



碎形河川網路之寬度函數通式推導及其 於計劃集水區逕流推估上之應用

Generalized Derivation of the Width Function in a Fractal River Network and Its Application to Runoff Estimation of a Project Watershed

國立台灣大學生物環境系統工程學
研究所教授兼水工試驗所研究員

王如意

Ru-yih Wang

國立台灣大學生物環境系統工程學
研究所博士班研究生

王鵬瑞

Peng-jui Wang

國立台灣大學農業工程
學研究所碩士

高銘佐

Ming-tso Kao

摘 要

本研究之目的為建立一種機制，期使碎形之理論能實際應用於集水區之逕流推估上。一般自我相似(self-similar)碎形河川網路生成之方法係利用碎形生成單元(fractal generator)經遞迴疊代(recursive replacement)之過程所繁衍而成，然而面對台灣集水區特殊之水文及地文條件下，此種僅以單一碎形生成單元繁衍模擬之方式實不易反應出台灣集水區內河川網路之高度變異特性。本研究深入將碎形生成單元細分為內部河段(interior link)與外部河段(exterior link)等碎形生成單元，並引用寬度函數(width function)以詮釋集水區之河川網路結構，進而應用歸納方式推導出適合各種碎形生成單元類型之寬度函數通式以合成碎形河川網路，並代入寬度函數為主軸之地貌型瞬時單位歷線(width-function based geomorphologic instantaneous unit hydrograph, WF-GIUH)模式以進行集水區之降雨-逕流推估。

本研究採用河川網路信息熵(informational entropy)與累積寬度函數(cumulative width function, CWF)作為選擇合適碎形生成單元之判別標準。文中選用臺灣北部淡水河流域之寶橋及三峽等兩個集水區共 16 場颱風事件作為模式檢定與驗證，以評估模式之適用性。由研究結果顯示，本研究已成功地將碎形理論實際應用於集水區之逕流推估應用上，且該機制可進一步加以研析，俾供臺灣集水區防洪規劃及水土保持研析之參考應用。

關鍵詞：碎形生成單元，寬度函數，信息熵。

ABSTRACT

An approach by applying the fractal concept to estimate hydrologic response is proposed in this study by matching suitable self-similar networks (SSNs) to a specific watershed and modeling the runoff with a width-function based geomorphologic instantaneous unit hydrograph (WF-GIUH). In order to work out the identification between a specific basin and SSNs that are generated by generators, a generalized width function is derived. Generally, only one fractal generator is used in the generation process. Simulating the various patterns of natural river networks, however, may not be simple. An new algorithm is thus proposed to generate the SSNs by an exterior generator cooperating with an interior generator, and subsequently the corresponding generalized width function with respect to any time of generation is obtained.

Additionally, cumulative width functions (*CWF*) on the basis of the derived function, as well as the informational entropies are used as criteria to obtain the best pattern of the generator for the specific watershed. The WF-GIUH model is then applied to calculate the runoff of the project watershed as an outcome of the estimation. To assess the adaptability of the estimation model, several watersheds of northern Taiwan are selected as study areas. The analytical results of the outflow estimation indicate that the fractal algorithm can be implemented successfully for the calculation of hydrologic responses in a project watershed.

Keywords: Fractal generator, Width function, Informational entropy.

一、緒 論

(一) 研究動機與方法

1. 研究動機

一般降雨－逕流機制乃根據降雨與逕流之觀測資料而進行分析，從而建立流域之核心函數。部份水文學者應用地文因子，如河川長度、面積與坡度等，但其僅用作為建立某種經驗公式之媒介；然而，河溪為水之產物，河川網路之特徵即反應了一個流域之水文型態。同時，水之匯集與流動又受到河川網路之約束。因此，水文學者一直尋求一種新途徑以確定洪水過程與流域地貌因子間之必然關係，期望將地貌訊息轉變為水文訊息。吾人可憑藉著一張研究流域之地形圖或數值高程模式(digital elevation model, DEM)所得之流域地文參數，並利用瞬時單位歷線概念加以推衍而建立之地貌型瞬時單位歷線(geomorphologic instantaneous unit hydrograph,

GIUH)即為兼具反應集水區內真實河網架構與逕流過程等物理特性之模式[1,2,3,4,14]。

一般地貌型瞬時單位歷線模式之發展，主要係針對某特定河川級序集水區建立而成；亦即一種地貌型模式僅適用於相同河網級序之集水區，而不同級序之集水區則需重建另一套模式架構。因此本研究希冀建立一種機制可將碎形理論尺度不變之特性實際應用於集水區之逕流推估上，臻以提供本省集水區水文規劃設計之應用[1,2]。

2. 研究方法

本研究結合碎形河川網路與寬度函數之地貌型瞬時單位歷線模式以從事集水區降雨－逕流事件模擬。研究中，首先進行碎形生成單元之SSN繁衍機制之研析，進而歸納出碎形河網寬度函數之通式，以提供各種不同類型人工河網生成之用[6,8,10,11]；而計劃集水區之河川網路及其寬度函數則利用地理資訊系統套裝軟體 River

Tools 中之自動化河網萃取方法自 DEM 資料中求得集水區之河川網路，並將河川網路轉化為沿河溪距離之寬度函數[3,4,13]。

本研究引用河川網路信息熵與累積寬度函數誤差作為選擇不同集水區生成單元類型之評判標準，再進一步將集水區之真實河網與人工合成之碎形河網予以比較，以決定最佳之河網生成單元型態，並將其生成之河網寬度函數代入 WF-GIUH 模式中。最後，應用洗牌複演算法 (shuffled complex evolution algorithm, 簡稱 SCE 法) 進行模式之參數優選[3,4,7]，並選用淡水河流域寶橋及三峽等兩個集水區之颱風事件從事檢定與驗證模式之適用性。

(二) 文獻回顧

有關降雨與逕流之研究，1945 年 Horton 提出河川分級與河川網路中長度、面積及坡度等三種地貌特徵，開創了水文學與地貌學相結合之契機。1979 年由 Rodriguez-Iturbe 及 Valdes 與 1980 年 Gupta 等人首次以機率分布研究流域上水質點之運動，其著重於水質點匯流時間（或稱狀態等待時間）之隨機分布，而建立地貌型瞬時單位歷線[1,2,14]。Mesa 與 Rinaldo 等人於 1991 年[12,14]，王氏與陳氏等人於 2000 年[3]進一步將地貌型瞬時單位歷線加入擴散類比之集流時間分布與寬度函數之概念而發展出以寬度函數為主軸之地貌型瞬時單位歷線模式。

在碎形河網寬度函數方面，1982 年 Mandelbrot 首先提出河川網路具有自我相似之特性，遂開啟碎形理論於水文上之研究熱潮[2,10,11,15]。1992、1993 年 Fiorentino 與 Claps 等人定義出河川網路信息熵之公式並進行集水區高程與信息熵關係之研析[9]；Claps 與 Fiorentino 等人於 1996 年進一步以重覆疊代方法 (recursive replacement algorithm) 繁衍人工碎形河網，且經由合成及天然河川網路等一連串之試驗後，發現寬度函數求得之訊息熵與河網級序、河網量值 (magnitude of river network) 與地形直徑有相當密切之關聯[4,6]；而 Veitzer 等與王氏等人於 2000 年[16,17]更分別就 SSN 之隨機性與複雜

度做更深入之探討。

本研究即以上述之文獻為背景而研析出兼具碎形理論與寬度函數特性之降雨逕流推估模式，以供集水區地貌水文學與碎形等相關研究之參考。

二、河網寬度函數及其信息熵

(一) 河網寬度函數 (Width Function)

樹狀河網 (tree stream network) 之特性為具有唯一之流徑 (flow path) 連接當中任二點，並且樹狀河網形態之任何點至流域出口之流徑亦是唯一，如圖 1(a) 所示。

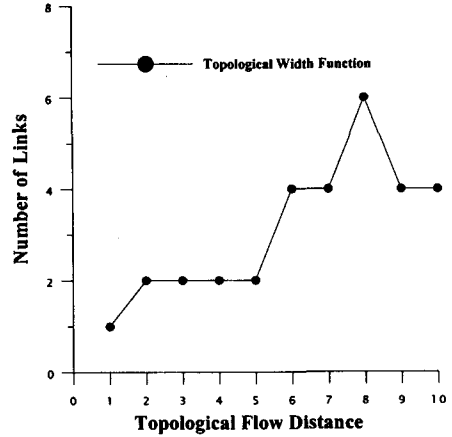
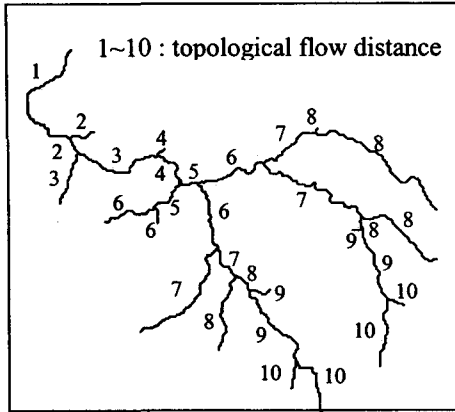
當研究河網結構之特性與其對水文響應函數之影響時，自流域任一點到集水區出口流徑之排列方式具有舉足輕重之重要性。寬度函數 $W(x)$ 可以簡單地定義為距集水區出口距離 x 處河段 (link) 之數目。其中須注意距離 x 乃沿著河川網路之距離予以計算，且此距離 x 可再區分為如下兩種不同之定義：一為幾何距離 (geometric distance)，即計算兩個匯流點 (junction) 間或河川源點 (source) 與匯流點間線段長度時，以沿著河溪實際長度予以計算；另一種為拓樸距離 (topological distance)，此距離乃以兩點間之直線距離計算，且將每一線段距離視為相同[3,4,5,17]。兩者間之差異一般於大比例尺度或面積門檻值較小時之河川網路中並不明顯，因此本研究之寬度函數乃採用較簡單之拓樸距離計算方式，如圖 1(b) 所示。

(二) 河網信息熵 (Informational Entropy)

Fiorentino 與 Claps (1992) 首先將河川網路信息熵定義為：

$$S = - \sum_{x=1}^{\Delta} p_x \ln p_x \dots\dots\dots(1)$$

式中， p_x 乃根據「狀態」 x 所得到之相對機率。於河網信息熵之定義中，將整個河川網路視為一個系統，而此系統中之每一河段位置均描述了此系統架構之特徵。其狀態 x 即為該河段位置至河網出口之距離。一般狀態變數之數目總合即為河



(a)

(b)

圖 1 樹狀河川網路及其拓樸距離之寬度函數示意圖

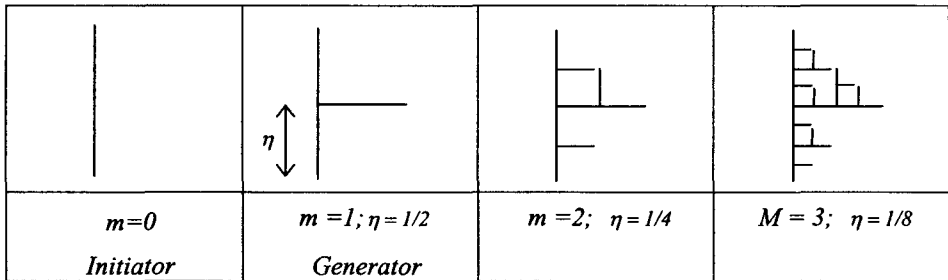


圖 2 單一生成單元自我相似網路模式之遞迴疊代示意圖

網之拓樸直徑(topological diameter, Δ)，即由集水區出口為起點出發之最長距離。該河網結構可決定出寬度函數，而寬度函數之圖形亦即為河段之相對機率 p_x ，且為地形距離 x 之函數。

三、碎形河網生成及其寬度函數通式

(一) 自我相似網路模式(Self-Similar Network Model, SSN)

1. 單一生成單元之自我相似網路模式

一般而言，自我相似網路之生成乃由一個碎形生成單元以遞迴疊代之方法所建構而成 [8,12,17]。其疊代之過程乃由一初始單元(initiator)開始，此線段一般假設為一單位長度，然後以一特定型態之碎形生成單元(fractal generator)予以

取代，此過程稱為第一次生成疊代。其次再將第一次生成網路上之每一線段皆視為初始單元，並再次以該型態之碎形生成單元予以取代，此即為第二次生成疊代，依此過程不斷生成疊代即可得到遞迴疊代 m 次後之自我相似網路，如圖 2 所示。

2. 雙重生成單元之自我相似網路模式

僅利用上述單一生成單元 SSN 來模擬天然集水區之河川網路時，勢必無法滿足各種不同複雜程度之河川網路型態，因此本研究進一步利用雙重碎形生成單元予以生成 SSN。所謂雙重碎形生成單元之自我相似網路模式乃以上述單一碎形生成單元之方法為基礎，且進一步將每一次疊代之過程以兩種碎形單元予以取代，亦即先將網

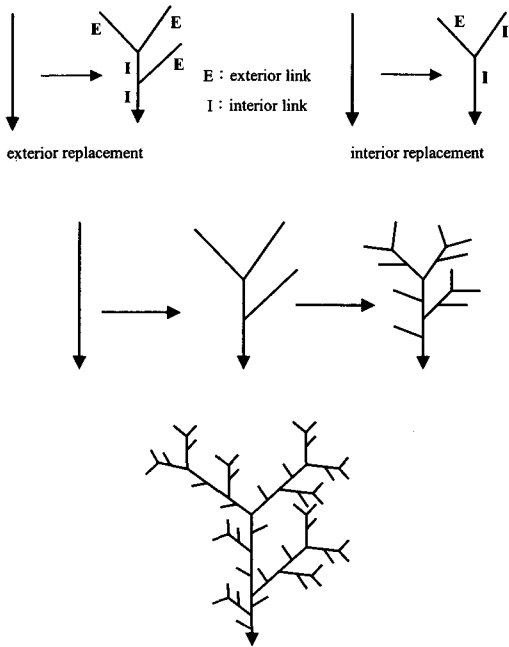


圖 3 雙重生成單元自我相似網路模式之遞迴疊代示意圖 (參考 Veitzer, S. and V. Gupta, 2000)

路中之線段分別定義為內部線段(interior link)與外部線段(exterior link)[16]。所謂內部線段即連接匯流點或出口點間之線段；而外部線段則為連接各網路源點(source)之線段，於一般河川網路中外外部線段即為所謂之一級序河川。利用上述兩種線段之定義，則可進一步利用內部與外部兩種不同型態之生成單元分別對內部與外部之線段進行上述之遞迴疊代，即可得到雙重碎形生成單元之自我相似網路，如圖 3 所示。

(二) 自我相似網路之寬度函數通式

若擬進一步將上述之自我相似網路以類比之方式應用於自然集水區之河川網路中，則必須尋找存在於兩者間之共同特性，並建立一套網路型態辨識方法以供實際應用上之參考；而河川網路之寬度函數即扮演此重要角色。茲將上述利用單一與雙重碎形生成單元所建構之自我相似網路，其寬度函數之推導說明如下：

1. 單一碎形生成單元之寬度函數通式

Claps 等人於 1996 年建議將經過多次疊代後

之 SSN 以其拓樸長度(topological length)分成 Δ 個部分，以有利於寬度函數通式之建立。其中 Δ 即為 $m=1$ 時之網路最長之拓樸距離，一般稱之為拓樸直徑。王氏等人於 2000 年推導出適用於 $\Delta_1 \neq \Lambda_1$ 之寬度函數通式。其所提出分析之 SSN 與疊代一次之寬度函數分布，如圖 4 所示。 Δ_m 與 Λ_m 間之關係則可經由以下之推導而得，即：

$$\Delta_2 = (\Delta_1 - 1) \cdot \Lambda_1 + \Delta_1$$

$$\Delta_3 = (\Delta_1 - 1) \cdot \Lambda_1^2 + \Delta_2$$

⋮

$$\Delta_m = (\Delta_1 - 1) \cdot \Lambda_1^{m-1} + \Delta_{m-1}$$

$$\text{或 } \Delta_m = (\Delta_1 - 1) \cdot \Lambda_1^{m-1} + (\Delta_1 - 1) \cdot \Lambda_1^{m-2} + \dots + (\Delta_1 - 1) \cdot \Lambda_1 + \Delta_1$$

$$\text{故 } \Delta_m = \frac{(\Delta_1 - 1) \cdot \Lambda_1 \cdot (\Lambda_1^{m-1} - 1)}{\Lambda_1 - 1} + \Delta_1 \dots \dots \dots (2)$$

當上式中 $\Delta_1 = \Lambda_1$ 時，則 $\Delta_m = \Delta_1^m$ ，故可證明 Claps 所分析之 SSN 為此通式中之一特例型式。因此，於寬度函數通式之推求上則如同 Claps 之方法而將 $m=1$ 之主流原始河網分為 Δ_1 個等級進行分析，即：

當 $r=1$

$$W_2(1) = W_1(1) \cdot W_2(1) = 1$$

$$W_2(2) = W_1(1) \cdot W_1(2) = 2$$

又 $\Delta_1 = 3$ ，故 $W_2(3)$ 分佈於 $r=1$ 與 $r=2$ 兩個等級，故

$$W_2(3) = W_1(2) \cdot W_1(1) + W_1(1) \cdot W_1(3) = 4$$

此種河網於同一距離下之寬度函數分別隸屬於兩個不同之等級，因此可利用生成單元之寬度函數與前一次疊代之寬度函數予以推求每個等級內之寬度函數；如下所示：

(1) 當 $r=1$ 時：

$$W_m(j) = W_1(1) \cdot W_{m-1}(j) = 1 \cdot W_{m-1}(j), \dots (3) \\ j = 1, 2, \dots, \Lambda_{m-1}$$

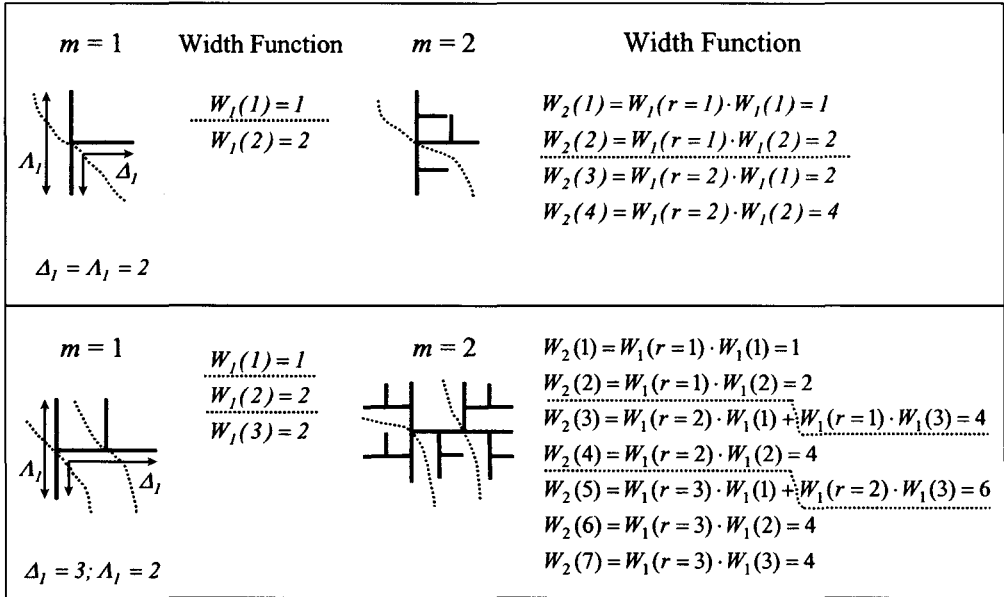


圖 4 單一生成單元自我相似網路之寬度函數演算示意圖

(2) 當 $r = 2, 3, \dots, \Delta_1$ 時：

$$W_m[(r-1)\Delta_{m-1} + j] = W_1(r) \cdot W_{m-1}(j) + W_1(r-1) \cdot W_{m-1}(\Delta_{m-1} + j) \quad \dots(4)$$

$$\begin{cases} j = 1, 2, \dots, \Delta_{m-1} & \text{if } r = 2, 3, \dots, \Delta_1 - 1 \\ j = 1, 2, \dots, \Delta_{m-1} & \text{if } r = \Delta_1 \end{cases}$$

2. 雙重碎形生成單元之寬度函數通式

雙重碎形生成單元 SSN 之寬度函數通式推導原理與上述大致相同，不同處僅於推導時必須考慮內部與外部生成單元之疊代，亦即同一距離下之寬度函數乃由為內部線段與外部線段之加總而成，可以式(5)表示之：

$${}^E W_1(x) = {}^E W_{E,1}(x) + {}^E W_{I,1}(x) \quad \dots(5a)$$

$${}^I W_1(x) = {}^I W_{E,1}(x) + {}^I W_{I,1}(x) \quad \dots(5b)$$

式中， ${}^E W_1(x)$ 與 ${}^I W_1(x)$ 分別表示經過第一次外部與內部生成單元疊代之寬度函數，亦即外部與內部生成單元原始之寬度函數；而下標“E,I”與“I,I”又分別表示各個寬度函數中，有那幾個是由外部線段或內部線段所貢獻而得者。

上述將外部與內部生成單元之寬度函數予以分類之方式相當於將生成單元內之各個線段標上外部或內部之記號，此種方式將有利於雙重生成單元之自我相似網路於每一次疊代繁衍過程中其寬度函數之計算。茲將其推導之過程詳述如下：

當利用雙重生成單元繁衍河川網路時，傳統上先以外部生成單元進行疊代，亦即將原始單位長度之初始單元以外部生成單元所取代，此稱為第一次生成(first generation)。接下來再將第一次生成網路上不同距離下之線段依其不同之屬性分別以外部或內部生成單元予以取代。雖然上述每一次之疊代過程同時伴隨著外部與內部生成，然而於通式之推導上卻將其分成外部與內部等二個不同之通式予以演算，其演算過程如圖 5 所示。因外部生成單元在經過第一次之生成後，後續每一次之生成都需要利用前一次內部生成與外部生成之結果，且最後一次之外部生成即為雙重生成單元自我相似網路之結果。因此外部與內部生成之通式如同單一生成單元之寬度函數通式推導一樣，其 m 次疊代之網路仍依其拓樸直徑長度分為數個等級，不同處在於此雙重

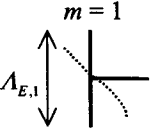
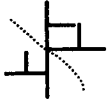
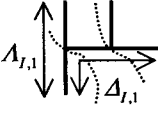
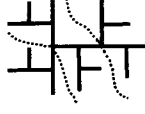
Width Function of Exterior Replacement			
 <p style="text-align: center;">$m = 1$</p> <p style="text-align: center;">$\Delta_{E,1} = A_{E,1} = 2$</p>	<p>Width Function</p> <p>${}^E W_1(1) = 1$</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>${}^E W_1(2) = 2$</p>	<p>Exterior Parts</p> <p>${}^E W_{E,1}(1) = 0$</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>${}^E W_{E,1}(2) = 2$</p>	<p>Interior Parts</p> <p>${}^E W_{I,1}(1) = 1$</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>${}^E W_{I,1}(2) = 0$</p>
 <p style="text-align: center;">$m = 2$</p>	<p>${}^E W_2(1) = {}^E W_{I,1}(r=1) \cdot {}^I W_1(1) = 1$</p> <p>${}^E W_2(2) = {}^E W_{I,1}(r=1) \cdot {}^I W_1(2) = 2$</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>${}^E W_2(3) = {}^E W_{I,1}(r=2) \cdot {}^I W_1(1) + {}^E W_{E,1}(r=2) \cdot {}^E W_1(1) + {}^E W_{I,1}(r=1) \cdot {}^I W_1(3) = 4$</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>${}^E W_2(4) = {}^E W_{I,1}(r=2) \cdot {}^I W_1(2) + {}^E W_{E,1}(r=2) \cdot {}^E W_1(2) = 4$</p>		
Width Function of Interior Replacement			
 <p style="text-align: center;">$m = 1$</p> <p style="text-align: center;">$\Delta_{I,1} = 3; A_{I,1} = 2$</p>	<p>Width Function</p> <p>${}^I W_1(1) = 1$</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>${}^I W_1(2) = 2$</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>${}^I W_1(3) = 2$</p>	<p>Exterior Parts</p> <p>${}^I W_{E,1}(1) = 0$</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>${}^I W_{E,1}(2) = 0$</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>${}^I W_{E,1}(3) = 2$</p>	<p>Interior Parts</p> <p>${}^I W_{I,1}(1) = 1$</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>${}^I W_{I,1}(2) = 2$</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>${}^I W_{I,1}(3) = 0$</p>
 <p style="text-align: center;">$m = 2$</p>	<p>${}^I W_2(1) = {}^I W_{I,1}(r=1) \cdot {}^I W_1(1) = 1$</p> <p>${}^I W_2(2) = {}^I W_{I,1}(r=1) \cdot {}^I W_1(2) = 2$</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>${}^I W_2(3) = {}^I W_{I,1}(r=2) \cdot {}^I W_1(1) + {}^I W_{E,1}(r=2) \cdot {}^E W_1(1) + {}^I W_{I,1}(r=1) \cdot {}^I W_1(3) = 4$</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>${}^I W_2(4) = {}^I W_{I,1}(r=2) \cdot {}^I W_1(2) + {}^I W_{E,1}(r=2) \cdot {}^E W_1(2) = 4$</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>${}^I W_2(5) = {}^I W_{I,1}(r=3) \cdot {}^I W_1(1) + {}^I W_{E,1}(r=3) \cdot {}^E W_1(1) + {}^I W_{I,1}(r=2) \cdot {}^I W_1(3) = 6$</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>${}^I W_2(6) = {}^I W_{I,1}(r=3) \cdot {}^I W_1(2) + {}^I W_{E,1}(r=3) \cdot {}^E W_1(2) = 4$</p>		

圖 5(a) 雙重生單元自我相似網路之寬度函數演算示意圖 (當 $\Delta_{I,1} > \Delta_{E,1}$)

SSN 必須分別考慮外部生成單元之拓樸直徑 $\Delta_{E,1}$ 及內部生成單元之拓樸直徑 $\Delta_{I,1}$ 。因此，過程中可分為 $\Delta_{I,1} > \Delta_{E,1}$ 與 $\Delta_{I,1} \leq \Delta_{E,1}$ 等二種不同之情況予以討論，即

(1) 於 $\Delta_{I,1} > \Delta_{E,1}$ 時，其通式為：

A. 外部生成單元之寬度函數通式部分

(A) 當 $r = 1$

$${}^E W_m(j) = {}^E W_{I,1}(r) \cdot {}^I W_{m-1}(j), \quad j = 1, 2, \dots, A_{I,m-1} \quad \dots \dots \dots (6)$$

(B) 當 $r = 2, 3, \dots, \Delta_{E,1}$

$${}^E W_m((r-1)A_{I,m-1} + j) = {}^E W_{I,1}(r) \cdot {}^I W_{m-1}(j) + {}^E W_{E,1}(r) \cdot {}^E W_{m-1}(j) + {}^E W_{I,1}(r-1) \cdot {}^I W_{m-1}(A_{I,m-1} + j) \quad (7)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} j = 1, 2, \dots, A_{I,m-1} \\ \quad \quad \quad ; \text{ if } r = 2, 3, \dots, \Delta_{E,1} - 1 \\ j = 1, 2, \dots, A_{I,m-1}, A_{I,m-1} + 1, \dots, A_{I,m-1} \\ \quad \quad \quad + (\Delta_{E,m-1} - A_{I,m-1}) ; \text{ if } r = \Delta_{E,1} \end{array} \right.$$

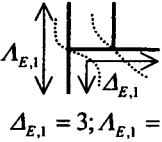
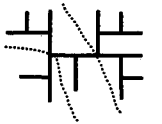
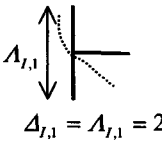
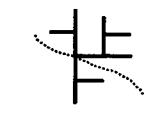
Width Function of Exterior Replacement			
$m = 1$  $\Delta_{E,1} = 3; \Lambda_{E,1} = 2$	Width Function ${}^E W_1(1) = 1$ ${}^E W_1(2) = 2$ ${}^E W_1(3) = 2$	Exterior Parts ${}^E W_{E,1}(1) = 0$ ${}^E W_{E,1}(2) = 1$ ${}^E W_{E,1}(3) = 2$	Interior Parts ${}^E W_{I,1}(1) = 1$ ${}^E W_{I,1}(2) = 1$ ${}^E W_{I,1}(3) = 0$
$m = 2$ 	${}^E W_2(1) = {}^E W_{I,1}(r=1) \cdot {}^I W_1(1) = 1$ ${}^E W_2(2) = {}^E W_{I,1}(r=1) \cdot {}^I W_1(2) = 2$ ${}^E W_2(3) = {}^E W_{I,1}(r=2) \cdot {}^I W_1(1) + {}^E W_{E,1}(r=2) \cdot {}^E W_1(1) = 2$ ${}^E W_2(4) = {}^E W_{I,1}(r=2) \cdot {}^I W_1(2) + {}^E W_{E,1}(r=2) \cdot {}^E W_1(2) = 4$ ${}^E W_2(5) = {}^E W_{I,1}(r=3) \cdot {}^I W_1(1) + {}^E W_{E,1}(r=3) \cdot {}^E W_1(1) + {}^E W_{E,1}(r=2) \cdot {}^E W_1(3) = 4$ ${}^E W_2(6) = {}^E W_{I,1}(r=3) \cdot {}^I W_1(2) + {}^E W_{E,1}(r=3) \cdot {}^E W_1(2) = 4$ ${}^E W_2(7) = {}^E W_{E,1}(r=3) \cdot {}^E W_1(3) = 4$		
Width Function of Interior Replacement			
$m = 1$  $\Delta_{I,1} = \Lambda_{I,1} = 2$	Width Function ${}^I W_1(1) = 1$ ${}^I W_1(2) = 2$	Exterior Parts ${}^I W_{E,1}(1) = 0$ ${}^I W_{E,1}(2) = 1$	Interior Parts ${}^I W_{I,1}(1) = 1$ ${}^I W_{I,1}(2) = 1$
$m = 2$ 	${}^I W_2(1) = {}^I W_{I,1}(r=1) \cdot {}^I W_1(1) = 1$ ${}^I W_2(2) = {}^I W_{I,1}(r=1) \cdot {}^I W_1(2) = 2$ ${}^I W_2(3) = {}^I W_{I,1}(r=2) \cdot {}^I W_1(1) + {}^I W_{E,1}(r=2) \cdot {}^E W_1(1) = 2$ ${}^I W_2(4) = {}^I W_{I,1}(r=2) \cdot {}^I W_1(2) + {}^I W_{E,1}(r=2) \cdot {}^E W_1(2) = 4$ ${}^I W_2(5) = {}^I W_{E,1}(r=2) \cdot {}^E W_1(3) = 2$		

圖 5(b) 雙重生成單元自我相似網路之寬度函數演算示意圖(當 $\Delta_{I,1} \leq \Delta_{E,1}$)

式中 $\Delta_{E,1}$ 與 $\Delta_{E,m-1}$ 分別為第一次與第 $(m-1)$ 次疊代後之外部生成單元拓樸直徑，而 $\Lambda_{I,m-1}$ 定義為第 $(m-1)$ 次疊代後之垂直拓樸距離或稱為主軸垂直長度。($\Delta_{E,m}$ 與 $\Lambda_{I,m}$ 之推導詳見附錄)

B. 內部生成單元之寬度函數通式部分

(A) 當 $r = 1$

$${}^I W_m(j) = {}^I W_{I,1}(r) \cdot {}^I W_{m-1}(j), \quad j = 1, 2, \dots, \Lambda_{I,m-1}$$

$$\dots\dots\dots(8)$$

(B) 當 $r = 2, 3, \dots, \Delta_{I,1}$

$$\begin{aligned}
 {}^I W_m((r-1)\Lambda_{I,m-1} + j) &= {}^I W_{I,1}(r) \cdot {}^I W_{m-1}(j) \\
 &+ {}^I W_{E,1}(r) \cdot {}^E W_{m-1}(j) \\
 &+ {}^I W_{I,1}(r-1) \cdot {}^I W_{m-1}(\Lambda_{I,m-1} + j) \\
 &\dots\dots\dots(9)
 \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} j = 1, 2, \dots, \Delta_{I,m-1} \\ \quad ; \text{if } r = 2, 3, \dots, \Delta_{I,l} - 1 \\ j = 1, 2, \dots, \Delta_{I,m-1}, \Delta_{I,m-1} + 1, \dots, \Delta_{I,m-1} \\ \quad + (\Delta_{E,m-1} - \Delta_{I,m-1}) ; \text{if } r = \Delta_{I,l} \end{array} \right.$$

式中 $\Delta_{I,l}$ 與 $\Delta_{I,m-1}$ 分別為第一次與第 $(m-1)$ 次疊代後之內部生成單元拓樸直徑，而 $\Delta_{I,m-1}$ 定義為第 $(m-1)$ 次疊代後之垂直拓樸距離或稱為主軸垂直長度。($\Delta_{I,m}$ 之推導詳見附錄)

(2)於 $\Delta_{I,l} \leq \Delta_{E,l}$ 時：

A. 外部生成單元之寬度函數通式部分

(A)當 $r = 1$ ，如式(6)之表示方式。

(B)當 $r = 2, 3, \dots, \Delta_{E,l}$

$$\begin{aligned} {}^E W_m((r-1)\Delta_{I,m-1} + j) &= {}^E W_{I,l}(r) \cdot {}^I W_{m-1}(j) \\ &+ {}^E W_{E,l}(r) \cdot {}^E W_{m-1}(j) \\ &+ {}^E W_{E,l}(r-1) \cdot {}^E W_{m-1}(\Delta_{I,m-1} + j) \\ &\dots\dots\dots(10) \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} j = 1, 2, \dots, \Delta_{I,m-1} \\ \quad ; \text{if } r = 2, 3, \dots, \Delta_{E,l} - 1 \\ j = 1, 2, \dots, \Delta_{I,m-1}, \Delta_{I,m-1} + 1, \dots, \Delta_{I,m-1} \\ \quad + (\Delta_{E,m-1} - \Delta_{I,m-1}) ; \text{if } r = \Delta_{E,l} \end{array} \right.$$

式中， $\Delta_{E,l}$ 與 $\Delta_{E,m-1}$ 之定義與上述相同。

B. 內部生成單元之寬度函數通式部分

(A)當 $r = 1$ ，如式(8)之表示方式。

(B)當 $r = 2, 3, \dots, \Delta_{I,l}$

$$\begin{aligned} {}^I W_m((r-1)\Delta_{I,m-1} + j) &= {}^I W_{I,l}(r) \cdot {}^I W_{m-1}(j) \\ &+ {}^I W_{E,l}(r) \cdot {}^E W_{m-1}(j) \\ &+ {}^I W_{I,l}(r-1) \cdot {}^E W_{m-1}(\Delta_{I,m-1} + j) \\ &\dots\dots\dots(11) \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} j = 1, 2, \dots, \Delta_{I,m-1} \\ \quad ; \text{if } r = 2, 3, \dots, \Delta_{I,l} - 1 \\ j = 1, 2, \dots, \Delta_{I,m-1}, \Delta_{I,m-1} + 1, \dots, \Delta_{I,m-1} \\ \quad + (\Delta_{E,m-1} - \Delta_{I,m-1}) ; \text{if } r = \Delta_{I,l} \end{array} \right.$$

式中， $\Delta_{I,l}$ 與 $\Delta_{I,m-1}$ 之定義亦與上述相同。

利用上述 SSN 第 m 次疊代之結果則可進一

步計算出相對應之河川網路信息熵，表示如下：

$$S_m = - \sum_{j=1}^{\Delta_{E,m}} p_m(j) \ln p_m(j) \dots\dots\dots(12)$$

式中， $p_m(j) = {}^E W_m(j) / M_m$ ，而 M_m 定義為第 m 次疊代後 SSN 之總河川線段數目。

四、河網寬度函數之地貌型瞬時單位歷線

本研究探討以碎形自我相似性河網替代天然河川網路之適用性時，應檢視利用此重複疊代後所形成之人工河網於降雨—逕流歷程上是否亦能與天然河川網路所反應出之結果相同，且必須具有一種適當之機制得以利用河川網路之特性將集水區之輸入函數反應為輸出函數。本研究主要研析之河川網路特性為寬度函數，故所應用之機制當然必須能夠包含寬度函數之因子於其中。1991 年 Rinaldo 及 Marani 與 2000 年王氏等人提出利用擴散類比之集流時間分布概念套配寬度函數之地貌理論即為一種適用於本研究之模擬驗證集水區中河川網路特性之瞬時單位歷線模式[3,4,12,14]。茲將其理論概述如下：

1988 年 Mesa 與 Mifflin 提出一種地貌型瞬時單位歷線，可表示如下[3,12,14]：

$$f(t) = \int_0^\infty dx \cdot f_x(t) \cdot W(x) \dots\dots\dots(13)$$

式中， $W(x)$ 為寬度函數； $f_x(t)$ 為集水區中任一距離下，水滴流至出口之集流時間，且可寫成如式(14)所示：

$$f_x(t) = \frac{1}{2} \left(\frac{x}{t} + \langle u \rangle \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{4\pi D_L t}} e^{-\frac{(x-\langle u \rangle t)^2}{4D_L t}} \dots\dots\dots(14)$$

式中， u 為平均波傳速度(mean kinematic celerity)， D_L 為水動力擴散係數(hydrodynamic dispersion coefficient)。若將寬度函數視為水滴於時刻 t 下各種可流至集水區出口之一種機率值，而此機率值可以距離集水區出口 x 處河段之數目與集水區河網中所有河段數目之比值即正規化之寬度函數予以表示。其中， x 為此河段至集水區出口距離與河網中最長河段距離之

比值。模式中不考慮個別河段中之蜿蜒程度並假設每個河段於均勻有限之集流時間 t 內到達出口。若再將寬度函數視為一種給定距離 l 下河段之集流面積與總集水區面積間之比例，則 $f(t)$ 可表示為：

$$f(t) \propto \int_{l(t_i)}^{l(t_i+\Delta l)} W(x) dx \dots\dots\dots(15)$$

式中， $l(t)$ 為集水區出口至集流面積邊界之距離；且 $0 \leq l(t) \leq l$ 表示距離隨著時間變化，為一種動態之過程。 l 係集水區中最長之河段距離。

若於 $t=0$ 時有一水滴降至距集水區出口 $x=l$ 處，且經過時刻 t 流至集水區出口。則此水滴流至出口之各種路徑，可以一種機率密度函數表示，稱為位移機率密度函數 (displacement probability density function)，則式(15)可改寫為：

$$f(t) \propto \int_0^{\infty} W(x) dP(x;t) \dots\dots\dots(16)$$

且機率密度函數 $P(x;t)$ 滿足 Kolmogorov backward 方程式之解[3,12,14]，即：

$$dP(x;t) = \frac{x dx}{\sqrt{4\pi D_L t^3}} e^{-(x-ut)^2/4D_L t} \dots\dots\dots(17)$$

利用式(16)及式(17)，則寬度函數之地貌型瞬時單位歷線可表示為[3,10]：

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi D_L t^3}} \sum_{i=1}^{N_{\max}} W(l_i) \gamma_i e^{-(l_i-ut)^2/4D_L t} \dots\dots(18)$$

式中， l_i 為距集水出口之沿河徑距離 $l_i = i\Delta l$ ， Δl 為單位距離； N_{\max} 為從源頭至出口最長流徑之河段總數； $W(l_i)$ 為正規化後之寬度函數； u 為平均波傳速度 (m/sec)； D_L 為擴散係數 (m^2/sec)。

五、模式檢定與驗證

(一) 研究流域簡介

本研究以淡水河流域為研究對象，該流域河流主流長 159 公里，流域面積 2726 平方公里，為台灣第三大河川。本研究分別以淡水河流域中之景美溪寶橋上游集水區與三峽溪上游集水區作為本研究之區域，其集水區之面積分別為 110 平

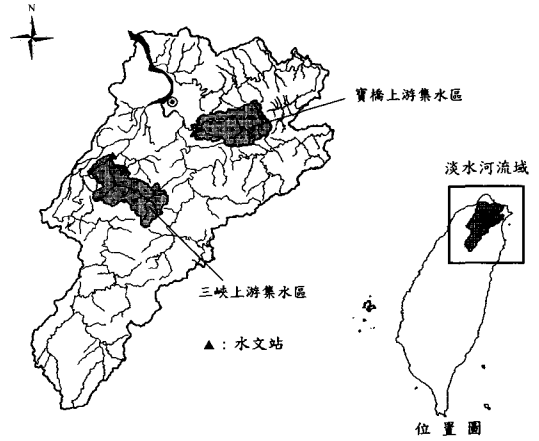


圖 6 研究集水區位置圖

方公里及 129 平方公里，如圖 6 所示。其出口處均有水文站記錄水位流量資料，可作為模式參數之檢定與驗證之憑據，並據以建立以寬度函數為主軸之地貌型瞬時單位歷線模式，並應用模式比較於此二研究集水區之不同特性，俾供上游集水區防洪規劃及水土保持工程之參考應用。

(二) 資料蒐集與整理

1. 地文資料

本研究以國立中央大學太空及遙測中心所出版之 DEM(40m×40m)相片基本圖為研究區域地形之主要處理資料。而計劃集水區之河川網路及其寬度函數則利用地理資訊系統套裝軟體 River Tools 中之自動化河網萃取方法自 DEM 資料中求得集水區之河川網路，並將河川網路轉化為沿河溪距離之寬度函數。

2. 水文資料

本研究於各集水區所引用之水文資料分述如下：

- (1)寶橋上游集水區：其電傳雨量站為經濟部水利處所轄屬，計有坪林、大桶山、五堵與中正橋等四站，並以寶橋流量記錄為模式檢定之憑藉。
- (2)三峽上游集水區：其電傳雨量站為經濟部水利處所轄屬，計有大豹、石門、福山與大桶山等四站，並以三峽溪流量記錄為模

表 1 淡水河流域降雨—逕流分析之颱風事件表

集水區名稱	場次	颱風名稱	發生日期	類別
景美溪寶橋上游集水區	1	賽洛馬(Thelma)	76.07.14	檢定
	2	琳恩(Lynn)	76.10.23	檢定
	3	亞伯(Abe)	79.08.30	檢定
	4	道格(Doug)	83.08.07	檢定
	5	葛拉斯(Gladys)	83.09.01	檢定
	6	傑魯得(Gerald)	76.09.08	驗證
	7	黛特(Dot)	79.09.07	驗證
大漢溪三峽上游集水區	1	歐敏(Irving)	68.08.14	檢定
	2	莫瑞(Maury)	70.07.19	檢定
	3	弗雷特(Fred)	73.08.06	檢定
	4	艾貝(Abby)	75.09.18	檢定
	5	耐特(Nat)	80.09.22	檢定
	6	葛拉斯(Gladys)	83.09.01	檢定
	7	琳恩(Lynn)	76.10.23	驗證
	8	弗瑞達(Fread)	83.08.20	驗證
	9	席斯(Seth)	83.10.09	驗證

式檢定之憑藉。

3. 颱風事件之選取

為確定降雨—逕流模式應用於各研析地區之合適性，本研究於景美溪之寶橋上游集水區選用自民國 76 年至 83 年間 7 場颱風事件，而大漢溪之三峽上游集水區則選用自民國 68 年至 83 年間 9 場颱風事件予以校驗，如表 1 所示。

(三) 碎形生成單元類型之判定

本研究於不同集水區之生成單元類型選取與判定上，乃採用河川網路信息熵與累積寬度函數誤差等二項判斷標準。茲將其方法分別闡釋如下：

1. 河川網路信息熵方法

研究中首先選取九種基本網路型態作為繁衍 SSN 所需之生成單元，如圖 7 及表 2 所示。然而利用此九種類型模擬研究集水區之真實河川網路是否已經足夠，則需藉由河川網路信息熵之方法予以判定。本研究依序將上述九種類型選定為外部與內部生成單元，亦即每一次僅選定其中

一種作為外部生成單元，並以包含本身在內之所有九種類型依序搭配為內部生成單元，則可繁衍出 $9 \times 9 = 81$ 種不同組合之 SSN。其中必須注意當外部生成單元之類型與內部生成單元相同時，則相當於利用單一生成單元所繁衍之 SSN。

接下來利用式(6)~(12)所推得之 SSN 寬度函數通式則可將各種不同組合與疊代次數之寬度函數予以求得，並可進一步求出其信息熵值。將此結果以信息熵對河網級序作圖，則可得到 $S-\Omega$ 之關係式，如圖 8 所示。為判定此九種類型所組成 SSN 之適用性，本研究進一步將天然集水區不同尺度河川網路之信息熵對級序之關係亦繪於圖 8 中。由圖 8 之結果顯示，不論是天然集水區之河川網路或是人工合成之碎形河川網路，其 $S-\Omega$ 之關係均呈線性關係，且天然集水區之值均分佈於碎形河網之 $S-\Omega$ 曲線範圍內，此一結果即說明本研究採用之九種基本河網型態可適用於描述研究集水區之真實河網。

2. 累積寬度函數誤差方法

經由上述信息熵之分析已可初步決定合適之基本生成單元型態，然而若擬進一步判定計畫集水區之最佳生成單元型態，則需以累積寬度函數誤差為判定標準。所謂累積寬度函數(CWF)之計算方式是將集水區或人工合成之河川網路之寬度函數對距離做累加，即稱為累積寬度函數。此外，再經由同一距離下真實河網與人工河網之累積寬度函數相比較，則可以計算出該距離之累積寬度函數誤差(ΔCWF)。將整個集水區長度做比對計算，可進一步求得該人工河網與真實河網間之最大累積寬度函數誤差值 ΔCWF_{\max} 。選擇最小 ΔCWF_{\max} 之 SSN 組合，其生成單元之型態則可視為該集水區之最佳生成單元型態。其中，計畫集水區之寬度函數乃利用 DEM 資料並設定面積門檻值為 1 個像元(pixel)所擷取之河川網路計算而得；而人工合成之碎形河川網路方面，則以最接近真實河網信息熵為條件下之疊代次數所生成之 SSN 為代表之人工河川網路。

(四) 參數優選

水文模式中常訂定一些參數以模擬研究流

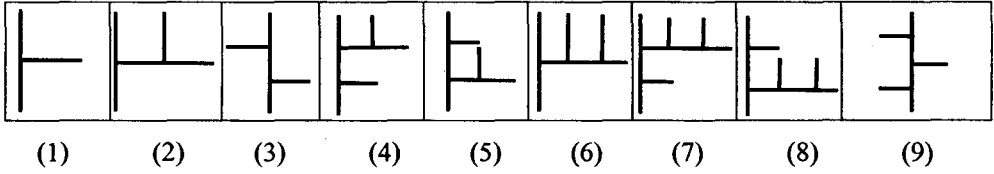


圖 7 九種基本網路型態示意圖

表 2 九種基本網路型態之特性表

特性	型態 1	型態 2	型態 3	型態 4	型態 5	型態 6	型態 7	型態 8	型態 9
M_1	3	5	5	7	7	7	9	9	7
Λ_1	2	2	3	3	3	2	3	3	4
Δ_1	2	3	3	4	3	4	5	4	4
η_1	1/2	1/3	1/3	1/4	1/3	1/4	1/5	1/4	1/4

(M_1 為總河段數目; Λ_1 為垂直主軸長度; Δ_1 為拓撲直徑; η_1 為河段之長度, $\eta_1 = 1/\Delta_1$)

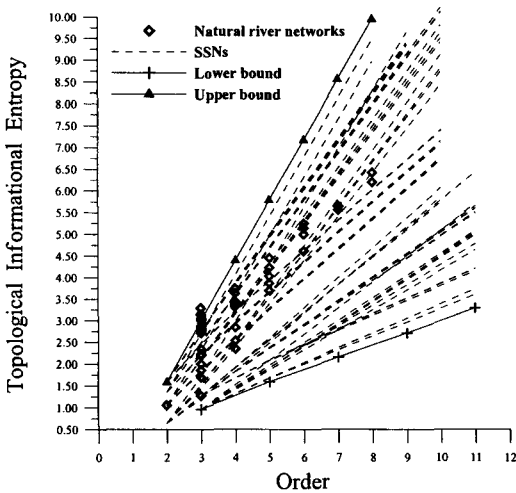


圖 8 天然河網與人工碎形河網之河川網路信息熵與級序之關係圖

域水文現象之變化, 所引用之水文參數通常須藉由一些參數優選方法予以決定。一般作法是先選定一種參數優選方法, 再針對數場已發生之颱風事件求出其最佳參數值; 再者, 將各場次之最佳參數值取平均以作為該研究區域之最佳參數組合, 此程序稱為參數檢定; 最後, 將此平均參數代入模式中進行其餘颱風事件之模擬, 以評估此組參數及模式之適用性, 稱之為模式參數驗證。本研究應用參數整體性最佳化方式之洗牌複演

進法(shuffled complex evolution algorithm, 簡稱 SCE 法)以求取整體最佳化值(global optimum)。由於洗牌複演進法具有機率性可充分提供搜尋空間之訊息, 而定率性則可有效地利用反應平面之訊息以引導搜尋方向、可集中於最有可能之區域進行搜尋、各分組在全區改善方向上成系統演進以避免落入區域最佳值及由演進之觀念以較佳值取代原值等特性, 因此可尋求得參數之整體最佳值。茲再闡釋如下:

1. 模式參數推估之目標函數

本研究使用之目標函數式如下:

$$F_{obj} = \left\{ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [Q_{obs}(i) - Q_{est}(i)]^2 \cdot WT(i) \right\}^{1/2} + DQ \dots (19)$$

其中, $WT(i)$ 與 DQ 之計算如下所示:

$$WT(i) = \frac{Q_{obs}(i) + \bar{Q}_{obs}}{2Q_{obs}} \dots (20)$$

$$DQ = \begin{cases} \frac{(Q_{obs,p} - Q_{est,p})}{N^2} & \text{if } Q_{est,p} < Q_{obs,p} \\ 0 & \text{if } Q_{est,p} > Q_{obs,p} \end{cases} \dots (21)$$

式中, N 為觀測值之延時; $Q_{obs}(i)$ 為第 i 時刻之觀測流量; $Q_{est}(i)$ 為第 i 時刻之推估流量; \bar{Q}_{obs} 為觀測流量之平均值; $Q_{obs,p}$ 為觀測流量之洪峰

值； $Q_{est,p}$ 為推估流量之洪峰值； $WT(i)$ 為第 i 時刻之權重值； DQ 為洪峰誤差加權值。上式為考慮整體模擬效果最佳化之目標函數，主要根據模擬與觀測流量之差異程度以及洪峰流量之擬合度等兩部份作一綜合性考量。

2. 洗牌複演進法

洗牌複演進法對尋求最佳參數值之演算流程，包含洗牌複演進法與競爭複演進法 (competitive complex evolution algorithm, 簡稱 CCE 法) 等二部份，理論部分請參考相關之文獻資料 [3,4,7]，本文於此不再贅述。

3. 模式參數之物理意義

本研究以寬度函數為主軸之地貌型瞬時單位歷線建立集水區之降雨-逕流模式。模式中有兩個待定之參數，分別為平均波傳速度與水動力擴散係數。此二參數即可利用上述之 SCE 最佳化之方法予以推估。其物理意義一般可以 Peclet 數 (Peclet number, $Pe = u \cdot L / D_L$) 之大小予以說明。當 $Pe \rightarrow 0$ 時，集水區之擴散效應 (diffusive effects) 較傳輸效應 (convective effects) 為強，亦即集水區具有較高之貯蓄效應；反之，若 $Pe \rightarrow \infty$ 則集水區具有較高之水力動力傳輸效應。

(五) 模式適合性之評判

為探討本模式應用於研究集水區之合適性，乃分別以效率係數 (Coefficient of Efficiency, CE)、洪峰流量誤差 (Error of Peak Discharge, EQP) 及洪峰到達時刻誤差 (Error of Time to Peak, ETP) 等三項指標，藉以客觀評估研擬模式之合適性。茲將各項評估指標定義如下：

1. 效率係數 (CE)

$$CE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N [Q_{obs}(i) - Q_{est}(i)]^2}{\sum_{i=1}^N [Q_{obs}(i) - \bar{Q}_{obs}]^2} \dots\dots\dots(22)$$

式中， $Q_{est}(i)$ 為第 i 時刻之模式推估流量； $Q_{obs}(i)$ 為第 i 時刻之實際觀測流量； \bar{Q}_{obs} 為實際觀測流量之平均值； N 為觀測流量之延時。當 CE 愈接近於 1 時，表示模擬結果與實際觀測資料愈符合，擬合度愈高。

2. 洪峰流量誤差 (EQP)

$$EQP = \frac{Q_{p,est} - Q_{p,obs}}{Q_{p,obs}} \times 100\% \dots\dots\dots(23)$$

式中， $Q_{p,est}$ 為模式推估之洪峰流量； $Q_{p,obs}$ 為實際觀測之洪峰流量。當 EQP 為正時，表示模式推估之洪峰值大於實際觀測之洪峰流量；反之，則表示模式所推估之洪峰值小於實際觀測值。同時， EQP 愈接近 0 時，表示推估與觀測之洪峰流量準確度愈高。

3. 洪峰到達時刻誤差 (ETP)

$$ETP = T_{p,est} - T_{p,obs} \dots\dots\dots(24)$$

式中， $T_{p,est}$ 為模式推估之洪峰到達時刻； $T_{p,obs}$ 為實際觀測之洪峰到達時刻。如 ETP 愈趨近 0，表示模式對於洪峰到達時刻之預測愈準確。

六、結果與討論

本研究首先進行雙重碎形生成單元自我相似性網路繁衍機制之研析，進而歸納出河川網路寬度函數之通式。研究中採用九種基本河網型態作為碎形河網生成所需之生成單元，並以所推導之通式推求碎形河網之寬度函數。最後再套配以寬度函數為主軸之地貌型瞬時單位歷線進行計畫集水區之降雨-逕流模擬。茲將所獲致之結果與討論說明如下：

(一) 本研究以單一生成單元之 SSN 及其寬度函數以拓樸直徑分級等原理為基礎，進一步將生成單元分成內部與外部等兩種不同之生成單元類型，並歸納出雙重碎形生成單元之自我相似性網路繁衍機制及其河川網路寬度函數之通式，如式(6)-(11)之結果所示。由結果顯示，此通式不僅可有效提供 SSN 之快速繁衍，亦可增加其網路型態之多元變化以改善單一生成單元 SSN 之缺點。此外，根據本研究模擬之結果顯示，當內部與外部生成單元類型相同時，則所生成之網路模擬結果與單一生成單元通式所得到之結果相符合。此亦說明本研究之通式可涵蓋單一

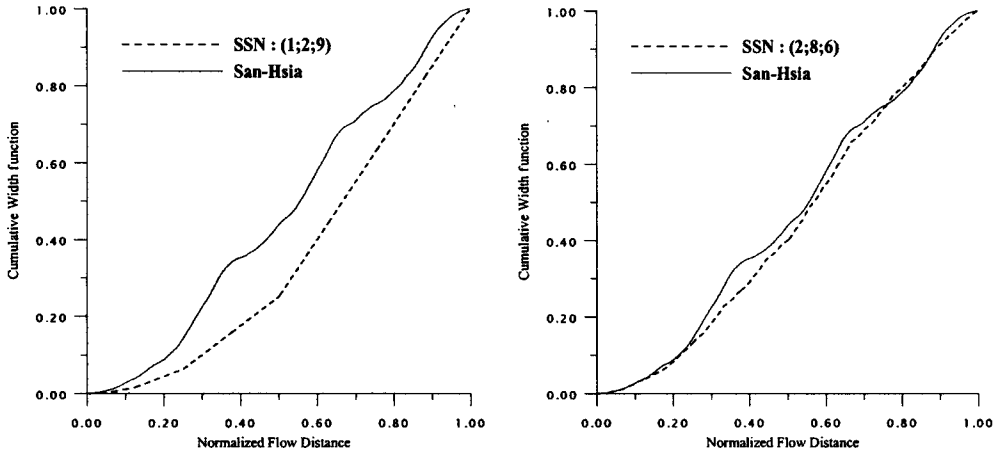


圖 9 天然河網與人工碎形河網之累積寬度函數示意圖(以三峽集水區為例)

成單元模擬之範圍，亦即該通式具有更高之通用性；惟使用時需特別注意內部與外部生成單元之拓樸直徑大小，以選擇採用 $\Delta_{I,1} > \Delta_{E,1}$ 或 $\Delta_{I,1} \leq \Delta_{E,1}$ 之寬度函數通式進行繁衍生成。

(二) 研究中以九種基本河網型態以一對一之方式，依序選出一種為外部生成單元而另一種為內部生成單元；因此，理論上可生成 $9 \times 9 = 81$ 種不同組合之碎形河網。繁衍之結果卻顯示僅有 54 種不同類型之河網生成；探究其原因為：當選擇第二類型為外部生成單元時，不論套配何種類型之內部生成單元其生成之網路均與選擇第三種類型之結果相同；換言之，選擇第二與第三類型為外部生成單元之效果相同；而相同之情況亦發生於第四、第六與第九等三種類型。然而此結果並非表示本研究選擇之網路類型發生重複，事實上是說明某一些類型作為外部生成單元時其效果均相同，但是在作為內部生成單元時則仍可表現出不同之特性。因此，本研究於實際模擬時，僅需以第一、二、四、五、七與第八等六種類型作為外部生成單元，但仍套配九種類型為內部生成單元，則此安排即可繁衍出如上述 $6 \times 9 = 54$ 種河川網路之結果。

(三) 本研究將上述所獲致之 54 種 SSN 之寬度函

數代入式(12)，則可進一步計算出相對應之信息熵值與河網級序；其中，級序與疊代次數之關係為：當外部生成單元為 2 級序時，則每經過一次疊代其級序加一；而若外部生成單元為 3 級序時，則每經過一次疊代其級序加二。由上述之結果可進一步獲得 54 種 SSN 不同疊代次數情況下信息熵對級序之關係，亦即所謂之 $S - \Omega$ 關係，如圖 8 所示。其結果顯示，不論是套配何種組合其 $S - \Omega$ 之關係均呈現明顯之線性關係，且可寫為 $S = C(\Omega - 1)$ 。研究中亦將計劃集水區河網之 $S - \Omega$ 關係繪於圖 8，則獲致相同線性趨勢之結果；此即說明線性之 $S - \Omega$ 關係乃存在於天然河網與人工碎形河網之中。換言之，本研究以河川網路信息熵與級序之關係作為生成單元類型合適性判別方法應屬合理，且結果顯示天然集水區之信息熵值均涵蓋於 SSN 之信息熵曲線範圍內，亦即該九種基本生成單元類型可適切地描述本研究計劃流域之河川網路型態。

(四) 研究中進一步利用累積寬度函數誤差之方法判定計劃集水區之最佳生成單元型態，因此首先必須計算上述各種人工河網與真實河網之累積寬度函數，進而求得最大累積寬度函數誤差值 ΔCWF_{\max} 。茲列舉三峽集水區之部分結果如圖 9 所示。由 ΔCWF_{\max} 計

算之結果結果顯示，於寶橋集水區方面以第二種類型為外部生成單元套配第七種類型為內部生成單元類型且疊代次數為六次時，其生成之 SSN 之 ΔCWF_{max} 值為最小：0.067，且信息熵值為 6.39。而於三峽集水區方面，則以第二種類型為外部生成單元套配第八種類型為內部生成單元類型且疊代次數為六次時，其生成之 SSN 之 ΔCWF_{max} 值為最小：0.074，且信息熵值為 6.39。研究之結果均顯示此二集水區之河川網路以兩種不同之生成單元描述較佳。換言之，僅以單一生成單元之 SSN 尚不足以完整呈現該研究區域之河川網路地形與結構特性；然而並非所有自然集水區之河川網路均需以兩個或兩個以上之生成單元類型予以描繪，亦即當評估出內部與外部生成單元所選擇之類型相同時，則表示該集水區以單一生成單元之方式已足夠模擬其河網之架構。

(五) 將上述各個計劃集水區最佳生成單元型態之判定結果代入以寬度函數為主軸之地貌型瞬時單位歷線進行計畫集水區之降雨—逕流模擬，並輔以洗牌複演進法(SCE)求取模擬整體之最佳化值；其中並藉由效率係數(CE)、洪峰流量誤差(EQP)與洪峰到達時刻誤差(ETP)等三項指標之計算以客觀評估模式之合適性。茲將其模擬結果說明如下：

(1) 模式之檢定部份，由 SCE 參數優選法檢定颱風場次之參數分別列於表 3 與表 4，再取其平均值作為模式驗證之參數，檢定之結果則列於表 5 與表 6；其歷線模擬之形狀列舉如圖 10 與圖 11 所示。效率係數方面，最佳之颱風場次為三峽集水區之艾貝(0.94)，最劣場次為寶橋集水區之賽洛馬(0.78)，平均值為 0.85。在洪峰流量誤差方面，最佳之颱風場次為三峽集水區之艾貝(0.31%)，最劣場次為三峽集水區之葛拉斯(-22.16%)；洪峰時間誤差方面，除了賽洛馬與歐敏等二場外，其餘颱風場次該模式於洪峰時間之掌握上皆令人滿意。

表 3 寶橋集水區以 SCE 法優選各檢定颱風場次之最佳參數表

項目	擴散係數 D_L (m ² /sec)	漂移速度 u (m/sec)	Pe ($u \cdot L / D_L$)
賽洛馬(Thelma)	1972.46	0.529	9.22
琳恩(Lynn)	4616.63	0.462	3.44
亞伯(Abe)	2239.58	0.864	13.26
道格(Doug)	872.48	0.471	18.55
葛拉斯(Gladys)	1274.66	1.013	27.31
平均值	2195.16	0.668	14.36

表 4 三峽集水區以 SCE 法優選各檢定颱風場次之最佳參數表

項目	擴散係數 D_L (m ² /sec)	漂移速度 u (m/sec)	Pe ($u \cdot L / D_L$)
歐敏(Irving)	1657.77	0.392	6.54
莫瑞(Maury)	4842.81	0.353	2.02
弗雷特(Fred)	2165.97	0.568	7.26
艾貝(Abby)	4538.76	0.288	1.76
耐特(Nat)	1972.46	0.529	7.42
葛拉斯(Gladys)	840.62	0.493	16.23
平均值	2669.73	0.430	6.87

表 5 寶橋集水區颱風事件檢定結果表

項目	效率係數 CE	洪峰流量 誤差 EQP(%)	洪峰時間 誤差 ETP(hrs)
賽洛馬(Thelma)	0.78	-5.28	48
琳恩(Lynn)	0.87	-12.62	-6
亞伯(Abe)	0.88	-8.38	-2
道格(Doug)	0.81	-16.12	3
葛拉斯(Gladys)	0.87	-9.61	1

表 6 三峽集水區颱風事件檢定結果表

項目	效率係數 CE	洪峰流量 誤差 EQP(%)	洪峰時間 誤差 ETP(hrs)
歐敏(Irving)	0.86	-19.97	14
莫瑞(Maury)	0.93	-9.91	2
弗雷特(Fred)	0.84	-10.19	1
艾貝(Abby)	0.94	0.31	1
耐特(Nat)	0.79	-18.72	0
葛拉斯(Gladys)	0.84	-22.16	2

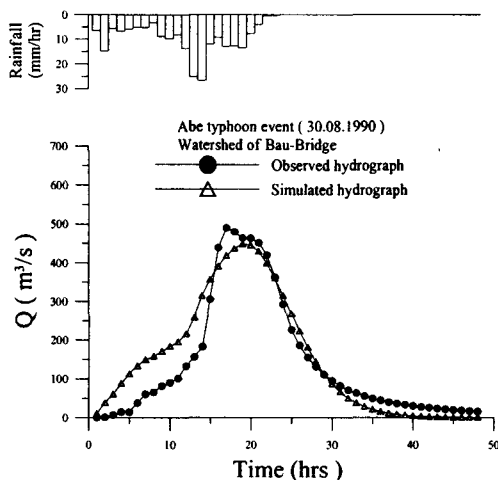


圖 10 寶橋集水區亞伯颶洪檢定圖

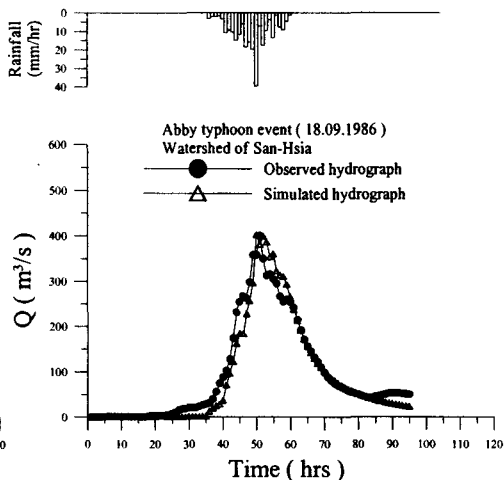


圖 11 三峽集水區艾貝颶洪檢定圖

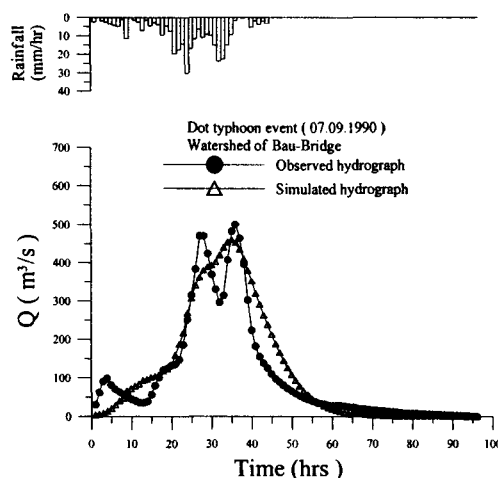


圖 12 寶橋集水區黛特颶洪驗證圖

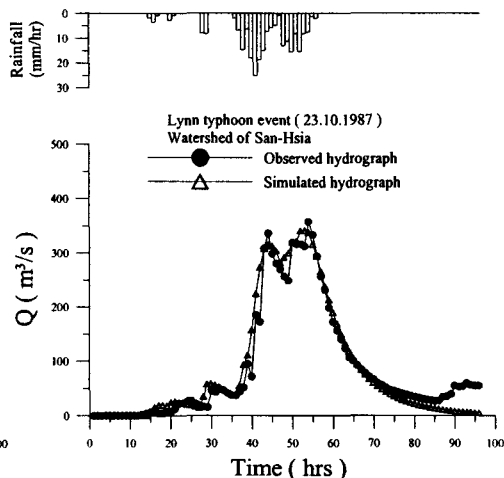


圖 13 三峽集水區琳恩颶洪驗證圖

表 7 寶橋集水區颶洪事件驗證結果表

颶風	項目	效率係數	洪峰流量	洪峰時間
		CE	誤差 EQP(%)	誤差 ETP(hrs)
傑魯得(Gerald)		0.80	-6.15	-4
黛特(Dot)		0.87	-8.11	1

表 8 三峽集水區颶洪事件驗證結果表

颶風	項目	效率係數	洪峰流量	洪峰時間
		CE	誤差 EQP(%)	誤差 ETP(hrs)
琳恩(Lynn)		0.95	-5.55	1
弗瑞達(Fread)		0.85	-17.10	1
席斯(Seth)		0.91	-29.55	-3

(2)模式之驗證部份，分別列於表 7 與表 8，歷線形狀可列舉如圖 12 與圖 13 所示，在效率係數方面，最佳之颶洪場次為三峽集水區之琳恩(0.95)，最劣場次為寶橋集水區之

傑魯得(0.80)，平均值為 0.87。洪峰流量誤差方面，最佳場次為三峽集水區之琳恩(-5.55%)，最劣為三峽集水區之席斯(-29.55%)

%)；洪峰時間誤差方面，均小於 4 小時。就整體而言，模式於上述二個研究集水區 5 場颱風場次之驗證結果令人滿意。

(六) 由表 3 與表 4 之結果比較可知，寶橋集水區與三峽集水區之 Pe 值範圍分別介於 3.44~27.31 與 1.76~16.23 之間；因此可知計劃集水區之擴散效應較水力傳輸效應為高，亦即集水區具有較大之貯蓄特性，其中又以三峽集水區之效應更為顯著。因此，上述之結果可說明該模式之參數 u 及 D_L 可適切地反應集水區降雨—逕流之特性；即當集水區面積較大或擴散效應較傳輸效應強時，因為水質點於運動及移動時存在較多之阻抗(如入滲、窪蓄、地下水…等)，此時寬度函數則明顯受擴散效應影響而變得較為平滑且趨緩，使得其單位歷線型態呈現退水緩慢之特性。上述之結果亦可適切地闡釋 u 與 D_L 二參數之物理意義，惟其與面積等其它地文特性之定率關係則仍有待進一步之研究。

七、結論與建議

(一) 結論

1. 本研究將生成單元分成內部與外部等兩種不同之生成單元類型，並以重覆疊代方法繁衍出自我相似性網路。研究中以拓樸直徑分級之原理為基礎進一步歸納出雙重碎形生成單元之自我相似性網路寬度函數通式。由結果顯示，此通式不僅可有效提供自我相似性網路之快速繁衍，亦可增加其網路型態之多元變化以作為各種天然集水區河川網路型態之模擬。
2. 本研究於不同集水區之生成單元類型選取與判定上，採用河川網路信息熵與累積寬度函數誤差等二項判斷標準。其中，先利用河川網路信息熵與級序之線性關係作為生成單元類型合適性之判別，再以累積寬度函數誤差之方法判定計劃集水區之最佳生成單元型態。研究之結果顯示，本研究中所選擇之九種基本生成單元類型均可適

適切地描述計劃區域之河川網路型態，且此二集水區之河川網路均以兩種不同型態之生成單元描述較佳。

3. 研究中將各計劃集水區之最佳生成單元型態所生成之 SSN 類比為天然河川網路，並將其代入以寬度函數為主軸之地貌型瞬時單位歷線以進行集水區之降雨—逕流模擬。本研究將集水區之多場颱風資料進行模式之檢定與驗證；於模式檢定上以洗牌複演進法(SCE)求取模擬整體之最佳化值，並以檢定之參數結果進行模式之驗證。由結果可知，該模式於上述二個研究集水區之颱風模擬效率係數、洪峰流量誤差與洪峰到達時刻誤差等三項驗證結果指標均令人滿意。
4. 由模擬之結果可知，該模式之參數 u 及 D_L 可適切地反應出集水區降雨—逕流之特性，且計劃集水區之擴散效應較水力傳輸效應為高，亦即集水區具有較大之貯蓄特性，其中又以三峽集水區之效應更為顯著；此時寬度函數則明顯地受擴散效應影響而變得較為平滑且趨緩，使得其單位歷線型態呈現退水緩慢之特性。
5. 綜合上述之研究結果顯示，本研究已成功地將碎形理論實際應用於集水區逕流推估之應用上，且該機制可進一步加以研析俾供臺灣集水區防洪規劃及水土保持研析之參考應用。

(二) 建議

以本研究之方式為基礎繼續對不同特性之集水區加以研析，並適時地加以修正或歸納出較新之生成單元類型與方法，以期更為符合台灣集水區各種複雜地形且面積大小不一之河川網路類型。

謝 誌

本研究計畫承蒙 行政院國家科學委員會工程處(NSC-89-2211-E-002-143)提供研究經費，謹致謝忱。

參考文獻

1. 王如意、王鵬瑞：「地貌型瞬時單位歷線通式演繹及其應用」，台灣水利，第 44 卷第 2 期，民國 85 年 6 月。
2. 王如意、王鵬瑞：「流域河網之碎形分析及其於地貌型逕流模式建構上之應用」，農委會水利科技研究發展計畫－農業水資源經營技術研究計畫報告，民國 87 年 9 月。
3. 王如意、陳展榮、王鵬瑞：「河川網路寬度函數之地貌形瞬時單位歷線模式」，農業工程學報，第 46 卷第 4 期，民國 89 年 12 月。
4. 高銘佐：「河川網路之簡化研究及其於降雨－逕流上之解析」，國立臺灣大學農業工程學研究所碩士論文，民國 90 年 6 月。
5. Agnese, C., "Scale Invariance Properties of the Peak of the Width Function in Topologically Random Networks," *Water Resources Research*, 34(6), pp.1571-1583, 1998.
6. Claps, P., M. Fiorentino and G. Oliveto, "Informational Entropy of Fractal River Networks," *J. Hydrology* 187, pp.145-156, 1996.
7. Duan, Q., S. Sorooshian and V. K. Gupta, "Optimal Use of the SCE-UA Global Optimization Method for Calibrating Watershed models," *J. Hydrology* 158, pp.265-284, 1994.
8. Falconer, K., *Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Application*, John Wiley, pp.113-137, 1990.
9. Fiorentino, M. and P. Claps, "An Entropy-Based Morphological Analysis of River Basin Networks," *Water Resources Research*, 29(4), pp.1215-1224, 1993.
10. Moussa, R. and C. Bocquillon, "Fractal Analyses of Tree-like Channel Networks from Digital Elevation Model Data," *J. Hydrology* 187, pp.157-172, 1996.
11. Nikora, V. I. and V. B. Sapozhnikov, "River Network Fractal Geometry and Its Computer Simulation," *Water Resources Research* 29, pp.3569-3575, 1993.
12. Rinaldo, A., R. Rigon and A. Marani, "Geomorphological Dispersion," *Water Resources Research* 27(4), pp.513-525, 1991.
13. "River Tools 2.0 User's Guide," Research Systems, 1999.
14. Rodriguez-Iturbe, I. and A. Rinaldo, *Fractal River Basin*, Cambridge University Press, 1996.
15. Tarboton, D. G., R. L. Bras and I. Rodriguez-Iturbe, "The Fractal Nature of River Networks," *Water Resources Research* 24, pp.1317-1322, 1988.
16. Veitzer, S. and V. Gupta, "Random Self-similar River Networks and Derivations of Generalized Horton Laws in Terms of Statistical Simple Scaling," *Water Resources Research* 36, pp.1033-1048, 2000.
17. Wang, Ru-yih and Peng-jui Wang, "Evaluation of the Fractal Dimensions of River Networks Using two Types of Width Function," *Proceeding of the 12th Congress of APD-IAHR*, 2000.

收稿日期：民國 90 年 10 月 11 日

接受日期：民國 90 年 11 月 5 日

附錄：自我相似性網路(SSN)之內部與外部拓樸直徑推導

於外部疊代生成上，經過不同 m 次疊代後之外部生成拓樸直徑 $\Delta_{E,m}$ 均可分成 $\Delta_{E,1}$ 個等級，即：

$$m = 2, \Delta_{E,2} = (\Delta_{E,1} - 1) \cdot \Lambda_{I,1} + \Delta_{E,1}$$

$$m = 3, \Delta_{E,3} = (\Delta_{E,1} - 1) \cdot \Lambda_{I,1}^2 + \Delta_{E,2}$$

⋮

$$m = m, \Delta_{E,m} = (\Delta_{E,1} - 1) \cdot \Lambda_{I,1}^{m-1} + \Delta_{E,m-1}$$

式中 $\Delta_{E,1}$ 與 $\Lambda_{I,1}$ 分別為外部生成單元之拓樸直徑與垂直拓樸距離或稱為主軸垂直長度。

經遞迴疊代演算可將 $\Delta_{E,m}$ 表示為：

$$\begin{aligned}\Delta_{E,m} &= (\Delta_{E,1} - 1) \cdot \Lambda_{I,1}^{m-1} + (\Delta_{E,1} - 1) \cdot \Lambda_{I,1}^{m-2} \\ &\quad + \cdots + (\Delta_{E,1} - 1) \cdot \Lambda_{I,1} + \Delta_{E,1} \\ &= \frac{(\Delta_{E,1} - 1) \cdot \Lambda_{I,1} \cdot (\Lambda_{I,1}^{m-1} - 1)}{\Lambda_{I,1} - 1} + \Delta_{E,1}\end{aligned}$$

若令 $\Lambda_{I,1}^{m-1} = \Lambda_{I,m-1}$ ，則上式可改寫成：

$$\Delta_{E,m} = \frac{(\Delta_{E,1} - 1) \cdot \Lambda_{I,1} \cdot (\Lambda_{I,m-1} - 1)}{\Lambda_{I,1} - 1} + \Delta_{E,1}$$

同理，於內部疊代生成上，亦可將經過 m 次疊代後之內部生成拓樸直徑 $\Delta_{I,m}$ 分成 $\Delta_{I,1}$ 個等級，即：

$$m = 2, \Delta_{I,2} = (\Delta_{I,1} - 1) \cdot \Lambda_{I,1} + \Delta_{E,1}$$

$$m = 3, \Delta_{I,3} = (\Delta_{I,1} - 1) \cdot \Lambda_{I,1}^2 + \Delta_{E,2}$$

⋮

$$m = m, \Delta_{I,m} = (\Delta_{I,1} - 1) \cdot \Lambda_{I,1}^{m-1} + \Delta_{E,m-1}$$

最後，內部生成拓樸直徑 $\Delta_{I,m}$ 可表示為：

$$\Delta_{I,m} = \frac{(\Delta_{I,1} - 1) \cdot \Lambda_{I,1} \cdot (\Lambda_{I,m-1} - 1)}{\Lambda_{I,1} - 1} + \Delta_{E,1}$$

式中 $\Delta_{I,1}$ 與 $\Delta_{I,m}$ 分別為第一次與第 m 次疊代後之內部生成單元拓樸直徑。