

乾旱週期之探討—級值序列方法

Study of Periodicities in Drought—Application of Order Series

淡江大學水資源政策及管理研究中心主任

淡江大學水資源及環境工程研究所研究助理

虞國興

林豪彥

沈再勇

Gwo-Hsing Yu

Haun-Yann Lin

Tsai-Yun Shen

摘 要

本研究以傳統週期檢定方法分別分析太陽黑子之原始序列及其級值序列，結果顯示級值序列之偵測週期為 11 年，與天文學者所提出之結果相同。同時為進一步深入探討級值序列與原始序列於週期檢定之差異，本研究分別分析調和均數函數及長記憶模式所產生之單週期合成資料，結果顯示若原始序列具有強烈干擾項，其級值序列之週期檢定結果較佳。另，為探討台灣水文資料乾旱週期，本研究同時分析台灣最長不降雨日數，其切割水準分別為年平均雨量與 1.5 倍年平均雨量，及乾季降雨量之實測資料及其級值序列，結果顯示北區及東區無明顯之週期；中區有 11.11 年之週期；南區有 10 年之週期。

關鍵詞：級值序列，乾旱，週期。

ABSTRACT

The periodicity detected in the order series of the sunspots data is 11 years, which is the same as the result detected by astronomers. In order to study the difference between the raw data and its order series, the synthetic data generated by using harmonic functions and long-memory time series models are tested respectively. It is shown in the results that the periodic signal with significant noise added is better detected in its order series. In this study, the drought periodicity in the hydrologic data of Taiwan is also detected. The periodicity detected in the central region is 11.11 years; 10 years in the southern region; but no significant periodicity is detected in the northern and eastern regions.

Keywords: Order series, Drought, Periodicity.

一、前言

近年來，由於全球氣候變遷問題，在大氣、海洋、地質、生態、人文社會及經濟等方面所造成的影響，引起世界各國的關注。因此，各先進國家已投入許多人力及經費進行研究，並發現氣候變遷可能引起溫度及雨量的變化、颱風強度的增加及受災區地點移動、極端氣候事件（旱災、洪災）的增加、海平面的上升及生態平衡的改變等。以 1995 年為例，年初歐洲萊茵河出現百年大洪水、加州多年乾旱後出現大豪雨、西班牙持續五年大乾旱…等。這些異常現象已逐漸破壞水文循環週期，並威脅到人民的生命財產。

台灣地區平均年降雨量約為世界各國平均年降雨量的 2.6 倍，但由於台灣地狹人稠，每人每年平均可配之雨量僅為世界平均值六分之一；近年來又受全球氣候變遷的影響，使得降雨不均的情形，更嚴重的衝擊台灣本島。如年降雨量部份，中、南部地區有呈現逐年減少趨勢，而北部地區則呈現逐年增加趨勢(許，1997；莊、吳、劉、陳，1995)；另外，於梅雨季時，東部地區降雨量亦有呈現逐年減少的情形(許，1997；陳，1993；蔡，1987)。由此可知，全球氣候變遷已衝擊到台灣水文循環，此將使水文乾旱事件更易於發生，民生經濟亦將受到嚴重考驗。有鑑於此，為台灣找出乾旱週期以利水資源單位調配，實為刻不容緩之事。

1.1 文獻回顧

由於水文循環的存在，故降雨量、溫度、流量…等均存在週期性循環，而國內外有關週期問題探討的文獻諸多，如 Manley (1974)以最大熵波譜分析(Maximum Entropy Spectral Analysis)法，分析英格蘭(England)溫度變化週期，其找到 2.1、2.2、3.1、5.2、7.6、14.5、23 及 76 年等週期，其中以 23 年週期最為顯著。Tabony (1979)曾以波譜分析配合濾網(filter)進行雨量分析，其發現在相同的月雨量資料下，以不同月份或季當起始值，其所偵測週期亦有所變異，無法找出較固定範圍的頻率。May & Hitch (1989)等，將極端

降雨事件做週期分析，發現具 7、11、20 及 50 年等週期。

北京大學亦用波譜分析法於中國各地區做週期分析，其在長江流域找到 2、22 及 36 年等週期，黃河流域則存有 2、11 及 80 年等週期，東北地區則有 22 年週期，東南地區則存在 11 年週期 (Clegg & Wigley, 1984, Hamseed, 1983)。然而，許多研究專家表示，11 年的週期與太陽黑子 (sunspots) 的活動，存在著密切關係；因此，關於太陽黑子活動週期與水文循環週期的文獻甚多，其中顯示太陽黑子活動週期與海洋溫度、大氣壓力及降雨量等均存在相關性。故於水文週期分析上，常與太陽黑子的活動週期做相關性之探討。

1.2 研究動機與目的

莊(1999)曾提出級值序列法應用於非常態水文時間序列之分析，且明確指出級值序列有凸顯原始序列之自相關函數值的功效。有鑑於此，本研究特別採用頻譜分析配合級值序列，並使用最新水文資料分析台灣地區之水文乾旱週期特性。

本研究所使用之級值序列，曾對太陽黑子資料做轉換，並偵測得週期為 11 年，此與一般天文學者所提之週期相同，但以往許多時間序列學者，以傳統時間序列方法分析，偵測得週期為 10 年；爰此，本研究主要的目的在於同時採用級值序列法及原始序列進行頻譜分析，以進一步了解台灣乾旱之週期特性。

二、理論基礎

本章就級值序列的定義與特性、波譜分析、週期檢定方法、移動平均法、合成資料的產生、研究方法的優劣判定及實例說明等，做一相關理論說明。

2.1 級值序列(Order series)之定義與特性

莊(1999)曾提出級值序列法應用於非常態水文時間序列之分析，其對級值序列的定義與特性，做了下述的說明：

2.1.1 級值序列定義：

所謂級值序列，係將時間序列 $\{Y_t\}$ 之數值(原始序列)，依其大小以級值替代(設數值最大者其級值為1，數值次大者其級值為2，餘者類推...)。例如：原始序列 Y_t 為 $\{1.5, 3.8, 2.7, 4.6, 1.9\}$ ，則級值序列 O_{Z_t} 可表為 $\{5, 2, 3, 1, 4\}$ ，因此儘管兩時間序列之原始序列並不相同，然就其級值序列而言，則可能完全相同。

2.1.2 級值序列特性：

(1) 當時間序列之邊際分布為常態時，原始序列及級值序列之自相關函數(ACF)近乎相等，然，當時間序列之邊際分布為非常態時，級值序列之自相關函數(ACF)絕對值大於原始序列之自相關函數(ACF)。

(2) 當原始序列轉為級值序列時，其邊際分布將轉為均勻分布(uniform distribution)。

2.2 波譜分析與週期檢定

一般在週期的展現方法中，波譜分析法是最常用的，並已廣泛的運用各領域，然，本研究係利用此法展現水文資料上的週期，並加以檢定。

2.2.1 波譜分析法

在分析週期性時間序列中，本研究利用週期圖(periodogram analysis)來探討時間序列中所隱含之週期，其理論論述如下：

週期性時間序列 $\{Z_t\}$ ， $t=1, 2, \dots, n$ ，其可用調和函數表示：

$$Z_t = \sum_{K=0}^{[n/2]} (\alpha_K \cos(\omega_K t) + \beta_K \sin(\omega_K t)) + e_t \quad \dots\dots\dots(1)$$

其中：

$\omega_k = 2\pi k / n$ ， $k=0, 1, 2, \dots, n$ ，其為傅立葉頻率。

α_k, β_k 為傅立葉係數。

e_t 為殘差具 IID(Independent Identical Distribution) 之 $N(0, \sigma^2)$ 分布。

而 α_k 、 β_k 之推估值 a_k 、 b_k 可由下式求得：

$$a_k = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n Z_t (\cos(\omega_k t)) \quad , k=0 \text{ 及 } k=n/2 \text{ , 假若 } n \text{ 為偶數。}$$

$$a_k = \frac{2}{n} \sum_{t=1}^n Z_t (\cos(\omega_k t)) \quad , k=1, 2, \dots, [n-1/2]$$

$$b_k = \frac{2}{n} \sum_{t=1}^n Z_t (\sin(\omega_k t)) \quad , k=1, 2, \dots, [n-1/2]$$

一具週期性時間序列 $\{Z_t\}$ ， $t=1, 2, \dots, n$ ，其總能譜為 $\sum_{t=1}^n Z_t^2$ ，而根據 Parseval's relation $\sum_{t=1}^n Z_t^2$ 可表為：

$$\sum_{t=1}^n Z_t^2 = \begin{cases} na_0^2 + \frac{n}{2} \sum_{k=1}^{[(n-1)/2]} (a_k^2 + b_k^2) & \text{If } n \text{ is odd} \\ na_0^2 + \frac{n}{2} \sum_{k=1}^{[(n-1)/2]} (a_k^2 + b_k^2) + na_{n/2}^2 & \text{If } n \text{ is even} \end{cases} \quad \dots\dots\dots(2)$$

故其波密函數 $I(\omega_k)$ 可由下式表示：

$$I(\omega_k) = \begin{cases} na_0^2 & k=0 \\ \frac{n}{2} (a_k^2 + b_k^2) & k=1, 2, \dots, (n-1)/2 \\ na_{n/2}^2 & k=\frac{n}{2}, \text{ when } n \text{ is even} \end{cases} \quad \dots\dots\dots(3)$$

此波密函數可稱為週期圖，並可知此序列變異數(variance)在各頻率上的貢獻，其由 Schuster (1898)所提出。

2.2.2 資料之週期檢定

檢定時間序列是否存在週期，利用波密函數 $I(\omega_k)$ 作為檢定統計量值。如下所述：

$I(\omega_k)$ 為將各種不同頻率之正弦與餘弦連貫起來，如果序列存在相同頻率，則 $I(\omega_k)$ 顯著，因此僅須檢定最大之 $I(\omega_k)$ 是否顯著，即檢定 $I^1(\omega_{(1)}) = \text{Max}[I(\omega_k)]$ 。 $I(\omega_k)/\sigma^2$ ， $k=1, 2, \dots, [n/2]$ ($[X]$ 為 X 之整數部份)為具 IID (Independent Identical Distribution) 之卡方分布(chi square distribution)，且自由度為2，其機率密度函數(p.d.f)為：

$$p(x) = \frac{1}{2} e^{-(x/2)} \quad 0 < x < \infty$$

因此任意 $g \geq 0$

$$P\left[\frac{I^1(\omega_{(1)})}{\sigma^2} > g\right] = 1 - P\left[\frac{I^1(\omega_{(1)})}{\sigma^2} \leq g\right]$$

表 1 模式 1 經移動平均之結果，常態資料，樣本大小 60。原始序列(Raw)、級值序列(o.s.)

樣本大小：60	週期：6	組數：100	$\sigma^2 = \alpha$	模式： $z_t = 1 \times \cos(\omega_k t) + e_t$		
N(0,1.96)	Raw			O.S.		
MV_LAG	FIT(6)	$\bar{T}$	MSE	FIT(6)	$\bar{T}$	MSE
1	41	2.5	21.01	50	3.19	18.23
2	65	8.22	61.94	71	7.96	47.99
3	51	9.22	89.8	62	8.46	63.93
4	20	15.32	211.4	23	13.92	175.85
5	0	16.93	247.99	1	16.92	243.94
6	0	20.98	312.38	0	21.16	315.62

表 2 模式 1 經移動平均之結果，非常態資料，樣本大小 60。原始序列(Raw)、級值序列(o.s.)

樣本大小：60	週期：6	組數：100	$\sigma^2 = \alpha$	模式： $z_t = 1 \times \cos(\omega_k t) + e_t$		
Gamma($\alpha=1.96$)	Raw			O.S.		
MV_LAG	FIT(6)	$\bar{T}$	MSE	FIT(6)	$\bar{T}$	MSE
1	59	3.54	14.85	78	4.68	7.98
2	71	6.42	27.9	82	6.83	18.96
3	66	7.56	45.62	77	7.12	22.84
4	23	13.89	162.13	33	12.65	139.42
5	0	16.93	219.2	2	17.36	217.22
6	0	23.07	342.06	0	21.4	300.03

註：Fit(6)表經 Fisher 檢定週期為 6

$$= 1 - P \left\{ \frac{I(\omega_k)}{\sigma^2} \leq g, k = 1, 2, \dots, \left[\frac{n}{2} \right] \right\} \quad T = \frac{I^{(1)}(\omega_{(1)})}{\sum_{k=1}^{[n/2]} I(\omega_k)} \dots\dots\dots (4)$$

$$= 1 - \left\{ \int_0^g \frac{1}{2} e^{-x/2} dx \right\}^{[n/2]}$$

$$= 1 - (1 - e^{-(g/2)})^{[n/2]}$$

然，Fisher 表示：

$$P(T > g) = \sum_{j=1}^m (-1)^{j-1} C_j^N (1 - jg)^{-1} \dots\dots\dots (5)$$

其中， $N = [n/2]$ ， $g > 0$ ， m 為小於 $1/g$ 之最大整數。

由(2)式可知，當 a_k 及 b_k 均為 0 時，則時間序列 Z_t 不具週期性，故在週期判定時，其假說設定如下：

$H_0: \alpha_k = \beta_k = 0, \forall k$ (Z_t 不存在週期)。

$H_1: \alpha_k \neq 0, \beta_k \neq 0, \forall k$ (Z_t 存在週期)。

而 σ^2 之估計值可表為：

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{2[n/2]} \sum_{k=1}^{[n/2]} I(\omega_k)$$

因此定義 V ：

$$V = \frac{I^1(\omega_{(1)})}{\hat{\sigma}^2} = \frac{I^1(\omega_{(1)})}{\frac{1}{2[n/2]} \sum_{k=1}^{[n/2]} I(\omega_k)}$$

故 $P(V > g) \cong 1 - (1 - e^{-(g/2)})^{[n/2]}$ 。

Fisher (1929) 定義另一檢定量 T 為：

故可定義 $p(T > g_\alpha) = \alpha$ 。 α 為顯著水準。

又 $p(T > g) \cong N(1 - g)^{N-1}$

表 3 模式 2 經移動平均之結果、樣本大小 60(上：常態、下：非常態)。原始序列(Raw)、級值序列(o.s.)

樣本大小：60	週期：12	組數：100	$\sigma^2 = \alpha$	模式： $z_t = 1 \times \cos(\omega_k t) + e_t$		
N(0,1.96)	Raw			O.S.		
MV_LAG	FIT(12)	$\bar{T}$	MSE	FIT(12)	$\bar{T}$	MSE
1	32	4.16	93.84	51	6.46	66.24
2	84	11.91	20.12	85	12.14	17.25
3	83	12.4	21.17	86	12.26	15.8
4	81	13.87	31.29	83	13.29	23.71
5	77	14.54	37.73	78	14.46	43.15
6	65	16.3	72.44	69	15.63	61.47
7	57	17.44	90.63	59	17.03	83.57
8	64	16.53	82.31	65	16.35	76.53
9	45	17.95	117.57	46	18.27	125.88
10	39	20.08	141	39	19.5	135.65
11	15	21.56	186.39	15	21.96	186.21
12	0	23.65	184.13	1	22.92	180.98
G($\alpha=1.96$)	Raw			O.S.		
MV_LAG	FIT(12)	$\bar{T}$	MSE	FIT(12)	$\bar{T}$	MSE
1	59	7.08	59.39	76	9.12	34.83
2	86	12.07	16.07	96	11.67	4.45
3	88	12.31	13.16	96	12.07	2.84
4	79	13.68	26.68	84	13.13	27.35
5	76	14.12	33.85	82	13.29	28.64
6	66	16.22	66.75	74	14.88	47.33
7	57	17.24	86.41	67	16.19	70.2
8	49	17.88	99.09	61	16.92	81.84
9	37	19.54	127.02	43	18.71	119.37
10	30	21.35	152.7	39	18.98	116.82
11	13	22.76	196.29	13	21.91	177.93
12	2	23.79	196.75	1	23.67	183.08

註 1：G(α)表示為 Gamma(α)

註 2：Fit(12)表經 Fisher 檢定週期為 12

$$\alpha = N(1 - g_\alpha)^{N-1}$$

$$g_\alpha = 1 - \left(\frac{\alpha}{N}\right)^{1/N-1} \dots\dots\dots (6)$$

所以， $T < g_\alpha$ 時，表時間序列不具週期。反之， $T > g_\alpha$ 時，表時間序列具有週期，其週期為 $2\pi/\omega_{(1)}$ 。

另外，令 $I^{(2)}(\omega_{(2)})$ 為 $I(\omega_k)$ 之第二大值且發生於頻率 $\omega_{(2)}$ ；Whittle(1952)建議，以 T_1 統計量

檢定頻率 $\omega_{(2)}$ 是否顯著，其 T_1 定義如下：

$$T_1 = \frac{I^{(2)}(\omega_{(2)})}{\sum_{K=1}^{[n/2]} I(\omega_K) - I^{(1)}(\omega_{(1)})} \dots\dots\dots (7)$$

此步驟可重複直至不顯著之頻率為止。

臺灣地區面積雖不大，但受季風及地形的影響，以致北、中、南、東四區降雨情況並不相同，必須將散佈全島的雨量站分區討論，且對各區的雨量站資料加以整體化；資料整體化之後，根據

先前的週期檢定做一應用；同樣地，如果序列存在相同頻率，則 $I(\omega_k)$ 顯著，因此僅須檢定 $I(\omega_k)$ 是否顯著。 $I(\omega_k)/\sigma^2$ ， $k=1,2,\dots,[n/2]$ 為具 IID 之卡方分布，且自由度為 2，其機率密度函數 (p.d.f) 為：

$$p(x) = \frac{1}{2} e^{-(x/2)} \quad 0 < x < \infty$$

$$E(X) = \nu$$

$$VAR(X) = 2\nu$$

，其統計量如下： $\alpha_3(X) = \frac{4}{\sqrt{2\nu}}$

$$\alpha_4(X) = 3 \left(1 + \frac{4}{\nu} \right)$$

由上列統計量可知當卡方分布之自由度 ν 夠大時，卡方分布趨近於常態分布，可利用常態來檢定之。

2.3 移動平均法(moving average method)

移動平均法實為一濾波器(filter)，然，本研究欲藉此一濾波器在不同頻率上將其頻譜值做不同的過濾，其目的在於找出特定範圍上的頻率，而濾網亦可因需要而做不同的設計。

在水文上，移動平均法乃在全部時間水文序列 $\{Y_t\}$ ， $t=1,2,\dots,n$ 內，依次求若干期間內（年、月或日等）數值之趨向值。例，如取三年移動平均值時，在序列 $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ 中，可假定 $\sum_{i=1}^m b_i = m$ ， $m=3$ ，則取第一年至第三年序列之平均，做為第二年移動平均數 $U_2 = (b_1 Y_1 + b_2 Y_2 + b_3 Y_3) / 3$ ，取第二年至第四年序列之平均，做為第三年移動平均數 $U_3 = (b_1 Y_2 + b_2 Y_3 + b_3 Y_4) / 3$ ；依次類推，第 $n-1$ 年之移動平均數為 $U_{n-1} = (b_1 Y_{n-2} + b_2 Y_{n-1} + b_3 Y_n) / 3$ ，其中 $b_1 = b_2 = b_3 = 1$ 。

即，已知一時間序列 $\{Y_t\}$ ， $t=1,\dots,n$ ，其 k 個移動平均值 $\{Z_t\}$ 可由下式求得：

$$Z_t = [Y_{t-r} + Y_{t-r+1} + \dots + Y_t + \dots + Y_{t+r-1} + Y_{t+r}] / (2r+1) \dots (8)$$

當 $k=2r+1$ (奇數)

$$Z_t = [Y_{t-r}/2 + Y_{t-r+1} + \dots + Y_t + \dots + Y_{t+r-1} + Y_{t+r}/2] / 2r \dots (9)$$

當 $k=2r+1$ (偶數)

對於式(8)與式(9)，其能將大頻率（小週期）的部份過濾，使小頻率（大週期）保留，如此將有助於尋找較大水文週期。

三、合成資料之頻譜分析

3.1 合成資料的產生

本研究使用以下兩種模式產生週期性合成資料分別為調和函數產生法(林，2000)及長記憶模式(k-factor GARMA Model)產生法(何,2000)。

3.2 合成資料之結果與討論

3.2.1 單週期調和函數數列之週期偵測結果與討論

(1)所使用之合成資料

本節所使用之合成資料為單週期模式，其週期為 6 與 12，模式如下：

$$\text{模式 1: } Z_t = 1 \times \cos(2\pi t / 6) + a_t$$

$$\text{模式 2: } Z_t = 1 \times \cos(2\pi t / 12) + a_t$$

分別對模式 1 及模式 2 做移動平均。在模式 1 中，做一階（原始資料）至六階之移動平均；於模式 2 中，做一階（原始資料）至十二階之移動平均。

合成資料樣本大小為：60、120 及 240。

常態與非常態之噪音項變異數 (σ_a^2) 給定：
1, 1.44, 1.69, 1.96, 2.25, 3, 3.5, 4, 6.25, 9。

組數：100 組之合成資料。

(2)結果與討論

因篇幅關係，僅列出經移動平均樣本數大小為 60 之結果於表 1 至表 3。

經 Fisher 檢定（式(4)）結果發現，無論常態或非常態原始資料，不管噪音項變異數如何給定，均可看出級值序列所檢定通過的組數明顯較多。茲將模式 1 與模式 2 經移動平均後之 Fisher 檢定結果發現，在模式 1 與模式 2 中，無論原始序列及級值序列，均顯示大週期（模式 2）經移動平均後，其週期偵測之精確性較小週期（模式 1）為佳，其因移動平均法乃為一濾波器，故

修正了原始頻譜，以致低頻率部份較易凸顯，因此有上述之情形。並且當模式 2 經移動平均後，其發現以二階與三階之結果較好，而模式 1 經移動平均後，則以二階為較佳，其因式(8)、式(9)之移動平均法對高頻率有濾波功能，尤其高階濾波器更易使高頻區不顯著；但移動階數太高時，則易使資料失真，故不論模式 1 或模式 2，其結果均會較差。

於此，本節約可歸納出三點：第一、不論樣本大小，模式(2)經移動平均後，無論級值序列或原始序列，其非常態資料在週期偵測的精確性上，均比常態資料好；第二、不論樣本大小及噪音項之變數，級值序列經移動平均後，在週期偵測精確性上仍然比原始序列為佳；第三、在一階移動平均中，級值序列週期偵測之精確性比原始序列好時，其經移動平均後，其結果仍為較好。

3.2.2 單週期長記憶模式(k-factor GARMA Model) 之週期偵測結果與討論

長記憶模式亦是時間序列上重要的一環，在此將以 k-factor GARMA Model 做為本研究對長記憶模式的探討依據。

(1)所使用之合成資料

模式如下：

模式 3： $(1-2UB+B^2)^{\lambda} X_t = a_t$ ， $U = \cos(2\pi/6)$

模式 4： $(1-2UB+B^2)^{\lambda} X_t = a_t$ ， $U = \cos(2\pi/12)$

樣本大小：60、120 及 240。

振幅 (λ)：0.45,0.4,0.35,0.3,0.25,0.2,0.15。

組數：100 組合成資料。

(2)結果與討論

經 Fisher 檢定的結果可知在常態資料中，原始序列與級值序列週期通過檢定的組數不相上下；而在非常態資料時，無論樣本大小，級值序列週期通過檢定的組數約比原始序列提升 3%~8%(約多偵測到 3 至 8 組)，此亦在平均值 $\bar{T}$ 及 MSE 中展現出，級值序列之 100 組週期平均值 $\bar{T}$ 較接近理論值，且 MSE 較小。並進一步發現，隨樣本數的增加，不論原始序列或級值序列，其週期偵測能力亦隨之提升。

四、實測資料之頻譜分析

4.1 級值序列於週期檢定之助益

太陽黑子資料 (Wolfer Sunspot Data for year 1770 through 1869, Box and Jenkins 1976, Page 530) 分別以原始序列及級值序列做週期之判定，其檢定結果原始序列偵測得週期為 10 年，級值序列偵測得週期為 11.11 年，此與天文學家所提相同，可知級值序列在週期檢定上確實有其功效。另外，於圖 1 中可得，無論原始序列或級值序列 (o.s.) 其自相關函數(ACF)與部份自相關函數(PACF)之變化趨勢則非常相似，尤其因太陽黑子資料之邊際分布為具偏態時，級值序列自相關函數之絕對值，較原始序列自相關函數之絕對值為大。而亦可由組體圖知，其轉為均勻分布 (uniform distribution)，並於時間序列之資料圖上亦可看出，轉為級值序列後，其資料圖亦有較明顯的週期出現 (資料圖較為平滑)。原始序列真實展現資料之所有可能的週期，但卻無法看出較顯著之週期；利用級值序列存在凸顯週期之特性，將原始序列與級值序列所找出的週期做一交集可得到可能週期中較顯著之週期。

4.2 實測資料之選用原則

於實測資料部份，本研究共收集本省各流域雨量站日雨量資料 832 站資料，為求提高分析結果之可靠性，首先將全省雨量站分北、中、南、東四區，選取各區每站雨量資料至少 30 年以上，對缺失資料不予以補遺，因此，對不連續資料取其連續部份記錄年數較大者，若仍不大於 30 年，則刪除此資料。另外，年水文量之整理為乾季(本年 11 月至次年 4 月)。最後，將各區日雨量站資料依年數長度排序，優先挑出各區日雨量站資料之最長 15 站 (共 60 站)。

在水文乾旱分析方面，除分析乾季之降雨量資料外，並根據水文年資料，分別求出各站各年的年平均雨量，再以年平均雨量及 1.5 倍之年平均雨量為其切割水準，每年選取小於切割水準的最長連續不降雨日數為當年之資料，進而可得各站之最長連續不降雨日數資料，最後以頻譜分析處理各站及分區之資料。

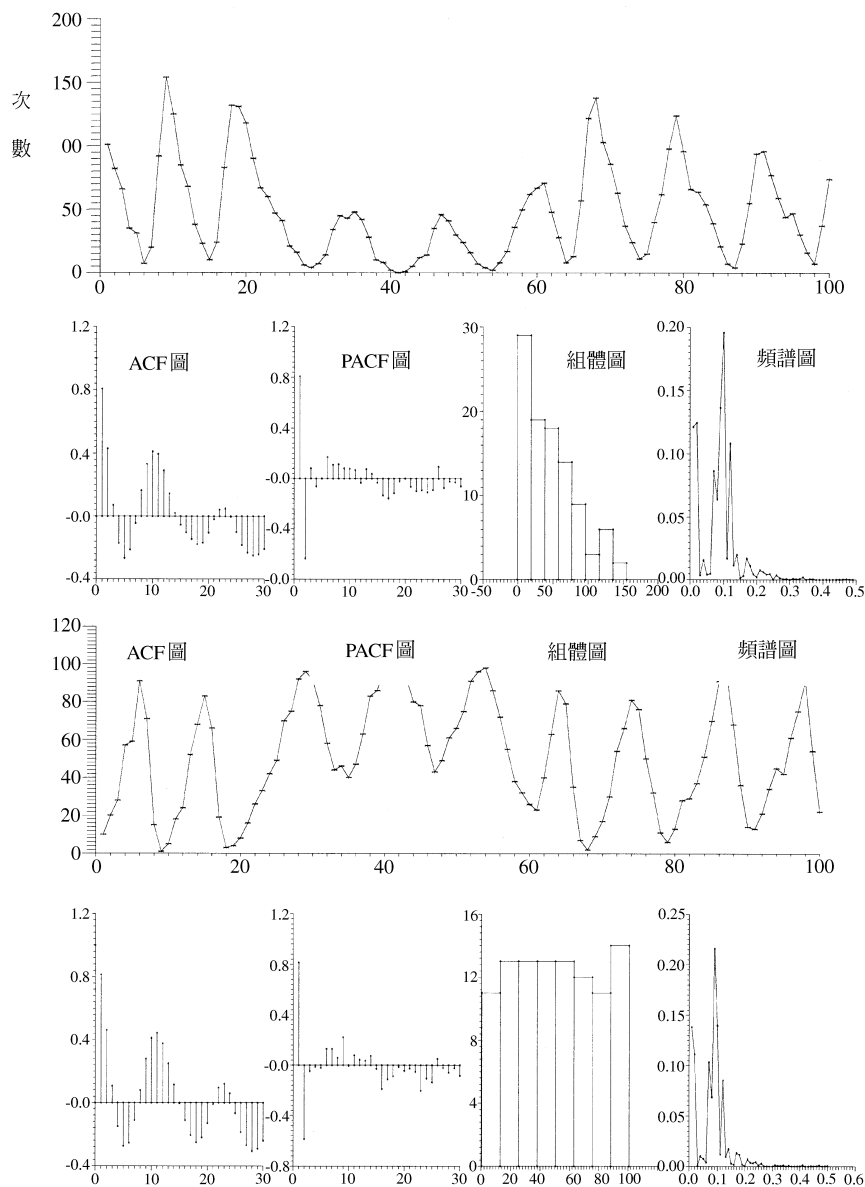


圖 1 太陽黑子特性圖（上：原始序列、下：級值序列）

4.3 實測資料之分析步驟

本研究對實測資料採乾季降雨量及分區外；另外，分別選取切割水準為年平均和年平均之 1.5 倍之最長連續不降雨日數做為水文乾旱分析之資料；其分析方法以原始序列及級值序列配合移動平均法做頻譜分析。

首先，將區域性資料進行頻譜分析，其分析

步驟如下：

- (1) 將分區後的各站年雨量資料進行頻譜 (normalized periodogram) 推估，進行推估時，須將各站資料個數補至 100 個（因資料最長者為 100 年），其所補的資料均以 0 補之（此時數列的平均值為 0，若數列具平均值 μ ，則須以 μ 取代之），縱使移動平

表 4 年雨量資料(乾季)之原始序列及級值序列週期結果表

單位：年

	顯著水準 99% 所得之週期(乾季)					
	原始序列			級值序列		
	1 階	2 階	3 階	1 階	2 階	3 階
北	2.44	50.00	50.00	2.44	50.00	50.00
	50.00	25.00	25.00	50.00	25.00	25.00
	25.00	16.67	16.67	3.13	14.29	16.67
	2.94	8.33	8.33	25.00	8.33	8.33
	2.33			2.04		
				2.86		
中	50.00	50.00	50.00	50.00	50.00	50.00
	3.03	7.69	7.69	3.03	16.67	16.67
	2.33	14.29	14.29	2.78	7.69	7.69
	2.44	11.11	11.11	2.38	11.11	11.11
	7.69					
	2.13					
南	2.33	50.00	50.00	7.14	7.14	7.14
	3.03	7.14	7.14	3.03	50.00	50.00
	7.14	16.67	16.67	2.33	16.67	16.67
	50.00	10.00	10.00	2.78	10.00	10.00
	2.44					
	2.13					
東	2.44	7.14	50.00	2.44	16.67	16.67
	7.14	16.67	16.67	3.85	50.00	50.00
		50.00	7.14	16.67	7.14	7.14
		25.00	25.00		5.56	11.11
		11.11	11.11		11.11	5.56

均後,其所損失之資料亦是補齊至 100 個,其因資料若存在相同的週期時,可能因資料長短的差異或因移動平均造成資料的減縮後,於頻譜圖上尖峰 (peak) 所展現的頻率會因此而有所差異,尤其在低頻區,其差異更大,故將資料補遺之目的為將存在的相同頻率做一展現,避免推估誤差。

- (2)將各區 15 站於不同頻率上之頻譜值做累加,如下所示:

$$\bar{I}(\omega_k) = \sum_{j=1}^{15} I(\omega_{kj}) \quad k = 1, 2, \dots, [n/2]$$

根據卡方分布之特性可知 $\bar{I}(\omega_k)$ 為一自由度 $\nu = 30$ 之卡方分布

$$\begin{aligned} E(X) &= \nu = 30 \\ \text{其統計量如下:} \\ \text{VAR}(X) &= 2\nu = 60 \end{aligned}$$

當 $\bar{I}(\omega_k)$ 之自由度 ν 夠大時趨近於常態分布,選取顯著水準 $\alpha = 0.01$ 可得分布之上界值 $U(X_\alpha = 2.575)$

$$U = \mu_x + \sigma_x X_\alpha = 30 + \sqrt{60} \times 2.575 = 49.94586$$

- (3)將 $\bar{I}(\omega_k)$ $k = 1, 2, \dots, [n/2]$ 中所有極大值且其值大於上界值 U 之頻譜值對應之週期為可能週期
- (4)取各站資料之級值做為序列,同樣利用上述的步驟做分析,可得出級值序列之可能週期(列於表 4、表 5)。

表 5 最長不降雨日數($R < \text{AVG}$ 、 $R < 1.5\text{AVG}$)之原始序列及級值序列週期結果表

單位：年

	$R < \text{AVG}$ (顯著水準 99%)						$R < 1.5 * \text{AVG}$ (顯著水準 99%)					
	原始序列			級值序列			原始序列			級值序列		
	1 階	2 階	3 階	1 階	2 階	3 階	1 階	2 階	3 階	1 階	2 階	3 階
北	2.86	11.11	11.11	2.86	11.11	11.11						
	4.76	20.00	20.00	2.50	16.67	16.67						
	2.50	9.09	9.09	2.33	8.33	8.33						
		7.14	7.14		7.14	7.14						
		4.76										
中	5.00	33.33	33.33	5.00	16.67	16.67	33.33	33.33	33.33	33.33	33.33	33.33
	2.00	16.67	16.67	2.00	33.33	33.33	5.00	9.09	9.09	5.00	11.11	11.11
	33.33	11.11	11.11	16.67	9.09	9.09	2.78	11.11	11.11	2.78	9.09	9.09
		5.00	9.09		5.00	11.11	4.55	5.00	16.67		2.00	16.67
		9.09	5.00		11.11	5.00		16.67	5.00		16.67	5.00
		7.69	7.69						7.69		5.56	7.69
											7.69	
南	33.33	33.33	33.33	5.00	33.33	33.33	33.33	33.33	33.33	33.33	33.33	33.33
	2.33	5.00	11.11	33.33	5.00	5.00	2.33	8.33	8.33	2.33	8.33	8.33
	5.00			2.00		12.50	2.00	10.00	10.00	2.00	5.88	10.00
	2.00			2.33				5.88			10.00	
								5.26				
東	5.00	25.00	25.00	2.44	25.00	25.00	2.38	25.00	25.00	5.00	20.00	20.00
		11.11	11.11	5.00	10.00	10.00		11.11	11.11		10.00	10.00
		5.00			5.00			7.69	7.69		5.00	

(5) 將原始序列與級值序列所找出之可能週期做交集(列於表 6)。

4.4 實測資料之結果與討論

本研究主要的目標在於大週期之探討，因此實測資料之結果只探討移動平均 2 階、3 階的部份，在乾季年雨量及兩種切割水準三種情況下，可得各區之顯著週期(列於表 7)：

乾季：

北區：8.33 年、25 年、50 年。

中區：7.69 年、11.11 年、50 年。

南區：7.14 年、10 年、16.67 年、50 年。

東區：7.14 年、11.11 年、16.67 年、50 年。

切割水準為年平均雨量之最長不降雨日數：

北區：7.14 年、11.11 年。

中區：5 年、9.09 年、11.11 年、16.67 年、33.33 年。

南區：33.33 年。

東區：25 年。

切割水準為 1.5 倍的年平均雨量之最長不降雨日數：

北區：無。

中區：5 年、9.09 年、11.11 年、16.67 年、33.33 年。

南區：8.33 年、10 年、33.33 年。

東區：無。

表 6 年雨量資料(乾季)與最長不降雨日數($R < \text{AVG}$ 、 $R < 1.5\text{AVG}$)之原始序列及級值序列交集週期結果表

單位：年

	顯著水準 99% ($\alpha = 0.005$)								
	乾季			$R < \text{AVG}$			$R < 1.5\text{AVG}$		
	1 階	2 階	3 階	1 階	2 階	3 階	1 階	2 階	3 階
北	2.44	50.00	50.00	2.86	11.11	11.11			
	50.00	25.00	25.00	2.50	7.14	7.14			
	25.00	8.33	16.67		4.76				
			8.33						
中	50.00	50.00	50.00	5.00	33.33	33.33	33.33	33.33	33.33
	3.03	7.69	7.69	2.00	16.67	16.67	5.00	9.09	9.09
		11.11	11.11		11.11	11.11	2.78	11.11	11.11
					5.00	9.09		5.00	16.67
					9.09	5.00		16.67	5.00
									7.69
南	2.33	50.00	50.00	33.33	33.33	33.33	33.33	33.33	33.33
	3.03	7.14	7.14	2.33	5.00		2.33	8.33	8.33
	7.14	16.67	16.67	5.00			2.00	10.00	10.00
	10.00	10.00		2.00				5.88	
東	2.44	7.14	50.00	5.00	25.00	25.00			
		16.67	16.67		5.00				
		50.00	7.14						
		11.11	11.11						

表 7 年雨量資料(乾季)與最長不降雨日數($R < \text{AVG}$ 、 $R < 1.5\text{AVG}$)之 2 階、3 階交集週期結果表

單位：年

北			中			南			東		
乾季	$R < \text{Avg}$	$R < 1.5 \text{ Avg}$	乾季	$R < \text{Avg}$	$R < 1.5 \text{ Avg}$	乾季	$R < \text{Avg}$	$R < 1.5 \text{ Avg}$	乾季	$R < \text{Avg}$	$R < 1.5 \text{ Avg}$
8.33	7.14		7.69	5.00	5.00	7.14	33.33	8.33	7.14	25.00	
25.00	11.11		11.11	9.09	9.09	10.00		10.00	11.11		
50.00			50.00	11.11	11.11	16.67		33.33	16.67		
				16.67	16.67	50.00			50.00		
				33.33	33.33						

其中特別針對年雨量資料中的乾季可能週期與水文乾旱資料中兩種切割水準可能週期做各區之交集，結果發現中區兩種切割水準皆存在 11.11 年的週期，南區切割水準為 1.5 倍年平均雨量時存在 10 年的週期；而北區與東區同樣都沒有交集。

五、結論

在合成資料方面，單週期之調和函數數列、或單週期調和函數數列經移動平均後，無論常態或非常態資料，其週期偵測之精確性，均以級值序列較佳，且以二階之精確性最好；而單週期長

記憶模式數列，則以非常態級值序列較優異；在常態資料時，不論原始序列或級值序列，其結果不相上下。

級值序列在合成資料上已充分展現其優異性；進一步應用於實測資料上，將原始序列所得之結果與級值序列所得之結果交集，再針對年雨量資料中的乾季可能週期與水文乾旱資料中兩種切割水準可能週期做各區之交集，結果發現中區存在 11.11 年的週期，南區存在 10 年的週期；而北區與東區同樣都沒有交集。由於臺灣地區中部及南部降雨集中於颱風、梅雨期間且為期極短，乾旱情形明顯；而北部及東部由於降雨頻繁且為期長，較沒有明顯之乾旱情形；此現象正可說明本研究於北區及東區之週期檢定結果。

參考文獻

1. 莊明德，「級值序列法應用於非常態水文時間序列之分析」，博士論文，民國 88 年 6 月。
2. 許書平，「氣候變遷對水資源之衝擊—雨量分析」，碩士論文，民國 86 年 6 月。
3. 林豪彥，「水文資料週期之探討—級值序列方法」，碩士論文，民國 89 年 6 月。
4. 何琮裕，「長記憶性 k-factor GARMA 模式之研究」，碩士論文，民國 89 年 6 月。
5. 「台灣乾旱週期之研究」，水資會，民國 80 年。
6. 莊秉潔、吳明進、劉啟清、陳世煥，「台灣區域性氣候變化」，全球變遷通訊雜誌，民國 84 年 9 月，P.17~28。
7. 陳正改，「台灣梅雨期之降水特性及其雨量預測」，台灣水利，第 31 卷，第一期，民國 82 年。
8. 蔡清彥，「台灣地區梅雨期雨量年際變化之分析研究」，行政院國家科學委員會防災科技研究報告 76-04 號，民國 76 年 8 月。
9. Clegg, S. L. & Wigley, T. M.L. (1984). Periodicities in precipitation in Northeast China. *Geophys. R. Letters*, 11, 1219.
10. Hamseed, S. et al. (1983). An analysis of periodicities in the 1470 to 1974 Beijing precipitation record. *Geophys. R. Letters*, 10, 436-9.
11. Manley, G. (1974). Central England temperature: monthly means 1659 to 1973. *Q.J.R. Met. Sco.*, 100, 389-405.
12. May, B. R. & Hitch, T. J. (1989). Periodic variation in extreme hourly rainfall in the UK. *Met. Mag.*, 118, 45-50.
13. Tabony, R. C. (1979). A spectral filter analysis of long period records in England and Wales. *Met. Mag.*, 108, 102-12.
14. H.-L. Chen & A. R. Rao (1998). Periodicity in midwest US climate data: the Hale cycle signal or the luni-solar signal ?. *Stochastic Hydrology and Hydraulic.*, 205-222.
15. Wayne A. Woodward, Q. C. Cheng & H. L. Gray (1998). A k-Factor GARMA Long-Memory Model . *Journal of Time Series Analysis*. Vol. 19, No. 4.
16. Wei, W. S. (1990), *Time Series Analysis*, Addison-Wesley, New York.
17. Box, G. E. & Jenkins, G. M. (1976), *Time Series Analysis Forecasting and Control*, 3rd ed. Printice Hall, New Jersey, 1994.

收稿日期：民國 89 年 10 月 20 日

接受日期：民國 89 年 11 月 3 日