

專 論

分區式隨機碎形河川網路編碼及其幾何距離計算

Coding Separately Random Fractal River Networks and Calculating Corresponding Geometric Distances

國立台灣大學
生物環境系統工程學系教授
暨水工試驗所特約研究員

王如意

Ru - yih Wang

國立台灣大學
生物環境系統工程學系
博士班研究生

洪君伯

Chun-po Hung

淡江大學水資源
管理與政策研究中心
研究員

王鵬瑞

Peng-jui Wang

致遠管理學院
資訊管理學系
助理教授

鄭士仁

Shin-jen Cheng

摘 要

本研究針對颱風暴雨時期河川網路變化之高度複雜性建立一套完整之隨機碎形河網編碼方法(coding method)及推衍相關之幾何距離(geometric distance)計算公式，以提供隨機碎形河網於降雨－逕流歷程之模擬與應用。研究中將所研析之隨機碎形圖形編碼方式應用於河川網路(river network)之生成模擬中，並選用台灣北部淡水河流域寶橋上游集水區為主要研析流域，以隨機碎形圖形編碼方式進行河川網路模擬。文中利用上述之距離推求公式計算生成河川網路之寬度函數(width function)，再根據以寬度函數為主軸之地貌型瞬時單位歷線(width-function based geomorphologic instantaneous unit hydrograph, WF-GIUH)進行河川流量之模擬，以探討隨機碎形圖形於水文模擬之適用性。研究結果顯示，以隨機碎形模擬之河川網路進行之流量模擬結果確實比一般碎形之河川網路及 DEM 河川網路所獲致之流量模擬結果為佳，由此可以證明隨機碎形河網較接近實際河網降雨－逕流歷程之特性，且適用於不同自然型態之隨機碎形河網模擬。

關鍵詞：隨機碎形，自相似，編碼，河網，寬度函數。

ABSTRACT

This study proposes a preliminary method for coding random self-similar river networks as a series of numbers, and investigates the corresponding algorithm that calculates the geometric distances from the code series. A process for generating fractal patterns, with various probabilities of generating particular pattern links, as in separately random self-similar generation or separately random fractals, is proposed, based on the

wide range of stochastic characteristics of natural patterns. The coding method is applied to generate random self-similar river networks and the corresponding algorithm for calculating the geometric distances of the links is employed to determine the width function of the river networks, and thus evaluates the adaptability of the process. The width-function based geomorphologic instantaneous unit hydrograph (WF-GIUH) model is then applied to estimate the runoff of the Po-bridge watershed in northern Taiwan. The results imply that the separately random self-similar generating algorithm can be used successfully to calculate hydrological responses in a river basin.

Keywords: Random fractals, Self-similar, Coding method, River network, Width function.

一、緒 論

1. 研究動機

河川網路型態為水文研究之一重要地形因子。一般應用時多以地形高程模式 (Digital Elevation Models, DEM) 作為分析河網型態之標準[13,16]，並進一步據以進行降雨－逕流歷程之模擬。圖 1(a)為一個集水區 DEM 河網之範例。

DEM 河網能否完全代表降雨－逕流歷程中複雜之河網型態？以乾旱季節或已有一段時間未曾降雨之河川來說，只剩下主流有水流通過，其真正之河網型態應如圖 1(b)所示。而當降雨發生時，由於降雨分布並非均勻，降雨量較大區域將產生較綿密之河網，反之則河網較稀疏；故降雨－逕流歷程中之河網型態可能如圖 1(c)所示。由此可見，DEM 河網並不能充分反應降雨－逕流歷程之河網型態。因此，本研究乃應用隨機碎形河網之特性，並依據降雨分布與漫地流之影響決定各分區河網之生成機率，以分區式隨機碎形編碼方法進行河網之生成，並據以從事逕流量之模擬，以改善一般河網模擬未能充分掌握環境變化之缺點。

碎形理論已廣泛應用於自然型態之模擬，如時間序列(time series)、交通網路(traffic network)及河川網路(river network)等之自相似模擬。此類圖形之生成過程乃所謂之遞迴疊代(recursive replacement)方法，而此方法亦常被水文學家引用來描述碎形河川網路等水文現象。

1982 年 Mandelbrot 首先將碎形概念引入河

川網路之研究中[8,11]，後續則有不少學者致力於河網碎形特性之研究[13,14,17]。此外，亦有若干學者著重於研究河川網路對集水區水文特性如瞬時單位歷線之影響[6,9]，1991 年 Rinaldo 首先將寬度函數之觀念引入集水區河川地貌特性之研究中[15]。寬度函數 $W(x)$ 之定義為以集水區出口處為起點，往上游前進，距離 x 處之河段數目[16]。由於碎形生成之繁複性，碎形理論可惜於當時並未大量應用於水文地貌之研究中。

隨著資訊科技之進步與電腦之普及，碎形圖形之生成才得以逐漸應用於集水區地貌模擬當中。1996 年 Clap 等人應用遞迴疊代方法建立自相似網路(self-similar network, SSN)之生成方式[4]，2000 年王氏等學者推導出適用於不同類型碎形生成單元之寬度函數公式[1,3,4,5]，而 Veitzer 與 Gupta 亦同時於 2000 年提出序率方法於河川網路生成應用上之探討[18]。於後續之相關研究中，Menabde 及 Gupta 等人於 2001 再度提出以多元衍生樹之觀念作為碎形河網之繁衍方式[12,19]，並將河網中劃分為河段(link)及節點(node)兩部分。河段之衍生以節點為始，以節點為終之隨機生成河網(random self-similar network, RSN)。此外，王氏等人於 2002 年再度推衍出不同類型碎形寬度函數生成之通式[20]，有效地改善傳統生成方法應用於地形分析上之諸多限制，並提供相當便利快速且高精確度之寬度函數模擬機制。

由於河系型態變化萬千，以 SSN 為主之碎形河網模擬由於變化有限，並未能完整代表一集

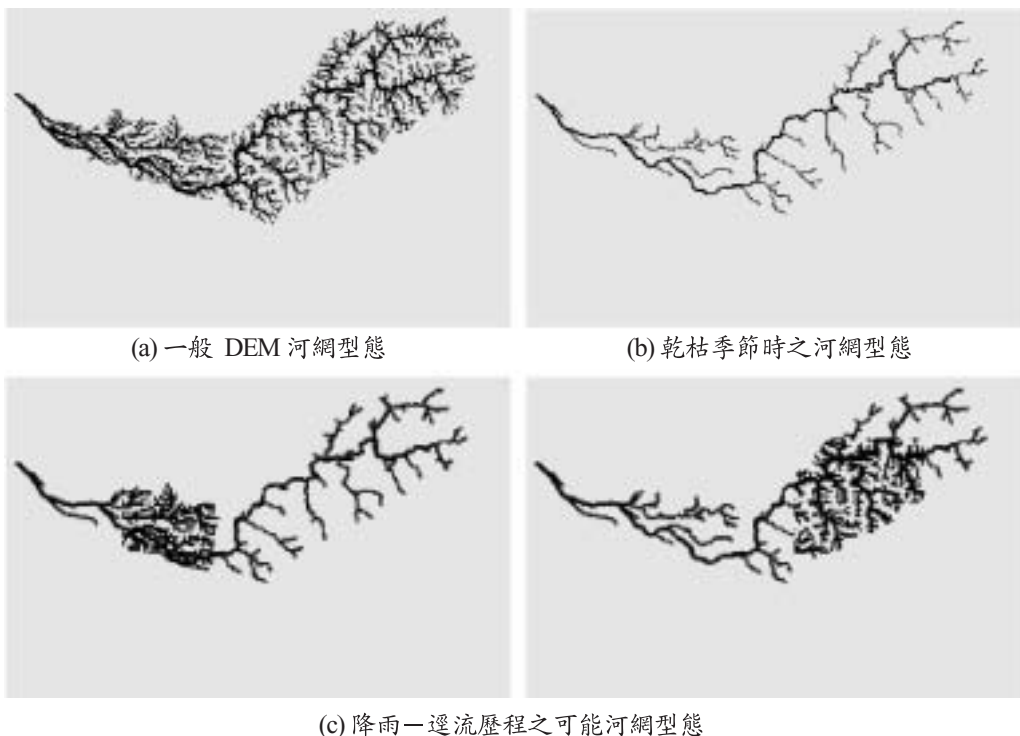


圖 1 河網型態示意圖

水區之河網特性。而後續之 RSN 河網，雖已考量序率隨機特性於生成當中，但由於僅用簡單之河段與節點進行河網生成，整體型態之變化度則略嫌不足而呈現單調，而其隨機特性並沒有辦法根據自然型態之隨機特性進行調整與變化，所模擬出之河網可能與實際降雨—逕流歷程中之河網有所出入。

有鑑於此，本研究根據碎形自相似遞迴疊代之基本原理，並考量生成時之序率隨機特性，建立一套適用於各類圖形之隨機碎形編碼機制及幾何距離計算方法，以提供集水區河網模擬時之應用。

2. 研究目的

本研究之目的在於建立一套完整之隨機碎形編碼理論，利用編碼方式，將具有高度變化性之隨機碎形圖形生成過程進行數值編碼，使複雜之圖形能以簡單數值記錄取代，且不失其原有之變化特性。此種編碼方式除可快速進行高複雜

性之隨機碎形圖形生成外，更可藉由數值編碼之簡易性進行圖形之各類物理或數學特性推求及電腦運算運用。因此，本研究除建立編碼之理論外，乃根據數值編碼之特性，推衍相關之幾何距離計算方法，以供集水區寬度函數之求取或其他相關物理特性推求時之應用。

二、隨機碎形圖形生成與編碼

1. 隨機碎形圖形與編碼[2]

能應用於碎形生成之圖形相當多，而適用於河網模擬之網路型態亦不遑多讓，本文乃選擇圖 2 作為研析之碎形網路基本型態(basic pattern)範例，圖 3 則為其三次碎形自相似生成(self-similar generation)之結果。若考慮碎形生成時之隨機性，則所衍生之圖形將有相當大之變化與差異性。圖 4(a)為圖 2 隨機碎形生成諸多結果之一種。比較圖 3 與圖 4(a)可以看出，由於隨機碎形生成時包含了諸多不確定性，所生成之圖形更加複雜且充滿不規則性。由於隨機碎形圖形之複雜

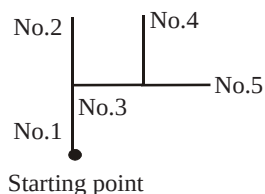


圖 2 碎形網路基本型態範例

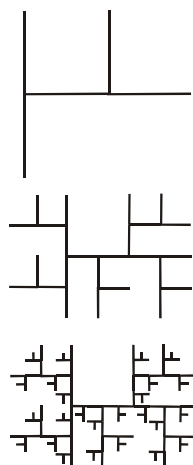


圖 3 範例網路之三次自相似生成結果

性與不規則性，致使此類圖形之變化相當不容易掌控而應用困難。

爲了降低隨機碎形圖形之複雜性與不規則性，使得圖形之變化容易掌握，若於隨機碎形圖形生成時一併考慮「虛無線段」(virtual link)部分，則可大大降低此類圖形之不規則性。圖 4(b) 爲隨機碎形圖 4(a) 加入虛無線段之結果。比較圖 3、圖 4(a) 及圖 4(b)，可以看出加入虛無線段後之隨機碎形生成結果圖 4(b) 與一般碎形生成結果圖 3 除了部分線段爲虛線外整體之型態相同。由此可見，加入虛無線段後之隨機碎形圖形已較爲規則化，而更容易掌握其變化特性。有鑑於此，本研究根據線段存在與否之特性發展一套編碼方法，將實線段編碼爲「1」，而虛無線段編碼爲「0」。因此，若將隨機碎形圖形依照特定順序進行編碼，則可將原圖形轉換爲一連串 0 與 1 之序列組合。圖 4(c) 爲圖 4(a) 或圖 4(b) 之編碼結果，而編碼順序則依照圖 2 所示之起始點及線段順序進行編碼。

值得一提的是，此類編碼方法除了可以將一個複雜之圖形轉換爲簡單之數值序列外，亦可以將原來極端複雜之圖形藉由編碼簡化爲較單純之型態。如圖 5 所示，將編碼後之序列以原來之基本型態排列後，則原來複雜之圖形轉變爲初始之基本型態，整體圖形變得相當簡單，而圖形中之複雜變化部分則由數值取代，增加了圖形之規則性，使隨機碎形圖形應用時更具便捷性與實用性。

2. 編碼基本原理

上節所述爲編碼之緣由，而完整之編碼原理可以由圖 6 表示。圖 6(a) 與圖 6(b) 別表示實線段與虛無線段之編碼。當進行隨機碎形生成時，一個實線段可能繼續生成一個基本圖形亦或是不生成而保持原樣。假設一個基本型態之線段數爲 L_0 時，當實線段繼續生成一個基本型態時，其所生成之圖形相對應之編碼爲一組由 L_0 個數字「1」所組成之家族序列(family)，或簡稱家族；若實線段不生成新基本型態而保持原樣，則相對應編碼之家族序列則僅首碼爲「1」，其餘 $(L_0 - 1)$ 個編碼皆爲「0」。實線段生成新基本型態與否之編碼結果如圖 6(c) 所示。至於虛無線段由於本身於實際圖形上並不存在，無論是否繼續生成基本型態，皆無法再生成實線段或由實線段所組成之基本型態，故虛無線段可視爲無生成而將其生成結果之編碼訂爲 L_0 個數字「0」所組成之家族序列。虛無線段之生成結果編碼如圖 6(d) 所示。

圖 6 亦簡要地介紹一個親代(parent)與子代(son-family)之關係。一個線段可以視爲一個親代，一個親代則生成一個子代；亦即一個親代碼生成一個子代家族序列碼。相同地，當親代之大小擴增爲一個家族大小時，就可以生成 L_0 個子代家族。以圖 4(c) 之第二個及第三個編碼序列爲例，當第二個序列之前 5 個碼爲親代時，其生成第三個序列第一行之 5 個家族序列，即產生 25 個編碼。第三個編碼序列之第一行亦可以視爲一個大家族序列，其內具有 5 個次家族序列(sub family)。此類親代與子代間之關係爲自相似生成時之一個重要特性，其特性於下節自相似圖形之

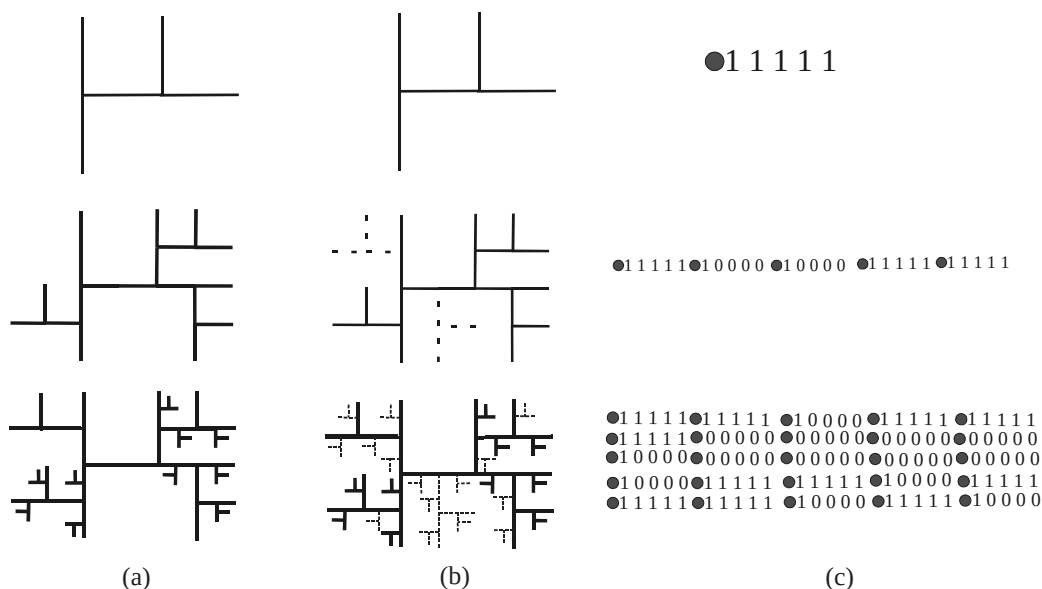


圖 4 範例網路之隨機碎形生成結果之一

遺傳性中有詳細敘述。

必須一提的是，於圖 4 或圖 5 各家族序列前皆具有一節點(node)，每個節點連結兩個相鄰之家族序列。節點之存在有助於後續計算幾何距離時應用，此類於各家族序列前之節點稱之為家族節點(family node)。

3. 自相似圖形之遺傳性

由於碎形圖形之自相似生成，致使碎形圖形間具有遺傳特性。此遺傳性存在於每一個自相似生成之碎形或是隨機碎形圖形當中，為碎形圖形之一個重要特性。由於每次自相似生成所套疊之圖形皆為固定之基本型態，故基本型態中線段與線段之連接關係隨著自相似生成而傳遞至相對應之子家族中。圖 5(a)中親代間之連結關係隨著自相似生成而遺傳至圖 5(b)之子代間，由兩圖可以看出同一個親代之子家族間連接關係與其基本型態相同，故皆可將編碼序列排列成基本型態之樣式。綜合言之，自相似圖形之遺傳性指基本型態中各線段間之連結關係可完全遺傳至各子家族中，故無論圖形如何變化，經由編碼後同一親代之子家族序列間均具有固定之連接關係，而此連結關係與基本型態中相對應線段之連接關

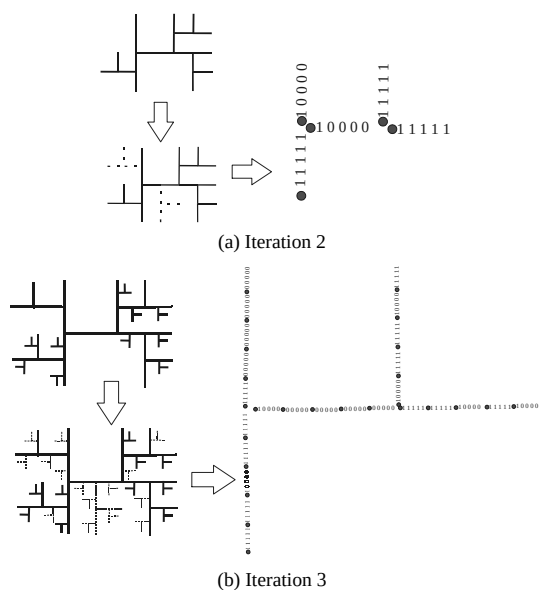


圖 5 隨機碎形網路生成過程範例及其以基本型態表示之編碼結果

係相同。因此，當一個碎形基本型態決定後，其後續編碼間之連結關係則已固定，而分析時僅需掌握基本型態各線段間之連結關係即可，而無須理會後續繁雜之變化。也因爲如此，藉由自相似圖形之遺傳特性掌握連結關係後，方可以繼續後續幾何距離相關之計算。

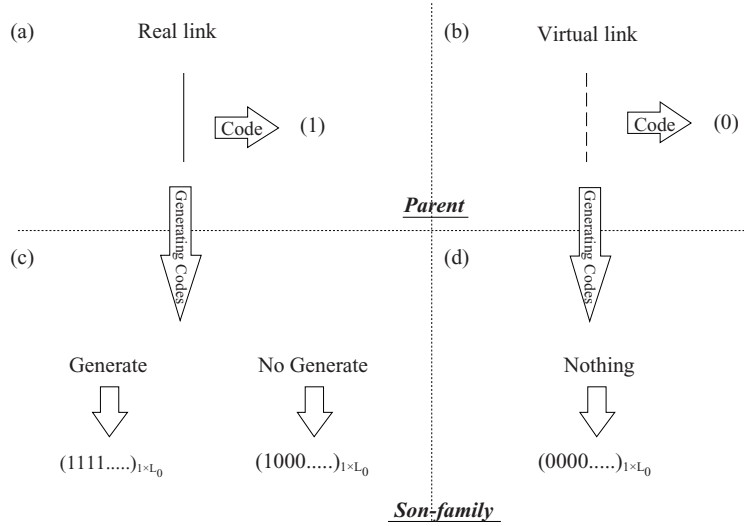


圖 6 碎形編碼之基本概念示意圖

4. 編碼之數學運算

前述各節已詳述編碼之概念及其與碎形圖形間之關係，但使用時仍恐不便，故需將編碼之流程予以數理化以利實際應用時使用運算。有鑑於此，本研究乃根據隨機碎形生成之特性建立編碼之運算機制，以提供各類自然圖形碎形模擬之運用。

考量碎形生成時之序率隨機特性並非完全一致，乃賦予基本型態各線段具有不同之生成機率，而線段之生成機率亦遺傳至後續所產生之圖案中。假設基本型態中第 i 個線段之生成機率為 P_i^1 ，則其子家族各線段亦具有相同之生成機率。假設進行 m 次之遞迴迭代生成，則各線段(各編碼)於迭代次序 $T=2\sim m-1$ 之生成機率為：

$$P_{L_0^{T-1}(i-1)+j}^T = P_i^1 \quad i=1\sim L_0, \quad j=1\sim L_0 \dots\dots\dots (1)$$

而生成指標 G_k^T 用來標示每一編碼(線段)是否繼續生成子家族：

$$\begin{cases} G_k^T = 1 & \text{if } Rand_k^T < P_k^T & (\text{Generate}) \\ G_k^T = 0 & \text{if } Rand_k^T > P_k^{m-1} & (\text{Not Generate}) \end{cases} \dots\dots\dots (2)$$

其中， $T=1\sim m-1$ ， $k=1\sim L_0^T$ ； $Rand_k^T$ 代表與第 T 個迭代次序中第 k 個編碼是否繼續生成子家族相關之隨機變數；當 $Rand_k^T$ 小於 P_k^T 時，每

一個線段產生一個新的基本型態，反之則保持原樣不生成。

由前述圖 6 所知，實線段與虛無線段之生成結果並不相同，導致親代線段之虛實與否影響後續子代之型態。因此，所生成之編碼由 $T=2\sim m$ 為：

$$\begin{cases} I_{L_0^{(k-1)+1}}^T = I_k^{T-1} & k=1\sim L_0^{T-1} \\ I_{L_0^{(k-1)+n}}^T = I_k^{T-1} G_k^{T-1} & n=2\sim L_0 \end{cases} \dots\dots\dots (3)$$

經由(1)至(3)式，可以完整紀錄與生成任意一種隨機碎形圖形，而當 $T=m$ 時即可獲得整個生成之最終編碼(final codes)。

三、距離計算基本概念

經由編碼方式，一個複雜之隨機碎形圖形可以轉換為簡單之數值序列，以作為各類圖形之模擬與電腦運算運用。一般而言，距離之長短對於圖形來說為一種相當常見之特性，而如何由簡單之編碼中計算各線段與起始點(starting point)間之距離則為本節著重之焦點。而起始點通常選擇圖形最外側或邊緣之點作為距離計算時之基準點，亦可以稱起始點為第一個節點(first node)或出口(outlet)。此外，將起始點訂定於類似流域出口點之位置有助於後續寬度函數及與距離相關之水文特性計算，本研究範例之起始點訂定乃如

圖 2 所示。

1. 距離之定義

由前述可知，一個編碼序列含有許多家族序列及其家族節點。於圖形上，每一個家族及節點與起始點間都具有距離，各類距離之定義如下：

(1) 節點距離(node distance)

節點距離之定義為該節點與起始點(第一節點)間之距離。

(2) 家族距離(family distance)

家族距離之定義為該家族節點與下一個連結家族節點間之距離。必須注意的是，編碼中兩家族序列之連結並不代表其於圖形上亦為連結，故本研究定義之連結乃以圖形上之連結為主。此外，位於圖形邊緣之家族未必具有後續之連結家族，但仍可將其視為後端連結虛擬之家族而計算其家族距離。

(3) 基本家族距離(basic family distance, BFD)

基本家族距離為最小之家族距離，即當線段長度為 1 時之基本型態家族距離。

(4) 線段長度(link length)

每一個線段接具有其幾何長度，本研究為方便後續各類距離之計算，將最短線段之長度訂定為 1。

(5) 線段起點距離(start distance of a link)

線段起點距離之定義為該線段起點與起始點(第一節點)間之距離。

(6) 線段終點距離(end distance of a link)

線段終點距離之定義為該線段末端與起始點(第一節點)間之距離。故線段終點距離等於線段起點距離加上線段長度。

2. 家族距離

(1) 家族距離函數(family distance function)

家族距離為該家族節點與下一個連結家族節點間之距離，由此可見家族距離影響下一個連結節點之距離及家族之距離。一個家族內有諸多個子家族，但是並非所有之子家族皆對所屬家族距離有關而影響後續

連結之家族距離；因此，為了解該子家族是否與家族距離有關，必須利用家族距離函數 $C(i)$ 予以標註。而根據碎片圖形之遺傳性，基本型態之各類特性將傳遞至後續之衍生圖形中，故家族距離函數之決定僅依據基本型態中各線段是否與家族距離有關予以訂定即可。家族距離函數之通式為：

$$C(i) = \begin{cases} 1 & \text{如果線段 } i \text{ 與家族距離有關} \\ 0 & \text{如果線段 } i \text{ 與家族距離無關} \end{cases} \quad (4)$$

以本研究之基本型態範例圖 2 來說，家族與家族間之連結僅經由線段 1 與線段 2，故其家族距離函數為：

$$C(i) = \begin{cases} 1 & \text{if } i=1 \\ 1 & \text{if } i=2 \\ 0 & \text{if } i=3 \dots\dots\dots (5) \\ 0 & \text{if } i=4 \\ 0 & \text{if } i=5 \end{cases}$$

(2) 家族距離通式(family distance formula)

由上一節可知，家族距離僅與相關之子家族有關，故家族距離之長短即為相關子家族距離之累加，因此家族距離之計算通式可以表示為：

$$D = \sum_{i=1}^{L_0} D_s(i) \times C(i) \quad \dots\dots\dots (6)$$

其中 D 代表家族距離， $D_s(i)$ 代表該家族第 i 個子家族之家族距離。

(3) 基本家族距離

由前述可知當線段長度為 1 時之基本型態所計算之家族距離為基本家族距離，因此基本家族距離 BFD 之計算通式可表示為：

$$BFD = \sum_{i=1}^{L_0} C(i) \quad \dots\dots\dots (7)$$

3. 節點距離

(1) 關聯家族(related family)、關聯節點(related node)與關聯線段(related link)

一個碎片圖形經由編碼，產生一連串相連

之家族及其節點，然而編碼序列之排列順序乃人為決定，序列中兩相連之家族於實際圖形並不一定相連，故本研究引入關聯家族、關聯節點與關聯線段作為描述各家族實際連結關係之工具。其意義分別如下：

- A. 關聯線段指圖形上同一家族內連結於目前線段前方之線段。
- B. 關聯家族為圖形上連結於目前家族前方且具有同一親代及家族大小(內含編碼數目)相同之家族。
- C. 關聯節點即為關聯家族之節點。

(2) 關聯函數(relationship function)

關聯家族、關聯節點與關聯線段描述了各家族之實際連結關係，而關聯函數則將其實際之連結關係以數值代表。由碎形之遺傳性可知，由於基本型態之特性已傳遞至後續衍生圖形中，故藉由基本型態線段間之連結關係即可訂定關聯函數 $R(i)$ 。關聯函數之通式可以簡單表示為：

$$R(i) = (\text{線段 } i \text{ 之順序編號}) - (\text{線段 } i \text{ 關聯線段之順序編號}) \dots\dots\dots (8)$$

其中，線段 i 皆指位於基本型態內之各線段。因此，關聯函數之值與基本型態之圖形有關，不同之基本型態具有不同之關聯函數。以本研究所列舉之範例基本型態圖 2 來說，線段 3 連結於線段 1 之後，故 $R(3)=3-1=2$ ；而整個圖 2 基本型態之關聯函數為：

$$R(i) = \begin{cases} 1-0=1 & \text{if } i=1 \\ 2-1=1 & \text{if } i=1 \\ 3-1=2 & \text{if } i=1 \dots\dots\dots (9) \\ 4-3=1 & \text{if } i=1 \\ 5-3=2 & \text{if } i=1 \end{cases}$$

必須注意的是，由於碎形之遺傳性乃由親代遺傳至子代，故關聯函數僅適用於同一親代之線段或同一親代且具相同大小之家族間應用。

(3) 節點距離通式(node distance formula)

關聯節點之定義為關聯家族之節點，所以一個家族節點及其關聯節點間之連結即為其該家族之關聯家族。因此，透過關聯家族距離及關聯節點距離之大小即可快速獲得節點距離，該計算通式為：

$$\text{節點距離} = \text{關聯節點距離} + \text{關聯家族距離} \dots\dots\dots (10)$$

(4) 基本線段距離(basic link distance)

基本線段距離之定義為當線段長度為 1 時之基本型態線段終點距離，即基本型態上之各線段終點距離。因此，基本線段距離可以快速地根據目測予以決定。以本文範例圖 2 來說，其基本線段距離 $LD_0(i)$ 可表示為：

$$LD_0(i) = \begin{cases} 1 & i=1 \\ 2 & i=2 \\ 2 & i=3 \dots\dots\dots (11) \\ 3 & i=4 \\ 3 & i=5 \end{cases}$$

四、幾何距離計算

1. 線段長度計算

於隨機碎形生成之圖形上，每個線段具有不同之幾何長度(LL_k^T)；因此，必須先求得各線段之幾何長度，方能進行後續距離之計算。以本文所舉範例所進行三次隨機碎形生成之圖 4 來說，當其最小線段長度為 1 時，則線段之最大可能長度為 $BFD^{m-1} = 2^{3-1} = 4$ 。故可以將基本型態各線段之長度訂為 BFD^{m-1} ，以方便後續衍生隨機碎形圖形之線段長度計算，其概念如圖 7 所示。將圖 7 之過程轉換為數理運算，則可依下列通則進行線段長度 LL_k^T 之求取：

- (1) 當生成次數 $T=1$ 時，即基本型態時，

$$LL_k^1 = (BFD^{m-1}) \cdot I_k^1 \quad k=1 \sim L_0 \dots\dots\dots (12)$$

- (2) 當生成次數 $T=2 \sim m$ 時，

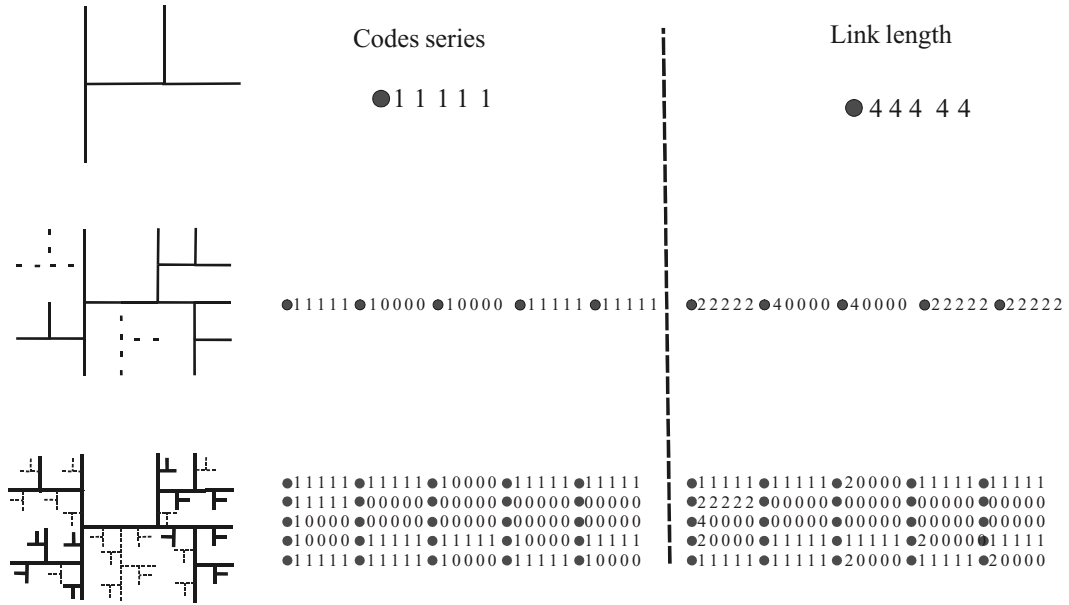


圖 7 隨機碎形河網編碼結果與河段長度之關係圖

$$LL_{L_0(k-1)+i}^T = LL_k^{T-1} / \max[\sum_{j=1}^{L_0} I_{L_0(k-1)+j}^T \cdot C(j), 1] \cdot I_{L_0(k-1)+i}^T$$

$$k=1 \sim L_0^{T-1}, i=1 \sim L_0 \dots\dots\dots(13)$$

而最後生成圖形(最終編碼)之各線段長度即為 LL_k^m 。

2. 家族距離計算

由前述編碼原理可知，每一個編碼代表一個線段(河段)，故線段長度求得後，即可進行家族距離之計算。家族距離之求取可依照式(6)所示之家族距離計算通式，依序由最小家族大小(編碼數目為 L_0)至最大家族大小(編碼數目為 L_0^{m-1})計算家族距離。其步驟如下：

- (1) 首先計算最小家族大小(編碼數目 L_0)之家族距離 d_k^m 。

此家族距離可以直接由最終編碼之線段長度計算求得，其計算式為：

$$d_k^m = \sum_{i=1}^{L_0} LL_{L_0(k-1)+i}^m \times C(i) \quad k=1 \sim L_0^{m-1} \dots\dots(14)$$

其中， d_k^m 代表家族大小為 L_0 之第 k 個家族距離，而 LL_k^m 代表最終編碼(即最後生成圖形)之各線段長度。

- (2) 將家族大小放大為 L_0^{j+1} 後計算其家族距離 d_k^{m-j} ，其中 $j=1$ 至 $m-2$ 。

放大之家族距離計算公式為：

$$d_k^{m-j} = \sum_{i=1}^{L_0} d_{L_0(k-1)+i}^{m-j+1} \times C(i) \quad k=1 \sim L_0^{m-1-j} \quad (15)$$

圖 8(a)為圖 4 隨機碎形生成圖形最終編碼之家族距離計算過程。

3. 節點距離計算

由式(10)中可以瞭解節點距離等於關聯節點距離加上關聯家族距離，因此，獲得各種家族大小之家族距離後，方能進行節點距離之運算。而由於碎形之遺傳性，關聯函數僅適用於兩個相同親代及相同家族大小之子家族，故節點距離可依序由最大家族大小(編碼數目為 L_0^{m-1})至最小家族大小(編碼數目為 L_0)計算其節點距離。而最大家族大小(編碼數目 L_0^{m-1})之節點距離，可藉由最大家族大小之家族距離 d_k^2 予以計算，其計算式為：

$$N_k^2 = N_{k-R(k)}^2 + d_{k_1-R(k_1)}^2 \quad k=2 \sim L_0 \dots\dots\dots(16)$$

其中， N_k^2 代表最大家族大小之節點距離；而起始節點之節點距離視為 0，因此 $N_1^2 = 0$ 。

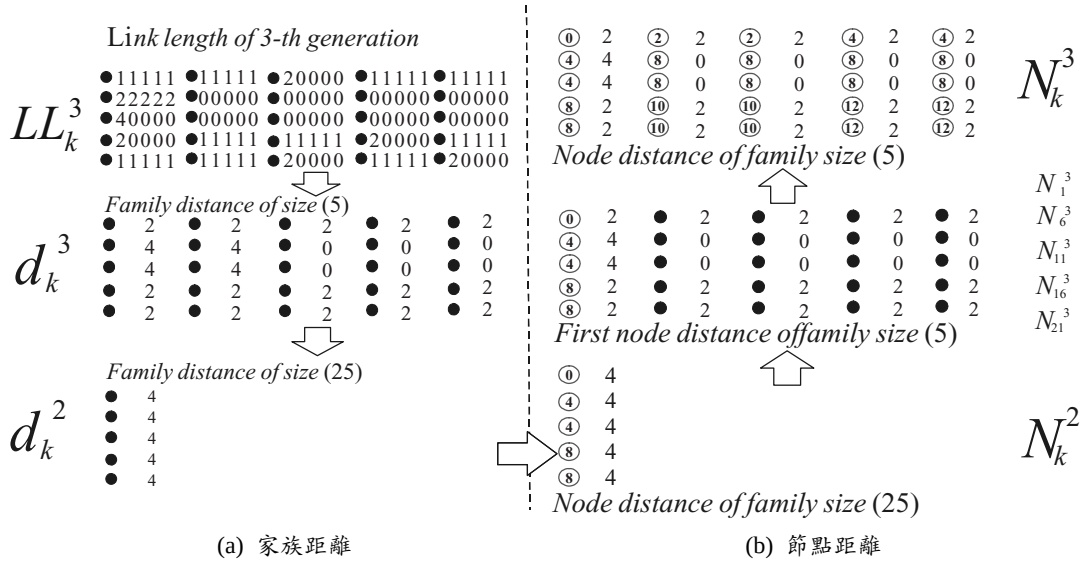


圖 8 隨機碎形網路之家族距離及節點距離計算範例(以圖 4 第三次生成結果計算)

將家族大小縮小至 L_0^{m-2} ，此時具有 L_0^{m-2} 家族大小之家族及其節點各有 L_0^2 個。其中可以得知， N_1^2 相當於 N_1^3 至 $N_{L_0}^3$ 中之第一個節點、 N_2^2 相當於 $N_{L_0+1}^3$ 至 $N_{2L_0}^3$ 中之第一個節點等等。以圖 7(b) 為例， N_1^2 即為 N_1^3 ， N_2^2 即為 N_6^3 等等，各節點之相對應關係亦可由圖 7(b) 中得知。因此，縮小家族大小至 L_0^{m-2} 後，每 L_0 個節點之第一個節點距離可不經計算而獲得：

$$N_{L_0(k-1)+1}^3 = N_k^2 \quad k=1 \sim L_0 \dots\dots\dots (17)$$

獲知了每 L_0 個節點之第一個節點距離後，則可依據節點距離計算通式進行其內其他節點距離之計算，其計算為：

$$N_{L_0(k-1)+i}^3 = N_{L_0(k-1)+i-R(i)}^3 + d_{L_0(k-1)+i-R(i)}^3 \quad k=1 \sim L_0, i=2 \sim L_0 \dots\dots\dots (18)$$

依據同樣之方式，各種不同家族大小之節點距離可以迅速予以獲得。因此，整理式(17)至(18)之計算過程，一個完整由家族大小 L_0^{m-1} 至 L_0 之節點距離計算可經由 $T=2 \sim m$ 之遞迴運算加以獲知[2]：

(1) 當 $T=2$ ，

$$N_k^2 = N_{k-R(k)}^2 + d_{k_1-R(k_1)}^2 \quad k=2 \sim L_0 \dots\dots\dots (19)$$

(2) 當 $T=2 \sim m$ ，

$$N_{L_0(k-1)+1}^T = N_k^{T-1} \quad k=1 \sim L_0^{T-2} \dots\dots\dots (20)$$

$$N_{L_0(k-1)+i}^T = N_{L_0(k-1)+i-R(i)}^T + d_{L_0(k-1)+i-R(i)}^T \quad k=1 \sim L_0^{T-2}, i=2 \sim L_0 \dots\dots\dots (21)$$

經由式(19)至(21)之運算，可以求得最終編碼中各節點距離，圖 7(b) 為本文研究範例最終編碼之節點距離計算過程。

4. 線段起點距離與線段終點距離

當每一個線段長度及節點距離獲知後，線段起點距離與線段終點距離即可很快求得。

(1) 線段起點距離

$$D_{L_0(k-1)+i}^S = N_k^m \cdot I_{L_0(k-1)+i}^m + [LD_0(i)-1] \cdot LL_{L_0(k-1)+i}^m \quad k=1 \sim L_0^{m-1} \quad i=1 \sim L_0 \dots\dots\dots (22)$$

(2) 線段終點距離

$$D_{L_0(k-1)+i}^E = D_{L_0(k-1)+i}^S + LL_{L_0(k-1)+i}^m \quad k=1 \sim L_0^{m-1} \quad i=1 \sim L_0 \dots\dots\dots (23)$$

5. 幾何寬度函數

寬度函數之定義為具有相同距離之線段數目，而上述各節一連串有關距離之計算過程中已獲得所有線段之起點與終點距離，故一個隨機碎

形圖形之寬度函數可以輕易求得。由於隨機碎形圖形中每個線段之距離已經獲得，藉由一般電腦程式語言之「do loop」迴圈即可輕易獲得每個距離所對應之線段數目，進而得到該圖形之寬度函數，簡單之計算概念則如下所示：

```

do  j=1~L0m
  w(x)=w(x)+1    if  DjS<x≤DjE
end do              .....(24)

```

6. 距離計算之結論

由於基本型態之不同，家族距離函數、關聯函數與基本線段距離將因所選定作為碎形生成之基本型態而有所不同。故進行隨機碎形生成與編碼之前，必須先決定基本型態中之起始點位置及線段之順序，再進行生成與編碼。而獲得最終編碼後，若欲求得各類距離，則需先決定基本型態中之家族距離函數、關聯函數與基本線段距離方能進行後續之計算。決定這些基本函數之數值後，可根據式(12)與(13)計算各線段長度，再藉由式(14)與(15)求得家族距離，再進一步應用式(19)、(20)與(21)計算節點距離，以及利用式(22)與(23)運算線段起點與終點距離，最後再以式(24)之概念計算寬度函數。完整之隨機碎形生成、編碼、距離計算與寬度函數求取之流程如圖 9 所示。

五、實例應用

1. 以寬度函數為主軸之地貌型瞬時單位歷線

1991 年 Rinaldo 及 Marani 提出以擴散類比之概念[10]，描述河網中水滴質點之運動；假設水滴質點之運動，除傳遞效應外，尚有一擴散效應作用於其中，以此概念套配寬度函數，發展出以寬度函數為主軸之地貌型瞬時單位歷線[15]。2000 年陳氏及後續王氏等人並證實上述理論適用於台灣地區之逕流模擬[1,2,3,4,5,20]，其模式為：

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi D_L t^3}} \sum_{i=1}^{N_{\max}} W(l_i) l_i e^{-[(l_i - ut)^2 / 4D_L t]} \quad (25)$$

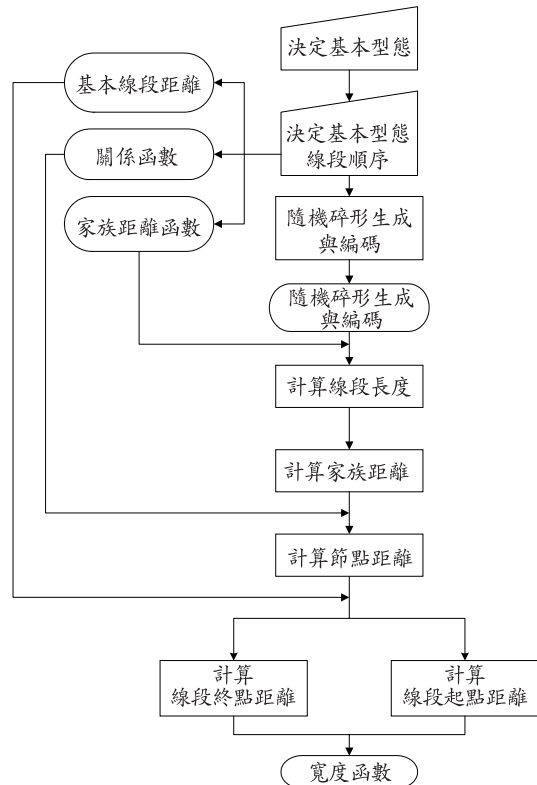


圖 9 隨機碎形編碼及距離計算流程圖

其中， l_i ：由河段 i 沿河道至集水區出口之距離， $l_i = i\Delta l$ ， Δl 為單位距離；

$N_{\max}$ ：從源頭至出口最長流徑之河段總數；

$W(l_i)$ ：正規化後之寬度函數，即將原始寬度函數之水平座標轉換於 0~1 之間，垂直座標除以總河段數目；

u ：平均波傳速度(m/sec)；

D_L ：擴散係數(m²/sec)。

利用寬度函數計算地貌型瞬時單位歷線時有兩個待定之參數，分別為平均波傳速度與水動力擴散係數，可藉由不同之降雨—逕流事件予以優選。

2. 研析集水區及研究方法簡介

本研究選擇台灣北部景美溪流域寶橋集水區為研究對象。河川長度由上游至寶橋站全長為 28.95 公里，集水區面積為 109.22 平方公里，研析流域與集水區示意圖如圖 10 所示，而集水區

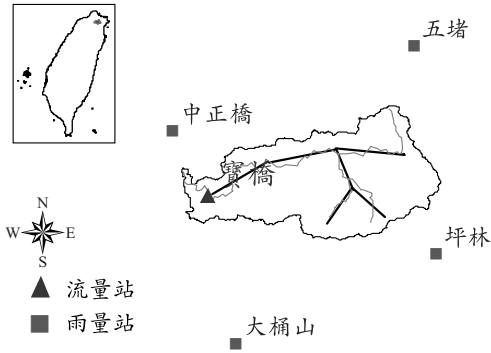


圖 10 寶橋集水區及其基本河網型態示意圖

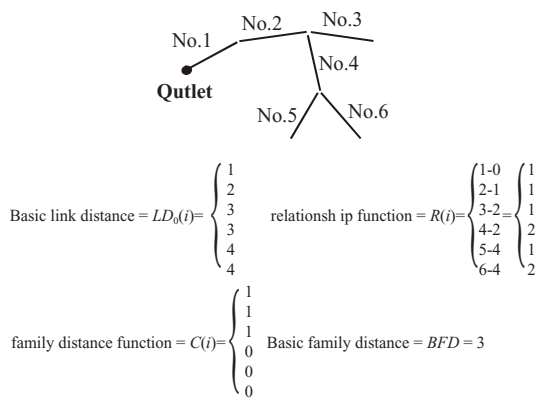


圖 11 寶橋集水區本河網型態及其相關函數

選定之隨機碎形河網基本型態亦一併繪於圖 10。根據其基本型態所得之各種相關函數如圖 11 所示。而表 1 為其基本型態中各河段之相關雨量站名稱，藉由相關雨量站之平均總降雨量大小，可以決定隨機碎形生成時各基本河段之生成機率。

表 2 為寶橋集水區所選定之颱風事件表，其中四場作為檢定參數用，餘下三場為驗證運用。而為了驗證時比較之公平性，本研究檢定地貌型瞬時單位歷線各參數時之河網型態乃以 DEM 河網為主，再將所優選之參數平均作為驗證場次之參數輸入。檢定時乃利用洗牌複演算法(shuffled complex evolution, SCE)[7]進行模式參數平均波傳速度 u 及水動力擴散係數 D_L 之優選，其結果如表 3 所示。

模式驗證時，除了因不同河網型態導致寬度函數不同外，其餘輸入參數皆為參數檢定結果之

表 1 各河段相關雨量站表

河段	相關雨量站
1	中正橋、大桶山
2	中正橋、大桶山
3	五堵、坪林
4	中正橋、大桶山、五堵、坪林
5	五堵、坪林、大桶山
6	坪林、大桶山

表 2 寶橋集水區選定颱風事件

颱風名稱	發生日期	用途
琳 恩	民國 76 年 10 月 23 日	檢定
亞 伯	民國 79 年 8 月 30 日	檢定
道 格	民國 83 年 8 月 7 日	檢定
葛拉絲	民國 83 年 9 月 1 日	檢定
傑魯得	民國 76 年 9 月 8 日	驗證
黛 特	民國 79 年 9 月 7 日	驗證
碧利絲	民國 89 年 8 月 22 日	驗證

表 3 地貌型瞬時單位歷線函數以 DEM 河網為主，利用 SCE 方法優選之參數

颱風名稱	u (m/sec)	D_L (m ² /sec)
琳 恩	0.462	4616.63
亞 伯	0.864	2239.58
道 格	0.405	395.23
葛拉絲	1.013	1274.66
平均值	0.687	2131.52

註： u ：平均波傳速度

D_L ：擴散係數

L ：河川長度

Pe ：Peclet 數(Peclet number)

平均值，以突顯並比較不同河網型態之影響。為探討不同河網型態寬度函數對逕流模擬所產生之影響，本文中分別以效率係數(coefficient of efficiency, CE)、洪峰流量誤差(error of peak discharge, EQP)、洪峰到達時刻誤差(error of time to peak, ETP)等三項指標，藉以客觀評述逕流模擬之結果好壞。茲將各項評估指標定義如下：

(1) 效率係數(CE)

$$CE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N [Q_{obs}(i) - Q_{est}(i)]^2}{\sum_{i=1}^N [Q_{obs}(i) - \bar{Q}_{obs}(i)]^2} \dots\dots\dots (26)$$

式中， $Q_{est}(i)$ ：第 i 時刻之模式推估流量；
 $Q_{obs}(i)$ ：第 i 時刻之實際觀測流量；
 $\bar{Q}_{obs}$ ：實際觀測流量之平均值；
 N ：觀測流量之延時。

當 CE 愈接近於 1 時，表示模擬結果與實際觀測資料愈符合，擬合度愈高。

(2) 洪峰流量誤差(EQP)

$$EQP = \frac{Q_{p,est} - Q_{p,obs}}{Q_{p,obs}} \times 100\% \dots\dots\dots (27)$$

式中， $Q_{p,est}$ ：模式推估之洪峰流量；
 $Q_{p,obs}$ ：實際觀測之洪峰流量。

當 EQP 為正時，表示模式推估之洪峰值大於實際觀測之洪峰流量；反之，則表示模式所推估之洪峰值小於實際觀測值。同時， EQP 愈接近 0 時，表示推估與觀測之洪峰流量準確度愈高。

(3) 洪峰到達時刻誤差(ETP)

$$ETP = T_{p,est} - T_{p,obs} \dots\dots\dots (28)$$

式中， $T_{p,est}$ ：模式推估之洪峰到達時刻；
 $T_{p,obs}$ ：實際觀測之洪峰到達時刻。

如 ETP 愈趨近 0，表示模式對於洪峰到達時刻之預測愈準確。

3. 分區式隨機機率及生成次數之決定

由前述所知，模式驗證時除了因不同河網型態導致寬度函數不同外，其餘輸入參數皆相同，以突顯並比較不同河網型態之影響。因此，本研究於實驗驗證時，除隨機碎形河網外，亦將 DEM 河網與一般碎形河網之寬度函數一併應用於地貌型瞬時單位歷線模式中，以比較三種不同河網所衍生模擬流量之差異。此外，由於颱風降雨分布之不同，各事件基本型態河段之隨機碎形生成機率皆不相同，本研究初步將最大生成機率訂定

為 0.9，而各河段生成機率之決定及生成次數之決定乃如下所述：

(1) 生成機率類型一 (簡稱為 Type 1)

由於降雨量之分布情況將影響集水區河網型態之生成，故本研究對於 Type 1 之生成機率之決定乃依據相關雨量站之平均總降雨為主要估算依據，其訂定方式為：

$$Pro(i) = 0.9 \times Rain(i) / MaxRain \dots\dots\dots (29)$$

其中， $Pro(i)$ ：基本型態第 i 個河段之隨機碎形生成機率；

$Rain(i)$ ：第 i 個河段相關雨量站之平均總降雨量；

$MaxRain$ ：該事件各河段之最大平均總降雨量，其中：

$MaxRain = Max(Rain(1), \dots, Rain(n))$ ， n 為基本型態之河段數。

表 4(a) 為不同颱風事件各基本河段之 Type 1 隨機碎形生成機率表。

(2) 生成機率類型二 (簡稱為 Type 2)

Type 1 生成機率主要由降雨分布決定，然而於降雨一逕流之歷程中，漫地流效應亦為河川網路生成因素之一。因此，本研究於 Type 2 生成機率之決定時，除考量降雨分布之影響外，增加漫地流效應對河川網路生成之影響，針對河川下游漫地流效應較明顯之地區，給予最高之生成機率。

以本文研析之寶橋集水區基本型態圖 11 來說，接近集水區出口之下游段為河段 1 與河段 2，因此給予該兩河段最高之河網生成機率(0.9)，而其餘上游河段則保持原本 Type 1 中由降雨分布所決定之生成機率，其生成機率訂定值如表 4(b)所示。

(3) 生成次數

寶橋集水區隨機碎形河網模擬之遞迴迭代數目乃採用 6 次，主要是因為 DEM 河網之河段數為 47,769 個，而以該基本型態遞迴迭代生成 6 次時最多產生 46,656 個河段，接近 DEM 河網之河段數；若選擇 5 次或 7 次生成次數所產生之河段數則與

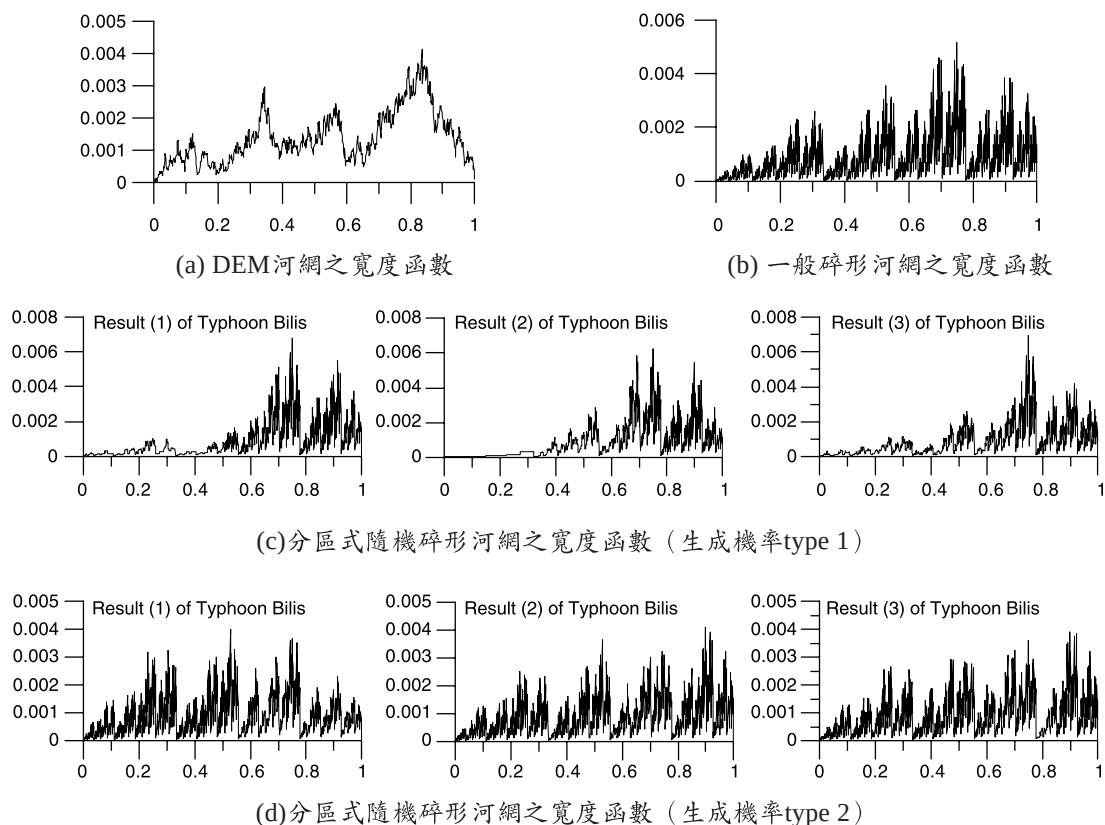


圖 12 各類河網型態之標準化寬度函數示意圖

DEM 河網之河段數差距甚大，故選擇 6 次作為其一般碎形及隨機碎形之生成次數。

六、結果與討論

如前所述，表 3 為 SCE 法參數優選之結果，其平均值作為驗證場次之參數輸入。由於分區式隨機碎形生成中各河段之生成機率與流域之地文及颱風事件之水文特性有關，故必須先求得各河段於不同颱風事件之生成機率。表 4(a)與 4(b)分別代表不同颱風事件各基本河段之隨機碎形生成機率 Type 1 及 Type 2。由表 4 同一颱風場次各河段間生成機率之比較可以看出不同河段間具有不同之生成機率，而同一河段於不同颱風場次之生成機率亦不同(Type 2 之下游段例外)，足見本研究所採用之隨機碎形河網生成架構具有相當大之彈性，可依據使用者之需求及自然型態之特性訂定其生成機率，因此所

模擬出之河網可能較接近於實際降雨一逕流歷程中之河網型態。圖 12 為寶橋集水區幾種不同河網所擷取之寬度函數比較，其中包括 DEM 河網之寬度函數與一般碎形生成河網之寬度函數，及碧莉絲颱風於 Type 1 與 Type 2 生成機率之三種隨機碎形河網寬度函數間。由圖 12 可以看出不同類型之河網寬度函數間具有相當大之差異。

由圖 12(a)及圖 12(b)可以看出 DEM 河網寬度函數之型態與一般碎形河網之型態類似。由圖 12(c)內或 12(d)內所示之寬度函數可以看出，即使於同一種生成機率類型下，由於隨機特性之影響仍使得同類型生成機率之寬度函數間具有微小之差異。而比較不同生成機率類型之圖 12(c)及圖 12(d)，很明顯可以看出不同之生成機率類型(即不同之地文水文特性)產生之隨機碎形河網具有相當大之差異。由前述寬度函數比較結果可

表 4 驗證颱風事件各基本型態河段之隨機碎形生成機率

(a) 僅考量降雨分布之生成機率 (Type 1)

河 段	生成機率		
	傑魯得	黛 特	碧莉絲
1	0.58	0.53	0.56
2	0.58	0.53	0.56
3	0.90	0.80	0.76
4	0.74	0.66	0.66
5	0.87	0.75	0.75
6	0.88	0.90	0.90

(b) 考量降雨分布及漫地流效應之生成機率 (Type 2)

河段	生成機率		
	傑魯得	黛 特	碧莉絲
1	0.90	0.90	0.90
2	0.90	0.90	0.90
3	0.90	0.80	0.76
4	0.74	0.66	0.66
5	0.87	0.75	0.75
6	0.88	0.90	0.90

以得知，本研究所採用之分區式隨機碎形生成架構於水文河川網路型態之模擬上確實具有相當大之彈性與變化性。能使降雨－逕流歷程期間之地文模擬能因應環境之不同而變化，讓後續相關之水文模式具有更佳之適應能力。

此外，考量隨機性變化之影響，本研究於各颱風事件分區式隨機碎形河網之模擬時，針對不同類型之生成機率分別生成 5 個不同之隨機碎形河網模擬結果，並據以求得其寬度函數且計算相關之模擬流量。而這些模擬流量分別與 DEM 河網與一般碎形河網相對應之模擬流量進行比較。茲列示傑魯得颱風各模擬流量比較如圖 13 所示；由圖 13 可以發現 DEM 河網與一般碎形河網之模擬結果相近，而 Type 2 隨機碎形河網相對應之流量模擬結果較接近實際之觀測流量。各場次之詳細校驗結果比較則列如表 5 至表 7

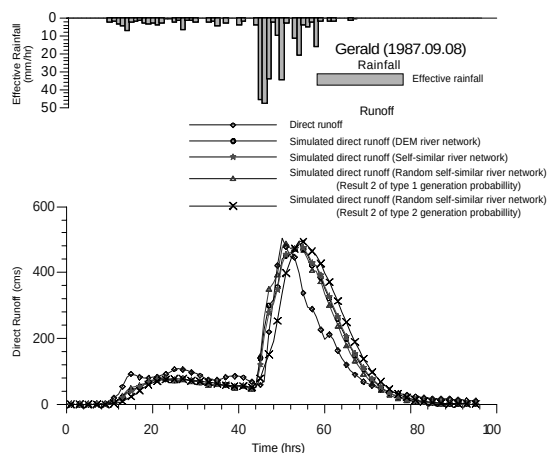


圖 13 傑魯得颱風驗證示意圖

所示。

比較表 5 至表 7 中之 CE 值大小可以發現，DEM 河網與一般碎形河網之模擬結果相近，Type 1 隨機碎形河網之流量模擬結果為最差，Type 2 隨機碎形河網之流量模擬結果則最佳。而繼續比較表 5 至表 7 中 EQP 及 ETP 之值，大部分 Type 2 隨機碎形河網之流量模擬結果亦優於其餘河網類型之模擬結果。

比較 Type 1 及 Type 2 隨機碎形河網之流量模擬結果，明顯可以發現 Type 2 隨機碎形河網之流量模擬結果遠優於 Type 1 之流量模擬結果。由此可見單以降雨分布來決定降雨－逕流歷程之河網型態仍不足以完全反應颱風暴雨時之水文與地文狀態，而 Type 2 分區式隨機碎形河網考量降雨分布與漫地流效應之影響能具有最佳之模擬結果。以水文學之觀點來說，漫地流效應會產生諸多之河川網路，此現象尤以下游河段為明顯；然而由圖 12(c)之 Type 1 隨機碎形河網寬度函數於下游段明顯僅有少數之河段數，可見其所模擬之河網與實際颱風暴雨時期之河網相距甚多，故模式所得之估算流量誤差最大。由前述比較可知，生成機率之決定對於河川網路與自然型態模擬之正確與否具有相當大之影響。而本研究應用之分區式隨機碎形生成架構確實具有相當之適應性，能充分針對自然型態之特性予以適切模擬。

表 5 傑魯得颶洪事件之模擬結果

生成機率	河網型態	模擬結果		
		效率係數 <i>CE</i>	洪峰流量誤差 <i>EQP</i> (%)	洪峰時間誤差 <i>ETP</i> (hrs)
無	DEM 河網	0.79	-2.71	-4
	一般碎形河網	0.78	-2.97	-4
第 1 類	隨機碎形河網(1)	0.71	-1.64	-4
	隨機碎形河網(2)	0.63	-1.84	-4
	隨機碎形河網(3)	0.72	-2.31	-4
	隨機碎形河網(4)	0.77	-2.42	-4
	隨機碎形河網(5)	0.70	-3.69	-4
第 2 類	隨機碎形河網(1)	0.80	-2.72	-4
	隨機碎形河網(2)	0.81	-2.63	-4
	隨機碎形河網(3)	0.79	-3.38	-4
	隨機碎形河網(4)	0.79	-4.68	-4
	隨機碎形河網(5)	0.80	-4.31	-4

表 6 黛特颶洪事件之模擬結果

生成機率	河網型態	模擬結果		
		效率係數 <i>CE</i>	洪峰流量誤差 <i>EQP</i> (%)	洪峰時間誤差 <i>ETP</i> (hrs)
無	DEM 河網	0.87	-7.08	2
	一般碎形河網	0.87	-7.70	1
第 1 類	隨機碎形河網(1)	0.82	-9.44	0
	隨機碎形河網(2)	0.78	-10.02	-1
	隨機碎形河網(3)	0.77	-10.13	-1
	隨機碎形河網(4)	0.85	-9.04	1
	隨機碎形河網(5)	0.82	-10.10	1
第 2 類	隨機碎形河網(1)	0.86	-7.50	1
	隨機碎形河網(2)	0.88	-6.26	2
	隨機碎形河網(3)	0.89	-3.35	2
	隨機碎形河網(4)	0.88	-5.60	2
	隨機碎形河網(5)	0.87	-6.20	2

簡言之，*CE* 校驗值代表整體流量之擬合程度，而 *EQP* 及 *ETP* 之值則是針對特定之洪峰流量進行誤差比較。由此可見，Type 2 隨機碎形河網所相對應之流量模擬結果不僅整體模擬表現為最佳，針對特定洪峰流量之估計亦優於 DEM 河網、一般碎形河網與 Type 1 隨機碎形河網所對應

之流量模擬結果。由上述比較結果充分可以說明經由 Type 2 隨機碎形所生成之河網應較為接近降雨—逕流歷程時之實際河網，故能獲得最佳之逕流量模擬結果，足見本研究所建立之隨機碎形生成機制對於自然型態之變化確實能具有較佳之模擬能力。

表 7 碧莉絲颱風事件之模擬結果

生成機率	河網型態	模擬結果		
		效率係數 CE	洪峰流量誤差 EQP(%)	洪峰時間誤差 ETP(hrs)
無	DEM 河網	0.74	-46.30	-4
	一般碎形河網	0.72	-45.71	-4
第 1 類	隨機碎形河網(1)	0.52	-41.96	-4
	隨機碎形河網(2)	0.63	-44.80	-4
	隨機碎形河網(3)	0.58	-43.84	-4
	隨機碎形河網(4)	0.61	-44.22	-4
	隨機碎形河網(5)	0.66	-43.14	-4
第 2 類	隨機碎形河網(1)	0.78	-48.00	-2
	隨機碎形河網(2)	0.75	-47.44	-4
	隨機碎形河網(3)	0.80	-45.13	-1
	隨機碎形河網(4)	0.79	-46.17	-1
	隨機碎形河網(5)	0.83	-41.69	1

七、結論與建議

本研究建立一套完整之隨機碎形圖形編碼方法及推衍相關幾何距離計算公式，以提供隨機碎形於不同類別自然圖形之生成模擬與電腦運算應用。而文中亦詳細探討隨機碎形圖形之編碼概念、碎形之遺傳性、家族與節點間之連結關係及距離之計算方法等，對於隨機碎形圖形之應用開啓更寬廣之途徑。

由實例應用中已證實本研究所建立之研析架構能充分應用於水文河川網路之模擬當中，並具有良好之流量估算結果，可見此種方法具有高度之彈性與變異性，優於傳統之碎形生成並能適任各種複雜之自然型態模擬。

碎形理論發展雖已有一段時間，然隨機碎形圖形於水文分析上之應用仍屬開端，本研究偏重於隨機碎形圖形特性之探討、編碼理論之發展與距離計算方法之推行，對於其餘地貌水文機制之探討仍未臻周延，相信地貌河網特性變化對於水文環境之影響仍有諸多尚待思索之處，後續當可依據此理論架構繼續作深入之研析。

謝 誌

本文研究期間承蒙 行政院國家科學委員會補助相關研究計畫經費(NSC 92-2211-E-002-038)，使本研究得以順利完成，謹致謝忱。

參考文獻

1. 王如意、王鵬瑞：「流域河網之碎形分析及其於地貌型逕流模式建構上之應用」，台灣水利，第 44 卷第 2 期，民國 85 年 6 月。
2. 王如意、洪君伯、王鵬瑞、鄭士仁：「隨機碎形圖形編碼及其於河川網路之應用」，台灣水利，第 51 卷第 4 期，pp.7-20，民國 92 年 12 月。
3. 王鵬瑞：「碎形網路生成方法之研究及其於地貌型水文模式之應用」，國立台灣大學生物環境系統工程學系博士論文，民國 91 年 6 月。
4. 高銘佐：「河川網路之簡化研究及其於降雨一逕流歷程上之解析」，國立臺灣大學農業工程學研究所碩士論文，民國 90 年 6 月。
5. 陳展榮：「河川網路寬度函數應用於地貌形

- 瞬時單位歷線之研究」，國立臺灣大學農業工程學研究所碩士論文，民國 89 年 6 月。
6. Claps, P., M. Fiorentino and G. Oliveto, "Informational Entropy of Fractal River Networks," J. Hydro. 187, 145-156 (1996).
 7. Duan, Q., S. Sorooshian and V. K. Gupta, "Optimal Use of the SCE-UA Global Optimization Method for Calibrating Watershed Models," J. Hydro. 158, 265-284 (1994).
 8. Falconer, K., Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Application (Wiley, England, 1990), pp. 113-137.
 9. Fiorentino, M. and P. Claps, "An Entropy-based Morphological Analysis of River Basin Networks," Water Resour. Res. 29, 1215-1224 (1993).
 10. Gupta, V., E. Waymire and C. T. Wang, "A Representation of an Instantaneous Unit Hydrograph from Geomorphology," Water Resour. Res. 16, 855-862 (1980).
 11. Mandelbrot, B., The Fractal Geometry of Nature (Freeman, New York, 1982).
 12. Menabde, M., S. Veitzer, V. Gupta and M. Sivapalan, "Test of Peak Flow Scaling in Simulated Self-similar River Networks," Adv. Water Resour. 24, 991-999 (2001).
 13. Moussa, R. and C. Bocquillon, "Fractal Analyses of Tree-like Channel Networks from Digital Elevation Model Data," J. Hydro. 187, 157-172 (1996).
 14. Nikora, V. I. and V. B. Sapozhnikov, "River Network Fractal Geometry and Its Computer Simulation," Water Resour. Res. 29, 3569-3575 (1993).
 15. Rinaldo, A., R. Rigon, and A. Marani, "Geomorphological Dispersion," Water Resour. Res. 27, 513-525 (1991).
 16. Rodriguez-Iturbe, I. and A. Rinaldo, Fractal River Basin (Cambridge University, United Kingdom, 1996), pp. 468-508.
 17. Tarboton, D. G., R. L. Bras and I. Rodriguez-Iturbe, "The Fractal Nature of River Networks," Water Resour. Res. 24, 1317-1322 (1988).
 18. Veitzer, S. and V. Gupta, "Random Self-similar River Networks and Derivations of Generalized Horton Laws in Terms of Statistical Simple Scaling," Water Resour. Res. 36, 1033-1048 (2000).
 19. Veitzer, S. A. and V. K. Gupta, "Statistical Self-similarity of Width Function Maxima with Implications to Floods," Adv. Water Resour. 24, 955-965 (2001).
 20. Wang, P.-J. and R.-Y. Wang, "A Generalized Width Function of Fractal River Network for the Calculation of Hydrologic Responses," Fractals, 10(2), pp. 157-171 (2002).

收稿日期：民國 93 年 4 月 16 日

修正日期：民國 93 年 6 月 11 日

接受日期：民國 93 年 6 月 16 日