cdot \delta^3 = \frac{L_0}{\delta} \cdot \delta^2 \rightarrow L_0 \cdot \delta^2 \underset{\delta \rightarrow 0}{=} 0 \dots (3)$$

上式亦顯示了體積 V 隨著 δ 趨於 0 而逼近至 0。因此，對於在二維歐氏空間中的一曲線之點集合的有意義測度，就是長度度量 L 。類似地，對於一個曲面，亦可使用線單元、面單元及體單元去覆蓋，同時設一普遍曲面有著 $N(\delta) = A_0 / \delta^2$ 之關係存在，其中 A_0 為“真正”的面積。因此，可得出其相對應的長度、面積及體積，分別是：

$$L = N(\delta) \cdot \delta = \frac{A_0}{\delta^2} \cdot \delta \rightarrow A_0 \cdot \delta^{-1} \underset{\delta \rightarrow 0}{=} \infty \dots (4)$$

$$A = N(\delta) \cdot \delta^2 = \frac{A_0}{\delta^2} \cdot \delta^2 \rightarrow A_0 \cdot \delta^0 \underset{\delta \rightarrow 0}{=} A_0 \dots (5)$$

$$V = N(\delta) \cdot \delta^3 = \frac{A_0}{\delta^2} \cdot \delta^3 \rightarrow A_0 \cdot \delta^1 \underset{\delta \rightarrow 0}{=} 0 \dots (6)$$

由(4)式知 δ 趨於 0 時，導致 L 的發散，此一結果是合理的，因吾人不可能使用有限的線段去覆蓋一個曲面。又由(6)式知 δ 趨於 0 時，導致 V 的消失。因此，對於三維歐氏空間中的一曲面之點集合的有意義測度，就是面積度量 A 。現將尺度測度方法予以擴充至任何歐氏空間中，於是對某點集合 S 考慮一測試函數(Test Function)，如下所示

$$h(\delta) = r(D)\delta^D \dots (7)$$

式中 $r(D)$ 為幾何因子(Geometrical Factor)，如線為 1、圓為圓為 $\pi/4$ 及球為 $\pi/6$ 等等。因此，使用上式來表示線、圓及球等等，並用其來覆蓋集合 S 而構成

$$\begin{aligned} M_D &= \sum h(\delta) \\ &= \sum r(D) \cdot \delta^D \\ &= r(D)N(\delta) \cdot \delta^D \xrightarrow{\delta \rightarrow 0} \begin{cases} 0, & \text{當 } D > D_F \text{ 時} \\ \infty, & \text{當 } D < D_F \text{ 時} \end{cases} \dots (8) \end{aligned}$$

由上式可知，點集合的碎形維度 D_F 是由為測量出 M_D 而使得從 0 過渡至 ∞ 的臨界維度。當在臨界維度時， M_D 恰好具有有限值。接著，利用(8)

式可求得，當 $D = D_F$ 時，才具有有限值，則當 $\delta \rightarrow 0$ 時，存在如下之關係：

$$N(\delta) \propto \frac{1}{\delta^D} = \frac{1}{\delta^{D_F}} \dots (9)$$

改寫上式，於是成為

$$D_F = -\frac{\ln N(\delta)}{\ln \delta} = \frac{\ln N(\delta)}{\ln(1/\delta)} \dots (10)$$

於是，(10)式提供了一種計算碎形維度的方法。

由於自然界中之碎形或多或少存在自相似性，而自相似性亦為碎形理論的中心思想，因此依據該等觀念來給定碎形維度的定義(Rasband, 1990) (Stoyan, 1994)，亦即自相似性維度，並進而推演得維度值的計算式。首先，吾人從檢視具有整數維度的普通圖形開始，以引入相似維度(Similarity Dimension)。假設一維線段、二維正方形及三維立方體是由 N 個相等之線段、小正方形及小立方體來構成。若一維線段之線段長給予 m 等分，於是 $m = N$ ，則新線段的縮小比例為 $r = 1/m = 1/N$ ；若二維正方形之邊長給予 m 等分，於是 $m^2 = N$ ，則小正方形邊長的縮小比例為 $r = 1/m = 1/\sqrt{N}$ ；再者，若三維立方體之每邊長給予 m 等分，於是 $m^3 = N$ ，則小立方體邊長的縮小比例為 $r = 1/m = 1/\sqrt[3]{N}$ 。若將此等關係擴展至 D_S 維物體，則 $r = 1/m = 1/\sqrt[D_S]{N}$ ；亦即

$$N = \left(\frac{1}{r}\right)^{D_S} \dots (11a)$$

或

$$D_S = \frac{\ln N}{\ln(1/r)} \dots (11b)$$

式中，縮小比例 r 又稱為相似比。又此處之 D_S 不限於整數，分數是允許的。同時，相似性維度 D_S 與 Hausdorff-Besicovitch 維度 D_H 是一致的，文中以通稱的碎形維度(Fractal Dimension) D_F 來表示之。此外，(2-11a)式亦可稱為碎形分佈(Fractal Distribution)。其具體計算方式本研究則採用容積維度，令 A 是一個集合且為歐氏空間 R^{D_C} 中的一

有界子集合，若令 $N(r)$ 表示使用半徑或邊長 r 之 d 維物體來覆蓋 A 集合的最小數目，則 r 的減小將導致 $N(r)$ 的增加，因此對於小的 r 值， $N(r)$ 與 r 有如下之關係：

$$N(r) \propto \left(\frac{1}{r}\right)^{D_C} \dots\dots\dots(12)$$

上式若給予更精確的定義，於是令 r 及 r' 為兩種觀測尺度，而 $N(r)$ 及 $N(r')$ 分別是其最小覆蓋數。因此，碎形維度成爲

$$D_C = \lim_{r, r' \rightarrow 0} \frac{\ln[N(r)/N(r')]}{\ln[r'/r]} \dots\dots\dots(13)$$

或

$$D_C = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\ln[N(r)]}{\ln[1/r]} \dots\dots\dots(14)$$

從該式的計算式可知，其仍遵循自相似性之原理而得， D_C 值稱爲集合 A 的容積維度(Capacity Dimension)，有時亦以更普遍性的稱呼—網格計數維度 D_B (Box-counting Dimension)或網格維度 (Box Dimension)稱之，或者均以碎形維度 D_F 來表示。

至於在實際應用上，欲計算所選定之半徑或邊長 r 的 d 維物體來覆蓋 A 集合之最小數目並不容易，因此將其修正爲均勻覆蓋之數目即可。此外，在觀測尺度 r 的選擇上，並無限制採用何種幾何形狀，一旦 r 趨於 0 並取極限時，則所得結果將會是相同的。再者，仔細檢視容積維度的定義，吾人將發現其經常導致一項困擾，因其在定義中只考慮覆蓋所要求之半徑或邊長 r 的 d 維物體之總數目，而未考慮每一單元量測體內所覆蓋的大小或機率。若依其定義，令 m 維歐氏空間 (R^m) 上之某個區域中任何一個均勻分佈的可數集合 A ，則有 $D_C(A) = m$ 。由於其間並不關注於分佈之稠密程度，因此容積維度無法真正反應出碎形體系中的不均勻性，然而該演算方法卻是爲能快速求得一體系之碎形維度所發展出來的一種通式，其能適用於任何維度之空間型態與結構，是目前最被廣泛採用的方法之一。

表 3 根系碎形維度結果

編號	碎形維度	R-square
3	1.6659	0.9997
4	1.4659	0.9993
5	1.481	0.9995
6	1.495	0.9998
7	1.614	0.9992
8	1.594	0.9989
9	1.5768	0.9983
10	1.4769	0.9997
11	1.651	1.000
12	1.594	0.9997
13	1.503	0.9886
14	1.333	0.9994
15	1.5547	0.9993
16	1.50497	0.9998
17	1.467	0.9981

四、結 果

根系結構若自土壤中取出時已遭受人爲因素改變其散佈狀況，則其碎形維度將亦改變，因此，本實驗在取樣時盡量避免破壞整體之根系結構。根系係屬三維立體結構，目前本研究採用一般之數位攝影(拍照)方式，因此屬於二維平面處理方式，爲能使分析過程更有客觀性且具有一致性，因此在二維平面影像之取得時，係以根系的最大投影面進行拍照，拍照設備爲一般市售之數位相機，其解析度約爲 390 萬畫素(Pixel)之全彩 RGB(24 位元深度)影像，接著使用影像處理軟體將其轉換成黑白(1 位元深度)影像；換言之，根系實體部份爲黑色，其餘均爲白色。因此本文所提根系之碎形維度計算，應爲根系最大投影面網格維度。

表 3 爲採用容積維度計算各種不同根系結構之碎形維度，首先需將根系應用影像技術預先處理，其結果顯示，根系具有碎形特徵，所有計算之相關係數均達 0.99 以上。由幾種研究之根系結構顯示 14 號之碎形維度最低爲 1.333，

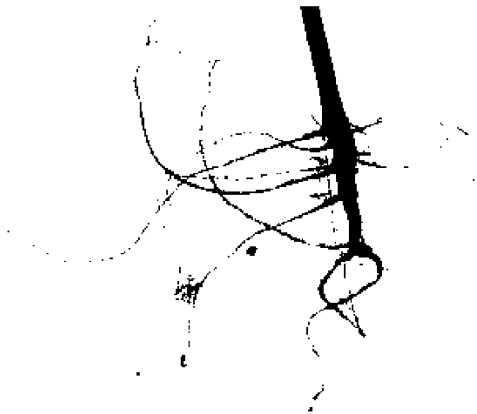


圖 2(a) 第 14 號根系之結構

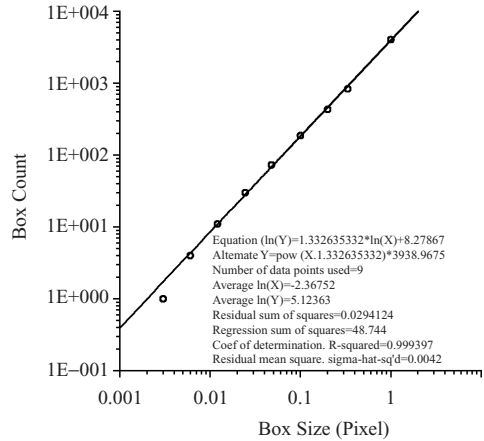


圖 2(b) 第 14 號根系之碎形維度



圖 3(a) 第 3 號根系之結構

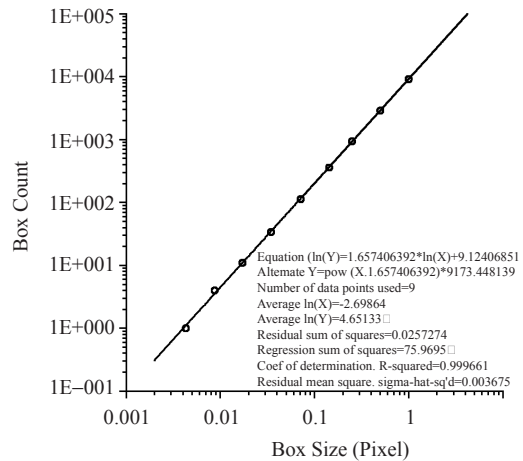


圖 3(b) 第 3 號根系之碎形維度

由圖 2 可看出該樹之根系結構較簡單。而維度最高為 3 號 1.659，從圖形 3 可以看出根部生長較均勻，且根形生長最茂密，代表此樹之根系最複雜。而根系在土壤下生長最深的是第 9 號與 10 號，但其根部之生長寬度並非最寬，根系生長寬度最寬的是第 11 號。從碎形維度之值來看，第 3 號與第 11 號(如圖 4)維度值皆約為 1.65，其整體根形生長形態也很接近，而根的生長長度也皆在 15 公分左右，另外第 8 號(如圖 6)與第 12 號(如圖 5)之維度值相同皆是 1.594，其根部生長寬度與長度也幾乎相同，第 6 號與第 16 號之維度值分別是 1.495 及 1.497，其根部生長寬度很接近但 16 號之根長較大。



圖 4 第 11 號根系之結構



圖 5 第 12 號根系之結構



圖 6 第 8 號根系之結構

五、結 論

本研究由碎形維度的觀點來看作物根系的變化，經由 15 株根系分析結果得到，根系的碎形維度值在 1.333 至 1.659 之間，平均值約為 1.528。從整個實驗根系生長情形來看，根系發育愈完整則其碎形維度值愈高，相對的根系發育較慢，則其碎形維度值較小，另外相同的維度值或維度值相近者其所形成的根形結構也非常接近。因此藉著植物根系結構形態的碎形維度能夠反映出作物生長狀況的指標，也可以提供整株作物在生態環境下生長的參考。

參考文獻

1. 王義琴，張慧娟，白克智(1998)「碎形幾何在植物根系研究中之應用」，科學進展(21)第 3 期。
2. 吳萬春，邱安經(1999)，植物學，華南理工大學 pp.60-73。
3. 吳昭慧，連大進，游添(1997)「綠肥用大豆栽培技術」，台南區農業專訊第 21 期
4. 連大進 (1992)，「田菁栽種方法及對土壤之改善」台南農業改良技術專刊，第 2 期，pp.4~6。
5. 連大進 (1998)“農田地力增進”台南區農業改良場技術專刊，第 84 期，pp.4~6。
6. 連大進、吳昭慧(2001)，「綠肥大豆台南 4 號」，台南農業改良場，pp.4~6。
7. 施嘉昌(1990)，「高粱不同灌溉處理效果及需水量試驗研究」，農業工程研究中心第二年報告。
8. 施嘉昌(1968)，「陸稻灌溉需水量之研究」，國家長期發展科學委員會研究彙報第二期。
9. 施嘉昌(1989)，「玉米灌溉用水量之研究」，台灣水利第三十七卷第四期，pp.1~14。
10. 陳清田(1996)，「台灣地區旱作物需水量之推估研究」，國立台灣大學農業工程研究所碩士論文。
11. 葉一隆、張東炯(2001)「作物根系對水分入滲之影響」，水稻田生態措施推廣及環境保護研討會。
12. 葉一隆(2002)「水田休耕種植綠肥種類對地下水之補注研究」，行政院農業委會委辦計劃執行成果報告。
13. 張東炯(2000)「推廣水田生態環境保護及地下水涵養補注」，行政院農業委會委辦計劃執行成果報告。
14. 張東炯(2003)「已田菁綠肥永續經營休耕水田」，農業世界，pp.16~19。
15. 張東炯(2002)「田菁作物生長之初步研究」，高苑學報第八卷，pp.41~54。
16. 張東炯(2002)「田菁綠肥根系在土壤水分傳輸之影響」，行政院農業委會主管補助計劃執行成果報告。
17. 張東炯(2002)「以灰色理論建立田菁生長之預測模式」，中國農業工程學報第四十八卷第三期，pp.85~89。

18. 楊培齡，羅遠培 (1994)「冬小麥根系形態之碎形研究」，科學通報，(20)：1911-1913。
19. 蔡宜峰，黃祥慶(1991)「談本省主要綠肥栽培法」，農藥世界，第 93 卷，pp.108~110。
20. 廖成章，余翔華(2001)「碎形理論在植物根系結構研究中之應用」，江西農業大學學報第 23 卷，第 2 期，194-196。
21. Mandelbrot, B. B., The Fractal Geometry of Nature, W. H. Freeman and Company, New York, pp.25-33 (1982).
22. Mandelbrot, B. B. (1977) Fractals: Form, Chance, and Dimension, W. H. Freeman, San Francisco.
23. Peitgen, H.-O., H. Jurgens and D. Saupe (1992). Chaos and Fractals: New Frontiers of Science, Springer-Verlag New York, Inc, 212-219.
24. Quisenberry J.E. and McMichael B. L. (1991) Genetic variation among cotton germplasm for water-use efficiency. Environ. Exp. Bot. 31, 453-460.
25. Rasband, S. N. (1990). *Chaotic Dynamics of Nonlinear Systems*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 71-83.
26. Stoyan, D. and H. Stoyan (1994). *Fractals, Random Shapes and Point Fields: Methods of Geometrical Statistics*, John Wiley & Sons Ltd, Chichester, 39-49.
27. Tatsumi J., Yamanchi A., Kono Y. Fractal analysis of plant root system. Ann. Bot.,1989; 64: 499-503.

收稿日期：民國 94 年 4 月 27 日

修正日期：民國 94 年 10 月 7 日

接受日期：民國 94 年 10 月 12 日