



河川網路寬度函數之碎形簡化研究及其於  
降雨—逕流歷程之應用

**Study on the Fractal Simplification of the Width  
Function of River Networks and the Application to  
the Analysis of Rainfall-Runoff Processes**

國立台灣大學  
生物環境系統工程學系教授  
暨水工試驗所特約研究員

**王如意**

**Ru - yih Wang**

淡江大學  
水資源管理與政策研究中心  
研究員

**王鵬瑞**

**Peng-jui Wang**

國立台灣大學  
生物環境系統工程學系  
碩士

**王耀慶**

**Yaw-ching Wang**

國立台灣大學  
生物環境系統工程學系  
博士班研究生

**洪君伯**

**Chun-po Hung**

**摘 要**

本文係探討寬度函數隨尺度變換之特性及其於逕流歷程研析中所扮演之角色。研究中假設寬度函數可滿足碎形之自相似特性，並以三角形分布為其基本單元，利用大小不同之三角形為寬度函數之量測單位，產生不同尺度下之寬度函數，藉此研析寬度函數隨尺度變換之特性。研究中將寬度函數套配擴散波觀念，建構適用之地貌型瞬時單位歷線模式(geomorphologic instantaneous unit hydrograph model, 簡稱 GIUH model)，以探討寬度函數之變化對逕流歷線之影響。

本文選擇臺灣北部淡水河流域之橫溪與三峽兩個集水區為研究流域，藉由 River Tools 軟體自研究流域之 DEM 資料中擷取河川網路之寬度函數，並根據選用之紀錄

颱風事件模擬以剖析寬度函數隨尺度變換對於逕流模擬時所產生之影響。研究結果顯示，不同大小之三角形單位寬度函數可對應於自然河川網路之不同級序河溪；而寬度函數之尺度效應亦能反應於逕流模擬上，其視水滴質點運動之擴散作用大小而異，當擴散作用愈強，則寬度函數之尺度效應愈明顯。

本研究所倡議以三角形為單位量測寬度函數而產生不同尺度下寬度函數之方法具有理論之創新性，且應用於研究流域中可有效地反應出河川網路之碎形特性。相較於以往，必須利用河川網路自動化萃取方法以產生不同尺度下之寬度函數，本文已獲致較具體有效之改進。在瞬時單位歷線計算方面，本文提出以三角形歷線計算之簡化方式，經由數場颱風事件測試其效果，本研究已能夠有效掌握原始計算方式之重點，且能簡省不少資料處理所需之運算時間及儲存空間。

關鍵詞：寬度函數，碎形簡化，河川網路，地貌型瞬時單位歷線，尺度效應。

## ABSTRACT

This paper aims at studying the scale properties of width function and its role acting in rainfall-runoff process. In this study, the width function of river networks is proposed to be a self-similarity structure based on fractal conception. For measuring the influence of the scale effect, the different sizes of triangles are applied as the basic measurement unit to generate the width function under different scales. In order to determine the relationship between the width function and the runoff process, the diffusion theory is thus employed to analyze the width function based on geomorphologic instantaneous unit hydrograph (GIUH) for the runoff simulation of the project areas.

To analyze the scale effect influencing on rainfall-runoff process, the watersheds of Heng-Xi and San-Xia in Taiwan are selected as study areas. The results of this research show that the different sizes of triangular width functions represent different orders of streams. Moreover, the scale effect can also be observed on modeling the runoff that depends upon the intensity of diffusive effect. In other words, the more strong diffusive effect on the motion of water particles will lead to more obvious scale effect on the runoff.

This study shows that the approach of taking triangles of various sizes as basic units to generate width functions under various scales is effective, and it also responses the fractal characteristics of river networks very well. As the aspect of calculation of GIUH as concerned, the analytical results of the outflow estimation indicate that the simple triangular approximation of GIUH can be implemented successfully for calculation of hydrologic responses in the project watershed.

**Keywords:** Width function, Fractal simplification, River network, Geomorphologic instantaneous unit hydrograph, Scale effect.

## 一、緒論

### 1. 研究動機與目的

隨著降雨落於地面所導致之地表逕流，其逕

流量之時間及空間分布情形，不僅與降雨事件本身有著直接關係，與地表諸多因子之作用亦密不可分。水文學者根據實驗及觀察，配合物理概念及諸多假設，發展出不少水文模式，以模擬降雨

一逕流歷程<sup>[1]</sup>。然而，模擬過程中發現，於不同觀測尺度之下模擬出現不一致之結果。以地貌型瞬時單位歷線為例，模擬降雨一逕流歷程時，以降雨為系統輸入，逕流為系統輸出，河川網路為系統主要架構。於不同觀測尺度之下，河川網路一般不盡相同，如河流長度、集流面積、分岔比、河長比及寬度函數等，以致於逕流模擬之結果受到尺度變換之影響<sup>[9]</sup>。

為了解決尺度變換所帶來分析之困擾，研究不同尺度下河川網路結構之變化方式，並掌握不受尺度影響之河川網路特性，成為解決此一問題之重要指標。碎形理論於是被應用於河川網路之描述，將河川網路視為具碎形特性之自相似結構；並以此概念，推衍出不同尺度之下之河網結構變化<sup>[11,15]</sup>。其目的在使地貌型瞬時單位歷線之計算，由尺度效應所導致之誤差能夠有效地獲得控制，並在河川網路觀測尺度及逕流精度要求之間找到最佳平衡點。

本文之探討對象為河川網路之寬度函數，其乃河川網路結構之量化指標。寬度函數之物理意義為沿主要河川之河段數目分布。文中嘗試以河川網路之自相似概念生成不同尺度下之寬度函數，以研析其碎形特性。進一步地，將寬度函數套配擴散波理論，計算其瞬時單位歷線，以探討於不同尺度下寬度函數之變化對逕流模擬所產生之影響。

## 2. 文獻回顧

河川網路結構於降雨一逕流歷程中所扮演之角色，最早由 1969 年 Shreve 提出寬度函數概念，將河川網路之結構，以寬度函數量化之，利用此寬度函數將河川網路結構與逕流之關係具體化<sup>[31]</sup>。1991 年 Rinaldo 及 Marani 提出以擴散類比之概念，描述水滴質點運動，進一步套配寬度函數完成地貌型瞬時單位歷線之計算<sup>[18]</sup>。2000 年陳氏將寬度函數為主軸之地貌型瞬時單位歷線成功地應用於台灣地區集水區之逕流模擬<sup>[12]</sup>。

關於尺度之變換對河川網路之影響，相關之研究有：1993 年 Fiorentino 與 Claps 根據碎形理論，以自相似結構繁衍河網，並引入訊息熵概念

以描述寬度函數之結構，探討不同尺度之下寬度函數及訊息熵之變化<sup>[15,17]</sup>。2000 年 Veneziano 等人根據碎形自相似概念，視河川網路為其自相似之組合，套配時間序列理論，以預測河川網路之寬度函數<sup>[33]</sup>。2001 年高氏利用碎形理論簡化河川網路，以簡化之河川網路代表原本複雜之天然河川網路，並進一步探討河川網路簡化前後對逕流模擬之影響<sup>[11]</sup>。

## 3. 研究方法

本研究乃利用地理資訊系統套裝軟體 River Tools 中之自動化河川網路萃取方法，由 DEM 資料取得集水區之河川網路，並據以求得河川網路之寬度函數，作為主要研究之對象。研究中假設河川網路為具有碎形特性之自相似結構，即河川網路為其自相似子流域之組合。以此概念，將子流域之寬度函數視為三角形之分布。以不同大小之三角形為單位，直接量測當面積門檻值為 1 時之寬度函數，以取得不同尺度下之寬度函數。最後比較不同尺度下之寬度函數變化，以探討其碎形維度及自相似組成之性質，並套配以寬度函數為主軸之地貌型瞬時單位歷線，藉此了解不同尺度下之寬度函數於逕流產生機制中所扮演之角色。

## 二、河川網路寬度函數

### 1. 寬度函數之定義

1969 年 Shreve 首先提出「寬度函數」(width function)之概念，以此作為河川網路之量化描述<sup>[31]</sup>。寬度函數  $W(x)$  之定義為：以集水區出口處為起點，往上游前進，距離  $x$  處之河段(link)數目，如圖 1 所示。

### 2. 寬度函數之訊息熵

Fiorentino 與 Claps 於 1992 年將訊息熵概念應用於河川網路結構之描述，視寬度函數為一機率分布，以訊息熵度量寬度函數結構之複雜程度，臻以有效地描述不同尺度之下之河網架構複雜程度變化<sup>[15]</sup>。

### 三、寬度函數之尺度效應

#### 1. 疊代隨機脈衝模式之概念

由於河川網路架構可視為自相似之碎形結構<sup>[15]</sup>，且寬度函數乃由河川網路所取得，故對寬度函數而言，亦存在著自相似之特性。2000 年 Veneziano 等人將一流域之寬度函數視為數個較小且形狀相似之寬度函數組合，以此概念配合時間序列理論，發展出疊代隨機脈衝模式(Iterated Random Pulse Model，簡稱為 IRP model)產生不同尺度下之寬度函數<sup>[32]</sup>。茲將 IRP 模式之理論概述如下：

將一流域之寬度函數表為  $w_1(r)$ ， $r$  表示距離、下標 1 表示該狀態下之觀測精度，則有式(3)之關係，即將  $w_1(r)$  視為  $i$  個子流域之寬度函數  $f_i(r)$  之總和，其中  $d_i$  項為每個子流域出口與主要流域出口之距離。故

$$w_1(r) = \sum_i f_i(r - d_i) \quad \dots\dots\dots(3)$$

同理，如更進一步將子流域予以分割，則最終完整流域之寬度函數之組合可表示為：

$$w_2(r) = \sum_{ij} f_{ij}(r - d_{ij}) \quad \dots\dots\dots(4)$$

(4)式表示每一個  $f_i$  子流域寬度函數可以視為  $j$  個更小之  $f_{ij}$  子流域之總和，且  $d_{ij}$  表示第  $i$  子流域中之第  $j$  個流域與  $i$  子流域出口之距離。

隨著子流域分割之精度狀態不同，整體流域之寬度函數將由  $w_1(r)$ 、 $w_2(r)$ 、 $\dots$  變化至  $w_\infty(r)$  而有所不同，而寬度函數之繁衍變化主要根據規則如下：

#### (1) 脈衝形狀規則(Pulse Shape Rule)

脈衝形狀有下列規則：

$$f_j(\tau) = s^{-\gamma} f_{j-1}(s\tau) \quad s > 1 \quad \gamma > -1 \quad \dots(5)$$

式(5)表示構成狀態  $j$  之寬度函數，其子寬度函數為狀態  $j-1$  之子寬度函數，將其延時縮短為  $1/s$  強度乘上  $S^{-\gamma}$  而形成；如選擇  $\gamma=1$  則表示前後狀態之寬度函數形狀為完全自相似之等比例縮放。

#### (2) 脈衝位置規則(Pulse Location Rule)

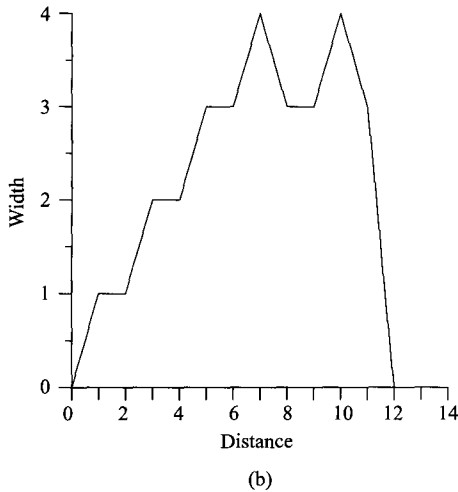
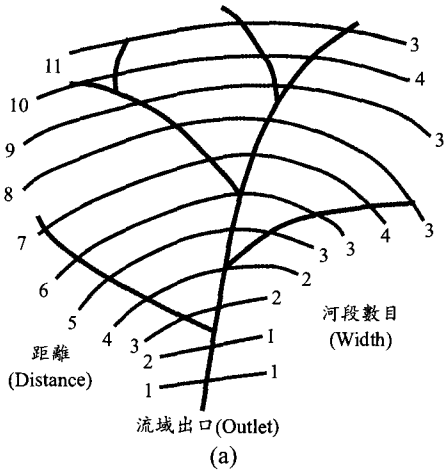


圖 1 寬度函數計算示意圖：(a)河川網路，(b)寬度函數

寬度函數之訊息熵，其基本形式可定義為：

$$S(p) = - \sum_{\delta=1}^{\Delta} p_{\delta} \ln p_{\delta} \quad \dots\dots\dots(1)$$

其中  $p_{\delta}$  表示於  $\delta$  拓撲距離下之河段出現機率(拓撲距離之範圍在 1 至  $\Delta$  間)，即寬度函數與寬度函數所有總和之比值：

$$p_{\delta} = \frac{W(\delta)}{\sum_{\delta=1}^{\Delta} W(\delta)} \quad \dots\dots\dots(2)$$

本研究即根據式(1)之寬度函數訊息熵定義，評估於不同尺度下之寬度函數之複雜程度變化，以此作為河川網路寬度函數之結構複雜程度量化指標。

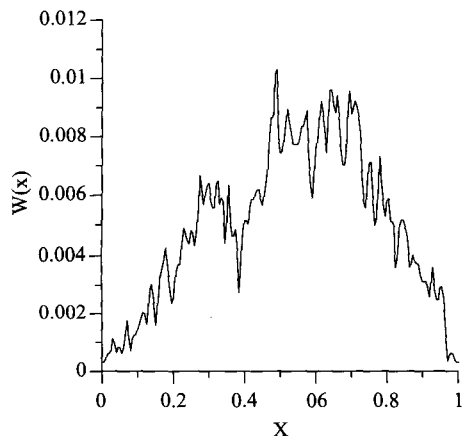


圖 2 面積門檻值為 1 之待測寬度函數示意圖

假設子流域之寬度函數出現位置符合非齊次性卜阿松歷程 (nonhomogenous Poisson process)<sup>[30]</sup>, 則其卜阿松歷程之參數  $\lambda$  可定義為:

$$\lambda_j(t) = w_{j-1}(t)/a_j \quad \dots\dots\dots(6)$$

其中,  $a_j = \int f_j(\tau) d\tau$ 。

## 2. 隨尺度變換之寬度函數生成

為了解寬度函數之尺度效應, 本研究承襲 IRP 模式概念, 視寬度函數為其自相似之組合, 且滿足式(3)。利用不同大小之三角形為單位丈量寬度函數, 以模擬於不同尺度之下之寬度函數變化。茲將寬度函數隨尺度變換之生成方式, 其操作步驟敘述如下:

### (1) 產生待量測之寬度函數

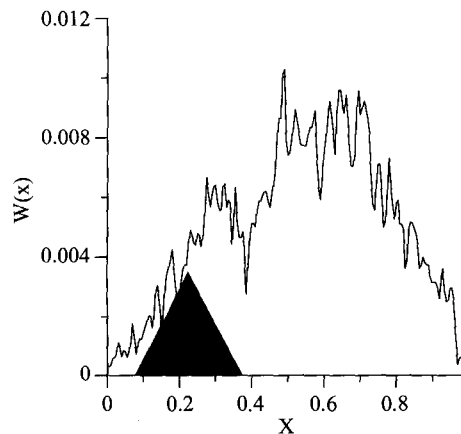
利用河川網路萃取方法, 設定面積門檻值為 1 之河網, 產生該 DEM 資料所能生成之最精細河川網路, 計算其寬度函數, 以此作為待量測之寬度函數, 如圖 2 所示。

### (2) 決定測量之尺度

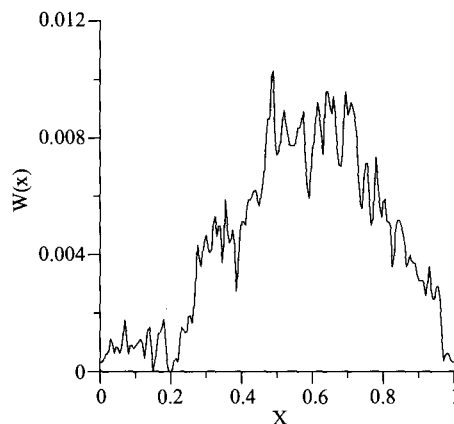
本文假設子流域之寬度函數為三角形分布。決定三角形之大小, 即決定以何尺度為丈量之基本單位; 而各尺度之間之三角形變化, 依等比例縮放, 即考量式(5)中  $\gamma=1$  之情形。

### (3) 以三角形為單位測量待量測之寬度函數

將三角形放入待量測之寬度函數中, 並由寬度函數減去三角形部份, 再放入第二個三角形,



(a) 將三角形置入待測寬度函數中



(b) 待測寬度函數減去三角形之結果

圖 3 三角形量測寬度函數示意圖

以剩餘之寬度函數再減去該三角形部份; 重覆此步驟, 直至寬度函數無法再放入三角形為止, 最後記錄下每一個三角形之所在位置, 即決定式(3)之  $d_i$ , 如圖 3 所示。

### (4) 產生符合觀測尺度之寬度函數

將所有記錄之三角形位置, 放入三角形, 並加總以完成式(3)之計算, 即可得符合此一觀測尺度下之寬度函數, 如圖 4 所示。

## 3. 河川網路之能量消散評估

1992 年 Rodriguez-Iturbe 提出最佳化河川網路結構(optimal channel network, 簡稱 OCN)之概念, 指出當河川網路整體之能量消散達到最低時, 則河網中各部份之能量消散將會趨近於定

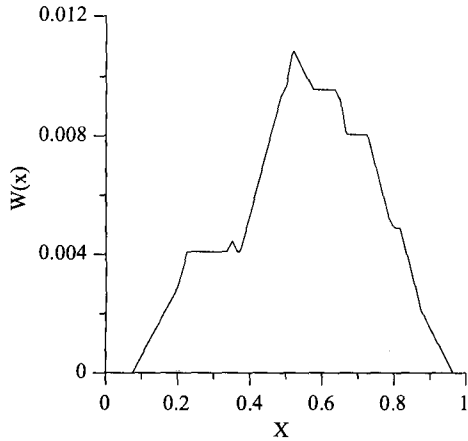


圖 4 產生符合觀測尺度之寬度函數圖示意圖

值，此時之河川網路結構稱之為最佳化河川網路結構。河網中能量之消耗評估主要根據以下三個假設：第一、給定一流量則河網中任一河段之能量消散將會達到最低；第二、在河網中任一河段單位面積河道之能量消散會趨於相同，第三、最終整體河網之能量消散會達到最低<sup>[26,29]</sup>。基於此三項假設考慮一具有  $i$  河段之河川網路，其整體能量消耗率  $P$  可表示為各河段之能量消耗率  $P_i$  之總和：

$$P = \sum_i P_i = k \sum_i Q_i^{0.5} L_i \quad \dots\dots\dots(7)$$

式中， $k$  為常數，僅與流況有關， $Q_i$  與  $L_i$  則分別代表河段  $i$  之流量與長度。

本文中以三角形分布代表寬度函數，則三角形之底邊長相當於河川長度，假設三角形之面積正比於河川之流量，則河網之能量消耗率根據式(7)可得以寬度函數評估河川網路之能量消耗率有如下之結果：

$$P = \sum_i P_i = k \sum_i A_i^{0.5} L_i \quad \dots\dots\dots(8)$$

式中， $A_i$  代表其寬度函數之面積，研究中假設其正比於該河段之流量、 $L_i$  代表寬度函數之底長即為河段之長度、 $k$  為一常數。如考慮寬度函數之自相似性質，即  $A_i = A$ ， $L_i = L$ ，視同一觀測尺度下，所有河段之長度等長且寬度函數之分布一致，則式(8)可改寫為：

$$P = \sum_i P_i = k(N \times A \times L) \quad \dots\dots\dots(9)$$

式中， $N$  為河網之總河段數目。本文即以式(9)評估於不同尺度之下之寬度函數所代表河網架構之可能能量消散情形，將寬度函數之尺度變化與河流之能量消散評估作一連結。

#### 四、以寬度函數為主軸之地貌型瞬時單位歷線

##### 1. 以寬度函數套配擴散類比之地貌型瞬時單位歷線

1991 年 Rinaldo 及 Marani 提出以擴散類比之概念，描述河網中水滴質點之運動；假設水滴質點之運動，除傳遞效應外，尚有一擴散效應作用於其中，以此概念套配寬度函數，發展出以寬度函數為主軸之地貌型瞬時單位歷線。2000 年陳氏並證實上述理論適用於台灣地區之逕流模擬<sup>[12]</sup>。茲將其理論概述如下：

當水滴質點瞬間落於一流域中，假設流域出口於  $t$  時刻所測得之流量  $f(t)$  與  $t$  時刻流出之寬度函數成正比，可以式(10)表示<sup>[21]</sup>：

$$f(t) \propto \int_{l(t)}^{l(t)+\Delta t} W(x) dx \quad \dots\dots\dots(10)$$

式中， $l(t)$  表示由流域出口到  $t$  時刻流出之寬度函數邊緣之距離，故其所在範圍為  $0 \leq l(t) \leq L$  之間，其中  $L$  為主要河川長度。推衍上述概念，則流域出口之流量即是地貌型瞬時單位歷線，可表示成：

$$f(t) = \int_0^\infty W(x) f_x(t) dx \quad \dots\dots\dots(11)$$

其中， $f_x(t)$  代表在時刻  $t$  時  $W(x)$  流至流域出口之機率分布，一般多採用線性擴散波之解。線性擴散波如式(12)所示：

$$\frac{\partial f_x}{\partial t} + u \frac{\partial f_x}{\partial x} = D_L \frac{\partial^2 f_x}{\partial x^2} \quad \dots\dots\dots(12)$$

其解為：

$$f_x(t) = \frac{x}{\sqrt{4\pi D_L t^3}} e^{-[(x-ut)^2 / 4D_L t]} \quad \dots\dots\dots(13)$$

再將式(13)代入式(11)中，並同時考慮  $W(x)$  為離散分布，則寬度函數之地貌型瞬時單位歷線可表示為  $f(t)$ ，亦可視為水滴質點之行進時間  $T$  之機率密度函數<sup>[23]</sup>：

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi D_L t^3}} \sum_{i=1}^{N_{\max}} W(l_i) e^{-\left(\frac{l_i - u}{u}\right)^2 / 4 D_L t} \quad (14)$$

式中， $l_i$ ：距集水出口之沿河徑距離， $l_i = i\Delta l$ ， $\Delta l$  為單位距離；

$N_{\max}$ ：從源頭至出口最長流徑之河段總數；

$W(l_i)$ ：正規化後之寬度函數，即將原始寬度函數之水平座標轉換於 0~1 之間，垂直座標除以總河段數目；

$u$ ：平均波傳速度(m/sec)；

$D_L$ ：擴散係數(m<sup>2</sup>/sec)。

利用寬度函數計算地貌型瞬時單位歷線時有兩個待定之參數，分別為平均波傳速度與水動力擴散係數，其物理意義一般可以 Peclet 數 (Peclet number,  $Pe = u \cdot L / D_L$ ) 之大小予以說明<sup>[18,21]</sup>。於自然集水區中  $Pe$  之範圍一般小於 1000；當  $Pe \rightarrow 0$  時，集水區之擴散效應(diffusive effect)較傳輸效應(convective effect)為強，亦即集水區具有較高之貯蓄效應；反之，若  $Pe \rightarrow \infty$  則集水區具有較高之水力動力傳輸效應。

根據式(11)與式(13)，可更進一步地將寬度函數視為河網流徑長度  $X$  之機率密度函數。1991 年 Rinaldo 等人利用動差母函數(moment-generating function)之概念推導出水滴質點於河網中行進之時間  $T$  其平均值  $E(T) = \langle t \rangle$ 、變異數  $Var(T) = \langle t^2 \rangle - \langle t \rangle^2$  及第三階動差  $E\{(T) - E(T)\}^3 = \langle t^3 \rangle - 3\langle t^2 \rangle \langle t \rangle + 2\langle t \rangle^3$ ，與河網流徑長度  $X$  之平均值  $E(X)$ 、變異數  $Var(X)$  與第三階動差  $E\{(X) - E(X)\}^3$  間之關係，分別表示如下<sup>[18]</sup>：

$$E(T) = \frac{E(X)}{u} \quad (15)$$

$$Var(T) = \frac{Var(X)}{u^2} + \frac{2E(X)}{u^3} D_L \quad (16)$$

$$E\{(T) - E(T)\}^3 = \frac{E\{(X) - E(X)\}^3}{u^3} + \frac{6D_L Var(X)}{u^4} + \frac{12D_L^2 E(X)}{u^5} \quad (17)$$

## 2. 以三角形歷線簡化地貌型瞬時單位歷線之計算方式

利用寬度函數套配擴散波之地貌型瞬時單位歷線計算，如根據式(14)計算時必須要將寬度函數內每一個點皆列入計算，其計算之複雜程度與寬度函數之點數成比例。本文嘗試以三角形歷線簡化該地貌型瞬時單位歷線計算，以提昇逕流模擬之運算效率。其簡化方式如下：

一般而言，逕流歷線之分布多具向右偏斜之特性<sup>[1]</sup>，如假設其分布滿足對數常態分布：

$$f(t) = \frac{1}{t\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln(t)-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (18)$$

式(18)為對數常態分布之定義，為一具有二參數  $\sigma$  及  $\mu$  之分布，且  $t \geq 0$ 。如以  $t$  為時間軸， $f(t)$  為瞬時單位歷線，則  $f(t)$  只在  $t \geq 0$  時有實值發生與實際物理現象相符合。則水滴質點之行進時間  $T$  之平均值  $E(T)$  與變異數  $Var(T)$  分別如下所示：

$$E(T) = e^{\left(\mu + \frac{1}{2}\sigma^2\right)} \quad (19)$$

$$Var(T) = e^{(2\mu + \sigma^2)}(e^{\sigma^2} - 1) \quad (20)$$

一般言之， $f(t)$  之極大值何時發生、極大值之量為何，與最後之逕流模擬之洪峰流量及洪峰到達時刻有關，因此為吾人研析核心之所在。將式(18)對時間  $t$  微分可得：

$$\frac{df(t)}{dt} = \frac{-(\sigma^2 + \ln(t) - \mu)e^{-\frac{(\ln(t)-\mu)^2}{2\sigma^2}}}{t^2\sigma^3\sqrt{2\pi}} \quad (21)$$

令式(21)為 0，可以求得極值發生之時間  $t$  如下：

$$t = e^{(-\sigma^2 + \mu)} \quad (22)$$

一旦掌握了瞬時單位歷線之極大值發生時間，代

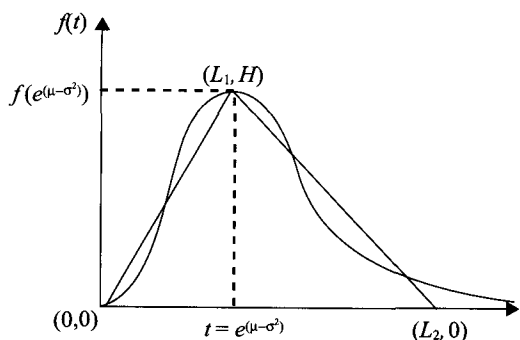


圖 5 以三角形歷線取代對數常態分布示意圖

入對數常態分布後可得極值之實際值為  $f(t = e^{-(\sigma^2 + \mu)})$ 。本研究利用三角形瞬時單位歷線以取代對數常態分布歷線目的在於方便運算及資料記錄，兩者之關係如圖 5 所示。

設三角形之三頂點座標分別為  $(0,0)$ 、 $(L_1, H)$ 、 $(L_2, 0)$ ，則求解  $L_1$ 、 $L_2$  及  $H$  即可定義出三角形。其中  $L_1$  表示到達瞬時單位歷線極值之時間； $H$  表示瞬時單位歷線之極值大小； $L_2$  則是根據瞬時單位歷線面積為 1 之要求即  $(1/2) \times H \times L_2 = 1$ ，予以求得：

$$L_1 = t = e^{-(\sigma^2 + \mu)} \quad \dots\dots\dots(23)$$

$$H = f(e^{-(\sigma^2 + \mu)}) \quad \dots\dots\dots(24)$$

$$L_2 = \frac{2}{H} \quad \dots\dots\dots(25)$$

由  $L_1$ 、 $L_2$  及  $H$  之定義知，在瞬時單位歷線滿足對數常態分布之假設下，吾人可由對數常態分布之極值發生位置與極值大小等二條件建構一三角形瞬時單位歷線，然而擬決定對數常態分布確實之形狀必須先決定參數  $\sigma$  及  $\mu$ 。本文考量水滴質點運動時受傳導及擴散作用，其決定方式如下：

如以寬度函數套配擴散波理論計算瞬時單位歷線，則流徑  $X$  與水滴質點之行進時間  $T$  之均值與變異數之關聯如式(15)及式(16)。現已假設瞬時單位歷線為對數常態分布，則令式(15)與式(19)相等，式(16)與式(20)相等，以此二等式解聯立方程式可求解參數  $\sigma$  及  $\mu$  分別如下所示：

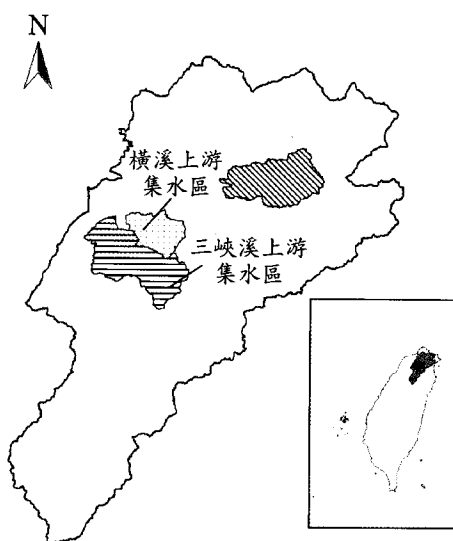


圖 6 淡水河流域及其研析集水區位置示意圖

$$\sigma = \sqrt{\ln\left(1 + \frac{Var(T)}{E(T)^2}\right)} \quad \dots\dots\dots(26)$$

$$\mu = \ln(E(T)) - \frac{1}{2} \ln\left(1 + \frac{Var(T)}{E(T)^2}\right) \quad \dots\dots\dots(27)$$

式中， $E(T)$  為波傳速度  $u$  之函數； $Var(T)$  為波傳速度  $u$  及擴散係數  $D_L$  之函數，藉此以有效地反應出水滴質點之傳輸及擴散作用。

## 五、實例研究

### 1. 研究流域簡介

本研究選擇台灣北部之淡水河流域為研究對象。淡水河流域為台灣第三大河川，河流全長達 159 公里，流域面積 2726 平方公里，並選定流域支流大漢溪上游之橫溪集水區與三峽溪集水區為主要研究區域。研析流域與集水區示意圖如圖 6 所示，茲選取橫溪集水區河川網路主要結構及寬度函數分布如圖 7 及圖 8 所示。

研究中逕流模擬之計算，各集水區所使用之平均漂移速度  $u$  及擴散係數  $D_L$  兩參數，主要乃依據表 1 及表 2 中由陳氏於 2000 年以 SCE 法優選多場颱風所得之平均結果為代表<sup>[12]</sup>，其中針對



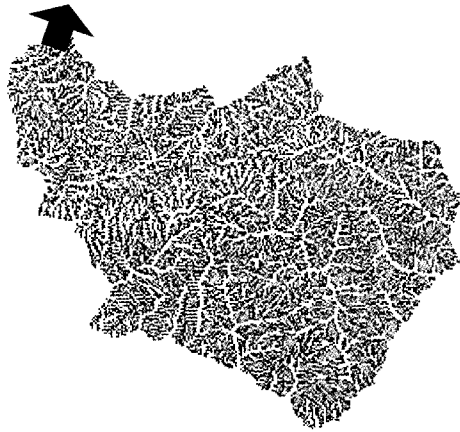


圖 7 橫溪集水區面積門檻值為 1 ( $A_{th}=1$ ) 之河川網路圖

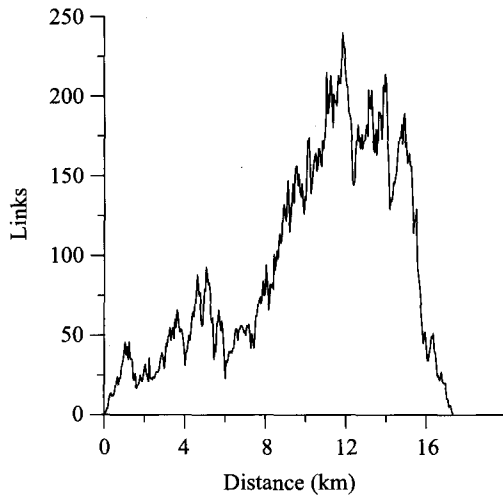


圖 8 橫溪集水區寬度函數圖示意圖 ( $A_{th}=1$ )

橫溪集水區所採用之平均漂移速度  $u$  為 0.82 (m/sec)，擴散係數  $D_L$  為 1231(m<sup>2</sup>/sec)；三峽集水區所採用之平均漂移速度  $u$  為 0.37(m/sec) 擴散係數  $D_L$  為 2291(m<sup>2</sup>/sec)。

## 2. 資料蒐集與整理

本研究地文資料部分以國立中央大學太空及遙測中心所出版之 DEM 相片基本圖為研究區域地形之主要處理資料<sup>[12]</sup>，格網之精度為 40m×40m。而各集水區所選用之颱風事件如表 3 所示。

表 1 橫溪集水區以 SCE 法優選各檢定颱風場次之最佳參數

項目 颱風	發生日期	擴散係數 $D_L$ (m <sup>2</sup> /sec)	漂移速度 $u$ (m/sec)
貝斯(Bess)	74.10.13	305	0.72
艾貝(Abby)	75.09.18	2680	0.54
亞伯(Abe)	79.08.30	453	1.43
弗瑞達(Fread)	83.08.20	1449	0.63
道格(Doug)	83.08.07	1267	0.79
平均值	—	1231	0.82

【註】錄自<sup>[12]</sup>

表 2 三峽集水區以 SCE 法優選各檢定颱風場次之最佳參數

項目 颱風	發生日期	擴散係數 $D_L$ (m <sup>2</sup> /sec)	漂移速度 $u$ (m/sec)
歐敏(Irving)	68.08.14	1721	0.35
弗雷特(Fred)	73.08.06	2172	0.53
艾貝(Abby)	75.09.18	2553	0.37
琳恩(Lynn)	76.10.23	2836	0.26
弗瑞達(Fread)	83.08.20	2172	0.36
平均值	—	2291	0.37

【註】錄自<sup>[12]</sup>

表 3 研析集水區降雨－逕流分析之颱風事件

集水區名稱	場次	颱風名稱	發生日期
橫溪	1	歐拉(Ora)	67.10.12
	2	琳恩(Lynn)	76.10.23
	3	楊希(Yancy)	79.08.18
三峽	1	莫瑞(Maury)	70.07.19
	2	賽洛馬(Thelma)	76.07.14
	3	寶莉(Polly)	81.08.29
	4	席斯(Seth)	83.10.09

## 3. 研析步驟

步驟一：將研究流域之 DEM 資料輸入套裝軟體 River Tools 中，依照自動化河網萃取方法，擷取面積門檻值  $A_{th} = 1$  之河川網路，如圖 7 所示；再利用此圖層建構出研究所需之河川網路寬度函數，如圖 8 所示。

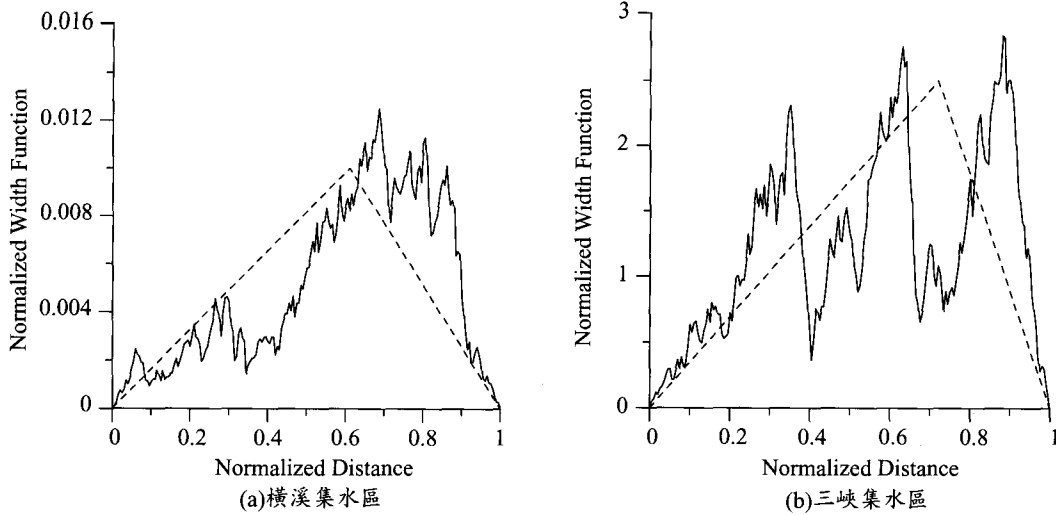


圖 9 研析集水區之量測單位三角形示意圖

步驟二：計算步驟一所產生之寬度函數其座標正規化後之水平形心位置，產生具有相同水平形心位置之三角形如圖 9 所示，以此作為量測寬度函數之基本單位。

步驟三：利用步驟一產生之寬度函數，視為待量測之目標函數，再以步驟二所產生之三角形為量測之基本單位，進行寬度函數之量測，產生不同尺度之下所對應之寬度函數，藉此討論不同尺度下之寬度函數特性變化。本研究中尺度之縮放方式乃將三角形底及高之變化視為等向性，故不同尺度之三角形皆為完全之自相似關係。

步驟四：將不同觀測尺度之下所產生之寬度函數，代入以寬度函數為主軸之地貌型瞬時單位歷線中，比較不同  $Pe$  之變化，與不同寬度函數尺度對瞬時單位歷線計算所帶來之影響。

步驟五：最後之逕流模擬則以該流域特定之代表參數  $Pe$ ，套配步驟一之寬度函數計算其地貌型瞬時單位歷線，以完成逕流之模擬，藉此討論地貌型瞬時單位歷線以三角形歷線簡化之計算方式其可行性。

#### 4. 逕流模擬之適合性評判

為探討不同尺度之下之寬度函數對逕流模擬所產生之影響，本文中分別以效率係數(Coefficient of Efficiency, CE)、洪峰流量誤差(Error of Peak Discharge, EQP)、洪峰到達時刻誤差(Error of Time to Peak, ETP)等三項指標，藉以客觀評逕流模擬之結果好壞。茲將各項評估指標定義如下：

(1)效率係數(CE)

$$CE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N [Q_{obs}(i) - Q_{est}(i)]^2}{\sum_{i=1}^N [Q_{obs}(i) - \bar{Q}_{obs}]^2} \dots\dots\dots (28)$$

式中， $Q_{est}(i)$ ：第  $i$  時刻之模式推估流量；  
 $Q_{obs}(i)$ ：第  $i$  時刻之實際觀測流量；  
 $\bar{Q}_{obs}$ ：實際觀測流量之平均值；  
 $N$ ：觀測流量之延時。

當  $CE$  愈接近於 1 時，表示模擬結果與實際觀測資料愈符合，擬合度愈高。

(2)洪峰流量誤差(EQP)

$$EQP = \frac{Q_{p,est} - Q_{p,obs}}{Q_{p,obs}} \times 100\% \dots\dots\dots (29)$$

式中， $Q_{p,est}$ ：模式推估之洪峰流量；

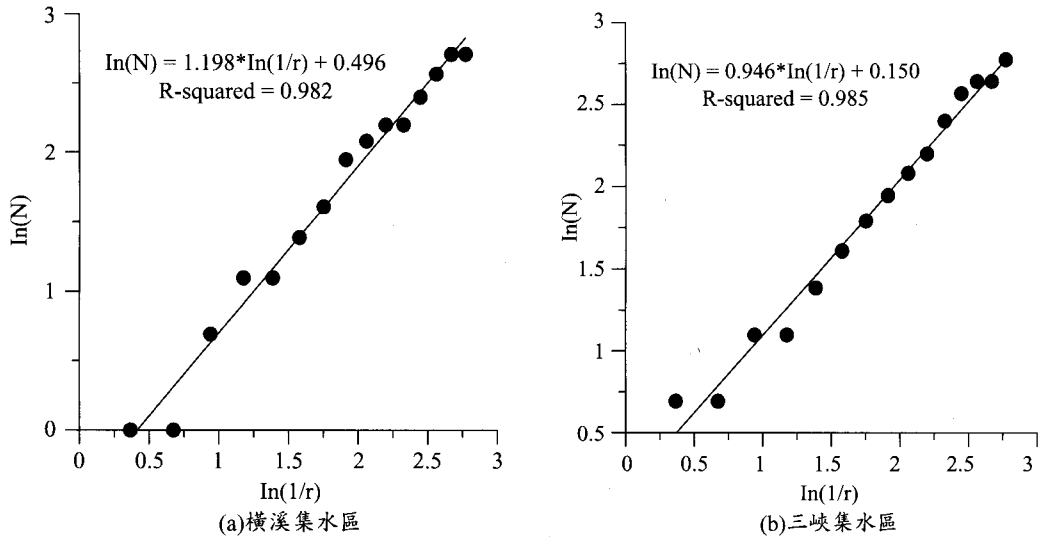


圖 10 研析集水區 N 與 r 之關係圖

$Q_{p,obs}$  : 實際觀測之洪峰流量。

當  $EQP$  為正時，表示模式推估之洪峰值大於實際觀測之洪峰流量；反之，則表示模式所推估之洪峰值小於實際觀測值。同時， $EQP$  愈接近 0 時，表示推估與觀測之洪峰流量準確度愈高。

(3) 洪峰到達時刻誤差( $ETP$ )

$$ETP = T_{p,est} - T_{p,obs} \dots\dots\dots(30)$$

式中， $T_{p,est}$  : 模式推估之洪峰到達時刻；

$T_{p,obs}$  : 實際觀測之洪峰到達時刻。

如  $ETP$  愈趨近 0，表示模式對於洪峰到達時刻之預測愈準確。

## 六、結果與討論

1. 本研究利用三角形為基本單位，以自相似之概念，視研究流域之各子集水區為三角形分布，且同一精度下之子集水區寬度函數分布完全相同。研究中，三角形之形狀決定，乃取決於原始流域寬度函數之水平形心位置；亦即，所建構成之三角形置於正規化之寬度函數座標上，與原始之寬度函數具有相同之水平形心位置分布如圖 9 所示。利用這個要求，使量測所使用之單位三角形寬度函數，能夠掌握原始流域之特性。

如擬以碎形結構定義寬度函數之組成，則除研究中所假設之自相似組成外，尚須滿足碎形之尺度不變特性，即收斂之碎形維度。為了解寬度函數是否具備收斂之維度，本文將量測所產生之不同尺度下之寬度函數其量測之單位三角形面積  $r$  之倒數與三角形個數  $N$ ，點繪於雙對數座標上，觀察其是否具備良好之線性關係；如存在線性關係，則其斜率即為其收斂維度，結果如圖 10 所示。研究流域之  $\ln(1/r)$  對  $\ln(N)$  之點繪迴歸皆存在良好之線性關係如下：

橫溪集水區： $\ln(N) = 1.198 \times \ln(1/r) + 0.496$   
 $R^2 = 0.982 \dots\dots\dots(31)$

三峽集水區： $\ln(N) = 0.946 \times \ln(1/r) + 0.150$   
 $R^2 = 0.985 \dots\dots\dots(32)$

由於  $R^2$  皆大於 0.95，可以推知其尺度不變之特性，亦即收斂之碎形維度確實存在。

此外，由圖中發現，當測量單位三角形面積  $r$  改變時，量測之三角形個數  $N$  有時仍維持定值，這是因為尺度之變動過小，使得反應於測量之最後結果並無明顯差異之緣故，並令得圖中出現不少橫向水平排列之資料點，特別是在  $\ln(1/r)$  值偏小時較容易出現。

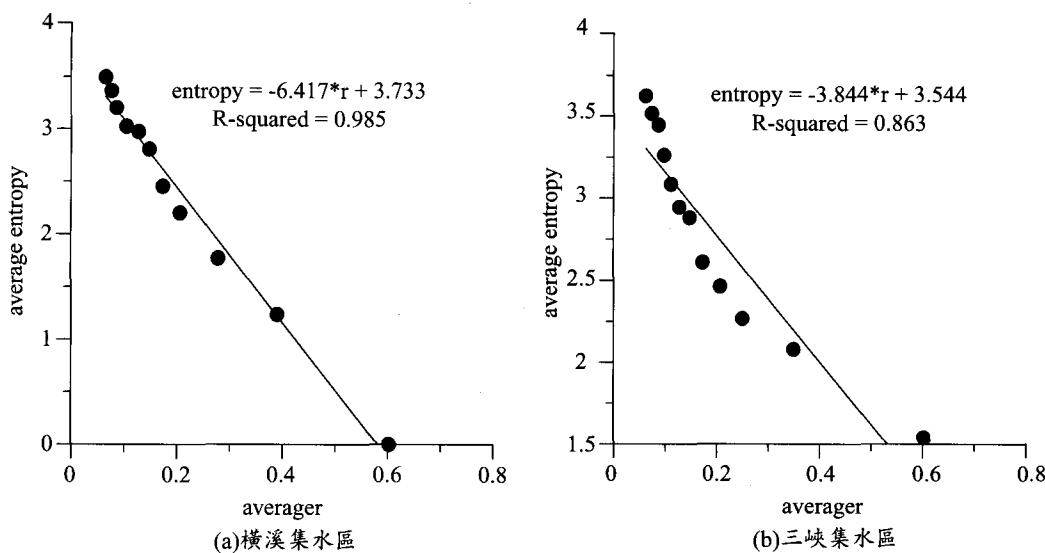


圖 11 研析集水區平均  $r$  與平均 entropy 之關係圖

2. 本研究利用寬度函數之訊息熵作為寬度函數之結構複雜程度量化指標，探討於不同尺度之下寬度函數之複雜程度變化。承上 1 節所述，以不同面積之三角形測量之結果，有可能因為三角形面積之變動過小，而使最終測量結果得到相同之三角形個數。為此本研究將相同個數之三角形面積  $r$  平均，及其所對應之寬度函數訊息熵(entropy)亦取平均值，使其更具代表性，並將平均訊息熵及三角形之平均面積點繪如圖 11 所示。由圖 11 結果顯示，當三角形面積愈小，即精度愈高時，則其對應之訊息熵愈高，另外透過線性迴歸發現，尺度與訊息熵之變化，存在著良好之線性關係：

橫溪集水區： $entropy = -6.471 \times r + 3.733$   
 $R^2 = 0.985$  .....(33)

三峽集水區： $entropy = -3.884 \times r + 3.544$   
 $R^2 = 0.863$  .....(34)

因為  $R^2$  皆大於 0.85，可以獲知所得之結果與前人利用人工碎形河網所產生之研究結果一致<sup>[12]</sup>。

進一步利用 River Tools 軟體設定以不同

級序(order)之河川為門檻所產生之河網所計算之寬度函數，觀察不同級序下之訊息熵變化，如圖 12 所示。由圖 12 可計算其線性關係如下：

橫溪集水區： $entropy = -0.951 \times order + 6.826$   
 $R^2 = 0.988$  .....(35)

三峽集水區： $entropy = -0.866 \times order + 7.297$   
 $R^2 = 0.980$  .....(36)

由於  $R^2$  皆大於 0.98，可以看出兩者具有良好之線性關係，並可證明不同河溪級序門檻值之河網及不同量測單位三角形面積所造成之不同尺度下寬度函數之複雜程度變化，兩者皆一致為線性之關係。當測量單位之三角形面積  $r$  愈大時，對應於自然河網之河溪級序門檻愈高，其寬度函數之複雜程度愈低；相對地當測量單位之三角形面積  $r$  愈小時，對應之河溪級序門檻愈低，其寬度函數之複雜程度愈高。

3. 為了解不同尺度之寬度函數對於逕流模擬造成之影響，本文將寬度函數套配擴散波理論，依式(14)計算在不同  $Pe$  值，即不同程度之擴散及傳導作用之下之地貌型瞬時單位歷線。

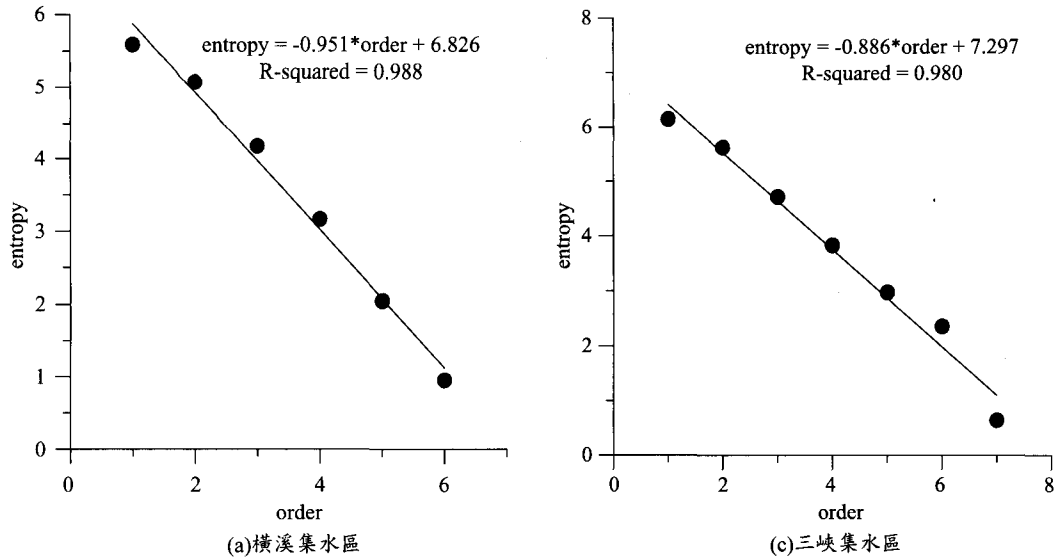


圖 12 橫溪集水區河溪級序 order 與 entropy 之關係圖

表 4 橫溪集水區之  $r$  與  $Pe$  對瞬時單位歷線計算之影響結果

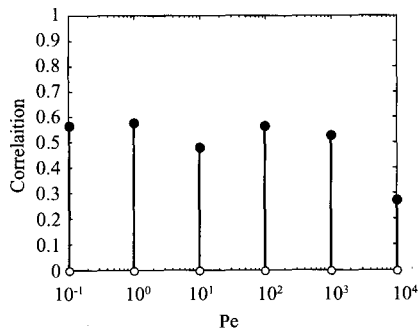
$r$ 精度	$Pe$ 10000		1000		100		10		1		0.1	
	RMSE	CE	RMSE	CE	RMSE	CE	RMSE	CE	RMSE	CE	RMSE	CE
0.694	0.084	0.957	0.073	0.960	0.049	0.977	0.019	0.995	0.014	0.997	0.008	0.994
0.510	0.091	0.950	0.082	0.949	0.071	0.952	0.025	0.991	0.015	0.996	0.004	0.998
0.391	0.075	0.965	0.085	0.946	0.071	0.952	0.030	0.987	0.018	0.994	0.007	0.995
0.309	0.070	0.970	0.084	0.947	0.080	0.939	0.033	0.984	0.019	0.993	0.007	0.995
0.250	0.118	0.915	0.090	0.939	0.068	0.957	0.032	0.985	0.019	0.994	0.009	0.992
0.207	0.081	0.960	0.082	0.950	0.072	0.951	0.038	0.979	0.021	0.992	0.011	0.988
0.174	0.135	0.889	0.108	0.913	0.079	0.940	0.031	0.986	0.018	0.994	0.006	0.996
0.148	0.064	0.975	0.042	0.987	0.019	0.996	0.008	0.999	0.004	1.000	0.003	0.999
0.128	0.033	0.993	0.029	0.994	0.012	0.999	0.002	1.000	0.001	1.000	0.001	1.000
0.111	0.048	0.986	0.046	0.984	0.016	0.998	0.004	1.000	0.002	1.000	0.001	1.000
0.098	0.064	0.975	0.066	0.968	0.038	0.986	0.014	0.997	0.007	0.999	0.002	1.000
0.087	0.040	0.990	0.039	0.989	0.022	0.996	0.010	0.999	0.006	0.999	0.002	1.000
0.077	0.030	0.995	0.024	0.996	0.027	0.993	0.012	0.998	0.007	0.999	0.002	0.999
0.069	0.088	0.953	0.040	0.988	0.021	0.996	0.010	0.999	0.002	1.000	0.002	1.000
0.063	0.103	0.935	0.048	0.983	0.020	0.996	0.002	1.000	0.001	1.000	0.000	1.000

研究中以最初面積門檻值為 1 所產生之河網其寬度函數作為比較之基準，以比較不同尺度之下之寬度函數於不同  $Pe$  值下之表現，結果如表 4 及表 5 所示。隨測量單位三角形面積  $r$  之不同將造成不同尺度之寬度函數，利用效率係數(CE)及均方根誤差(RMSE)，評估不同尺度

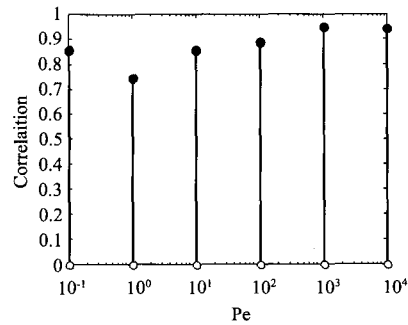
下之寬度函數與基準之寬度函數所計算之地貌型瞬時單位歷線之擬合情形，其中 CE 值之範圍於 0 至 1 之間，當計算所得之瞬時單位歷線完全穩合時，則其值為 1；RMSE 則為一相對性指標，當兩條歷線差異愈小時，其值愈小。

表 5 三峽集水區之  $r$  與  $Pe$  對瞬時單位歷線計算之影響結果

$r$	$Pe=10000$		$Pe=1000$		$Pe=100$		$Pe=10$		$Pe=1$		$Pe=0.1$	
	RMSE	CE	RMSE	CE	RMSE	CE	RMSE	CE	RMSE	CE	RMSE	CE
0.694	0.292	0.740	0.232	0.813	0.147	0.906	0.090	0.951	0.037	0.996	0.041	0.994
0.510	0.313	0.700	0.261	0.763	0.189	0.844	0.128	0.901	0.058	0.989	0.062	0.986
0.391	0.232	0.835	0.171	0.899	0.090	0.965	0.055	0.982	0.041	0.995	0.036	0.995
0.309	0.215	0.859	0.157	0.915	0.093	0.962	0.058	0.980	0.042	0.994	0.035	0.996
0.250	0.182	0.899	0.123	0.947	0.045	0.991	0.024	0.996	0.017	0.999	0.013	0.999
0.207	0.181	0.900	0.134	0.938	0.081	0.971	0.042	0.989	0.018	0.999	0.014	0.999
0.174	0.172	0.910	0.125	0.946	0.087	0.967	0.058	0.979	0.044	0.994	0.028	0.997
0.148	0.175	0.906	0.114	0.955	0.039	0.993	0.015	0.999	0.002	1.000	0.002	1.000
0.128	0.182	0.898	0.115	0.954	0.049	0.990	0.023	0.997	0.018	0.999	0.014	0.999
0.111	0.184	0.896	0.115	0.954	0.061	0.984	0.038	0.991	0.017	0.999	0.013	0.999
0.098	0.137	0.943	0.091	0.971	0.038	0.994	0.010	0.999	0.007	1.000	0.005	1.000
0.087	0.122	0.954	0.076	0.980	0.035	0.995	0.019	0.998	0.015	0.999	0.006	1.000
0.077	0.130	0.948	0.075	0.981	0.035	0.995	0.021	0.997	0.013	0.999	0.009	1.000
0.069	0.147	0.934	0.085	0.975	0.031	0.996	0.017	0.998	0.010	1.000	0.006	1.000
0.063	0.136	0.944	0.062	0.987	0.009	1.000	0.004	1.000	0.004	1.000	0.001	1.000



(a) 橫溪集水區



(b) 三峽集水區

圖 13 研析集水區  $Pe$  值與相關係數

比較表 4 及表 5 之變化可發現，如固定同一尺度(即固定  $r$ )當  $Pe$  值愈小時，整體而言瞬時單位歷線擬合之情形愈佳，RMSE 值有愈小之趨勢，僅有少數振盪例外。這是因為  $Pe$  值代表著漂移速度及擴散係數之比值，當其值愈小時，則代表水滴質點運動時，擴散作用之效應偏大，則寬度函數之確實形狀較不易反應於瞬時單位歷線上。

在相同  $Pe$  值之下，根據表 4 及表 5 中將測量單位三角形面積  $r$ ，及其瞬時單位歷線之均方根誤差(RMSE)，求取其相關係數，以藉

此了解於固定之傳導及擴散作用下，寬度函數之尺度變化對瞬時單位歷線精度之影響，如圖 13 所示。橫溪集水區之相關係數在 0.265 至 0.571 之間，其值略為偏小，表示對橫溪集水區而言，寬度函數之精度變化對於瞬時單位歷線之影響較不明顯。三峽集水區之相關係數則在 0.741 至 0.940 之間，並且隨  $Pe$  遞減其相關係數遞增；即言之，於三峽集水區中寬度函數之尺度效應隨  $Pe$  值之下降而減弱。

4. 根據 2000 年陳氏之研究結果<sup>[12]</sup>所建議之流域代表漂移速度及擴散係數，橫溪集水區之  $Pe$

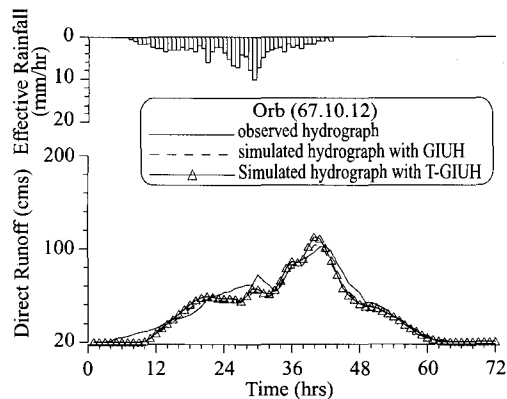


圖 14 橫溪集水區歐拉颱風模擬圖

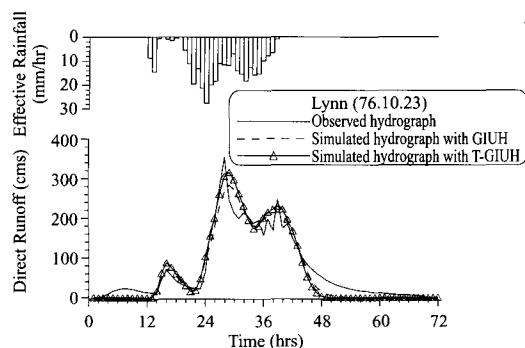


圖 15 橫溪集水區琳恩颱風模擬圖

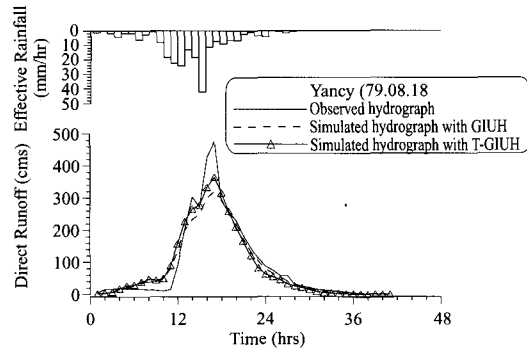


圖 16 橫溪集水區楊希颱風模擬圖

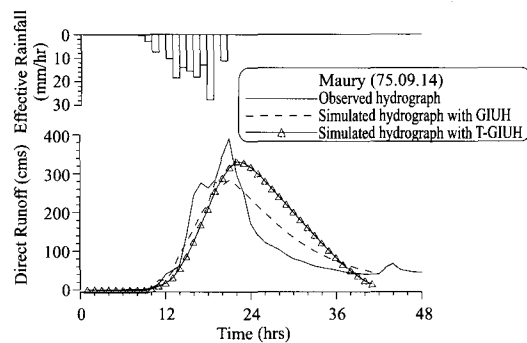


圖 17 三峽集水區莫瑞颱風模擬圖

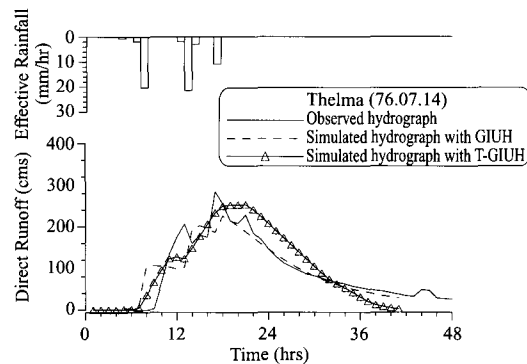


圖 18 三峽集水區賽洛馬颱風模擬圖

值約為 4.7，而三峽集水區之  $Pe$  值約為 4.5，發現其  $Pe$  值偏小。依據各流域之  $Pe$  值，參照表 4 及表 5 之 CE 欄位，可以得集水區之寬度函數之精度要求(單位三角形面積  $r$ )對應於瞬時單位歷線之精度 CE 值之關聯，使研究者可以在觀測精度與模式誤差之間有所取捨。如以 CE 值 0.9 為瞬時單位歷線精度要求門檻，則橫溪集水區之寬度函數精度要求為  $r = 0.694$ ，三峽集水區之寬度函數精度要求為  $r = 0.694$ ，藉由查表之方式可以使研究者有效掌握尺度效應所帶來之可能誤差。

- 由於研究集水區之代表  $Pe$  值偏小，因此其寬度函數之形狀反應於瞬時單位歷線上之影響並不大。基於這個原因，本研究將以寬度函數套配擴散波之瞬時單位歷線即式(14)之計算方式，以式(23)、式(24)及式(25)所定義之三角形歷線簡化，僅以寬度函數之期望值及變

異數代入瞬時單位歷線之計算，以節省運算之時間及資料儲存之空間。本文以實際颱風之模擬比較簡化前後之計算，以探討簡化之歷線計算在實際應用上是否可行，其降雨—逕流模擬結果如圖 14 至圖 20 所示，由圖中不難發現簡化前後之逕流模擬其圖形具有頗佳之吻合程度；如相較之於實際之觀測流

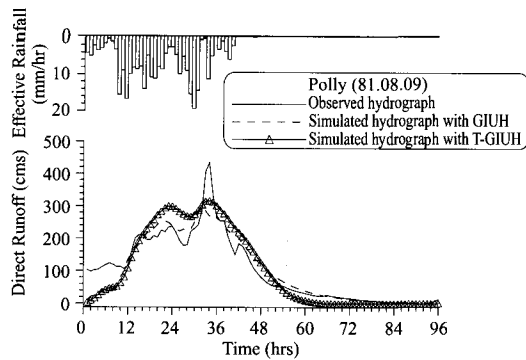


圖 19 三峽集水區寶莉颱風模擬圖

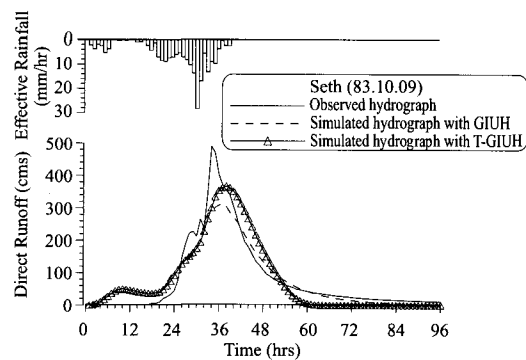


圖 20 三峽集水區席斯颱風模擬圖

表 6 橫溪集水區颱風事件颱風事件模擬結果

比較方式 颱風名稱	標準計算			簡化計算		
	效率係數	洪峰流量誤差	洪峰時間誤差	效率係數	洪峰流量誤差	洪峰時間誤差
	CE	EQP(%)	ETP(hrs)	CE	EQP(%)	ETP(hrs)
歐拉(Ora)	0.951	1.740	-1	0.947	9.688	-2
琳恩(Lynn)	0.920	-19.793	1	0.901	-10.720	1
楊希(Yance)	0.906	-32.825	0	0.930	-23.328	0

表 7 三峽集水區颱風事件模擬結果

比較方式 颱風名稱	標準計算			簡化計算		
	效率係數	洪峰流量誤差	洪峰時間誤差	效率係數	洪峰流量誤差	洪峰時間誤差
	CE	EQP(%)	ETP(hrs)	CE	EQP(%)	ETP(hrs)
莫瑞(Maury)	0.845	-27.288	0	0.519	-15.169	1
賽洛馬(Thelma)	0.798	-20.620	1	0.780	-10.957	4
寶莉(Polly)	0.862	-31.397	-2	0.801	-27.220	0
席斯(Seth)	0.880	-35.968	3	0.845	-25.169	4

量，則有結果整理如表 6 及表 7 所示，對整體之效率係數及洪峰時間誤差來看，仍以原始之計算方式較佳，但在洪峰流量之掌握上，則簡化之計算方式，反而有較佳之結果。

6. 為了解不同尺度下之寬度函數所對應之河川網路，於水流行進時之能量消耗情形，本文根據最佳化河川網路(OCN)理論，以寬度函數之面積對應河川流量，寬度函數之底邊對應河段長度，依式(9)計算不同尺度下之河川網路能量消耗；為方便比較，將式(9)中出現之常數  $k$  令為 1。以  $r$  表示尺度因子，其縱座標為  $P$  即能量之消耗繪圖，其結果如圖 21 所

示。由圖中不難發現，隨著  $r$  由大到小，則曲線之振盪有漸趨緩和且收斂至 1 之趨勢；亦即當尺度愈為精細時，其對應之河川網路架構能量消耗將漸趨於一定值。

## 七、結論與建議

### 1. 結論

- (1) 本文提出以三角形為基本單位量測集水區河網系統之寬度函數，藉以取得不同尺度之下之寬度函數分布。由研究結果得知，此一方法確實能有效反應出河川網路在不同尺度下所具有之自我相似結構，並存在



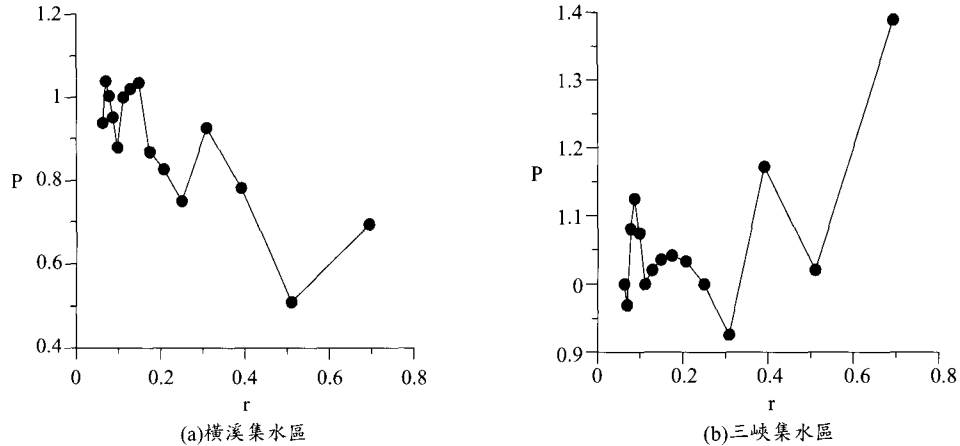


圖 21 研析集水區之  $r$  與能量消耗  $P$  關係圖

收斂之碎形維度。不同於以往，如擬產生不同尺度下之寬度函數分布，必須藉由原始之 DEM 資料，依河川網路自動化萃取方法產生；而現在僅需要在原始寬度函數上依照本文提出之方法予以測量即可，對從事集水區地文特性之相關研究而言，的確是一種頗具功效之改進方式。

- (2) 本文中倡議以不同大小之三角形作為測量寬度函數之基本單位。對應於自然河川網路所生成之寬度函數，相當於以不同高低級序之河溪作為基本單元所生成之河網，且河溪級序愈高，所對應之三角形分布愈大。
- (3) 當使用不同觀測尺度下所對應生成之寬度函數，套配擴散波理論計算其地貌型瞬時單位歷線時，發現寬度函數隨尺度變化對瞬時單位歷線確實會造成不同程度之影響。由研究中亦發現如代表水力傳輸之參數  $Pe$  偏小時，則瞬時單位歷線之計算，受寬度函數尺度變化帶來之影響，將會減輕。此結果可以詮釋為如擴散作用較強，使水流在河川網路之傳輸過程中，水滴質點彼此擾動之情形增加，導致流域出口之歷線平滑化。因此不同尺度下造成之寬度函數結構上之細微差異較不易被出流歷線所反應出來。

- (4) 本文提出以三角形歷線簡化地貌型瞬時單位歷線之計算，並以數場颱風事件測試其效果，發現在同一組漂移速度及擴散係數下，比較簡化前後之逕流模擬歷線，可以發現二者之分布差異不大。即言之，此一簡化計算方式，已能夠掌握原始計算方式之重點，且為吾人節省不少資料處理之時間及空間。由於簡化之要求，仍保持原始寬度函數之期望值與變異數及擴散係數與平均漂移速度之影響，然而相較之於觀測流量之擬合則仍以原始計算方式較佳。主要有兩點原因，其一是在於其使用之資料點數較多，對於地貌之影響描述較為詳細，其二是由於當初流域之參數訂定時，其參數之優選，乃是依照現行之計算方式作為評估，所以當然在與最後與觀測流量歷線之擬合上會有較佳之結果。

- (5) 依據最佳化河川網路(OCN)理論，本文嘗試將寬度函數之尺度效應與河川網路之能量消散作一個連結。結果顯示，當使用之寬度函數精度愈高時，則其對應之河川網路之能量消耗率，將會愈趨於穩定。

## 2. 建議

- (1) 對於不同尺度下河網之能量消散與瞬時單位歷線間之關係，本文限於時間因素尚未

能予以深入探討。建議未來可以由訊號理論著手，採用訊號之能量、頻譜分析等方式，將瞬時單位歷線之變化與河川網路能量消耗之關係作進一步之剖析。

- (2) 寬度函數之尺度效應最後是否對逕流造成影響，除了尺度變動之大小外，還需要視  $Pe$  值之大小而定。因此如果能夠研究水滴質點之擴散作用與碎形河川網路之交互作用，將可更深入詮釋「尺度效應」之意義。

### 參考文獻

1. 王如意、易任：應用水文學，上、下冊，國立編譯館出版，茂昌圖書公司發行，1990。
2. 王如意、王鵬瑞、謝龍生：「上游集水區地貌型瞬時單位歷線之研究及應用」，國立臺灣大學水工試驗所研究報告，民國 84 年 9 月。
3. 王如意、王鵬瑞：「地貌型瞬時單位歷線通式演繹及其應用」，農委會水利科技研究發展計畫－農業水資源經營技術研究計畫報告，民國 87 年 9 月。
4. 王如意、王鵬瑞：「流域河網之碎形分析及其於地貌型逕流模式建構上之應用」，台灣水利，第 44 卷第 2 期，民國 85 年 6 月。
5. 王如意、謝龍生、黃金龍：「台北都會區淹水區域預測之研究：都會區降雨－逕流模式之研究(二)」，行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告，民國 88 年 8 月。
6. 王素芬：「地理資訊系統和碎形維度於森林地景空間變化上之應用」，國立臺灣大學森林學研究所碩士論文，民國 87 年 7 月。
7. 王鵬瑞：「時變性地貌型時單位歷線通式之研究及其應用於上游集水區之逕流量推估」，國立臺灣大學農業工程學研究所碩士論文，民國 84 年 6 月。
8. 李宗仰：「地文水文時空變化之碎形結構及其應用」，國立成功大學水利及海洋工程研究所博士論文，民國 84 年 10 月。
9. 李光敦、施匯點、吳英民、楊銘賢：「利用數值高程資料進行集水區逕流模擬(二)」，農委會農業水資源經營技術 88 年度研究計畫成果發表討論會論文集，2000。
10. 李光敦：「地文參數型瞬時單位歷線之研究與應用」，國立臺灣大學農業工程學研究所碩士論文，民國 74 年 6 月。
11. 高銘佐：「河川網路之簡化研究及其於降雨－逕流歷程上之解析」，國立臺灣大學農業工程學研究所碩士論文，民國 90 年 6 月。
12. 陳展榮：「河川網路寬度函數應用於地貌型瞬時單位歷線之研究」，國立臺灣大學農業工程學研究所碩士論文，民國 89 年 6 月。
13. 蔡宜樺：「三角型不規則網絡之分布型降雨－逕流模式」，國立臺灣大學農業工程學研究所碩士論文，民國 88 年 6 月。
14. Agnese, C., "Scale Invariance Properties of the Peak of the Width Function in Topologically Random Networks," *Water Resources Research*, 34(6), pp.1571-1583, 1998.
15. Claps, P., M. Fiorentino and G. Oliveto, "Information Entropy of Fractal River Networks," *Journal of Hydrology*, Vol. 187, pp. 145-156, 1996.
16. Deidda, R., "Rainfall Downscaling in a Space-time Multifractal Framework," *Water Resources Research*, 36(7), pp.1779-1794, 2000.
17. Fiorentino, M. and P. Claps, "An Entropy-Based Morphological Analysis of River Basin Networks," *Water Resources Research*, 29(4), pp.1215-1224, 1993.
18. Gandolfi, C., G. B. Bischetti and M. J. Whelan, "A Simple Triangular Approximation of the Calculation of Network Hydrological Response," *Hydrological Processes*, 13, pp.2639-2653, 1999.
19. Gupta, V. K. and E., Waymire, "On the Formulation of an Analytical Approach to Understand Hydrological Response and Similarity at the Basin Scale," *Journal of Hydrology*, Vol. 65, pp. 95-129, 1983.
20. Henderson, F. M., *Open Channel Flow*, Mac-Millan, New York, 1966.

21. Ignacio Rodriguez-Iturbe and Andrea Rinaldo, Fractal River Basin, Cambridge University Press, 1996.
22. Mandelbrot, B. B., "How Long is the Coast of Britain?" Statistical Self-similarity and Fractal Dimension, Science, 156, pp.636-638. 1967.
23. Peckham, S. D. and V. K. Gupta, "A Reformulation of Horton's Laws for Large River Networks in Terms of Statistical Self-similarity," Water Resources Research, 35(9), pp. 2763-2777, 1999.
24. "River Tools 2.0 User's Guide," Research Systems, 1999.
25. Rinaldo, A., R. Rigon, and A. Marani, "Geomorphological Dispersion," Water Resources Research, 27(4), pp. 513-525, 1991.
26. Rinaldo, A., I. Rodriguez-Iturbe, R. Rigon, R. L. Bras, E. Ijjasz-Vasquez, and A. Marani, "Minimum Energy and Fractal Structures of Drainage Networks," Water Resources Research, 28(9), pp.2183-2195, 1992.
27. Rinaldo, A., R. Vogel, and Rodriguez-Iturbe, "Can One Gauge the Shape of a Basin? ", Water Resources Research, 31(4), pp. 1119-1127, 1995.
28. Rodriguez-Iturbe I. and J. B. Valdes, "The Geomorphologic Structure of Hydrologic Response," Water Resources Research, 15(6), pp.1409-1420, 1979.
29. Rodriguez-Iturbe I., A. Rinaldo, R. Rigon, R. L. Bras, A. Marani and E. Ijjasz-Vásquez, "Energy Dissipation, Runoff of Production, and the Three-Dimensional Structure of River Basins," Water Resources Research, 28(4), pp. 1095-1103, 1992.
30. Ross, S. M., Simulation, Academic Press, 1997.
31. Shreve, R. L., "Stream Lengths and Basin Areas in Topologically Random Channel Networks", Journal of Geography, 77, pp. 397-414, 1969.
32. Veneziano, D., G. Moglen, P. Furcolo and V. Iacobellis, "Stochastic Model of Width Function," Water Resources Research, 36(4), pp. 1143-1157, 2000.
33. Veitzer, S. A. and V. K. Gupta, "Random Self-similar River Networks and Derivations of Generalized Horton Laws in Terms of Statistical Simple Scaling," Water Resources Research, 36(4), pp. 1033-1048, 2000.

收稿日期：民國 92 年 4 月 30 日

接受日期：民國 92 年 5 月 27 日