

混合孔隙材料影響遲滯現象之砂箱試驗 與入滲之數值模擬

Influence of Mixed Porous Material to Hysteresis by Sand Box Test and Numerical Modeling of Infiltration

國立台灣大學
生物環境系統工程學
研究所博士生

柯凱元

Kai-yuan Ke

國立台灣大學
生物環境系統工程學
研究所碩士生

簡翊哲

Li-Che Chien

中國技術學院
土木工程系
教授

陳主惠

Chu-Hui Chen

國立台灣大學
生物環境系統工程學系教授
暨水工試驗所主任

譚義績

Yih-Chi Tan

摘 要

本研究目的是藉由不同配比混合粗粒料孔隙材料(以生態環保磚材料為例)及細粒料孔隙材料(以石英砂為例),探討遲滯現象受到粗、細混合配比孔隙材料之影響,並利用數值分析了解各種配比下之入滲曲線變化情況。

研究中結合(1)試驗孔隙材料基本性質實驗(2)遲滯現象砂箱實驗(3)遲滯模式模擬及研究方法。試驗材料基本性質實驗包含生態環保磚及石英砂之乾比重量測、定水頭量測水力傳導係數、篩分析及殘餘含水比試驗。遲滯現象砂箱實驗則以自行設計之砂箱,配合土壤水份感測器(TDR)及張力計(tensionmeter)同時量測含水比及張力值,以繪出完整之保水曲線(water retention curve)。遲滯模式模擬則以王銘燦(2002)發展之有限差分模式,藉以了解不同配比下孔隙材料之入滲行為變化。

研究結果顯示,不同配比之粗粒料與細粒料之透水性、保水曲線可藉由試驗室中進行試驗以求得,且不同配比下之粗粒料與細粒料所產生之遲滯現象,會隨著細粒料佔整體孔隙材料之比例越高而越明顯。另在考慮遲滯現象影響下以程式模擬不同配比孔隙材料內部水分變化情形,可模擬入滲時之混合孔隙材料內部水份移動,結果顯示,孔隙率較高之孔隙材料(或是飽和水力傳導係數較高),其水份入滲速度在未飽和狀態下不一定較快,而需視當時含水比大小所計算而得之未飽和水力傳導係數而定。

關鍵詞：砂箱實驗,遲滯現象,入滲。

ABSTRACT

This research is to mix coarse material (using Ecological Environmental Protection Brick material) with fine material (using quartz sand) in different ratio to analyze the hysteresis influenced by mixed porous material. A numerical model will be used to understand the change of infiltration curve under different mixed conditions.

This research combines basic property experiments of the test porous material, the hysteresis sand box test, and hysteresis numerical model. Basic property experiments of the test porous material include measuring specific gravity, saturated hydraulic conductivity, residual water content and sieve analysis. Hysteresis sand box test used a designed sand box with TDR and tensionmeter measuring water content and tension in the mixed porous material relatively, to characterize the water retention curve and to find the related parameter. We adopted a hysteresis FDM model developed by Wang (2002) to simulate the infiltration of water in different mixed porous material.

Result shows the hydraulic conductivity and water retention curve of different mixed porous material can be obtained by our sand box test. The higher ratio of the fine material in the mixed porous material, the hysteresis would be more obvious. The hysteresis model developed by Wang (2002) can also describe the water movement in the mixed porous material. The results show higher porosity (or higher saturated hydraulic conductivity) does not necessarily result in higher infiltration velocity under unsaturated condition. The unsaturated infiltration velocity depends on the unsaturated hydraulic conductivity calculated from the water content.

Keywords: Sand box test, Hysteresis, Infiltration.

一、前言

遲滯現象在未飽和入滲中，扮演了一個重要的角色。前人研究遲滯現象時，所研究之方向包括保水曲線及未飽和水力傳導係數方程式之建立、試驗室及現場試驗求取土壤水力參數，或是數值模式分析未飽和水份移動及傳輸等，然而在工程上應用時，例如時下最流行之生態工法之一，利用生態磚 (Ecological Environmental Protection Brick) 或類似材料做水土保持用途，此時若欲了解其未飽和入滲之性質，則孔隙材料配比對於遲滯現象之影響便是一個重要因子。其中生態磚是利用陶瓷工廠製程中與品管淘汰的廢陶瓷胚體或玻璃等材料，經過粉碎、研磨、篩選、成形並經高溫燒成技術，具有透水、涵養地表水份、及景觀造型等功能之建材，而生態磚將做為本研究之試驗材料。

本研究主要探討粗粒料(生態磚為例)及細粒料(石英砂為例)混合配比後，對保水曲線形狀之改變，進而討論其對入滲行為所造成之影響。研究方式採用砂箱試驗，求出不同配比之保水曲線，以迴歸出形狀因子，再將各參數代入王銘燦 (2002) 之有限差分遲滯模式，以了解配比对入滲之影響。

二、文獻回顧

2.1 保水曲線理論

以往的研究當中有許多學者採用土壤水分保水曲線 $\theta-h$ 關係來推求水力傳導係數，並且應用在許多的研究上，但是如果應用在非均質的多維非飽和土壤時，會有無法應用的缺點 (van Genuchten, 1980)。

Mualem (1974) 利用土壤粒徑分布之概念模式，提出了水力傳導係數之數學表示式：

$$K(\theta) = K_s \cdot \Theta^{\frac{1}{2}} \left[\frac{\int_0^\Theta \frac{1}{h(x)} dx}{\int_0^1 \frac{1}{h(x)} dx} \right]^2 \dots\dots\dots(2.1)$$

其中 K_s : 飽和水力傳導係數

Θ : 飽和度

而飽和度 $\Theta = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}$, 其中 θ_s 和 θ_r 分別為

飽和體積含水比與殘餘體積含水比。

van Genuchten (1980) 提出飽和度與張力水頭之間關係式 :

$$\Theta = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \left[\frac{1}{1 + |\alpha h|^n} \right]^m \dots\dots\dots(2.2)$$

其中 $\alpha \cdot n$ 及 m 為未知係數, α 及 n 為(2.2)式 $h(\theta)$ 曲線之形狀因子, 而 $m=1-1/n$ 。

Van Genuchten (1980) 利用(2.1)式及(2.2)式而提出未飽和水力傳導係數之數學表示式如下式 :

$$K(\theta) = K_s \cdot \frac{\left\{ 1 - |\alpha h|^{n-1} \left[1 + |\alpha h|^n \right]^{-m} \right\}^2}{\left[1 + |\alpha h|^n \right]^{m/2}} \dots\dots\dots(2.3)$$

(2.2)及(2.3)式統稱為 VGM model。

一般在土壤水分變化的計算上若要是能符合真實土壤水分的情形, 應要將土壤中排水與濕潤歷程交替變化的情形予以考慮(Beese and van der Ploeg, 1976)。在完全乾燥土壤在持續濕潤的歷程中, 沿著主要濕潤曲線(Main wetting curve)變化, 直到完全飽和後, 反之進行排水則會沿著主要乾燥曲線(Main Drying Curve)變化, 直到殘餘含水比, 整個過程如圖 2.1。有相當多的學者進行保水曲線之研究中, 提出保水曲線的數學表示式, 如 Brook and Corey (1964、1966)、King (1965)、van Genuchten (1980)等, 但其中以 van Genuchten 的土壤水分參數模式較能反應土壤保水曲線的形狀及型式, 本研究在此前提之下採用 van Genuchten 土壤水分參數模式, 並假設水分遲滯曲線中各組保水曲線(乾燥曲線或濕潤曲線)具備相同的形狀因子, 以推求遲滯現象中各種不同狀態的水分特性。

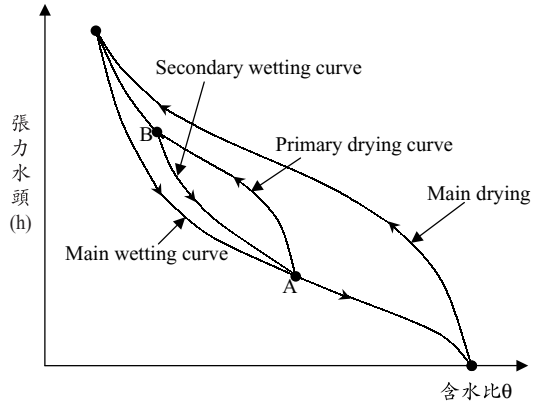


圖 2.1 遲滯現象示意圖

本研究中根據黃漢誠等人(2000)研究遲滯現象之結果, 假設每組遲滯水分掃描曲線的型式可由 van Genuchten 土壤保水曲線模式(2.2)式套配, 每一條乾燥或濕潤曲線皆具備相同的形狀因子, 也就是每一條乾燥曲線之 α^d 、 n^d 維持定值(上標 d 表乾燥歷程), α^d 、 n^d 值的求取可藉由土壤保水曲線之主要乾燥曲線實驗數據迴歸得知; 而每一條濕潤曲線之 α^w 、 n^w 亦保持定值(上標 w 表濕潤歷程), α^w 、 n^w 值的求取可藉由保水曲線之主要濕潤曲線實驗數據迴歸得知。

以此類推, 可簡單的推演由主要乾燥曲線發展出之各組濕潤(或乾燥)曲線之通式型式 :

第 $2i+1$ 濕潤曲線寫為 :

$$\frac{\theta - \theta_r(2i+2)}{\theta_s(2i+2) - \theta_r(2i+2)} = (1 + |\alpha^w h|^n)^{-m^w} \dots\dots(2.4)$$

第 $2i+2$ 乾燥曲線寫為 :

$$\frac{\theta - \theta_r(2i+3)}{\theta_s(2i+3) - \theta_r(2i+3)} = (1 + |\alpha^d h|^n)^{-m^d} \dots\dots(2.5)$$

以上 $i=0、1、2、3、\dots\dots\dots$ 。

同理, 可簡單的推演主要濕潤曲線發展出之各濕潤(或乾燥)曲線之通式型式 :

第 $(2i+1)'$ 乾燥曲線寫為 :

$$\frac{\theta - \theta_r((2i+2)')}{\theta_s((2i+2)') - \theta_r((2i+2)')} = (1 + |\alpha^d h|^n)^{-m^d} \dots\dots\dots(2.6)$$

第 $(2i+2)'$ 濕潤曲線寫為 :

$$\frac{\theta - \theta_r((2i+3)')}{\theta_s((2i+3)') - \theta_r((2i+3)')} = (1 + |\alpha^w h|^{n'})^{-m'} \quad (2.7)$$

以上 $i=0、1、2、3、\dots$ 。

由上述關係可求得各種狀態轉換下之遲滯土壤保水曲線關係式。

2.2 遲滯模式

根據前人之研究，在計算未飽和層土壤中水分傳輸之狀況時，應將土壤吸水與排水持續變化之歷程加以考慮(Beese and van der Ploeg, 1976)：由圖 2.1，土壤由完全乾燥狀態經吸水過程達到飽和狀態，其張力水頭與含水比之關係變化稱爲主要濕潤曲線(Main Wetting Curve)，而在未達飽和之前於 A 點發生吸水與排水狀態之變化，則曲線變化爲第一乾燥曲線(Primary Drying Curve)，其後於 B 點又發生狀態改變，此時曲線變化爲第二濕潤曲線(Secondary Wetting Curve)；反之若由完全飽和狀態經過排水過程，則得到主要乾燥曲線(Main Drying Curve)，在排水過程未結束時發生狀態改變即可得第一濕潤曲線(Primary Wetting Curve)，與第二乾燥曲線(Secondary Drying Curve)等。在主要乾燥曲線與主要濕潤曲線之間，若因發生狀態改變而產生交替變化之曲線，稱爲掃描線(Scanning Curve)，狀態改變之點如 A 點與 B 點稱爲反折點(Reversal Point)。

前人遲滯現象之分析方法可分爲三部分，包括理論方法、經驗方法及數值模擬。

以理論方法從事之研究包括：

- (1) 孔隙區間獨立法(Topp, 1969; Mualem, 1974; Parlange, 1976、1980)：孔隙區間獨立法乃假設土壤中孔隙並不互相影響，而利用統計方法以分析乾燥及濕潤時孔隙半徑的大小。
- (2) 孔隙區間相依法(Mualem and Dagan, 1975; Kool and Parker, 1987)：孔隙區間相依法由延伸孔隙區間獨立法而來，但考量孔隙間的互相影響及其作用。
- (3) 修正型孔隙間相依法(Kool and Parker, 1987)：提出修正型孔隙間相依法，並比較

其與經驗模式的優缺點。

以經驗方法進行研究的包括 Ibrahim and Brutsaert (1968)、Gillham et al. (1976)、Scott et al. (1983)等，上述學者假設土壤水分遲滯曲線中的掃描曲線與主要乾燥及濕潤曲線的形狀有關，並須先求得主要乾燥及濕潤曲線之參數值，在應用上是較爲容易的。

而數值模擬的研究則有 Pickens and Gillham (1980)、Jaynes (1984)、Kool and Parker (1987)等，皆針對遲滯水分流動之數值模擬進行研究，其中 Pickens and Gillham 提出二維模式並建立土壤保水曲線隨乾燥濕潤變動之關係，並以一維方式進行模擬，但研究中並未針對水力傳導係數的遲滯特性做出研究，但其研究已近乎實際情形。Jaynes (1984)指出乾濕往返效應的出現會使土壤水分的計算產生低估的情形，其運用四種方法加以計算遲滯水分曲線，發現坡度法(Slope method)及點法(Point method)在乾、濕歷程變化中會有乾濕往返效應的產生，而造成土壤含水比低估之情形，線性法(Linear method)雖然不會有乾濕往返效應的困擾，但無法計算乾、濕歷程變化土壤含水比的差異，而第二模式法(Model II method)能避免乾濕往返效應的出現。王銘燦(2002)利用數值方法求解理查方程式，並配合 van Genuchten 之土壤保水曲線關係式進行運算，以模擬未飽和層土壤之水分傳輸，本研究應用其概念及模式並進行不同混合配比孔隙材料之入滲模擬。

三、孔隙材料基本性質試驗及砂箱試驗

本研究主要目的之一在於進行粗粒料及細粒料混合孔隙材料之遲滯現象砂箱試驗，試驗結果並將做爲次節遲滯模式分析之依據，因此將進行以下各項試驗。

3.1 孔隙材料基本性質測定

本研究所測得之孔隙材料基本性質爲飽和水力傳導係數、乾比重及殘餘體積含水比。

飽和水力傳導係數(Ks)以定水頭試驗進行之，所針對之樣本爲環保磚材料(代表粗粒料)與石英砂(代表細粒料)以體積配比爲 4：1、3：1、

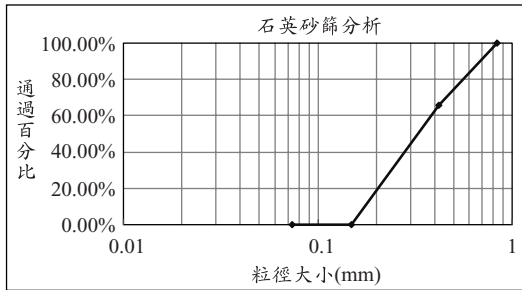


圖 3.1 石英砂(細粒料)篩分析

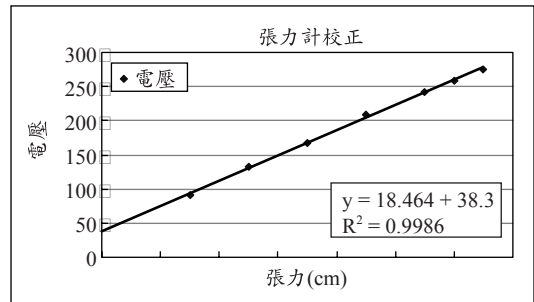


圖 3.2 張力計校正

2 : 1 與 1 : 1 之三種混合孔隙材料，所得 K_s 分別為 5.98cm/min、4.43cm/min、1.49cm/min 與 0.97cm/min，表示四種混合孔隙材料之飽和滲透性皆相當高，而隨著粗粒料所佔比例越低，飽和時之滲透性會降低。

另比重瓶試驗進行石英砂及環保磚材料分別之乾比重之分析，所得乾比重分別為 2.64 及 2.76。

篩分析結果顯示，環保磚由於顆粒較大，均可停留於 20 號篩上，而石英砂則全部通過 20 號篩，篩分析結果如圖 3.1。

殘餘體積含水比以離心機試驗進行之，並對配比為 4 : 1、3 : 1、2 : 1 與 1 : 1 之四種混合孔隙材料試驗，分別得殘餘體積含水比為 0.0315、0.0361、0.0977 及 0.0708，其中由於配比 2 : 1 及 1 : 1 之孔隙材料，細粒料含量相對於 4 : 1、3 : 1 較高，因此殘餘含水比也明顯較高。

3.2 保水曲線實驗設置與進行

一般土壤可分為飽和層與未飽和層兩部分：顧名思義，飽和層之土壤其孔隙均完全被水份充滿，而未飽和層之土壤孔隙未完全充滿水份，而具有以下之特性：

- (1) 土壤之張力水頭(Matric Head)小於零，可利用張力計加以測量。
- (2) 土壤之含水比小於孔隙率。
- (3) 土壤含水比為張力水頭之函數，可利用實驗方法測得。

以實驗方法測得之土壤含水比與張力水頭之函數關係，將之繪成曲線圖形，即可得到所謂

的土壤水分特性曲線(Soil Moisture Characteristic Curve)，又稱為保水曲線(Retention Curve)：經由實驗方法所得之資料，可清楚反映出土壤之特性，同時藉由土壤吸水與排水之不同過程，可得到相異之土壤含水比與張力水頭之關係，由吸水過程中所得到的為濕潤曲線，排水過程中所得到的為乾燥曲線。

主要試驗步驟分成張力計之率定、土壤水分感測計之率定及保水曲線實驗，細分如下：

3.2.1 張力計率定

(1) 所需儀器與設備

張力計、數據擷取儲存器、塑膠皮管、U 形玻璃管(內盛水銀)、抽氣機。

(2) 率定流程

- 一：將張力計玻璃管裝滿水，使其暴露於大氣中，觀測數據擷取儲存器的數值。
- 二：將張力計插入塑膠管，並打開抽氣機調整抽氣閥門，使 U 型玻璃管兩端內盛之水銀有高差產生，此時關閉閥門，記錄高差讀數和數據擷取儲存器電壓讀數。
- 三：鬆開閥門，再度開啓抽氣機，使 U 型玻璃管內盛之水銀產生更大高差，記錄高差讀數與數據擷取儲存器的電壓讀數。
- 四：重複步驟三，但控制 U 型玻璃管兩端水銀高差較前次高，觀察電壓值。
- 五：張力計依照上述程序，可得出多個率定點，得出率定曲線。

率定所得之結果如圖 3.2，所得之相關係數達 0.9986，為高度相關，顯示實驗設備可準確反應實際之張力水頭。

3.2.2 土壤水分感測計(TDR)之率定

(1) 所需儀器與設備

土壤水分感測計、數據擷取儲存器、燒杯、量杯、鐵尺、鐵棒、圓形鐵盒。

(2) 率定流程

一：取用定量、定體積之石英砂，使其孔隙率維持定值，並將石英砂慢慢倒入圓形鐵盒。

二：以量杯盛水 10ml，倒入圓形鐵盒中，用鐵尺將其均勻攪拌，直至石英砂與水分均勻混合。

三：將含水的石英砂分三次倒入燒杯中，每次裝填需保持孔隙材料孔隙率一致。

四：置放土壤水分感測計於孔隙材料中，並於 20 秒後記錄數據擷取儲存器之讀數，並將先前所調之石英砂與水分配比換算成體積水分含量，如此兩個數值可形成率定圖之數值點。

五：重複步驟一至四，但於步驟二改變盛水量，每次增加 5ml，直到土體達飽和含水比便停止，依次記錄下對應的數據擷取儲存器的數值，可得多個率定點，由此可得出率定曲線。

六：率定結果由廠商於數據擷取器之軟體中設定使所讀值即為真實含水比值。

3.2.3 保水曲線實驗之設置與進行

本研究採用砂箱模型試驗求取環保粗粒料(環保磚材料)與不同體積配比之細粒料(石英砂)均勻混合後之保水曲線，並使用土壤水分感測計(TDR)來量測孔隙材料體積含水比，使用土壤水分張力計來監測孔隙材料水分張力的變化量。結合上述兩者，擷取相同時段的張力及體積含水比，透過邊界條件來控制孔隙材料之濕潤或乾燥狀態，得出孔隙材料水分乾燥曲線，實驗方式參考楊欣常(2001)之方法。

實驗所用的砂箱是由厚 8mm 的壓克力板組合而成，其實體大小如圖 3.3 所示。砂箱內徑長 20cm、寬 5cm、高 15cm，其底部鑽一直徑 8mm 小孔，並控上控水閥門，並連接輸水導管，依實驗所需而將輸水導管接至抽氣機(排水狀態)或蓄

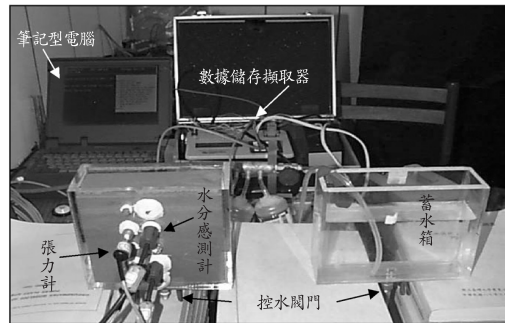


圖 3.3 保水曲線實驗系統配置

水容器(濕潤狀態)。其中抽氣機至輸水導管間需以一儲水容器連接，用以做儲藏水分之用，避免抽氣機吸入水分。砂箱正面上鑽鑿一直徑 8mm 及一直徑 21mm 之小孔，8mm 之小孔供作插入張力計之用，21mm 之小孔供作插入土壤水分感測計之用。本研究之砂箱試驗所進行之 TDR 及張力計之量測位置約於整體砂箱之中央，且兩種儀器之位置相近，可視為單點之含水比及水份張力之量測。砂箱模型底部需鋪上一層高透水的之纖維布，防止砂土隨水流進入輸水導管中。主要實驗步驟如下：

一：將環保磚材料與石英砂以固定體積配比(本研究分採 1:1、2:1、3:1、4:1 四種配比)均勻混合後放入砂箱中。

二：將 TDR 及張力計放入砂箱中，待數據擷取器讀值達穩定後，並將水份由砂箱底部緩慢導入，導入水份之過程並非連續，而是小量導入，然後停止，並待張力計及 TDR 之讀值穩定後記錄，再做下一階段之導水，當整個砂箱漸漸達完全飽和時停止試驗。此步驟所得為保水曲線之溼潤段。

三：砂箱完全飽和後，同樣由砂箱底部，分階段緩慢排水，待各階段之 TDR 及張力計之讀值穩定並記錄後，再進行下一階段之排水，以量測含水比及張力之對應關係，此時可得出保水曲線之乾燥段。若排水速率趨緩，表示此時之砂箱內之孔隙材料已無法藉由重力排水而排出，則將抽氣機連接砂箱下方之控水閥門進行水、氣之抽取，以達到快速乾燥之目的。

四：重複步驟一至三，但改變孔隙材料配比，以了解配比不同對保水曲線之影響。

本研究採用之砂箱試驗方式，主要目的是為了求得保水曲線中之 θ 及 h 之對應關係，並依此進行 α 及 n 之參數推求。而在砂箱試驗中，為了得到 θ 及 h 之關係，是由砂部底部進行間斷性之導水或排水之動作，而非進行連續性之導水或排水，主要是因為張力計及 TDR 兩種儀器，其量測土壤水份張力 h 及含水比 θ 之反應時間並不相同(亦就是其達到穩定之時間不一致)，因此為求得精確之 h 及 θ 之對應關係，必須在導水或排水一段時間後，待張力計及 TDR 讀值皆穩定時，再行記錄。

本研究在進行單點之含水比及水份張力量測試驗前，曾對整體砂箱上垂直方向上之 5 個位置進行含水比及水份張力之量測，而結果顯示單一點之量測資料及多點之測資料相當一致，表示孔隙材料之均質性相當高，因此試驗以砂箱中央位置進行含水比及水份張力之量測。

3.2.4 保水曲線實驗結果之擬合方式

由砂箱試驗所得之 θ - h 關係之擬合，以套裝軟體 Matlab 自行撰寫程式而得，並採用 Matlab 內建之副程式 `nlinfit[y,x,f(x,y, β), β_i]`，該副程式主要是使用非線性最小平方方法(Nonlinear Least Square Method)配合高斯牛頓法(Gauss-Newton Method)以擬合得出非線性方程式之參數，其中在本研究裡 y 為張力水頭 h ， x 為含水比 θ ， $f(x,y,\beta)$ 為(2.2)式之 van Genuchten 方程式， β 為 van 方程式中之 α 及 n 值， β_i 為 α 及 n 值之初始猜值(initial guess value)。

3.2.5 保水曲線實驗分析

研究共進行四種粗粒料混合細粒料配比，並得結果如圖 3.4。在進行實驗前，已先行預測若純粹以環保磚進行保水曲線之實驗，可能由於環保磚材料本身顆粒較大，相對應之孔隙亦較大，將使得保水曲線之量測不易，因此將環保磚混合石英砂以進行保水曲線實驗，而由圖上之結果可得知，此項預測應屬正確，圖 3.4 中配比 1:1 及 2:1 之混合孔隙材料由於細粒料含量相對較高，因此可明顯看出遲滯現象之乾燥段及溼潤段，配

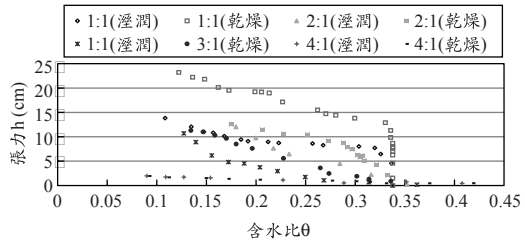


圖 3.4 各種配比之保水曲線比較圖

比 3:1 之混合孔隙材料遲滯現象尚可看出，但配比 4:1 之混合孔隙材料，由於大部份之土為粗粒料，雖在實驗中力求粗粒料與細粒料混合均勻，然配比 4:1 之混合孔隙材料已接近純粹以粗粒料進行實驗，因此幾乎無法在圖 3.4 中分辨出遲滯現象之乾燥段及溼潤段。

若將四種配比之結果比較可發現，在目前所進行之各種配比混合孔隙材料下，配比較低之兩種混合孔隙材料，飽和含水比較小，即孔隙率亦較小(因為飽和時，含水比應等同於孔隙率)，殘餘含水比則較高，且對應殘餘含水比之張力值也較高，此乃由於純粗粒料孔隙率雖高，孔隙雖大，但加入越多之細粒料後，粗粒料孔隙由細粒料填滿，而使得孔隙率減少，孔隙亦相對應減少，而造成上述現象。

由上述結果亦得知，在體積配比 1:1、2:1 或 3:1 之情況下，皆可得明顯之遲滯現象，對實驗資料進行保水曲線迴歸後，結果如圖 3-5~圖 3-7，然配比 4:1 的情況，由於遲滯現象非常不明顯，即乾燥段及溼潤段看似重疊，因此將乾燥段及溼潤段之資料共同進行迴歸如圖 3.8，而各種配比迴歸所得形狀參數如表 3.1，圖 3.9 為試驗結果之迴歸比較總圖。

由表 3.1，考慮遲滯現象較明顯之配比 1:1、2:1 及配比 3:1 之三種混合孔隙材料，隨著孔隙材料中粗粒料比例增加，乾燥段及溼潤段之形狀因子 α_d 及 α_w 皆增加，而 n_d 及 n_w 則減少。

四、遲滯模式分析

4.1 模式理論及建立

目前在飽和與未飽和地下水流動地下水控制方程式，不考慮土粒及水份之壓縮性、區域內

表 3.1 各種配比保水曲線參數表

| 配比 | 飽和水力傳係數 (cm/min) | 飽和含水比 θ_s | 殘餘含水比 θ_r | 形狀因子 α_d | 形狀因子 α_w | 形狀因子 n_d | 形狀因子 n_w |
|-----|------------------|------------------|------------------|-----------------|-----------------|------------|------------|
| 1:1 | 0.97 | 0.338 | 0.0708 | 0.056176 | 0.108925 | 6.24332 | 7.30389 |
| 2:1 | 1.49 | 0.352 | 0.0977 | 0.110777 | 0.228841 | 2.62173 | 2.04593 |
| 3:1 | 4.43 | 0.362 | 0.0361 | 0.413124 | 1.12951 | 1.63593 | 1.48042 |
| 4:1 | 5.98 | 0.418 | 0.0315 | 1.0882 | 1.0882 | 3.10087 | 3.10087 |

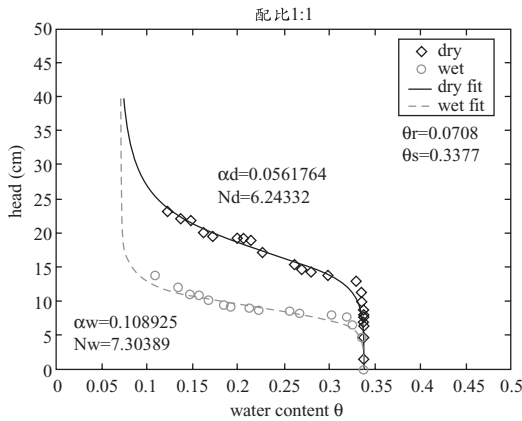


圖 3.5 配比 1:1 之保水曲線迴歸圖

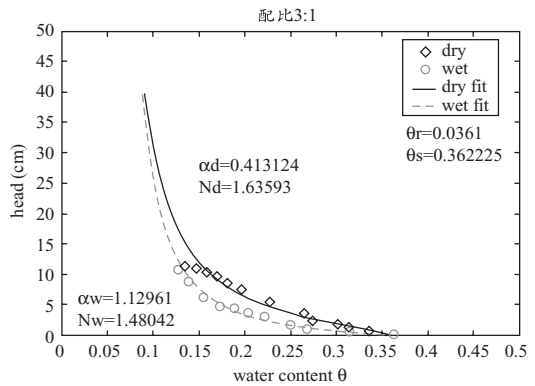


圖 3.7 配比 3:1 之保水曲線迴歸圖

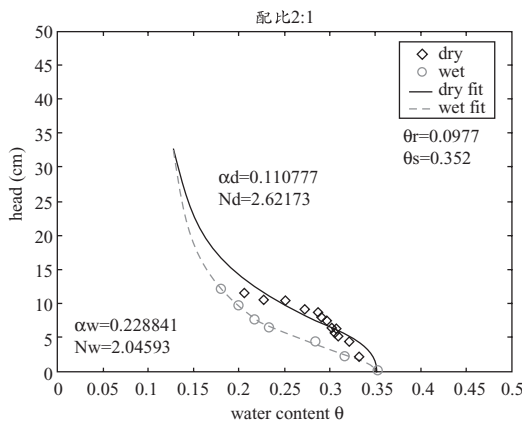


圖 3.6 配比 2:1 之保水曲線迴歸圖

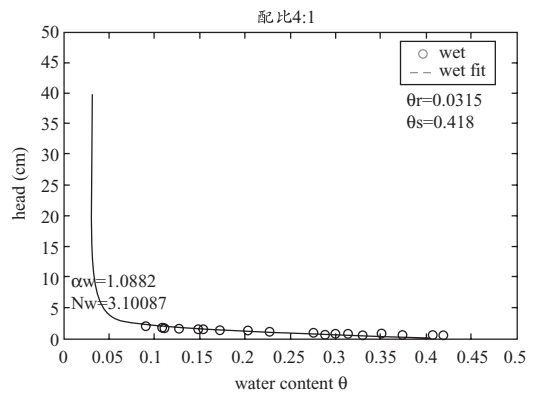


圖 3.8 配比 4:1 之保水曲線迴歸圖

無抽取或補注、流體為純水時，即 Richards equation (1931)如下：

$$\frac{d\theta}{dt} = \nabla \cdot [K(h)(\nabla h + \nabla z)]$$

其中

h：張力水頭 [L]。

t：時間 [T]。

K(h)：水力傳導係數[L/T]，亦可表示為 K(θ)。

z：重力水頭 [L]。

θ ：體積含水比 [L³/L³]。

此式為非線性偏微分方程式，除了某些特定條件下才存在解析解外，欲求解必須運用數值方法才能求解；然而欲運用數值方式求解，首先必須充分掌握混合孔隙材料之水力特性，此些特性計有張力水頭 h 與混合孔隙材料含水比 θ 、水力傳導係數 K(h)及比水容積 $d\theta/dh$ 的關係。

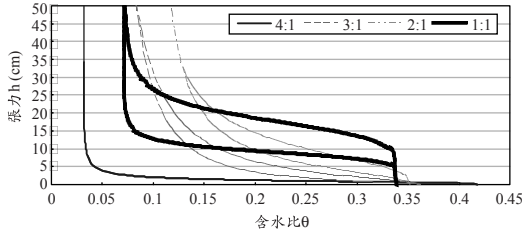


圖 3.9 各種配比之保水曲線迴歸比較圖

4.2 數值解析

本研究使用王銘燦(2002)所發展之有限差分(FDM)滯滯模式進行分析，該模式使用混合型理查方程式做求解，目的在於保持質量平衡，另配合時間之離散，使用隱式法，可避免顯式法因空間網格與時間網格大小限制之問題，再結合 Picard 迭代法來求得數值解，以下簡述該模式之建立。

(1) 混合型控制方程式離散化：

一維混合型理查方程式可寫成

$$\frac{\partial \theta(h)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K(h) \frac{\partial h(z,t)}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} K(h) \dots\dots(4.1)$$

令 m 為迭代次數， n 為時間離散編號， i 為空間離散編號，並利用有限差分法，對於空間第 $n+1$ 時間段當成參考點，對時間採向後差分，對空間取中央差分，並假設時間間隔與空間間隔為定值，再將含水比之離散以使用泰勒級數展開如 4.2 式，不同迭代次數之水頭差值令為 4.3 式，可得理查方程式之離散結果如 4.4 式。

$$\theta_i^{n+1,m+1} = \theta_i^{n+1,m} + \frac{d\theta_i^{n+1,m}}{dh} (h_i^{n+1,m+1} - h_i^{n+1,m}) + O(\delta^2) \dots\dots(4.2)$$

$$\delta h^{n+1,m} = h^{n+1,m+1} - h^{n+1,m} \dots\dots(4.3)$$

$$\begin{aligned} & \frac{(-K_{i-1/2}^{n+1,m})}{(\Delta z)^2} (\delta h_{i-1}^{n+1,m}) + \left(\frac{K_{i-1/2}^{n+1,m}}{(\Delta z)^2} + \frac{K_{i+1/2}^{n+1,m}}{(\Delta z)^2} + \frac{C_i^{n+1}}{\Delta t} \right) (\delta h_i^{n+1,m}) \\ & + \frac{(-K_{i+1/2}^{n+1,m})}{(\Delta z)^2} (\delta h_{i+1}^{n+1,m}) = \frac{\theta_i^n - \theta_i^{n+1,m}}{\Delta t} + \frac{K_{i+1/2}^{n+1,m} (h_{i+1}^{n+1,m+1} - h_i^{n+1,m+1})}{(\Delta z)^2} \\ & - \frac{K_{i-1/2}^{n+1,m} (h_i^{n+1,m+1} - h_{i-1}^{n+1,m+1})}{(\Delta z)^2} - \frac{(K_{i+1/2}^{n+1,m} - K_{i-1/2}^{n+1,m})}{\Delta z} \dots\dots(4.4) \end{aligned}$$

(2) 迭代求解及模式流程

就第 i 節點而言，有三個未知數 $\delta h_{i-1}^{n+1,m}$ 、 $\delta h_i^{n+1,m}$ 及 $\delta h_{i+1}^{n+1,m}$ ，將整個區域所形成的方程式寫成以下的矩陣：

$$\begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & 0 & 0 & 0 \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & a_{N,N-1} & a_{N,N} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta h_1^{n+1,m} \\ \delta h_2^{n+1,m} \\ \vdots \\ \vdots \\ \delta h_N^{n+1,m} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ b_N \end{Bmatrix} \dots\dots(4.5)$$

亦即 $[A]\{\delta h^{n+1,m}\} = \{B\}$ ， $a_{i,j}$ 代表 $[A]$ 中的元素， b_j 代表 $\{B\}$ 中的元素。矩陣 $[A]$ 是 tridiagonal 矩陣，其中的元素 $a_{i,j}$ 均為已知， $\{B\}$ 中的各數值為 m 次迭代的後的值，對於 $m+1$ 次迭代而言為已知。

本研究模擬之邊界狀況為，上邊界為通量邊界，下邊界為定水頭，如果邊界為通量之邊界條件時，並需在邊界上先作計算，有限差分法如下所示：

$$\begin{aligned} a_{N,N-1} &= -\frac{K_{N-1/2}^{n+1,m}}{(\Delta z)^2} \\ a_{N,N} &= \frac{C_N^{n+1,m}}{\Delta t} + \frac{K_{N-1/2}^{n+1,m}}{(\Delta z)^2} \dots\dots(4.6) \\ b_N &= K_{N-1/2}^{n+1,m} \cdot \frac{h_{N-1}^{n+1,m}}{(\Delta z)} - K_{N-1/2}^{n+1,m} \\ & \cdot \frac{h_N^{n+1,m}}{(\Delta z)^2} - \frac{K_{N-1/2}^{n+1,m}}{(\Delta z)^2} + \frac{\theta_N^n - \theta_N^{n+1,m}}{\Delta t} - \frac{q_B}{\Delta z} \end{aligned}$$

而此時下邊界亦為定水頭，故以下各式成立：

$$\begin{aligned} a_{1,1} &= 1 \\ a_{1,2} &= 0 \dots\dots(4.7) \\ b_1 &= 0 \end{aligned}$$

當邊界條件給定後，利用 Thomas algorithm 可依序將區域中各節點之 $\delta h^{n+1,m}$ 求出， $\{\delta h^{n+1,m}\}$ 解出後利用 $\delta h^{n+1,m} = h^{n+1,m+1} - h^{n+1,m}$ 可求出新的 $h^{n+1,m}$ ，本研究假設當滿足 $\delta h^{n+1,m} \leq 10^{-5}$ 的條件時，即達到收斂，可進行下個時間的運算。

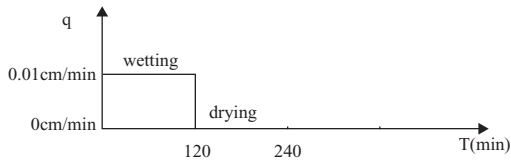
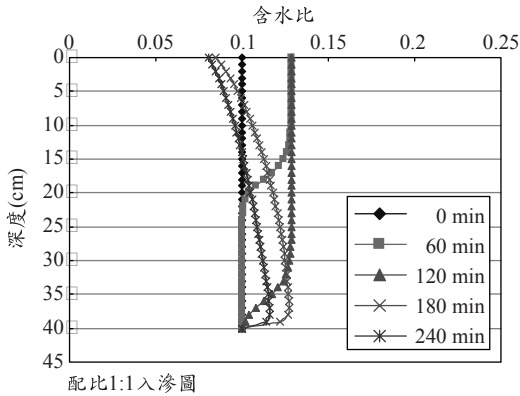


圖 4.1 模擬降雨狀況示意圖



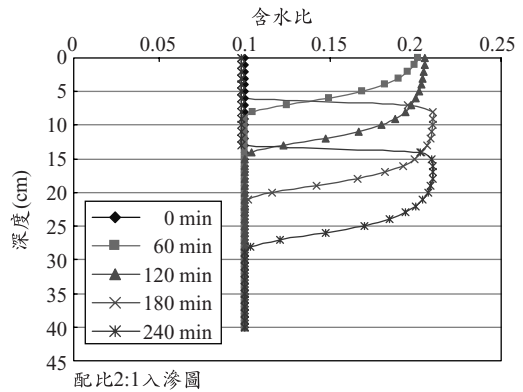
配比1:1入滲圖

圖 4.2 配比 1:1 滯滯模式模擬結果

4.3 數值模擬進行及結果分析

本研究以粗粒料與細粒料配比 1:1、2:1 及 3:1 混合之樣本分別進行模擬，所採用之保水曲線參數如表 3.1，配比 4:1 由前節結果發現，其不具備滯滯現象，故不予進行入滲模擬分析。主要模擬之上方入滲邊界情況如圖 4.1，即最初 120 分鐘，混合孔隙材料上方有降雨 0.01cm/min，以模擬水份入滲至混合孔隙材料內之情況，接下來之 120 分鐘，降雨停止，上方之通量邊界設定為零流量，以模擬混合孔隙材料由上方開始乾燥之情況，上述設計主要目的在於了解不同配比之混合孔隙材料，其乾燥及溼潤之溼滯變化。另外，初始之含水比設定為 0.1，總深度為 40cm，垂直方向劃分 40 個網格，全部模擬時間為 240min。模擬之結果如圖 4.2~圖 4.4，分別取出模擬過程中，0 分鐘、60 分鐘、120 分鐘、180 分鐘、240 分鐘做分析。

由圖 4.2 觀察配比 1:1 之混合孔隙材料在初始 0 分鐘時，設定之孔隙材料初始含水比約為 0.1，在第 60 分鐘時，由於上方邊界已有水份入滲，在邊界附近之最大含水比小幅抬高至 0.129，且此含水比範圍涵蓋至深度 6cm 處，才



配比2:1入滲圖

圖 4.3 配比 2:1 滯滯模式模擬結果

開始減小，而溼滯深度來至 25cm。由於所設定之入滲率相對於水力傳導係數而言相對的小許多，因此，邊界附近之含水比在來不及達到飽和含水比之 0.338，便已往下入滲。到了 120 分鐘時，上邊界附近之最大含水比仍維持於 0.129，且此含水比範圍涵蓋至深度 22cm 處，而溼滯深度迅速降至 40cm 處。緊接著 120 分鐘後，上方之邊界條件改為零流量，即混合孔隙材料開始乾燥，因此到 180 分鐘時，混合孔隙材料之上邊界水份迅速減少至 0.085 左右，而最大含水比稍微減少至 0.127，且發生於深度 37cm 左右處，溼滯深度維持於 40cm 處。到了 240 分鐘，上邊界之水份更接近殘餘含水比，而達到 0.081，而最大含水比則減少至 0.116，且發生於深度 37~38cm 左右處，溼滯深度亦維持在 40cm 處。

由圖 4.3 觀察配比 2:1 之混合孔隙材料在初始 0 分鐘時，設定之初始含水比約為 0.10，在第 60 分鐘時，由於上方邊界已有水份入滲，在邊界附近之含水比迅速拉升至 0.20，而溼滯深度來至 8cm，且由於所設定之入滲率相對於水力傳導係數而言相對的小許多，因此，邊界附近之含水比在來不及達到飽和含水比之 0.352，便已往下入滲。到了 120 分鐘時，上邊界附近之含水比微增至 0.205，而溼滯深度來至 15cm。緊接著 120 分鐘後，上方之邊界條件改為零流量，即混合孔隙材料開始乾燥，因此到 180 分鐘時，混合孔隙材料之上邊界至深度 5cm 左右處之水份迅速減少至接近餘含水比約 0.098 左右，而最大含水比

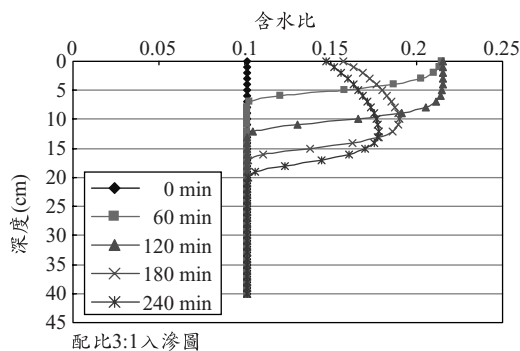


圖 4.4 配比 3:1 滯滯模式模擬結果

增大至 0.21，且發生於深度 9cm 左右處，滯鋒深度來至 21cm。到了 240 分鐘，深度 12cm 以上之混合孔隙材料皆達到殘餘含水比，而最大含水比維持於 0.21，但發生位置降低至深度 17cm 左右處，滯鋒深度來至 28cm。

由圖 4.4 觀察配比 3:1 之混合孔隙材料在初始 0 分鐘時，同樣設定之初始含水比約為 0.10，在第 60 分鐘時，由於上方邊界已有水份入滲，在邊界附近之含水比迅速拉升至 0.215，滯鋒深度來到 7cm 處。到了 120 分鐘時，上邊界附近之含水比微增至 0.216，滯鋒深度則來到 13cm 處，同樣由於所設定之入滲率相對於水力傳導係數而言相對的小許多，因此，邊界附近之含水比在來不及達到飽和含水比之 0.362，便持續向下入滲。緊接著 120 分鐘後，上方之邊界條件改為零流量，即混合孔隙材料開始乾燥，於 180 分鐘時，地表附近之含水比降低為 0.158，滯鋒深度來到 17cm 處，而最大含水比降低為 0.19，發生於深度 10cm 處。到了模擬結束之 240 分鐘時，混合孔隙材料之上邊界水份減少至含水比為 0.147 左右，滯鋒深度來到 20cm 處，而最大含水比再降低為 0.178，發生深度降低至 12cm 處。

由以上分析得知，於初始含水比相同之條件下，於 0~120 分鐘之滯滯過程中，配比較低之混合孔隙材料，地表附近之含水比較小，但滯鋒深度較深，而於 120~240 分鐘乾燥過程中，配比較低之混合孔隙材料，上邊界之含水比減少之速度亦有較快之趨勢。直覺來看，配比較低之混合孔隙材料，由於所含之細粒料比例相對較高，其飽

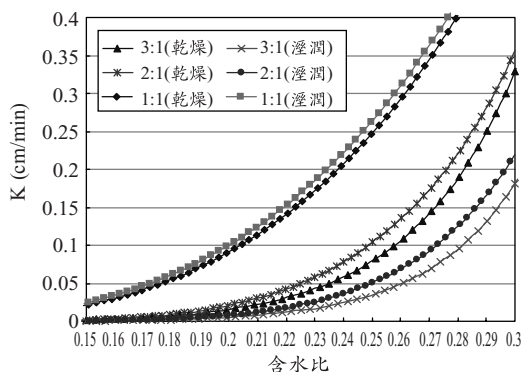


圖 4.5 配比 3:1、2:1 及 1:1 之 K 值圖(含水比 0.15~0.30)

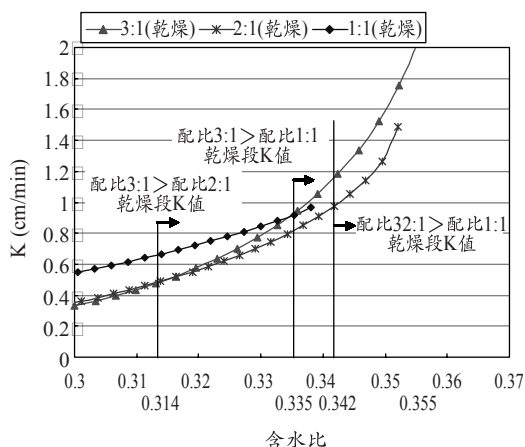


圖 4.6 配比 3:1、2:1 及 1:1 之乾燥段 K 值圖(含水比 0.30~0.37)

和水力傳導係數較低，因此水份入滲速度理應較慢，但這僅在含水比接近飽和時才成立，由圖 4.5 得知，三種配比之孔隙材料在含水比介於 0.15 至 0.3 之間時，不論是乾燥段之未飽和 K 值，亦或是滯滯段之未飽和 K 值，皆是配比 1:1>2:1>3:1，而由圖 4.6 則可得知，於含水比小於 0.314 前，乾燥段之未飽和 K 值仍為 1:1>2:1>3:1；含水比介於 0.314 與 0.335 之間，乾燥段之未飽和 K 值為 1:1>3:1>2:1；含水比介於 0.335 至 0.342 間，乾燥段之未飽和 K 值為 3:1>1:1>2:1，此時，配比 1:1 之孔隙材料已達飽和 K 值；當含水比大於 0.342 時，K 值則為 3:1>2:1>1:1。

再由圖 4.7 可得知，溼潤段之 K 值亦有同樣現象，在含水比小於 0.347 前，K 值為 1:1>2:1>3:1；當含水比於 0.347 至 0.355 間配比 2:1 及 3:1 之 K 值皆超過 1:1 之孔隙材料；當含水比大於 0.355 後，K 值則為 3:1>2:1>1:1。

由以上之 K 值分析可知，當本研究之模擬過程中，不論在乾燥或是溼潤之過程中，含水比皆維持於 0.22 以下，由圖 4.7 得知此時溼潤段之 K 值為配比 1:1>2:1>3:1，故造成溼鋒入滲深度為 1:1>2:1>3:1；而乾燥段時，三種配比之孔隙材料上邊界附近之含水比仍低，故由圖 4.6 可知其未飽和 K 值之排序不變，因此含水比變化速度亦為配比 1:1>2:1>3:1。

在一般情況下，土壤不論是處於飽和或是未飽和狀態，水份移動速度在低孔隙率時應較小，而高孔隙率時應較大，然而由本研究所採用之混合孔隙材料可發現，在未飽和狀況下，低孔隙率之孔隙材料的水份移動速度反而比高孔隙率之孔隙材料來的高，而其水份移動速度之大小可由 VGM model 計算得知。

五、結 論

本研究共進行四種粗粒料混合細粒料配比之遲滯現象砂箱試驗，結果得知體積配比 1:1、2:1 及 3:1 之混合孔隙材料由於細粒料含量相對較高，因此可明顯看出遲滯現象之乾燥段及溼潤段，但配比 4:1 之混合孔隙材料中，由於大部份之孔隙材料為粗粒料，幾乎無法分辨出遲滯現象之乾燥段及溼潤段。

配比較低之混合孔隙材料，飽和含水比較小，即孔隙率較小(因為飽和時，含水比應等同於孔隙率)，殘餘含水比較高，且對應殘餘含水比之張力值較高，此乃由於純粗粒料孔隙率雖高，孔隙雖大，但加入越多之細粒料後，粗粒料孔隙由細粒料填滿，而使得孔隙率減少，孔隙亦相對減少。

考慮遲滯現象較明顯之配比 1:1、2:1 及配比 3:1 之混合孔隙材料，隨著混合孔隙材料中粗粒料比例增加，乾燥段及溼潤段之形狀因子 α_d 及 α_w 皆增加，而 n_d 及 n_w 則減少。

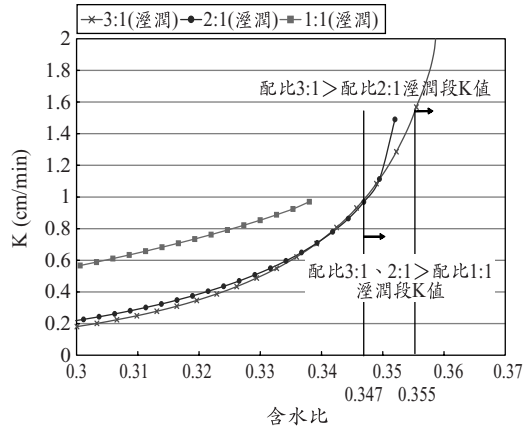


圖 4.7 配比 3:1、2:1 及 1:1 之溼潤段 K 值圖(含水比 0.30~0.37)

由遲滯模式分析得知，在初始含水比相同之條件下，配比較低之混合孔隙材料，於開始溼潤的過程中，地表附近之含水比較小，但溼鋒深度較深。直覺來看，配比較低之混合孔隙材料，由於所含之細粒料比例相對較高，所得之孔隙率較小，且其飽和水力傳係數較低，因此水份入滲速度理應較慢，然而實際上，在模擬之過程中完全屬於未飽和入滲情況，配比較低之混合孔隙材料，其未飽和水力傳導係數經由 VGM model 計算所得之值反而比配比较高之混合孔隙材料來的大，因此其未飽和入滲速度較快是合理的。由此現象亦可得知，高孔隙率並不盡然代表著高入滲速度，而須視孔隙材料之保水曲線特性，並由 VGM model 計算當時含水比對應之未飽和水力傳導係數才可精確得知。

參考文獻

1. Beese, F., and R. R. van der Ploeg, 1976, Influences of hysteresis on moisture flow in an unsaturated soil monolith, Soil Sci. Am. J, Vol. 40, pp. 480-484.
2. Brooks, R. H., and A. T. Corey, 1964, Hydraulic properties of porous media, Colo. State Univ. Hydrology Paper No.3.
3. Brook, R. H. and A.T. Corey. 1966, Properties of porous media affecting fluid flow, J. Irrig.,

- Drain. Div. Am., Soc. Civ. Eng., 92(IR2), pp. 61-88.
4. Gillham, R. W., A. Klute, and D. F. Heermann, 1976, Hydraulic properties of a porous medium: Measurement and empirical representation, Soil Sci. Soc. Am. J, Vol. 40, pp. 203-207.
 5. Ibrahim, H. L., and W. Brutsaert, 1968, Intermittent infiltration into soils with hysteresis, J. Hydraul. Div. ASCE. Vol.94, pp. 265-271.
 6. Jaynes, D. B., 1984, Comparison of soil water hysteresis models, J. Hydra, Vol. 75, pp. 287-299.
 7. King, L.G., 1965, Description of soil characteristics for partially saturated flow, Soil Sci. Soc. Am. Proc, Vol. 29, No.4, pp. 359-362.
 8. Kool, J. B., and J. C. Parker, 1987, Development and evaluation of close-form expressions for hysteresis soil hydraulic properties, Water Resources Research, Vol. 23, pp. 105-114.
 9. Mualem, Y., 1974, A conceptual model of hysteresis, Water Resources Research, Vol.10, No.3, pp. 514-520.
 10. Mualem, Y., and G. Dagan, 1975, A dependent domain of capillary hysteresis, Water Resources Research, Vol.11, No.3, pp. 452-460.
 11. Parlange, J. Y., 1976, Capillary hysteresis and the relationship between drying and wetting curves, Water Resources Research, Vol.12, No.2, pp. 224-248.
 12. Parlange, J. Y., 1980, Water transport in soils, Ann. Rev. Fluid Mech., Vol.12, pp. 224-228.
 13. Pickens, J. P., and R. W. Gillham, 1980, Finite element analysis of solute transport under hysteresis unsaturated flow condition, Water Resources Research, Vol.16, pp. 1071-1078.
 14. Scott, P. S., G. J. Farquhar, and N. Kouwen, 1983, Hysteresis effects on net infiltration, Advances in infiltration, ASAE Publ.11-83, 163- 170, Am. Soc. Agric. Eng., St. Joseph, Mich.
 15. Topp, G. C., 1969, Soil water hysteresis measured in a sandy loam compared with the domain model, Soil Sci. Amer. Proc, Vol.33, pp. 645-651.
 16. van Genuchten, M. Th., 1980, A closed- form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils, Soil Sci.Am.J, 44(5), 892-898.
 17. van Genuchten, M. Th., and D. R. Nielsen, 1985, On Describing and Predicting the Hydraulic Properties of Unsaturated Soils, Annuals Geophysics, 3, pp. 615-628.
 18. 楊欣常, 2001, 土壤水分遲滯理論模式與實驗分析, 國立台灣大學農業工程研究所碩士論文。
 19. 王銘燦, 2002, 遲滯土壤水分傳輸數值模式之研究, 國立台灣大學生物環境系統工程研究所碩士論文。
 20. 黃漢誠、陳主惠、譚義績, 2000, 未飽和土壤水分遲滯效應之研究, 中國農業工程學報, 第 46 卷, 第四期, 第 33~47 頁。

收稿日期：民國 94 年 1 月 29 日

修正日期：民國 94 年 5 月 4 日

接受日期：民國 94 年 6 月 1 日