

## 未飽和層土壤水份遲滯效應之研究

### The Effect of Hysteresis on Moisture in Unsaturated Soil

國立台灣大學農業工程學研究所  
博士生

中國技術學院土木工程科  
副教授

國立台灣大學農業工程學系  
教授暨水工試驗所研究員

黃漢誠

陳主惠

譚義績

Han-Chen Huang

Chu-Hui Chen

Yih-Chi Tan

#### 摘要

在未飽和土壤水份的傳輸現象中，水份移動的水力特性是相當重要的，此特性取決於土壤含水量及土壤類型等因素，未飽和土壤水份會因乾燥、濕潤交替的歷程而發生遲滯現象，一般在土壤水份估計的計算上，多未能真實反應實際的土壤水份變化情形，要能準確的計算則必須在乾燥、濕潤歷程交替變化的環境中考慮遲滯現象的發生及其所造成之未飽和水力傳導係數、比水容積及保水特性的變動。

本文基於 van Genuchten(1980)土壤保水曲線模式及 Mualem(1976)未飽和水力傳導係數模式，加以推演使之可運用於遲滯問題，透過簡單便捷的方式計算遲滯效應對土壤水力特性的影響，透過五組土壤保水實驗數據與模式預測之比較，探討未飽和土壤之保水特性、水力傳導係數及比水容積在乾燥、濕潤歷程下的變化；研究顯示在乾燥、濕潤交替循環的歷程中土壤之未飽和水力特性的變化並非以唯一關係存在，在實際環境中應加以考慮，本文提出之土壤水份保水曲線模式能適度反應遲滯現象之土壤水份變化情形，並且比水容積與張力水頭的關係可得較準確之估計，而模式所推演之未飽和水力傳導係數可將乾燥、濕潤狀態之水份傳輸關係明朗化。

**關鍵詞：**遲滯現象，保水曲線，水力傳導係數，比水容積。

#### ABSTRACT

In order to solve the transport of water in the unsaturated soil, the hydraulic property must be available, that property is very much dependent on the moistures and nature of soils. In unsaturated soils, hysteresis is an important phenomenon affecting water flow, and the effect should be taking into account during wetting and drying processes. Hysteresis has important effects in the field and can not be neglected. Most studies are

ignored about hysteresis because of complication. The prediction of soil water balance can be improved by taking hysteresis into account under diurnally varying environmental conditions that involved alternative wetting and drying. The model based on a combination of van Genuchten's parametric model (1980) and mualem's parametric model (1976), we estimate the hysteresis models of unsaturated hydraulic conductivity and specific capacity in the unsaturated soil when infiltration and evaporation.

**Keywords:** Hysteresis, Soil-moisture-retention curve, Hydraulic conductivity, Specific water capacity.

## 一、前 言

未飽和土壤含水量的多寡對於植物的生長、作物的灌溉是相當重要的因子，但在真實環境中土壤含水量會隨入滲、蒸發等水文現象而改變，在處理未飽和層中水份的入滲及蒸發的問題上，大多數的情形皆可採用理查方程式(Richards equation)加以描述，此方程式是研究土壤中水流流動普遍被接受的理論依據(Ross, 1990)，方程式以一維垂直方向並依不同之變數型式可寫為下列型式：

(1)以土壤體積含水比 $\theta$ 、張力水頭 $\psi$ 為變數之混合型方程式為：

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} [k \frac{\partial \psi}{\partial z} + k] \quad \dots\dots\dots(1)$$

其中 $t$ 為時間， $z$ 為垂直方向， $k$ 為未飽和水力傳導係數。

(2)以張力水頭 $\psi$ 為變數之單一型方程式為：

$$C \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} [k \frac{\partial \psi}{\partial z} + k] \quad \dots\dots\dots(2)$$

其中 $C = \frac{\partial \theta}{\partial \psi}$ ，稱為比水容積(Specific water capacity)，其值為土壤保水曲線之曲線斜率。

在上兩式中，不管運用哪一式去處理土壤水份移動的問題，首先必須先瞭解土壤體積含水比與張力水頭之關係[ $\psi(\theta)$ 或 $\theta(\psi)$ ]及土壤體積含水比或張力水頭與未飽和水力傳導係數之關係[ $k(\theta)$ 或 $k(\psi)$ ]，在以往大多數研究中，針對

$\psi(\theta)$ 與 $k(\theta)$ 或 $k(\psi)$ 之關係多將之視為唯一函數，意即上述關係並不因歷程的變化而有所不同，遲滯現象是不存在的，且有相當數量的研究皆採用 van Genuchten (1980) 土壤水份參數模式及 Mualem (1976) 未飽和水力傳導係數模式來描述土壤水力特性之關係。

van Genuchten (1980)的土壤水份參數模式如下：

$$\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = (1 + |\alpha\psi|^n)^{-m} \quad \text{當 } \psi < 0$$

$$\theta = \theta_s \quad \text{當 } \psi \geq 0 \quad \dots\dots\dots(3)$$

此處

$\theta$  為土壤體積含水比。

$\theta_s$  為土壤飽和體積含水比。

$\theta_r$  為土壤殘餘體積含水比。

$\alpha$  為曲線形狀因子一。

$n$  為曲線形狀因子二。

$m$  為曲線形狀因子三，並且 $m = 1 - (1/n)$ 。

Mualem (1976) 之未飽和相對水力傳導係數模式可寫為：

$$k_r(\theta) = \left( \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{0.5} \left\{ 1 - \left[ 1 - \left( \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{\frac{1}{m}} \right]^m \right\}^2 \quad \text{當 } \theta < \theta_s$$

$$k_r(\theta) = 1 \quad \text{當 } \theta = \theta_s \quad \dots\dots\dots(4)$$

將(3)式對 $\psi$ 微分可進一步得到(2)式中之比水容積 $C$ ，其關係式如下：

$$C = \alpha(\theta_s - \theta_r)(n-1)|\alpha\psi|^{n-1}[1 + |\alpha\psi|^n]^{\frac{1}{n}-2} \dots(5)$$

本文即採用上述關係，並將以推演以形成適用於遲滯問題之型式。

## 二、文獻回顧

未飽和土壤含水量的多寡會隨入滲、蒸發等水文現象而改變，並且其變化過程中並非是遵循同一條土壤保水曲線（圖 1a、圖 1b），在主要乾燥曲線(Main drying curve)及主要濕潤曲線(Main wetting curve)之外，尚有首次改變狀態的第 I' 乾燥曲線(Primary drying curve)（由濕潤狀態變為乾燥狀態）及首次改變狀態的第 I 濕潤曲線(Primary wetting curve)（由乾燥狀態變為濕潤狀態），並且有無數在乾、濕狀態交替變化的水份曲線(Scanning curve)，此現象即為土壤水份的遲滯現象(Hysteresis)，一般的研究為避免其複雜性多將之忽略，但在入滲及蒸發兩種不同歷程接替的問題是不容忽視的，要能準確的計算則必須考慮遲滯現象(Beese and van der Ploeg, 1976)。

一般在土壤水份變化的計算上若要能符合實際土壤水份情形，則應將乾燥、濕潤歷程交替的變動加以考慮(Beese and van der Ploeg, 1976)，發展之模式必須能預測出乾、濕歷程中水份掃描循環曲線的形狀及型式，並且在反覆的歷程中能避免乾濕往返效應的發生。以往遲滯問題的分析方法可分為三部分(1)理論方法(2)經驗方法(3)數值模擬。

在理論方法的研究中有：

孔隙區間獨立法(Topp, 1969；Mualem, 1974；Parlange, 1976、1980)：此理論方法乃架構於土壤中孔隙群並不發生相互影響，乃以統計方法分析乾燥及濕潤時孔隙半徑的大小而成。

孔隙區間相依法(Mualem and Dagan, 1975；Kool and Parker (1987)：此分析方法乃延伸孔隙區間獨立法，並且加以考量孔隙間的相互影響及其作用而形成。

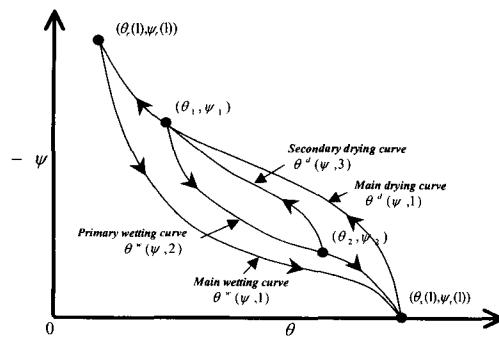


圖 1a 土壤水份遲滯現象示意圖

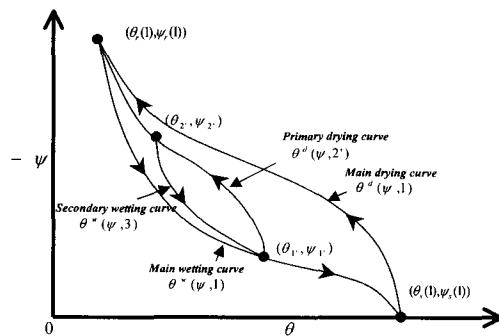


圖 1b 土壤水份遲滯現象示意圖

修正型孔隙區間相依法(Kool and Parker, 1987)：提出修正型孔隙區間相依法，並比較其與經驗模式的優缺點。

雖然上述理論皆由孔隙大小及分佈情形的概念模式而形成，在理論方析可稱之完備，但在實際量測土壤孔隙尺寸及分佈情形是有其困難。

在經驗方法的提出有 Ibrahim and Brutsaert (1968)、Gillhan et al. (1976)、Scott et al. (1983) 等，上述學者假設土壤水份遲滯曲線中的水份掃描曲線與主要的乾燥及濕潤曲線的形狀有關，並且需事先求得主要乾燥及濕潤曲線之參數值，在應用上是較為容易的。

在數值模擬的研究上有 Pickens and Gillhan (1980)、Jaynes (1985)、Kool and Parker (1987) 等，皆先後針對遲滯水份流動的數值模擬加以研究，其中 Pickens and Gillham (1980) 提出二維度模式並建立土壤保水曲線隨乾燥、濕潤變動之關

係，並以一維度方式進行模擬，但研究中並未針對水力傳導係數的遲滯特性做出研究，不過其研究已近乎實際情形。Jaynes (1985)指出乾濕往返效應的出現會使土壤水份的計算產生低估的情形，其運用四種方法加以計算遲滯水份曲線，發現坡度法(slope method)及點法(Point method)在乾、濕歷程變化中會有乾濕往返效應的產生，會形成土壤含水量低估之情形，而線性法(Linear method)雖然不會有乾濕往返效應的困擾，但無法計算乾、濕歷程變化時土壤含水量的差異，而第二模式法(Model II method)能避免乾濕往返效應的出現。

本研究方法乃假設土壤水份遲滯曲線中的水份掃描曲線與主要的乾燥及濕潤曲線的形狀有關，在事先求得主要乾燥及濕潤曲線參數值的前提下進行水份掃描曲線的預測，並且進一步考量水力傳導係數及比水容積的遲滯特性。

### 三、理論方法

在以往的研究中已有相當多的學者提出保水曲線的數學表示式，如 Brook and Corey (1964、1966)、King (1965)、van Genuchten (1980) 等，但其中以 van Genuchten 土壤水份參數模式是較能反應土壤保水曲線的形狀及型式的，本文在此前提之下採用 van Genuchten 土壤水份參數模式為基礎，並假設水份遲滯曲線之中各組土壤保水曲線（乾燥或濕潤）具備相同的形狀因子之下，推演遲滯現象之各種不同狀態的水份特性。

本文假設每組遲滯水份掃描曲線的型式可由(3)式套配，並且每一條乾燥或濕潤曲線皆具備相同的形狀因子，意即每一條乾燥曲線之 $\alpha^d$ 、 $n^d$ (上標 d 表乾燥歷程)維持定值，每一條濕潤曲線之 $\alpha^w$ 、 $n^w$ (上標 w 表濕潤歷程)亦保持定值，而 $\alpha^d$ 、 $n^d$ 值的求取可透過土壤保水曲線之主要乾燥曲線實驗數據迴歸得知，而 $\alpha^w$ 、 $n^w$ 值的求取可透過保水曲線之主要濕潤曲線實驗數據迴歸得知。

若土壤水份遲滯曲線中令主要乾燥曲線為  $\theta^d(\psi,1)$ ，主要濕潤曲線為  $\theta^w(\psi,1)$ ，第 1 濕潤曲線為  $\theta^w(\psi,2)$ ，第 2 乾燥曲線為  $\theta^d(\psi,3)$ ，如圖

1a 所示，若主要乾燥曲線  $\theta^d(\psi, 1)$  自點  $(\theta_1, \psi_1)$  開始濕潤，則第 1 濕潤曲線  $\theta^w(\psi, 2)$  可依據(3)式寫為：

$$\frac{\theta - \theta_r(2)}{\theta_s(2) - \theta_r(2)} = (1 + |\alpha^w \psi|^{n^w})^{-m^w} \dots \dots \dots (6)$$

因  $\theta^w(\psi, 2)$  通過  $(\theta_1, \psi_1)$  及  $(\theta_s(1), \psi_s(1))$ ，故可分列兩方程式如下：

$$\frac{\theta_1 - \theta_r(2)}{\theta_c(2) - \theta_r(2)} = (1 + |\alpha^w \psi_1|^{n^w})^{-m^w} \dots \quad (7)$$

$$\frac{\theta_s(1) - \theta_r(2)}{\theta_s(2) - \theta_r(2)} = (1 + |\alpha^w \psi_s(1)|^{n^w})^{-m^w} \dots \dots \dots (8)$$

透過(7)及(8)式的聯立求解是可解得  $\theta_r(2)$  及  $\theta_s(2)$  兩未知數，故而由『 $\theta_s(2)$ 、 $\theta_r(2)$ 、 $\alpha^w$ 、 $n^w$ 』可適當的表現第 1 濕潤曲線  $\theta^w(\psi_2)$ 。

以此類推，可簡單的推演由主要乾燥曲線發展出之各組濕潤（或乾燥）曲線之通式型式：

第  $2i+1$  濕潤曲線寫為：

$$\frac{\theta - \theta_r(2i+2)}{\theta_r(2i+2) - \theta_r(2i+2)} = (1 + |\alpha^w \psi|^{n^w})^{-m^w} \dots \dots \dots (9)$$

第  $2i+2$  乾燥曲線寫爲：

$$\frac{\theta - \theta_r(2i+3)}{\theta_r(2i+3) - \theta(2i+3)} = (1 + |\alpha^d \psi|^{n^d})^{-m^d} \quad \dots \dots \dots (10)$$

以上  $i=0, 1, 2, 3$

同理，當主要濕潤曲線自點 $(\theta_1, \psi_1)$ 開始乾燥（如圖1b所示），第1'乾燥曲線 $\theta^d(\psi, 2')$ 依據(3)式寫為：

$$\frac{\theta - \theta_r(2^t)}{\theta_r(2^t) - \theta_r(2^t)} = (1 + |\alpha^d \psi|^{n^d})^{-m^d} \quad \dots \dots \dots (11)$$

因  $\theta^d(\psi, 2')$  通過  $(\theta_1, \psi_1)$  及  $(\theta_r(1), \psi_r(1))$ ，故有兩  
方程組如下：

$$\frac{\theta_{l'} - \theta_r(2')}{\theta_r(2') - \theta_l(2')} = (1 + |\alpha^d \psi_{l'}|^{n^d})^{-m^d} \dots \quad (12)$$

$$\frac{\theta_r(1) - \theta_r(2')}{\theta_r(2') - \theta_r(2')} = (1 + |\alpha^d \psi_r(1)|^{n^d})^{-m^d} \quad \dots \dots \dots (13)$$

由(12)及(13)式可聯立解得  $\theta_r(2')$  及  $\theta_s(2')$ ，故而  
由『 $\theta_s(2')$ 、 $\theta_r(2')$ 、 $\alpha^d$ 、 $n^d$ 』可適當的表現  
第1'乾燥曲線  $\theta^d(\psi, 2')$ 。

如此類推，可簡單的推演主要濕潤曲線發展出之各濕潤（或乾燥）曲線之通式型式：

第  $(2i+1)'$  乾燥曲線寫爲：

$$\frac{\theta - \theta_r((2i+2)')}{{\theta_s((2i+2)') - \theta_r((2i+2)'})} = (1 + |\alpha^d \psi|^{n^d})^{-m^d} \quad (14)$$

第  $(2i+2)'$  濕潤曲線寫爲：

$$\frac{\theta - \theta_r((2i+3)')}{{\theta}_s((2i+3)') - \theta_r((2i+3)'')} = (1 + |\alpha^w \psi|^{n^w})^{-m^w} \quad ..(15)$$

以上  $i=0, 1, 2, 3, \dots$ 。

至此，由上述關係可求得各種狀態轉換下之遲滯土壤保水曲線關係式。並且依據上述關係，當遲滯現象發生時，未飽和水力傳導係數模式根據(4)式應修正為：

#### 1. 主要乾燥曲線之未飽和水力傳導係數：

$$k_r(\theta) = \left( \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{0.5} \left\{ 1 - \left[ 1 - \left( \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{\frac{1}{m^d}} \right]^{m^d} \right\}^2 \quad (16)$$

由主要乾燥曲線發展出之第  $2i+1$  濕潤曲線之未飽和水力傳導係數：

$$k_r(\theta) = \left( \frac{\theta - \theta_r(2i+2)}{\theta_s(2i+2) - \theta_r(2i+2)} \right)^{0.5} \cdot \dots \dots \dots \quad (17)$$

由主要乾燥曲線發展出之第  $2i+2$  乾燥曲線之未飽和水力傳導係數：

$$k_r(\theta) = \left( \frac{\theta - \theta_r(2i+3)}{\theta_s(2i+3) - \theta_r(2i+3)} \right)^{0.5} \cdot \\ \left\{ 1 - \left[ 1 - \left( \frac{\theta - \theta_r(2i+3)}{\theta_s(2i+3) - \theta_r(2i+3)} \right)^{\frac{1}{m^d}} m^d \right]^2 \right\}^{1/m^d} \quad \dots \dots \dots (18)$$

## 2. 主要濕潤曲線之未飽和水力傳導係數：

$$k_r(\theta) = \left( \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{0.5} \left\{ 1 - [1 - \left( \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{\frac{1}{m^w}}]^m \right\}^w$$

.....(19)

由主要濕潤曲線發展出之第  $(2i+1)'$  乾燥曲線  
之未飽和水力傳導係數：

$$k_r(\theta) = \left( \frac{\theta - \theta_r((2i+2)\hat{)})}{\theta_s((2i+2)\hat{)} - \theta_r((2i+2)\hat{)})} \right)^{0.5} \cdot \\ \left\{ -[1 - \left( \frac{\theta - \theta_r((2i+2)\hat{)})}{\theta_s((2i+2)\hat{)} - \theta_r((2i+2)\hat{)})} \right)^{\frac{1}{m^d}}]^m \right\}^d \quad \dots \dots \quad (20)$$

由主要濕潤曲線發展出之第  $(2i + 2)'$  濕潤曲線  
之未飽和水力傳導係數：

$$k_r(\theta) = \left( \frac{\theta - \theta_r((2i+3)')} {\theta_s((2i+3)') - \theta_r((2i+3)')} \right)^{0.5} \bullet$$

$$\{1 - [1 - \left( \frac{\theta - \theta_r((2i+3)')} {\theta_s((2i+3)') - \theta_r((2i+3)')} \right)^{m^w}]^{m^w}\}^2 \quad \dots \dots \dots \quad (21)$$

以上  $i=0, 1, 2, 3, \dots$ 。

再者，當遲滯現象發生時，各種歷程下之比水容積  $C$  根據(5)式應修正為：

#### 1. 主要乾燥曲線之比水容積：

$$C = \alpha^d (\theta_s - \theta_r) (n^d - 1) |\alpha^d \psi|^{n^d - 1} [1 + |\alpha^d \psi|^{n^d}]^{\frac{1}{n^d} - 2} \dots \quad (22)$$

由主要乾燥曲線發展出之第  $2i+1$  濕潤曲線之比水容積：

$$(n^w - 1) \left| \alpha^w \psi \right|^{n^w - 1} [1 + \left| \alpha^w \psi \right|^{n^w}]^{\frac{1}{n^w} - 2} \dots \dots \dots \quad (23)$$

由主要乾燥曲線發展出之第  $2i+2$  乾燥曲線之比水容積：

$$(n^d - 1) |\alpha^d \psi|^{n^d - 1} [1 + |\alpha^d \psi|^{n^d}]^{\frac{1}{n^d} - 2} \dots \quad (24)$$

### 2. 主要濕潤曲線之比水容積：

$$C = \alpha^w (\theta_s - \theta_r) (n^w - 1) |\alpha^w \psi|^{n^w - 1} [1 + |\alpha^w \psi|^{n^w}]^{\frac{1}{n^w} - 2}$$

表1 土壤主要遲滯曲線參數值

	$\theta_s$ 土壤饱和 含水比	$\theta_r$ 土壤殘餘 含水比	$\alpha^d [cm^{-1}]$ 乾燥狀態之土 壤保水曲線形 狀因子一	$n^d$ 乾燥狀態之土 壤保水曲線形 狀因子二	$\alpha^w [cm^{-1}]$ 濕潤狀態之土 壤保水曲線形 狀因子一	$n^w$ 濕潤狀態之土 壤保水曲線形 狀因子二
土壤一 (Rubicon Sandy Loam)	0.381	0.166	0.0105	5.169	0.042	2.329
土壤二 (Sand)	0.272	0.090	0.0415	6.069	0.064	4.789
土壤三 (Dune Sand)	0.300	0.097	0.030	8.590	0.052	4.950
土壤四 (Caribou Silt loam)	0.441	0.313	0.0090	3.359	0.040	2.179
土壤五 (Sand Soil)	0.306	0.085	0.0240	15.760	0.042	6.040

由主要濕潤曲線發展之第  $(2i+1)'$  乾燥曲線比水容積：

$$C = \alpha^d(\theta_s((2i+2)') - \theta_r((2i+2)')) \cdot \\ (n^d - 1) |\alpha^d \psi|^{n^d-1} [1 + |\alpha^d \psi|^{n^d}]^{\frac{1}{n^d}-2} \quad \dots \dots \dots \quad (26)$$

由主要濕潤曲線發展出第  $(2i+2)'$  濕潤曲線比水容積：

$$C = \alpha^w(\theta_s((2i+3)') - \theta_r((2i+3)')) \cdot \\ (n^w - 1) |\alpha^w \psi|^{n^w-1} [1 + |\alpha^w \psi|^{n^w}]^{\frac{1}{n^w}-2} \quad \dots \dots \dots \quad (27)$$

以上  $i=0, 1, 2, 3, \dots$ 。

理論模式分別針對上述土壤之主要乾燥曲線及主要濕潤曲線實驗數據加以迴歸，得到之參數值『 $\theta_s$ 、 $\theta_r$ 、 $\alpha^d$ 、 $n^d$ 、 $\alpha^w$ 、 $n^w$ 』列表1，本文即以表1之參數值為基準，進行水份遲滯迴圈內掃描曲線的預測，並與五組實驗數據相互比較，但前人之實驗除土壤五進行第1'濕潤曲線  $\theta^w(\psi, 2)$ 、第1'乾燥曲線  $\theta^d(\psi, 2')$  及第2'濕潤曲線  $\theta^w(\psi, 3)$  實驗外，其餘僅進行第1'濕潤曲線  $\theta^w(\psi, 2)$  及第1'乾燥曲線  $\theta^d(\psi, 2')$  的分析，第1'濕潤曲線  $\theta^w(\psi, 2)$  及第1'乾燥曲線  $\theta^d(\psi, 2')$  的模式預測與實驗量測值之比較於圖2~圖6示之，第2'濕潤曲線  $\theta^w(\psi, 3)$  的模式預測與實驗量測值之比較於圖7a示之。

## 2. 模式驗證之結果與討論

### 2-1 第1'濕潤曲線 $\theta^w(\psi, 2)$ 及第1'乾燥曲線 $\theta^d(\psi, 2')$ 模式驗證之結果與討論

(1)由前人之實驗可知土壤水份與張力水頭之關係會隨不同歷程(乾燥或濕潤)而改變，其關係絕非唯一，並且各種土壤之保水曲線經本文迴歸分析得到之參數值有下列現象：

乾燥曲線之形狀因子一( $\alpha^d$ )皆小於濕潤曲線之形狀因子一( $\alpha^w$ )。

乾燥曲線之形狀因子二( $n^d$ )皆大於濕潤曲線之形狀因子二( $n^w$ )。

## 四、遲滯模式之分析與探討

### (一) 模式驗證與探討

#### 1. 模式驗證

本文採用五組前人研究之土壤水份遲滯實驗來驗證本文之理論模式，各組實驗所用之土壤為：

土壤一：Rubicon Sandy Loam (Topp, 1969)。

土壤二：Sand (Y.Mualem, 1974)。

土壤三：Dune Sand (Jaynes, 1985)。

土壤四：Caribou Silt Loam (Topp, 1971)。

土壤五：Sand Soil (Bomba and Miller, 1967)

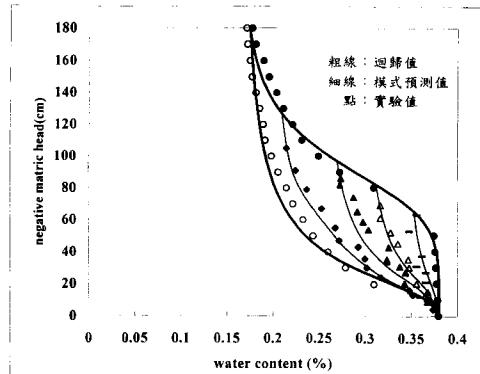


圖 2a 土壤一之遲滯效應實驗值與模式預測值比較  
圖

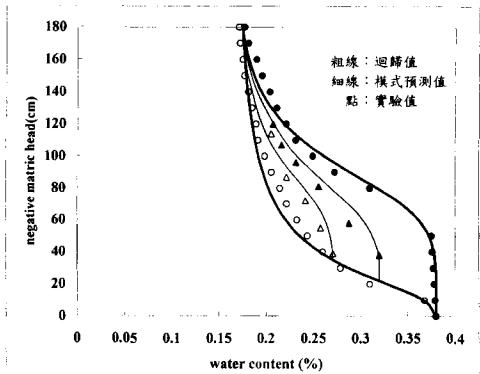


圖 2b 土壤一之遲滯效應實驗值與模式預測值比較  
圖

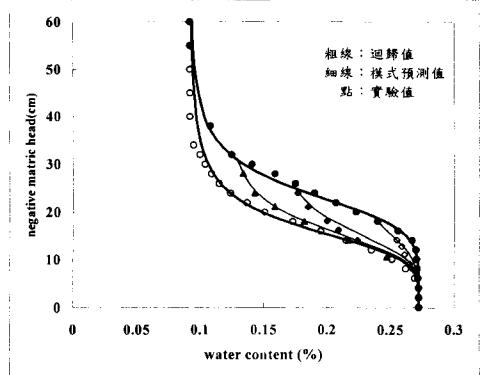


圖 3a 土壤二之遲滯效應實驗值與模式預測值比較  
圖

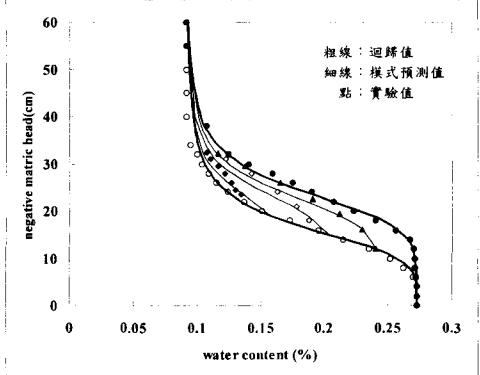


圖 3b 土壤二之遲滯效應實驗值與模式預測值比較  
圖

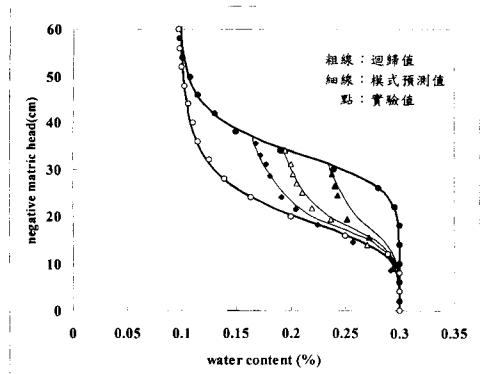


圖 4a 土壤三之遲滯效應實驗值與模式預測值比較  
圖

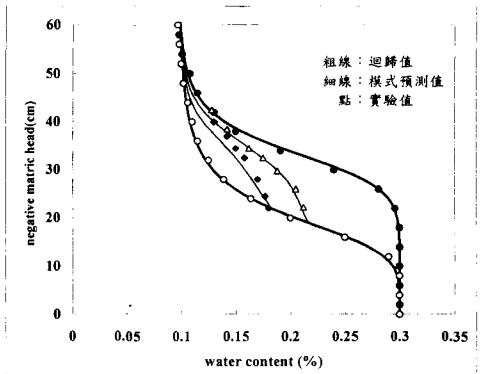


圖 4b 土壤三之遲滯效應實驗值與模式預測值比較  
圖

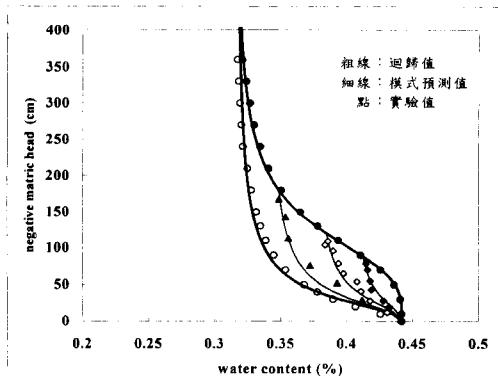


圖 5a 土壤四之遲滯效應實驗值與模式預測值比較  
圖

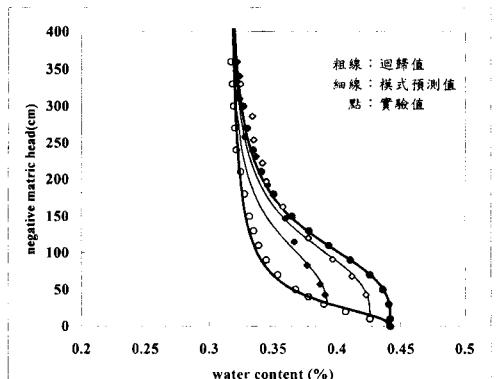


圖 5b 土壤四之遲滯效應實驗值與模式預測值比較  
圖

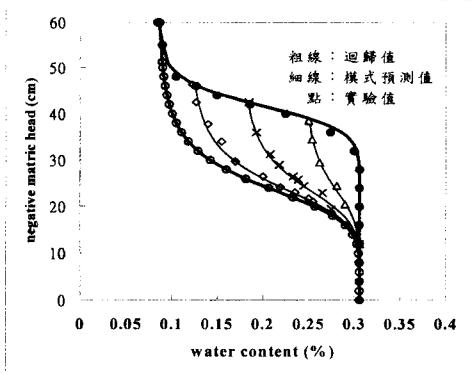


圖 6a 土壤五之遲滯效應實驗值與模式預測值比較  
圖

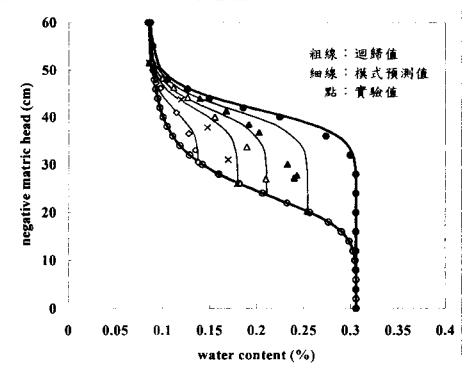


圖 6b 土壤五之遲滯效應實驗值與模式預測值比較  
圖

(2)由圖 2~圖 6 中可見，本文之遲滯土壤水份保水曲線模式除了在土壤一及土壤五在高含水量時的第一乾燥曲線有較大之誤差外（土壤一之模式預測值與實驗值最大之土壤體積含水比誤差為 2.1%，土壤五之模式預測值與實驗值最大之土壤體積含水比誤差為 3.05%），其餘各例確能適度反應遲滯土壤水份保水曲線之形狀及特性，整體而言，模式預測值與實驗值之平均誤差均小於 0.1%。但在有較大誤差的土壤一及土壤五中，雖然在高含水量時的第一乾燥曲線的模式預測值與實驗值之最大誤差高達

2.1% 及 3.05%，但其平均之土壤體積含水比誤差僅為 1.05% 及 2.28%，相較僅採單一保水曲線來估計不同歷程之狀況，其土壤體積含水比誤差動輒 10~20% 而言（以本文所採之土壤為例），其改善之效果相當明顯。

(3)由圖 2b、6b 可見在高含水量時，第一乾燥曲線的模式預測值與實驗值出現較大誤差量，其原因乃在於本文假設水份遲滯迴圈內部之乾燥曲線與主要乾燥曲線的形狀因予相同所致，主要乾燥曲線從飽和狀態開始排水時，具備有張力水頭變化而含水量幾乎不變之情形，但觀察實驗數據可發現

內部乾燥曲線並無上述情形，因此發生模式預測值與實測值有較大之誤差，高含水量時的第 1' 乾燥曲線其平均誤差除土壤一為 1.05%、土壤五為 2.28%，另外三例約小於 0.1%。上述之張力水頭變化而含水量不變的現象乃是土體孔隙中水份在飽和狀態時，空氣要進入土體孔隙中必先克服某一特定壓力水頭才得以進入所致，而此壓力值稱為空氣進入壓力水頭 (Air entry pressure head)。

## 2-2 第 2 濕潤曲線 $\theta^w(\psi,3)$ 模式驗證之結果與討論

由圖 7a 中可見，本文之模式預測值在第 1' 乾燥曲線出現相當大之誤差，模式預測值與實驗值之最大土壤體積含水比誤差約達 3.1%，而第 2 濕潤曲線之模式預測值與實驗值之誤差均小。第 1' 乾燥曲線的模式預測值與實驗值出現較大誤差乃因水份遲滯迴圈內部之乾燥曲線並不受空氣進入壓力水頭 (Air entry pressure head) 影響，因此發生模式預測值與實驗值有較大之誤差。

就上述第 1 濕潤曲線  $\theta^w(\psi,2)$ 、第 1' 乾燥曲線  $\theta^d(\psi,2')$  及第 2' 濕潤曲線  $\theta^w(\psi,3)$  之模式驗證結果，整體而言，本文之遲滯土壤水份保水曲線模式除了在土壤具備較大之空氣進入壓力水頭時，在高含水量之第 1' 乾燥曲線的預測上有較大之誤差外，其餘狀況皆能適度反應遲滯土壤水份保水曲線之形狀及特性，模式預測值與實驗值之誤差相較於僅採單一保水曲線來估計所發生之 10% ~ 20% 的誤差而言，其改善之效果相當明顯。

## 3. 模式修正與討論

### 3-1 模式修正

本文之遲滯土壤水份保水曲線模式在土壤具備較大之空氣進入壓力水頭時，在高含水量之第 1' 乾燥曲線的預測上有較大之誤差外，其原因乃在於本文假設水份遲滯迴圈內部之乾燥曲線與主要乾燥曲線的形狀因子相同所致，但主要乾燥曲線受空氣進入壓力水頭影響甚大，而內部乾

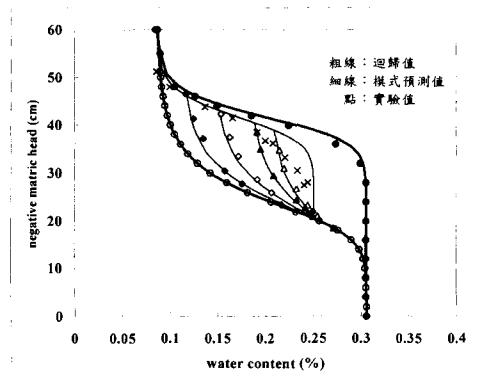


圖 7a 土壤五之遲滯效應實驗值與模式預測值比較圖

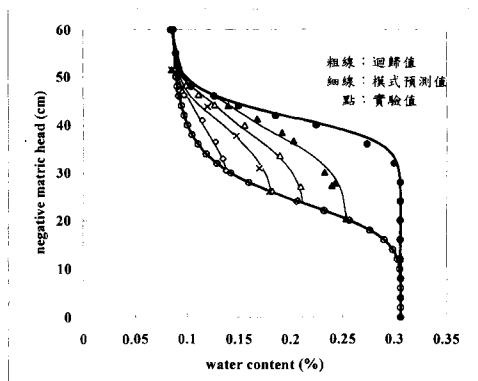


圖 7b 土壤五之遲滯效應實驗值與模式修正後之預測值比較圖

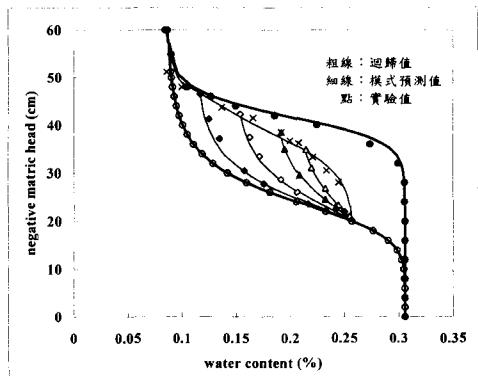


圖 7c 土壤五之遲滯效應實驗值與模式修正後之預測值比較圖

表 2 土壤五(Sand Soil)之遲滯保水曲線模式參數值

	$\theta_s$ 土壤飽和 含水比	$\theta_r$ 土壤殘餘 含水比	$\alpha^d [cm^{-1}]$ 乾燥狀態之土 壤保水曲線形 狀因子一	$n^d$ 乾燥狀態之土 壤保水曲線形 狀因子二	$\alpha^w [cm^{-1}]$ 濕潤狀態之土 壤保水曲線形 狀因子一	$n^w$ 濕潤狀態之土 壤保水曲線形 狀因子二
主要乾、濕曲線 參數值	0.306	0.085	0.0240	15.760	0.042	6.040
內部掃描曲線 參數值	0.306	0.085	0.0255	8.129	0.042	6.040

燥曲線並不受空氣進入壓力水頭之影響，因此欲修正上述現象所造成之模式誤差，則在土壤有較大之空氣進入壓力水頭時，修正內部乾燥曲線之形狀因子。

因此本文採用上述土壤五之第 1' 乾燥曲線及第 2 濕潤曲線實驗作為模式修正之分析例，在此本文修正水份遲滯迴圈內部乾燥曲線與主要乾燥曲線的形狀因子相同之原假設，將之修正為水份遲滯迴圈之內部乾燥曲線皆具備相同之形狀因子，而形狀因子之取得則透過在高含水量之第 1' 乾燥曲線實驗數據而來，修正後所得之參數列於表 2，而修正後所得之模式預測與實驗量測之比較於圖 7b、7c 示之。

### 3-2 模式修正之結果與討論

由圖 6b 與圖 7b 中可見，修正後之第 1' 乾燥曲線其與實驗值之誤差情形已大幅改善，在未修正前，高含水量時的第 1' 乾燥曲線之模式預測值與實驗值最大之土壤體積含水比誤差為 3.05%，平均誤差為 2.28%，但修正後最大之土壤體積含水比誤差降至 0.79%，平均誤差降為 0.51%。而圖 7a 與圖 7c 之比較也可發現有較大誤差之第 1' 乾燥曲線也得到相當不錯之改善，模式預測值與實驗值之誤差已大幅降低。

由上述結果可發現，修正後之模式可大幅改善因空氣進入壓力水頭所造成之模式誤差，但整體而言，採原假設時之最大誤差約為 3%，但相較僅採單一保水曲線來估計所造成之 10%~20% 的誤差，其效果已相當顯著，並且若採用原假設條件，在土壤水力條件參數的取得僅需主要乾燥、主要濕潤曲線即可，其資料之取得較修正後

之假設需取得主要乾燥、主要濕潤及由高含水量（尚未飽和）開始乾燥之保水曲線而言較為簡便。

## (二) 模式應用與探討

### 1. 模式應用

由上述模式驗證及修正情形可知本文之土壤水份參數模式確能適度反應遲滯土壤水份保水曲線之形狀及特性，以下則進一步剖析遲滯歷程下之未飽和土壤之比水容積及未飽和水力傳導係數的變動情形，採用之土壤亦為上述五種土壤，土壤一～土壤四所採之參數同於表 1，而土壤五之參數則採修正後之結果（表 2），各土壤之第 1 濕潤曲線及第 1' 乾燥曲線所形成之比水容積及未飽和水力傳導係數的分析結果於圖 8~圖 12 示之，土壤五之第 2' 濕潤曲線所形成之比水容積及未飽和水力傳導係數的分析結果於圖 13 示之。

### 2. 模式應用之結果與討論

(1) 在圖 8b、9b、10b、11b、12b、13b 中可發現，比水容積 C 亦隨不同歷程而變化，其值並非唯一，其依乾燥及濕潤歷程的不同會形成兩組鐘形曲線，左方鐘形曲線為濕潤狀態之各保水曲線所形成，右方鐘形曲線為乾燥狀態之各保水曲線所形成，並且此位置之關係會受空氣進入壓力水頭 (Air entry pressure head) 影響，土壤水份之空氣進入壓力水頭越大，則右方鐘形曲線右移之位置越遠。

(2) 各組土壤水份掃描曲線之比水容積皆位於

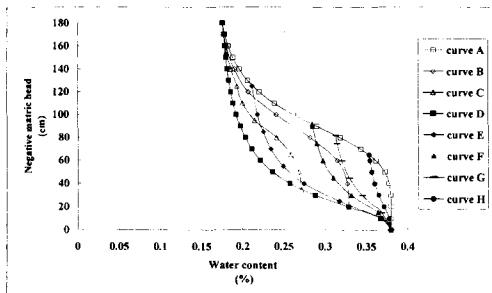


圖 8a 土壤一之水份遲滯效應下之保水曲線圖

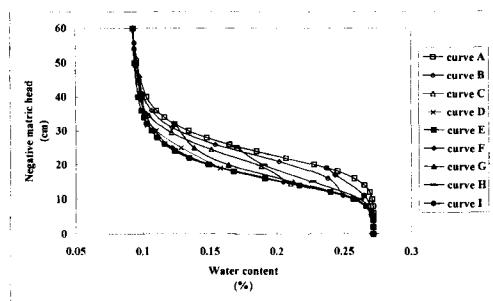


圖 9a 土壤二之水份遲滯效應下之保水曲線圖

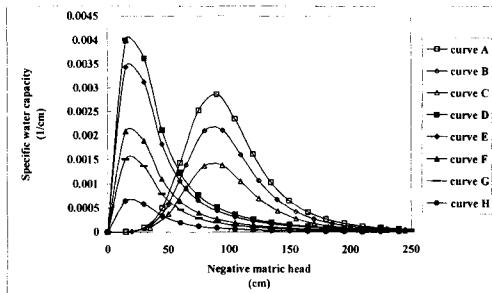


圖 8b 土壤一之水份遲滯效應下之比水容積圖

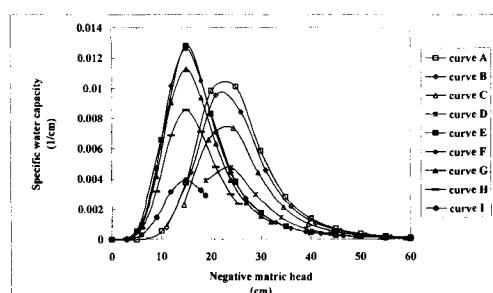


圖 9b 土壤二之水份遲滯效應下之比水容積圖

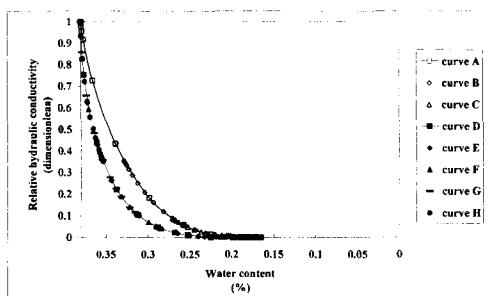


圖 8c 土壤一之水份遲滯效應下之相對水力傳導係數圖

主要乾燥曲線及主要濕潤曲線之兩大比水容積鐘形曲線之內，每種土壤之主要濕潤曲線所形成之比水容積皆大於主要乾燥曲線所形成之比水容積，唯砂土（土壤二、土壤三、土壤五）之比水容積值有大於粉質壤土及砂質壤土之比水容積之現象，其乃因砂土之保水性較差所致，致使保水曲

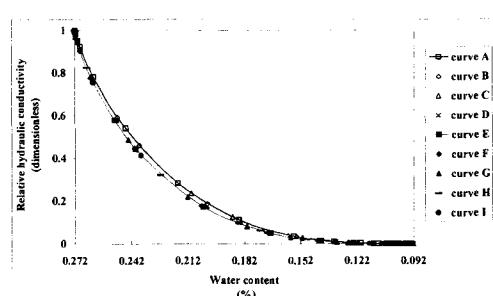


圖 9c 土壤二之水份遲滯效應下之相對水力傳導係數圖

線中在稍微的張力水頭變化下有較大的含水量變化。

(3)在相對水力傳導係數與土壤體積含水比之關係圖（圖 8c、9c、10c、11c、12c、13c）中可發現遲滯現象發生時，不同歷程下之未飽和水力傳導係數可區分為兩部份，一為乾燥狀態的未飽和水力傳導係數曲線，

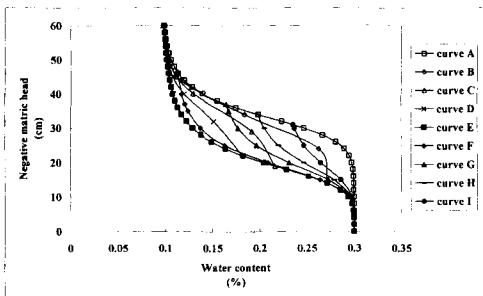


圖 10a 土壤三之水份遲滯效應下之保水曲線圖

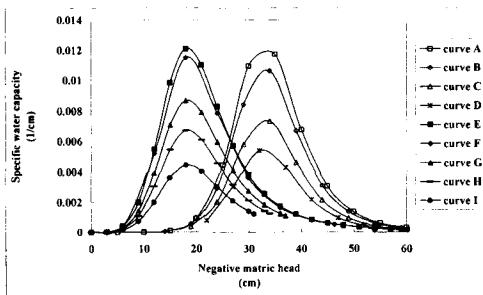


圖 10b 土壤三之水份遲滯效應下之比水容積圖

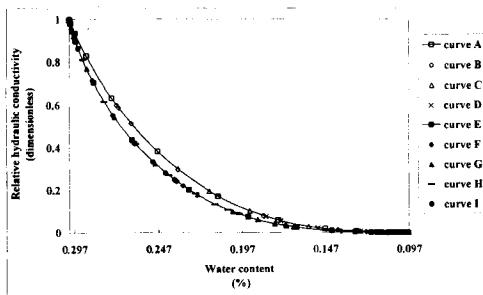


圖 10c 土壤三之水份遲滯效應下之相對水力傳導係數圖

一為濕潤狀態的未飽和水力傳導係數曲線，曲線並不若保水曲線般在曲線間有多條水份掃描曲線，各組內部乾燥曲線所形成之未飽和水力傳導係數皆緊鄰主要乾燥曲線所形成之未飽和水力傳導係數曲線，各組內部濕潤曲線所形成之未飽和水力傳

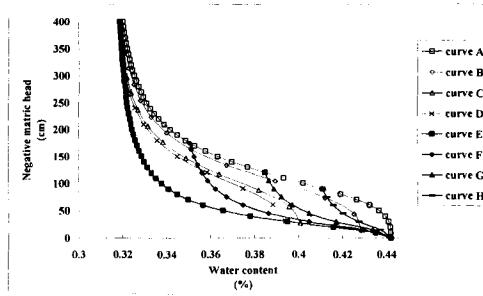


圖 11a 土壤四之水份遲滯效應下之保水曲線圖

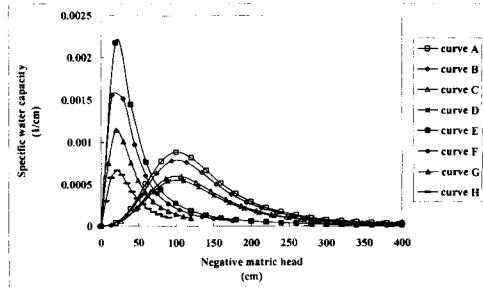


圖 11b 土壤四之水份遲滯效應下之比水容積圖

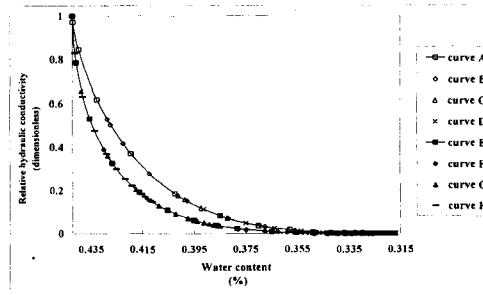


圖 11c 土壤四之水份遲滯效應下之相對水力傳導係數圖

導係數亦緊鄰主要濕潤曲線所形成之未飽和水力傳導係數曲線，並且由砂土之關係圖(土壤二、土壤三、土壤五)可發現兩條未飽和水力傳導係數曲線均相當接近，而砂質壤土與粉質壤土兩條未飽和水力傳導係數曲線則有較大的差距。

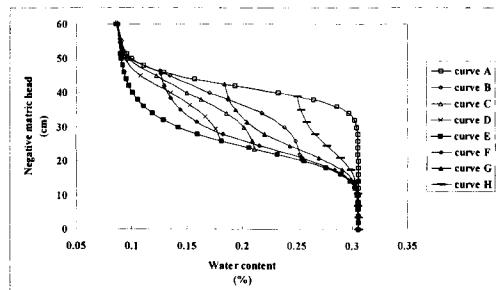


圖 12a 土壤四之水份遲滯效應下之保水曲線圖

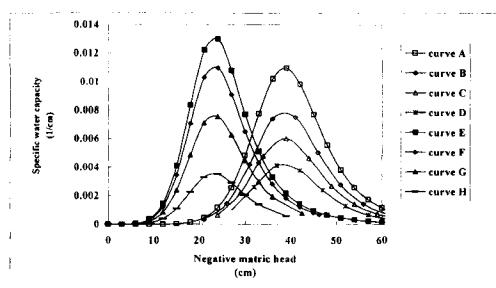


圖 12b 土壤五之水份遲滯效應下之比水容積圖

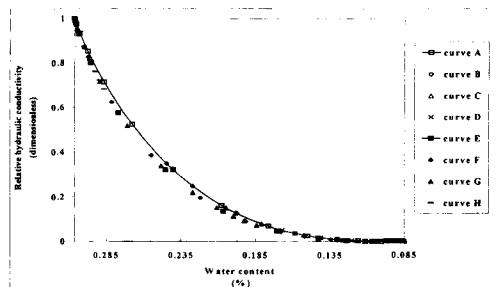


圖 12c 土壤五之水份遲滯效應下之相對水力傳導係數圖

## 五、結論與建議

- 在研究土壤中水份入滲或蒸發問題時，應考慮遲滯效應對土壤保水特性、未飽和水力傳導係數、比水容積的影響，此三種土壤水力性質之關係並非以唯一型式存在，其隨不同歷程（乾燥或濕潤）的變化而改變，本文所

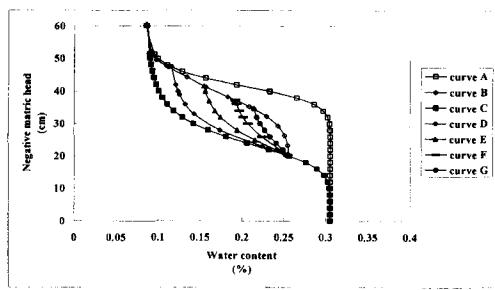


圖 13a 土壤五之水份遲滯效應下之保水曲線圖

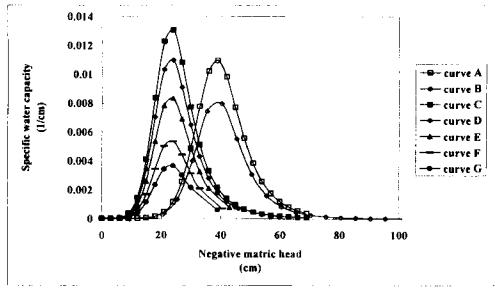


圖 13b 土壤五之水份遲滯效應下之比水容積圖

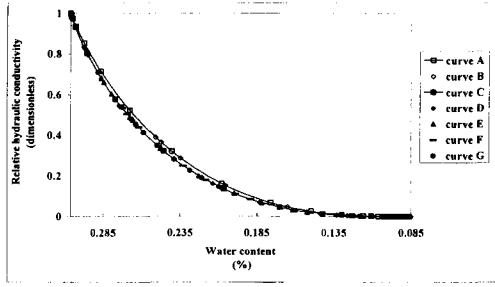


圖 13c 土壤五之水份遲滯效應下之相對水力傳導係數圖

提出之模式除了能適度反應遲滯土壤水份保水曲線之形狀及特性外，並可推演所有遲滯迴圈中掃描曲線之未飽和土壤水力傳導係數及比水容積值。

- 本文提出之遲滯模式能適度反應遲滯土壤水份保水曲線之特性，但在土壤有較大之空氣進入壓力水頭的情形下，若不經修正模式之校

正，乾燥狀態時的模式預測與實驗值有較大之誤差，但各例中最大之土壤體積含水比誤差為3.1%，而最大之平均誤差亦僅為2.28%，相較僅採單一保水曲線來估計所產生之10%~20%之誤差而言，其改善之效果相當顯著，並且若再經修正模式之校正，可使原模式受空氣進入壓力水頭影響之最大平均誤差由3.1%降至0.51%。

3. 所有水份掃描曲線之比水容積值皆位於主要乾燥、濕潤曲線所形成的兩鐘形比水容積曲線下，每種土壤之主要濕潤曲線所形成之比水容積皆大於主要乾燥曲線所形成之比水容積，但保水性較差之砂土比水容積值有大於粉質壤土及砂質壤土之比水容積值之現象，此乃因砂土之不易保水之特性，使得稍微的張力水頭變化下有較大的含水量變化，並且乾燥狀態之比水容積會受空氣進入壓力水頭（Air entry pressure head）之影響而出現在比水容積與負張力水頭關係圖之右方，而濕潤曲線則在圖之左方，若土壤之空氣進入壓力水頭越大，乾燥狀態之比水容積曲線右移之情形越顯著。
4. 遲滯現象發生時，不同歷程下之未飽和水力傳導係數可區分為兩部份，一為乾燥狀態的未飽和水力傳導係數曲線，一為濕潤狀態的未飽和水力傳導係數曲線，曲線並不若保水曲線般在曲線間有多條水份掃描曲線，各組內部乾燥曲線所形成之未飽和水力傳導係數皆緊鄰主要乾燥曲線所形成之未飽和水力傳導係數曲線，各組內部濕潤曲線所形成之未飽和水力傳導係數亦緊鄰主要濕潤曲線所形成之未飽和水力傳導係數曲線，並且砂土在不同狀態下之未飽和水力傳導係數曲線均相當接近，而砂質壤土與粉質壤土兩條未飽和水力傳導係數曲線則有較大的差距。

## 參考文獻

- Beese, F., and R.R. van der Ploeg, 1976, Influences of hysteresis on moisture flow in an unsaturated soil monolith, Soil Soc. Am. J., 40, 480-484.
- Brooks, R. H., and A. T. Corey, 1964, Hydraulic properties of porous media, Colo. State Univ. Hydrology Paper No.3.
- Bomba, S. I., and E. E. Miller, 1967, Secondary-scan hysteresis in glass-bead media, Paper presented at Annual Meeting, Soil Sci. Soc. of Amer.
- Gillham, R. W., A. Klute, and Heermann, D. F., 1976, Hydraulic properties of a porous medium: Measurement and empirical representation, Soil Sci. Soc. Am. J., 40, 203-207.
- Ibrahim, H. L. and W. Brutsaert, 1968, Intermittent infiltration into soils with hysteresis, J. Hydraul. Div. ASCE. 94, 265-271.
- Jaynes, D. B., 1984, Comparision of soil-water hysteresis models, J. Hydra., 75, 287-299.
- King, L. G., 1965, Description of soil characteristics for partially saturated flow, Soil Sci. Soc. Am. Proc., 29(4), 359-362.
- Kool, J. B., and J. C. Parker, 1987, Development and evaluation of close-form expressions for hysteresis soil hydraulic properties, Water Resour. Res., 23, 105-114.
- Mualem, Y., 1974, A conceptual model of hysteresis, Water resour. Res., 10(3), 514-520.
- Mualem, Y., and G. Dagan, 1975, A dependent domain of capillary hysteresis, Water Resour. Res., 11(3), 452-460.
- Parlange, J. Y., 1976, Capillary hysteresis and the relationship between drying and wetting curves, Water Resour. Res., 12(2), 224-248.
- Parlange, J. Y., 1980, Water transport in soils, Ann. Rev. Fluid Mech., 12, 224-228.
- Pickens, J. P., and R. W. Gillham, 1980, Finite element analysis of solute transport under hysteresis unsaturated flow condition, Water Resour. Res., 16, 1071-1078.
- Ross, P. J., 1990, Efficient numerical method for infiltration using Richard's equation, Water Resour. Res., 26, 279-290.
- Royer, J. M. and G. Vachaud, 1975, Field

- determination of hysteresis in soil-water characteristics, *Soil Sci. Am. J.*, 39, 221-223.
- Scott, P. S., G. J. Farquhar, and N. Kouwen, 1983, Hysteresis effects on net infiltration, *Advances in infiltration*, ASAE Publ.11-83, 163- 170, Am. Soc. Agric. Eng., St. Joseph, Mich.
- Topp, G. C, 1969, Soil water hysteresis measured in a sandy loam compared with the domain model, *Soil Sci. Amer. Proc.*, 33, 645-651.
- Topp, G. C, 1971, Soil water hysteresis measured in a silt loam and clay loam soils, *Water Resour. Res.*, 7, 914-920.
- Van Genuchten, m. Th., 1980, A closed- form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils, *Soil Sci. Am. J.*, 44(5), 892-898.

收稿日期：民國 89 年 10 月 23 日

接受日期：民國 89 年 10 月 27 日