

## 抽取地下水導致地層下陷之近似模式 An Approximate Model for Land Subsidence Due to an Overdraft of Groundwater

淡江大學水資源及環境工程學系教授

淡江大學水資源及環境工程學系碩士

施 濟 吉

林 茹 琦

Ching-Chi Shih

Ru-Chi Lin

### 摘 要

在適當的假設下，自受壓飽和含水層抽取地下水而導致地層下陷，其間的控制方程式為一擴散方程式，且含一「源」以代表抽水量。偏微分方程式之分析解可由 Green 函數構建求得。採用極座標，分析解為一瑕積分包含兩係數——擴散係數  $D_0$  與抽水係數  $N_0$ 。若兩係數之值可估算求得，則分析解可作為近似模式，用於推測不同的抽水量而導致的沉陷量，或在不同的容許沉陷量之容許抽水量。估算方法之一為利用以往兩係數歷線予以推測。歷線之求得係利用分析解及其他相關式，且配合實測與調查資料。實測資料取自沉陷量與地下水位兩觀測井所提供的記錄，而調查資料則來自一個年度的水井普查資料。近似模式應用於屏東縣林邊及其鄰近區域，共分成五個沉陷區(同時也是抽水區)：林邊、佳冬、塭豐、水底寮與枋寮。除非是雨量特別豐富的年度，兩係數歷線呈現上升外，其餘的年度，兩係數歷線均呈現緩慢遞減的趨勢，似乎趨近於一定值。以最後三個年度的平均而言，林邊、佳冬、塭豐、水底寮與枋寮的擴散係數  $D_0$  分別等於 44.34029、282.8512、48.02009、211.7172 與 147.0063，單位為  $m^2/s$ ；另外，這五區抽水係數  $N_0$  分別等於 3.051016、2.958181、3.961396、7.120250 與 4.600458， $N_0$  為無因次。兩係數值之合理性無法直接判斷，但可間接由其相當的係數判斷之，抽水係數  $N_0$  與擴散係數  $D_0$  分別與壓縮指標  $C_c$  及滲透係數  $K$  有關。以受壓飽和含水層之組成係由砂與礫石為主而言，本研究所得之  $C_c$  與  $K$  等兩值是合理的，前者大致介於  $10^{-2} \sim 10^{-3}$ ，而後者則介於  $10^{-1} \sim 10^{-4} m/s$ 。

**關鍵詞：**地層下陷，地下水，擴散方程式，屏東縣。

### ABSTRACT

Based on the appropriate assumptions the land subsidence due to an overdraft of groundwater from a confined saturated aquifer is governed by a diffusion equation with a

source denoting the pumping discharge. From a Green function, the analytical solution of the partial differential equation can be constructed, which ends up with an improper integral consisting of two coefficients : the diffusivity  $D_0$  and the pumping coefficient  $N_0$ . If estimated values of these two coefficients can be determined, the analytical solution can be treated as an approximate model for land subsidence to predict the various amounts of land subsidence due to various quantities of pumping discharge or to predict the admissible quantities of pumping discharge under allowable amount of land subsidence. One method of estimation as used in this study is to base on the previous hydrographs of these two coefficients, which are obtained from two aspects : one is the theoretical considerations consisting of the analytical solution and the related functions, and the other is field data of the continuous records of the land subsidence, the elevation of the groundwater and at least a survey of pumping wells for one year. The approximate model is applied to Pingtung Country and its neighbors which is divided into five subsidence or pumping regions: Linpien, Jiadong, Uenfeng, Shueidiliau and Fangliu. Except for some particular years with tremendously great precipitation which will result in a increase of values of coefficients  $D_0$  and  $N_0$ , the variation of coefficients across each year is generally very small ,and it seems that values of these two coefficients will eventually tend to some certain fixed values. Consequently, based upon the later three years the average values of diffusivity  $D_0$  for Linpien, Jiadong, Uenfeng, Shueidiliau and Fangliu are equal to 44.34029, 282.8512, 48.02009, 211.7172 and 147.0063 in  $m^2/s$  respectively ; the average values for these five regions of the dimensionless pumping coefficient  $N_0$  are 3.051016, 2.958181, 3.961396, 7.120250 and 4.600458 respectively. Values of the coefficients  $D_0$  and  $N_0$  can not be directly justified, but values of coefficients involving in the definition of  $D_0$  and  $N_0$  can be justified, in which appeared are the compression index  $C_c$  and the permeability  $K$ . As long as the confined saturated aquifer which consists mainly of sand and grable is concerned, values of  $C_c$  and  $K$  obtained in the investigation are reasonable, since they rang from  $10^{-2}$  to  $10^{-3}$ , and  $10^{-1}$  to  $10^{-4}$  m/s respectively.

**Keywords:** Land subsidence, Groundwater, Diffusion Equation, Pingtung county.

## 一、前 言

由於地面水無法滿足用水的需求，遂抽取大量的地下水，因而造成地層下陷(Land subsidence)等嚴重後果。大致在將近三十年前，一再重複檢測橋墩高程時，才開始發現台北盆地呈現下陷的現象。而後，相關的報導、防範對策、論著、探討、分析與討論等陸續刊登於相關的期刊上。最近尤為受重視，水資源局綜合現況提出因應對策(徐等，1995)。同時，水資源局也積極推

動「地層下陷防治執行方案」。此方案已進行了四年，每年均有十幾位學者與專家參與，討論的層面極為廣泛，成果也頗為豐碩。水資源局最近兩年的研究報告均合併成冊（地層下陷防治推動綜合計畫，1996 與 1997）。除此之外，目前國內尚有多人參與調查分析及探討，例如江崇榮等(1996)、劉聰桂等(1996)、蕭慶章(1990)、簡俊彥等(1990)、蔡東霖等(1998)與廖日昇等(1990)。較近國外研究者有 Fallou 等(1992)、Lee 等(1992)、Corapciolou 等(1983)與 Bear 等(1981)。目前台灣

地層下陷區域甚多，形成的主要原因是地面水不夠使用。而今又因地面水無法充分供應。在此情形之下，斷然禁止使用地下水並非良策。何況地下水又是一項可資利用的水資源。因此，預估與防範超額抽取地下水而引起的災害為最終目標。本文只探討其中的災害之一——地層下陷。在此情況下，尋求一近似模式以推測不同的抽水量而導致的沉陷量，或是不同的沉陷量所容許的抽水量，實屬一迫切的研究課題。

在一理想簡單情況下，本文首先構建抽水量與地層下陷間的控制方程式 (Governing equation)，而後再尋求其分析解，做為地層下陷的近似模式。但是，模式包含兩個係數，其歷線 (Hydrograph) 可由實測與調查資料求得。由此，再推估與預測兩係數之值，以便引用近似模式。

## 二、理論分析

如圖 1 所示之受壓飽和含水層 (Confined saturated aquifer)，在抽取地下水的過程中，假設其上的土層與地表上結構物之總靜荷重均保持不變。同時，又假設沉陷僅來自垂直方向的壓密，以及地下水流動也只侷限於平面。則由含水層內水的質量守恆法則 (Law of conservation of mass)、達西法則 (Darcy Law)、及孔隙比增量 (Increment of pore ratio)  $\Delta e$  與孔隙壓增量 (Increment of pore pressure)  $\Delta p$  間的簡化函數關係，即可得知描述地層高程變化與抽水量  $Q$  間的關係為一非線性擴散方程式，但含一「源」用以代表抽水量。最後，再假設含水層厚度  $H$  非常厚；同時，式中的相關參數與係數均可視為不變，且以未抽水前的初使值 (Initial value) 計，則非線性可簡化為線性，即 (施，1976；Terzaghi et. al., 1971)

$$\frac{\partial H'}{\partial t} = D_0 \left[ \frac{\partial^2 H'}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H'}{\partial r} \right] + w_p' \quad \dots\dots\dots(1)$$

式中

$$H' = H_0 - H \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$D_0 = \frac{K}{\gamma(\beta n + \partial n / \partial p + \alpha n)} \bigg|_{t=0} \quad \dots\dots\dots(3)$$

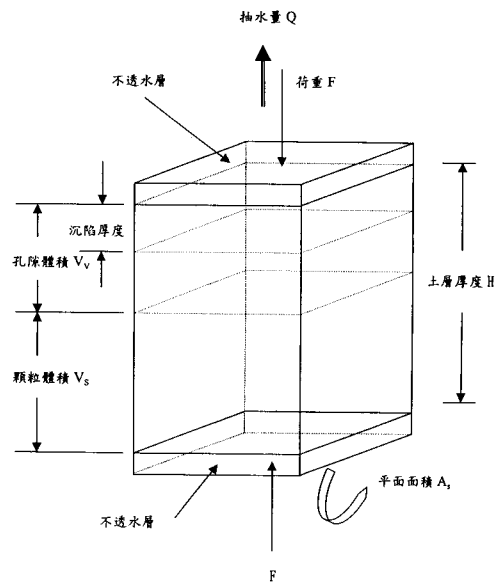


圖 1 抽取地下水引起地層下陷之示意圖

$$N_0 = \frac{C_c}{p(1+e)(\beta n + \partial n / \partial p + \alpha n)} \bigg|_{t=0} \quad \dots\dots\dots(4)$$

$$w_p' = \begin{cases} N_0 Q / A, & \text{管內} \\ 0, & \text{管外} \end{cases} \quad \dots\dots\dots(5)$$

其中  $t$  : 時間

$r$  : 半徑

$K$  : 飽和含水層之滲透係數 (Coefficient of permeability, 因次為長度除以時間)

$\gamma$  : 水之單位體積重 (=  $\rho g$ ,  $\rho$  與  $g$  分別為水之密度與重力加速度)

$Q$  : 抽水量

$A$  : 抽水管面積，管徑為  $R$

$H$  : 飽和含水層厚度，初始厚度為  $H_0$

$\alpha$  : 土壤顆粒骨架 (Granular skeleton) 的垂直壓縮係數

$\beta$  : 水的體積彈性係數 (Bulk modulus of elasticity)  $E_v$  之倒數

$n$  : 孔隙率 (Porosity)

$C_c$  : 壓密指標 (Compression index)

為方便之計，定義於式(3)與式(4)之  $D_0$  與  $N_0$ 。本文分別稱之為擴散係數與抽水係數。另外，" $|_{t=0}$ " 示未抽水前的情況。式(1)的初始條件為  $t < 0$  時， $H' = 0$ ；邊界條件為當  $r \rightarrow \infty$ ， $H' \rightarrow 0$  與在  $r = 0$ ， $\partial H' / \partial r = 0$ 。滿足上述初始邊界條件之分析解 (Analytical solution)，可利用 Green 函數由瞬間點源 (Instantaneous point source) 之「解」構建求得，其結果為 (Amsov, 1937；Polubarinova-Kochina, 1962；Carslaw and Jaeger, 1969；施，1998)

$$\eta = F(\xi, \tau) = \int_0^\infty \frac{J_0(\lambda \xi) J_1(\lambda)}{\lambda^2} d\lambda - \int_0^\infty \frac{J_0(\lambda \xi) J_1(\lambda)}{\lambda^2} e^{-\tau \lambda^2} d\lambda \quad \dots\dots\dots(6)$$

式中

$$\eta = \frac{H' D_0}{w_p' R^2} = \frac{H' D_0 \pi}{Q N_0} \quad \dots\dots\dots(7)$$

$$\xi = \frac{r}{R} \quad \dots\dots\dots(8)$$

$$\tau = \frac{D_0 t}{R^2} \quad \dots\dots\dots(9)$$

而  $J_0$  與  $J_1$  分別為第零階與第一階貝塞函數， $\xi$  與  $\tau$  分別為無因次空間座標與無因次時間。

示於式(6)的無因次沉陷量  $\eta$  為一瑕積分 (Improper integral)。本研究之數值計算採用 Romberg 方法 (Gerald, and Wheatley, 1992)，並配合 Polynominal Interpolation 與 Extropolation 及其他相關的副程式 (Press, et. at., 1992；施，1997) 其結果展示於第六頁圖 6 (施，1997)。

式(6)為敘述抽水量  $Q$  與沉陷量  $H'$  間的近似模式，極為簡單且便於使用。若自變數  $t$  與  $r$  為已知，再配合已知的擴散係數  $D_0$  與抽水係數  $N_0$  等兩值，則可由已知的抽水量推估沉陷量，或由容許的沉陷量推估容許的抽水量。因此，應用的關鍵在於兩係數  $D_0$  與  $N_0$ 。為此，本研究認為較可行的辦法就是利用現有的調查與實測資料，先瞭解這兩係數的以往變化；易言之，先構建擴散係數歷線 (Diffusivity hydrograph) 與抽水係數歷

線 (Pumping coefficient hydrograph)。爾後，再根據歷線估算其預測值。現有的調查與實測資料的來源有三方面。一是土層組織與結構，通常都是利用鑽探取得，僅是區域的代表而已，普及性很困難，同時只反應當時的情況，在爾後的沉陷過程中又會有怎麼樣的改變，根本無從得知。二是水井普查，係為費人費時費錢且不易做得好的工作，往往只能好幾年才做一次，而且很難獲得準確的結果。三是長期且連續的記錄，沉陷量與地下水位（其與抽水量間的關係將敘述於下一段）；這一項資料涵蓋長期性沉陷過程的考量，兼容地域性的特徵，並顯示現象之重點所在。

擴散係數  $D_0$  與抽水係數  $N_0$  分別定義於式(3)與式(4)，其中與水相關的計有水之壓縮係數  $\beta$  與單位體積重  $\gamma$ ，此二值相當明確，極易查得；另一就是孔隙壓  $p$ ，其值可以井口之上的液柱高計，即

$$p = (h_{ave} - w_d) \quad \dots\dots\dots(10)$$

式中， $h_{ave}$  為地下水位年平均高，其值可由地下水位歷線求得， $w_d$  為井深。其餘的諸如滲透係數  $K$ 、壓縮指標  $C_c$ 、孔隙比  $e$ 、孔隙率  $n$ 、土壤垂直壓縮係數  $\alpha$  與  $\partial n / \partial p$  均與土層有關。但是由於滲透係數的變化幅度相當大，無法明確估算求得，須採用其他方法求得，其餘的詳述於下。首先為示於式(3)與式(4)的共同部分， $(\beta n + \partial n / \partial p + \alpha n)$ ，因  $\partial n / \partial p = \beta_A (1 - n)$ ，其中  $\beta_A$  為空氣壓縮係數。而今，顆粒間隙為水所充斥，即  $\partial n / \partial p = \beta (1 - n)$ 。所以

$$\beta n + \frac{\partial n}{\partial p} + \alpha n = \alpha n + \beta \quad \dots\dots\dots(11)$$

由於本研究只考慮垂直方向的沉陷，故軸向（一維）之土壤壓縮係數  $\alpha$  可以楊氏係數  $E$  之倒數計，即

$$\alpha = \frac{1}{E} \quad \dots\dots\dots(12)$$

鋼的  $E$  值介於 190 ~ 210 GPa，而砂與礫石的  $E$  值只介於 34.5 ~ 172.5 MPa，大約小了一千倍 (Das, 1995)。另外，孔隙率  $n$  與孔隙比  $e$  的關係為  $n =$

$e / (1+e)$ ，其值可根據土層組織與結構等資料求得。最後，壓縮指標  $C_c$  可利用軸向應力增量  $\Delta\sigma$  與孔隙比增量  $\Delta e$  求得，其間的關係式為(Sowers and sowers, 1970)

$$C_c = -\frac{\Delta e}{\log\left(\frac{\sigma_o + \Delta\sigma}{\sigma_o}\right)} \quad (13)$$

式中， $\sigma_o$  為初始軸向應力，其值可以自井口起算的土層重扣掉水之浮力計，即

$$\sigma_o = (h_{ave} - w_d)(\gamma_s - \gamma) \quad (14)$$

式中， $\gamma_s$  為土層之單位體積重。軸向應力增量  $\Delta\sigma$  反映於地下水位歷線。因為探討之重點是在受壓而不是減壓，所以只能利用歷線的上升段，而不能利用下降段。另外，受壓過程中必須持續不能中斷。本文採用單一最大上升段  $\Delta h_{max}$ ，即

$$\Delta\sigma = \gamma \Delta h_{max} \quad (15)$$

孔隙比增量  $\Delta e$  可藉助於軸向應變增量  $\Delta\epsilon$  求得，其間的關係為

$$\Delta e = \Delta\epsilon (1 + e_o) \quad (16)$$

式中， $e_o$  為初始孔隙比。另外，軸向應變增量  $\Delta\epsilon$  可利用虎克定律求得，即

$$\Delta\epsilon = \frac{\Delta\sigma}{E} \quad (17)$$

總之，利用地下水位歷線並配合土層組織與結構等相關資料，就可求得土壤壓縮指標  $C_c$  與抽水係數  $N_o$  等值，其值不但反映地區的特徵，同時受年度的影響，後者來自地下水位歷線。

沉陷區域的抽水量資料非常不易取得，必須藉助其他可量測的項目，間接計算而得。如眾所周知，抽水量  $Q$  與地下水位  $h$  是息息相關的，其間的關係可就涵蓋整個受壓飽和含水層的大範圍予以考慮，其中亦包括地下水補注。在抽水當中與抽水後，雖然地下水補注無法即刻彌補自受壓飽和含水層抽取掉的地下水，但終究將反映於地下水位之變化。因此，由質量守恆法得知

$$\frac{\partial h}{\partial t} A_{cs} + Q = 0 \quad (18)$$

式中， $A_{cs}$  為受壓飽和含水層平面面積，係一虛設係數，無法直接測得，必須利用其他數據間接換算而得；但是，地下水位變率  $\partial h / \partial t$  卻可由地下水位觀測井所提供的地下水位歷線計算而得。由式(18)，式(7)變為

$$H' = \frac{1}{\pi D_o} \left( -\frac{\partial h}{\partial t} A_{cs} \right) F(\xi, \tau) \quad (19)$$

其中，函數  $F(\xi, \tau)$  定義於式(6)。

通常整個沉陷區域的大範圍內均設置了多口沉陷觀測井，以及多口地下水位觀測井。因此，沉陷區域可分成若干區，以累計彼此之間的相互影響；但是，每一區只包括一個沉陷觀測井以及一個地下水位觀測井，每一個沉陷區同時也是抽水區。由於式(1)為一線性偏微分方程式，故其解可以疊加。所以，由式(19)得知

$$H'_i = \sum_{j=1}^k \left[ \frac{1}{\pi} \left( -\frac{\partial h}{\partial t} A_{cs} \right) \left( \frac{N_o}{D_o} \right) \right]_j F_j(\xi_{j-i}, \tau_j), \quad j = 1, 2, \dots, k \quad (20)$$

式中，下標  $i'$  與  $j'$  分別代表第  $i$  個沉陷區與第  $j$  個抽水區，共有  $k$  個沉陷區與  $k$  個抽水區；無因次空間座標表示第  $j$  個抽水區至第  $i$  個沉陷區的距離，以第  $j$  個抽水區的水井半徑予以無因次化，如式(8)所示；最後， $\Sigma$  反映所有抽水區對沉陷區的疊計影響。

理論與實際上，式(19)與式(20)都適宜做為估算沉陷量  $H'$  之近似模式，因為一般的預測情況大都是基於已知的抽水量  $Q$ 、抽水時間  $t$  與沉陷位置  $r$ 。但是引用式(19)或式(20)時，示於式中的擴散係數  $D_o$  與抽水係數  $N_o$  等兩值也須為已知。固然，這兩係數值可直接代入相關的數據與資料，由定義計算而得，參閱式(3)與式(4)。目前本研究的作法為抽水係數  $N_o$  之值直接由定義計算求得；但是，擴散係數  $D_o$  之值並不直接由定義計算求得，而改為根據以往之沉陷與地下水位等兩實測記錄由式(19)或式(20)計算求得。如

表 1 各區之期望值或代表量

| 列 數 | 鄉                                        | 林 邊         | 佳 冬         |             | 枋 寮          |             |
|-----|------------------------------------------|-------------|-------------|-------------|--------------|-------------|
|     | 區                                        | 林 邊         | 佳 冬         | 塭 豐         | 水底寮          | 枋 寮         |
| 一   | 水井半徑<br>$R$ (m)                          | 0.086       | 0.077       |             | 0.162        |             |
| 二   | 年抽水日數<br>$t$ (day)                       | 179         | 132         |             | 204          |             |
| 三   | 井深<br>$w_d$ (m)                          | 43          | 78          |             | 78           |             |
| 四   | 年抽水量<br>( $m^3$ /yr)                     | 11083273    | 71802242    |             | 160591674    |             |
|     |                                          |             | 35677338    | 36124884    | 94614819     | 65976855    |
| 五   | 地下水位變率<br>$\partial h/\partial t$ (m/yr) | 69<br>-2.87 | 72<br>-9.57 | 73<br>-9.69 | 74<br>-10.38 | 72<br>-7.24 |
| 六   | $A_{cs}$ ( $m^2$ )                       | 3861768     | 3728050     | 3728050     | 9112825      | 9112825     |
| 七   | $\gamma_s$ ( $N/m^3$ )                   | 14250       | 14250       | 16250       | 21000        | 16950       |

\* 地下水位變率欄位中，左上角的數字代表年度。

式(4)、(10)與(15)所示，雖然抽水係數  $N_0$  之值係直接由定義計算求得，但其中牽涉到地下水位歷線，所以兩係數的值均與以往之實測記錄有關。易言之，根據以往之實測沉陷記錄與實測地下水位記錄，先構建兩係數歷線，爾後再根據其以往之變化，估算其後之係數值，以便引用式(19)或式(20)。本研究採用這樣的作法具有多方面之優點。一是只憑成份名稱，滲透係數  $K$  的幅度，往往有將近千倍的差異，不易估算得很準確。二是實測沉陷記錄與實測地下水位記錄是相當明確的事實；因此，由此而得之係數值也跟著比較準確。三是實測記錄可反映時空的變化與非均勻性。

### 三、實例應用

應用的沉陷區域為屏東縣林邊及其鄰近地區，數據取自下述引用資料：(1)台灣現有地下水觀測及地層下陷監測資料之整理與分析報告，第二期：屏東平原，八十三年度，台灣省水利局。(2)台灣沿海地區之地層下陷監測調查研究—宜蘭、彰化、雲林、嘉義、屏東地區，民國八十六年，經濟部水資源局。(3)屏東縣林邊塭豐地區地盤下陷調查研究地下水井普查魚塭灌溉面積調查工作報告，民國六十九年十一月，台灣省屏東

農田水利會。(4)屏東縣林邊佳冬枋寮地區地層下陷檢測計畫報告，七十、七十二、七十五年度，台灣省水利局。(5)屏東縣沿海地區地層下陷檢測計畫報告，八十三、八十四年度，台灣省水利局。

整個沉陷區域包括三個鄉：林邊鄉、佳冬鄉與枋寮鄉。一般而言，不論是哪一个沉陷區域，歷年的資料最為齊全完整的大概是沉陷量與地下水位。其次，少數但堪用的資料為地層柱狀圖。最為缺乏的，就是水井普查資料。到目前為止，只有民國六十九年與民國七十七年做過該區域的水井普查。不過，民國七十七年的水井普查似乎有點疑問，因抽水量偏高；所以，本研究只能以民國六十九年的水井普查為依據，該資料係以鄉為主，參閱引用資料(3)。由於水井個別差異與細節並未詳細說明，故以期望值為代表量 (Representing quantity)，其項目計有：抽水井半徑  $R$ 、年抽水日數  $t$ 、井深  $w_d$  與年抽水量，如表 1 所示。林邊鄉、佳冬鄉與枋寮鄉的年抽水量分別為 11,083,273、71,802,242 與 160,591,674 立方公尺，總共為 243,477,189 立方公尺。上述三個鄉在其處及附近同時設有沉陷觀測井與地下水位觀測井各一口，共有五個：林邊鄉設於林邊，佳冬鄉設於佳冬與塭豐，枋寮鄉設於水底寮與枋寮。因此，整個沉陷區域分成五個沉陷區：林邊、

表 2 各抽水區水井重心至各沉陷點之距離 r

單位：m

| 水井<br>重心<br>沉陷點 | 林 邊     | 佳 冬     | 塭 豐     | 水底寮      | 枋 寮      |
|-----------------|---------|---------|---------|----------|----------|
| 林 邊             | 707.11  | 4472.14 | 3605.55 | 10295.63 | 10630.15 |
| 佳 冬             | 3354.10 | 500     | 1802.78 | 6264.98  | 6726.81  |
| 塭 豐             | 2549.51 | 3162.28 | 1000    | 8246.21  | 8062.26  |
| 水底寮             | 9433.98 | 5700.88 | 6964.19 | 707.11   | 1581.14  |
| 枋 寮             | 9924.72 | 6403.12 | 7211.10 | 2236.67  | 125      |

佳冬、塭豐、水底寮與枋寮。觀測井之所在即為沉陷點。民國六十九年的水井普查資料並附有 10000:1 的抽水井分佈圖，本研究依經緯加以分割為許多 5cm × 5cm 的小方格（相當於實地 500m × 500m），並加以計算每一小方格內所具有的水井數目，參閱 p117 圖十五（林，1998）。依據此一井數，將所有的水井置於小方格中央；爾後即可求得每一區之水井重心。林邊的水井重心在沉陷點的右下方；佳冬的水井重心在沉陷點的右邊；塭豐的水井重心在沉陷點之右邊，但差一小方格；水底寮的水井重心在沉陷點之右上方；枋寮的水井重心與沉陷點在同一小方格，參閱 p116 圖十四（林，1998）。表 2 為各區水井重心至各區沉陷點之距離，單位為公尺。

長期連續之資料為沉陷量  $H'$ 。根據上引用資料(3)至(5)，整理後之結果列於表 3。跨越年度為民國六十八年至民國八十五年。各區的跨越年度並不一致，以林邊為最長。表中的數字代表沉陷區沉陷點的沉陷量  $H'$ 。

另一長期連續資料為地下水記錄。根據前述引用資料(1)及台灣省水利處簡振源先生所提供的資料，加以整理後而得的地下水位歷線展示於 p106 圖八至 p112 圖十二（林，1998），分別為林邊、佳冬、塭豐、水底寮與枋寮等五區。這些圖的水平與垂直座標軸分別為年度與地下水位  $h$ 。地下水位歷線之用途有三：一是用以計算示於式(18)的地下水位變率  $\partial h/\partial t$ ，二是用以計算示於式(10)與式(14)的年平均地下水位  $h_{ave}$ ，三是用於計算示於式(15)單一最大地下水位上升段  $\Delta h_{max}$ ；經由地下水位歷線求得之結果分別示於表

表 3 各區各年度之沉陷量  $H'$ 

單位：m

| place<br>H'<br>year | 林邊    | 佳冬    | 塭豐    | 水底寮   | 枋寮    |
|---------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 68                  | .6333 |       |       |       |       |
| 69                  | .4166 |       |       |       |       |
| 70                  | .1802 |       |       |       |       |
| 71                  | .0096 |       |       |       |       |
| 72                  | .1271 | .0774 |       |       | .1396 |
| 73                  | .1583 | .0829 | .1110 |       | .1004 |
| 74                  | .0670 | .0425 | .0890 | .0319 | .0522 |
| 75                  | .0628 | .0143 | .0549 | .0549 | .1085 |
| 76                  | .0818 | .0264 | .0936 | .0734 | .1500 |
| 77                  | .0505 | .0267 | .0269 | .0239 |       |
| 78                  | .0316 | .0489 | .0666 | .0488 |       |
| 79                  | .0250 | .0050 | .0060 | .0040 |       |
| 80                  | ♣     | ♣     | ♣     | ♣     |       |
| 81                  | .0991 | .0605 | .0807 | ♣     |       |
| 82                  | .1487 |       | .1273 | .0926 |       |
| 83                  | .0727 |       | .0818 | .0795 |       |
| 84                  | .0522 |       | .0513 | .0618 |       |
| 85                  | .0609 |       | .0475 | .0562 |       |

註：1. ♣代表地盤上升，不予計算。

4、表 5 與表 6，分別詳細討論於下。(一)首先，由於抽水量資料極難取得，所以本研究改以式(18)，利用地下水位變率  $\partial h/\partial t$  轉換成抽水量  $Q$ ，採用下降變率的原因有二：一是符合實際情況，二是符合數學上的需要。地下水位歷線呈現上升的趨勢或下降的趨勢決定於地下水豐沛與否。在溼季時，地表水豐盛就不著抽取地下水，所以地下水位歷線將呈現上升的趨勢；反之，在枯水期，地表水相當有限，不足以應付龐大的需求，故需大量抽取地下水，地下水位歷線當呈現下降的趨勢。屏東縣林邊及鄰近地區的豐水期大致集中於五月至十月，自十一月起至翌年四月為枯水期，示於 p106 圖八至 p112 圖十二（林，1998），正顯示了這種趨勢。另外，參閱式(18)， $\partial h/\partial t = -1/A_{cs} \times Q$ ，其中  $A_{cs}$  與  $Q$  均為正值，因此， $\partial h/\partial t$  必須小於 0，即示  $\partial h/\partial t$  為下降變率。基於上述原因，本文選取在一個年度裡所有的地下水位下降

表 4 地下水位變率 $\partial h/\partial t$ 

單位：m/yr

| $\frac{\partial h}{\partial t}$<br>year \ place | 林邊    | 佳冬     | 塭豐     | 水底寮    | 枋寮     |
|-------------------------------------------------|-------|--------|--------|--------|--------|
| 68                                              | -2.34 |        |        |        |        |
| 69                                              | -2.87 |        |        |        |        |
| 70                                              | -6.28 |        |        |        |        |
| 71                                              | -5.93 |        |        |        |        |
| 72                                              | -3.07 | -9.57  |        |        | -7.24  |
| 73                                              | -3.93 | -8.47  | -9.69  |        | -7.98  |
| 74                                              | -6.77 | -13.75 | -12.41 | -10.38 | -9.10  |
| 75                                              | -5.31 | -12.34 | -10.3  | -11.01 | -9.91  |
| 76                                              | -6.18 | *      | -11.83 | -15.05 | -11.65 |
| 77                                              | -7.78 | -9.73  | -8.25  | -11.08 |        |
| 78                                              | -8.41 | -12.21 | -9.49  | -12.36 |        |
| 79                                              | -4.52 | -5.73  | -5.87  | -13.87 |        |
| 80                                              | -5.26 | -12.56 | -6.81  | -11.22 |        |
| 81                                              | -6.92 | -12.73 | -11.16 | -11.18 |        |
| 82                                              | -4.89 |        | -5.37  | -7.60  |        |
| 83                                              | -4.37 |        | -3.69  | -9.01  |        |
| 84                                              | -4.92 |        | -5.81  | -10.41 |        |
| 85                                              | -7.67 |        | -4.65  | -9.03  |        |

註：1. \*代表在該年度中更換水井資料，無法予以估算

2. 空白處乃因無該年度地下水位資料

3.  $\Delta h$  採一年度地下水位下降段合計之

段，為合計總下降量 $\Delta h$ 。實際上，地下水位下降了來自人工的抽取外，同時也來自自然滲出，但是，後者無法估算。因此，本研究只好延長枯水期的時間為一年，即 $\Delta t =$  一年，以減小下降率。根據這樣的方法由地下水位歷線圖所求得的地下水位變率之值展示於表 4。雖然表 4 的構建並未引用任何地下水補注量資料，但是式(18)係根據大範圍之質量守恆，業已將抽水量與補注量一併考慮其對地下水位之影響，而無需再特別考慮補注量。(二)示於式(10)的孔隙壓  $p$  與式(14)的初始軸向應力 $\sigma_0$ ，其值均與地下水位有關。地下水位的變化還是以反映豐水期與枯水期的趨勢為主，前者呈上升趨勢，後者呈下降趨勢，其他的就不甚顯著。本文以年平均計，結果詳列於表 5。(三)表 6 之構建，每一個年度裡，地下水位的變化是以反映豐水期與枯水期的趨勢為主

表 5 歷年之年平均地下水位  $h_{ave}$ 

單位：m

| $\frac{\partial h}{\partial t}$<br>year \ place | 林邊     | 佳冬   | 塭豐     | 水底寮   | 枋寮    |
|-------------------------------------------------|--------|------|--------|-------|-------|
| 68                                              | 1.79   |      |        |       |       |
| 69                                              | -0.94  |      |        |       |       |
| 70                                              | -1.57  |      |        |       |       |
| 71                                              | -2.63  |      |        |       |       |
| 72                                              | -2.82  | 8.62 |        |       | 1.47  |
| 73                                              | -4.78  | 6.11 | -4.55  |       | -0.37 |
| 74                                              | -4.48  | 7.61 | -3.54  | 4.08  | 1.33  |
| 75                                              | -5.14  | 9.52 | -2.74  | 3.54  | 1.78  |
| 76                                              | -7.11  | *    | -5.67  | -2.52 | -4.08 |
| 77                                              | -5.38  | 4.05 | -3.22  | -0.31 |       |
| 78                                              | -7.59  | 2.51 | -4.72  | -1.03 |       |
| 79                                              | -8.48  | 3.56 | -4.93  | -1.16 |       |
| 80                                              | -6.96  | 2.91 | -4.15  | -2.45 |       |
| 81                                              | -7.01  | 3.34 | -4.41  | -4.10 |       |
| 82                                              | -11.31 |      | -13.44 | -9.46 |       |
| 83                                              | -10.18 |      | -11.42 | -7.00 |       |
| 84                                              | -10.01 |      | -11.45 | -6.97 |       |
| 85                                              | -10.23 |      | -12.79 | -8.42 |       |

註：1. \*代表在該年度中更換水井資料，無法予以估算

2. 空白處乃因無該年度地下水位資料

3.  $h_{ave}$  採該年度各月份地下水位之平均值

要部份，但期間包含了多個小部份的上升段與下降段。但是，示於式(15)的軸向應力增量 $\Delta\sigma$ 係針對持續受壓。本研究採用最大上升段做為 $\Delta h_{max}$ ，其間不能中斷，即最大持續上升段，其結果詳列於表 6。

構建式(18)的用意就是期待利用實測的地下水位資料換算成不同年度的抽水量  $Q$ ，但式(18)包含一虛設比值  $A_{cs}$ —受壓飽和含水層平面面積。為了便於分析，本文假設其值為一定值與年度無關。年抽水量取自民國六十年的水井普查，示於表 1 第 4 列，林邊鄉、佳冬鄉與枋寮鄉的年抽水量分別為 11,083,273、71,802,242 與 160,591,674 立方公尺。民國六十九年只有林邊有地下水位記錄；其他四區（佳冬、塭豐、水底寮與枋寮）都無地下水記錄，本文採用最接近民國六十年的第一個年度，示於表 1 第 5 列的左



表 6 歷年之地下水位單一最大上升段統計表

| 年度 | 林邊                | 佳冬                | 塭豐                | 水底寮               | 枋寮                |
|----|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
|    | $\Delta h_{\max}$ | $\Delta h_{\max}$ | $\Delta h_{\max}$ | $\Delta h_{\max}$ | $\Delta h_{\max}$ |
| 68 | 0.170             |                   |                   |                   |                   |
| 69 | 0.200             |                   |                   |                   |                   |
| 70 | 7.290             |                   |                   |                   |                   |
| 71 | 3.950             |                   |                   |                   |                   |
| 72 | 1.370             | 7.930             |                   |                   | 4.930             |
| 73 | 3.580             | 9.000             | 13.070            |                   | 10.330            |
| 74 | 5.530             | 15.070            | 9.430             | 10.493            | 9.400             |
| 75 | 4.380             | 11.900            | 12.100            | 7.955             | 6.570             |
| 76 | 8.270             | 更換觀測井，不予計算        | 10.980            | 14.735            | 9.870             |
| 77 | 6.060             | 8.670             | 7.180             | 11.703            |                   |
| 78 | 4.700             | 11.860            | 6.240             | 9.924             |                   |
| 79 | 6.120             | 11.780            | 8.380             | 地盤上升，不予計算         |                   |
| 80 | 地盤上升，不予計算         | 地盤上升，不予計算         | 地盤上升，不予計算         |                   |                   |
| 81 | 2.420             | 8.420             | 6.710             |                   |                   |
| 82 | 1.782             |                   | 3.400             | 4.030             |                   |
| 83 | 5.490             |                   | 5.540             | 12.353            |                   |
| 84 | 3.900             |                   | 4.300             | 10.162            |                   |
| 85 | 7.120             |                   | 3.900             | 8.252             |                   |

上角，分別為 72、73、74 與 72。表 1 第 5 列的數字為各區的地下水位變率，' - '代表下降。參閱表 1 第 4 列與第 5 列，根據年抽水量  $Q$  與地下水位變率  $\partial h/\partial t$  就可得受壓飽和含水層平面面積  $A_{cs}$  之值。林邊鄉只有一個抽水區（林邊），所以其  $A_{cs}$  值的計算很單純；由式(18)得知， $A_{cs} = Q / (-\partial h/\partial t) = 11,083,273 / [-( -2.87)] = 3,861,768$  平方公尺，列於表 1 第 6 列。但是佳冬鄉與枋寮鄉各有二個抽水區，佳冬鄉設有佳冬與塭豐，枋寮鄉設有水底寮與枋寮。以佳冬鄉為例，由式(18)得知  $A_{cs1} \partial h_1/\partial t + Q_1 = 0$ ， $A_{cs2} \partial h_2/\partial t + Q_2 = 0$ ， $Q_1 + Q_2 = Q = 71,802,242$  立方公尺，下標'1'與'2'分別代表不同的抽水區。本研究假設  $A_{cs1} = A_{cs2}$ ，故  $A_{cs1} = A_{cs2} = 3,728,050$  平方公尺。求得  $A_{cs}$  值後就可利用式(18)，分別計算各區對應的抽水量，其結果示於表一第 4 列之下方內。最後，參閱表 1 第 3 列，根據井口位置（即井深  $w_d$ ）就可由屏東地區地層柱狀圖得知土層組成類別，爾後再由其類別又可求得對應的單位體積重  $\gamma_s$ ，以平

均值計，其結果示於表 1 第 7 列。土層柱狀圖取自引用資料(1)，與 p113 ~ 115，圖十三與圖十四（林，1998）。

#### (一) 構建係數歷線

根據表 1 至表 5 的數據即可構建擴散係數  $D_0$ 。與抽水係數  $N_0$  之歷年變化。除了表 1 與表 2 只反映不同地區（林邊、佳冬、塭豐、水底寮與枋寮）的變化外，其餘四個表同時也顯示不同年度的變化。抽水係數歷線較易於構建，但擴散係數就顯得相當麻煩。呈現於式(3)與式(4)中的水之單位體積重  $\gamma$  等於  $9810 \text{ N/m}^3$ ，壓縮係數  $\beta$  為體積彈性係數  $E_v$  之倒數， $E_v = 2.15 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ ，故  $\beta = 0.4651163 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{N}$  (Young, 1997)。另外，砂與礫石的楊氏係數  $E$  值介於  $34.5 \sim 172.50 \text{ Mpa}$  (Das, 1995)，本研究的  $E$  值採用  $100 \text{ Mpa}$ ，故  $\alpha = 1/E = 1.0 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{N}$ 。根據土層組織與結構等資料得知孔隙比  $e$  約為  $0.55$ ，則  $n = e / (1+e) = 0.3548387$ 。所以  $\alpha n + \beta = 0.4013503 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{N}$ 。

表 7 屏東地區歷年之壓縮指標  $C_c$ 

| 年度 | 林邊        | 佳冬         | 塭豐        | 水底寮       | 枋寮     |
|----|-----------|------------|-----------|-----------|--------|
|    | $C_c$     | $C_c$      | $C_c$     | $C_c$     | $C_c$  |
| 68 | 0.0071    |            |           |           |        |
| 69 | 0.0067    |            |           |           |        |
| 70 | 0.0078    |            |           |           |        |
| 71 | 0.0071    |            |           |           |        |
| 72 | 0.0066    | 0.0151     |           |           | 0.0157 |
| 73 | 0.0067    | 0.0148     | 0.0191    |           | 0.0162 |
| 74 | 0.0070    | 0.0161     | 0.0187    | 0.0262    | 0.0165 |
| 75 | 0.0067    | 0.0159     | 0.0193    | 0.0255    | 0.0161 |
| 76 | 0.0070    | 更換觀測井，不予計算 | 0.0185    | 0.0242    | 0.0151 |
| 77 | 0.0070    | 0.0145     | 0.0184    | 0.0246    |        |
| 78 | 0.0064    | 0.0147     | 0.0179    | 0.0240    |        |
| 79 | 0.0065    | 0.0149     | 0.0182    | 地盤上升，不予計算 |        |
| 80 | 地盤上升，不予計算 | 地盤上升，不予計算  | 地盤上升，不予計算 |           |        |
| 81 | 0.0061    | 0.0143     | 0.0181    |           |        |
| 82 | 0.0053    |            | 0.0154    | 0.0197    |        |
| 83 | 0.0061    |            | 0.0163    | 0.0221    |        |
| 84 | 0.0059    |            | 0.0160    | 0.0217    |        |
| 85 | 0.0064    |            | 0.0157    | 0.0208    |        |

## 1. 抽水係數歷線

首先利用式(10)至式(17)計算壓縮指標  $C_c$  之值，爾後再利用式(4)就可求得抽水係數  $N_o$  之值。以民國七十九年度林邊為例說明於下。 $e_o = 0.55$ ， $\gamma = 9810 \text{ N/m}^3$ ， $\gamma_s = 14250 \text{ N/m}^3$ ， $w_d = -43 \text{ m}$  (表 1)， $E = 1 \times 10^8 \text{ N/m}^2$ ， $h_{ave} = -8.48 \text{ m}$  (表 5)， $\sigma_o = (14250 - 9810) \times [-8.48 - (-43)] = 153268.8 \text{ N/m}^2 = 153268.8 \text{ Pa}$ ， $\Delta h_{max} = 6.12 \text{ m}$  (表 6)， $\Delta \sigma = 9810 \times 6.12 = 60037.2 \text{ N/m}^2$ ， $\Delta \epsilon = -60037.2 / 1.0 \times 10^8 = -6.00372 \times 10^{-4}$ ， $\Delta e = (1 + e_o) \Delta \epsilon = (1 + 0.55) \times [-6.00372 \times 10^{-4}] = -9.305766 \times 10^{-4}$ ， $C_c = -\Delta e / \log [(\sigma_o + \Delta \sigma) / \sigma_o] = (9.305766 \times 10^{-4}) / \log [(15.3268.8 + 60037.2) / 153268.8] = 6.4826263 \times 10^{-3}$ ，求得壓縮指標  $C_c$  的值後，由式(4)就可直接計算抽水係數  $N_o$ 。 $p\gamma = [-8.48 - (-43)] \times 9810 = 0.3386412 \times 10^6 \text{ N/m}^2$ ， $e = e_o = 0.55$ ， $N = (6.4826263 \times 10^{-3}) / [0.3386412 \times 10^6 \times (1 + 0.55)$

$\times 0.4013503 \times 10^{-8}]$ ，壓縮指標  $C_c$  與抽水係數  $N_o$  的計算結果分別陳列於表 7 與表 8，對應的歷年變化示於圖 2 與圖 3。

## 2. 擴散係數歷線

利用式(19)或式(20)計算擴散係數  $D_o$  的歷年變化，即擴散係數歷線。式(19)用於只有一個抽水區(亦為沉陷區)，而式(20)卻用於多個抽水區。整個沉陷區域分成五區：林邊、佳冬、塭豐、水底寮與枋寮，每一個各有一個沉陷點與一個水井重心，其間距列於表 2。各區各年度的沉陷量  $H'$ 、地下水位變率  $\partial h / \partial t$  與抽水係數  $N_o$  分別列於表 3、表 4 與表 8。各區的受壓飽和含水層平面面積  $A_{cs}$ 、抽水時間  $t$  與水井半徑  $R$  分別列於表一的第 6 列、第 2 列與第 1 列。式(19)與式(20)中的分析解為函數  $F(\xi, \tau)$ ，定義於式(6)；分析解為無因次空間座標  $\xi$  與無因次時間  $\tau$  的函數，分別定義於式(8)與式(9)。五個抽水區同時也是五個

表 8 屏東區歷年之抽水係數  $N_0$ 。

| 年度 | 林邊<br>No 估算值 | 佳冬<br>No 估算值 | 塭豐<br>No 估算值 | 水底寮<br>No 估算值 | 枋寮<br>$N_0$ 估算值 |
|----|--------------|--------------|--------------|---------------|-----------------|
| 68 | 2.607        |              |              |               |                 |
| 69 | 2.610        |              |              |               |                 |
| 70 | 3.074        |              |              |               |                 |
| 71 | 2.868        |              |              |               |                 |
| 72 | 2.693        | 2.851        |              |               | 4.413           |
| 73 | 2.857        | 2.893        | 4.256        |               | 4.679           |
| 74 | 2.989        | 3.074        | 4.119        | 7.025         | 4.623           |
| 75 | 2.916        | 2.970        | 4.211        | 6.914         | 4.489           |
| 76 | 3.212        | 更換觀測井，不予計算   | 4.187        | 7.293         | 4.690           |
| 77 | 3.035        | 2.889        | 4.035        | 7.120         |                 |
| 78 | 2.961        | 2.999        | 4.006        | 7.040         |                 |
| 79 | 3.077        | 2.992        | 4.086        | 地盤上升，不予計算     |                 |
| 80 | 地盤上升，不予計算    | 地盤上升，不予計算    | 地盤上升，不予計算    |               |                 |
| 81 | 2.785        | 2.883        | 4.022        |               |                 |
| 82 | 2.755        |              | 3.915        | 6.784         |                 |
| 83 | 3.051        |              | 4.000        | 7.230         |                 |
| 84 | 2.923        |              | 3.949        | 7.111         |                 |
| 85 | 3.179        |              | 3.935        | 7.020         |                 |

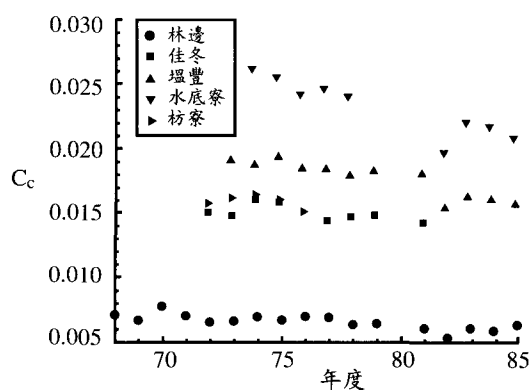


圖 2 屏東區域歷年之壓縮指標  $C_c$ 。

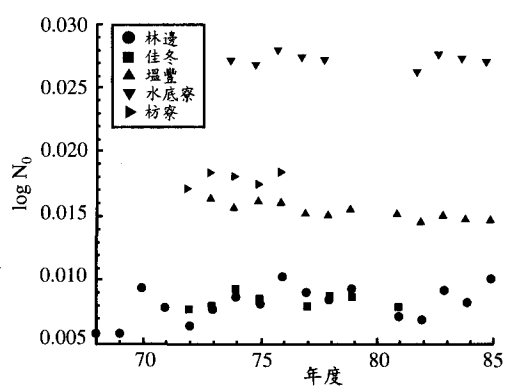


圖 3 屏東區域歷年之抽水係數  $N_0$ 。

沉陷區。以林邊為例，其沉陷除了來自本區之抽水外，同時也來自其他四區的抽水。五個抽水區同時抽水的年度有民國七十四年與民國七十五年。四個區同時抽水的年度有民國七十三年、民國七十六年至民國七十八年。三個區同時抽水的

年度有民國七十二年、民國七十九年及民國八十一年至民國八十五年。單區抽水的年度自民國六十八年至民國七十一年。

## (二) 係數之預測

表 9 屏東區歷年之擴散係數  $D_0$ 。

| 年度 | 林 邊<br>$D_0$ ( $m^2/sec$ ) | 佳 冬<br>$D_0$ ( $m^2/sec$ ) | 埤 豐<br>$D_0$ ( $m^2/sec$ ) | 水底寮<br>$D_0$ ( $m^2/sec$ ) | 枋 寮<br>$D_0$ ( $m^2/sec$ ) |
|----|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| 68 |                            |                            |                            |                            |                            |
| 69 |                            |                            |                            |                            |                            |
| 70 | 6.303                      |                            |                            |                            |                            |
| 71 | 6.998                      |                            |                            |                            |                            |
| 72 | 22.639                     | 5.240                      |                            |                            | 18.756                     |
| 73 | 74.141                     | 7.950                      | 34.448                     |                            | 92.535                     |
| 74 | 49.893                     | 265.567                    | 365.994                    | 599.976                    | 169.611                    |
| 75 | 586.285                    | 3271.290                   | 63.602                     | 1420.630                   | 152.972                    |
| 76 | 76.425                     | 更換觀測井，不予計算                 | 23092.630                  | 274.978                    | 118.436                    |
| 77 | 1101.061                   | 545.898                    | 162.376                    | 553.406                    |                            |
| 78 | 94.303                     | 52.581                     | 87.796                     | 1595.760                   |                            |
| 79 | 254.974                    | 783.037                    | 67.706                     | 地盤上升，不予計算                  |                            |
| 80 | 地盤上升，不予計算                  | 地盤上升，不予計算                  | 地盤上升，不予計算                  |                            |                            |
| 81 | 17.159                     | 12.936                     | 53.558                     |                            |                            |
| 82 | 71.452                     |                            | 12.198                     | 84.262                     |                            |
| 83 | 74.621                     |                            | 8710.130                   | 164.371                    |                            |
| 84 | 27.748                     |                            | 76.467                     | 239.339                    |                            |
| 85 | 30.652                     |                            | 55.395                     | 231.441                    |                            |

得知係數值的歷年變化後，如果其變化幅度不明顯，則預測係數值最簡單的方法就是以最後幾年的平均值計。目前只為展示近似模式之應用，故採用最後三年的平均值作為預測值。由於早期設置觀測井的地方並不多，民國七十一年以前只有林邊一個地方的觀測記錄。而後設置觀測井的地方增加，應採用多區抽水的合併分析，故近似模式為式 (20)。近似模式包含二個係數：一是擴散係數  $D_0$ ，二是抽水係數  $N_0$ 。歷年的  $N_0$  值列於表 8 或圖 3；林邊、佳冬、埤豐、水底寮與枋寮最後三年的  $N_0$  之平均值分別為 3.051016、2.958181、3.961396、7.120250 與 4.600458。擴散係數  $D_0$  定義於式 (3)，歷年的  $D_0$  值列於表 9 或圖 4。林邊、佳冬、埤豐、水底寮與枋寮最後三年的平均值分別為 44.34029、282.8512、48.02009、211.7172 與 147.0063，單位為  $m^2/s$ 。

### (三) 預測之典型範例

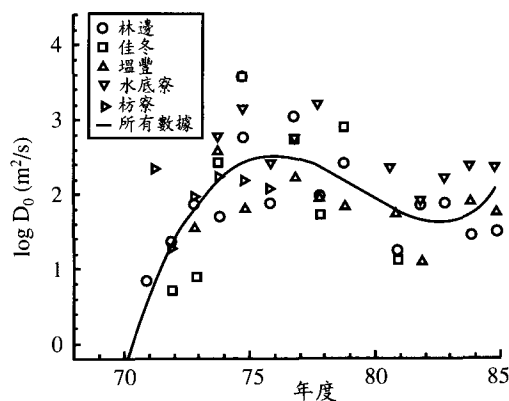


圖 4 屏東區域歷年之擴散係數  $D_0$ 。

採用五個沉陷區(同時也是五個抽水區)，林邊、佳冬、埤豐、水底寮及枋寮。沉陷區之特徵及其代表量示於表 1。以民國六十九年的年抽水量為參考，三鄉五區的年總抽水量為 11,083,273 + 71,802,242 + 160,591,674 = 243,477,189  $m^3$ 。另外， $D_0$  與  $N_0$  等兩值採用最後三年的平均為預測

值，其值已詳列於前節。典型範例分為兩部份：一是不同的年抽水量導致的沉陷量，二是在不同的容許年沉陷量之下的年抽水量。

由抽水量預測沉陷量可直接代入式(20)，逐沉陷區計算，每一個沉陷區又受五個抽水區的影響。這五區的抽水量示於表 1 第四列，分別為 11083273、35677338、36124884、94614819 與 65976855 立方公尺/年；抽水時間示於第二列，分別為 179、132、132、204 與 204 日。五區的年沉陷量分別為 0.1649、0.0805、0.3392、0.0975 與 0.1159 公尺。各區的抽水量與抽水時間各不相同，上述的抽水量共為 243477189 立方公尺/年，其平均為 48695433 立方公尺/年。若每一區的抽水量均為 48695433 立方公尺/年，抽水時間為 180 天，則林邊、佳冬、塭豐、水底寮與枋寮的年沉陷量為 0.2053、0.0663、0.2208、0.1326 與 0.1397 公尺。如果  $N_0/D_0$  與抽水時間  $t$  不改變，則沉陷量  $H'$  與抽水量  $Q$  呈正比，如式(19)或式(20)所示；即抽水量增加一倍，沉陷量也跟著增加一倍，相反地，若抽水量減為一半，沉陷量也隨之減為一半。若  $N_0/D_0$  與抽水量不變，抽水時間  $t$  改變，則沉陷量  $H'$  與抽水量  $Q$  間的關係完全決定於  $F(\xi, \tau)$ ，參閱式(6)；故其間的關係不易於直接看出來。最後，如果五區當中只有一區抽水，抽水量  $Q = 48695433$  立方公尺/年，抽水時間  $t$  為 180 天，其他四區都不抽水，抽水區的順序為林邊、佳冬、塭豐、水底寮與枋寮，則單區抽水導致的沉陷情況分別為(0.0245、0.0088、0.0693、0.0115、0.0098)、(0.0122、0.0122、0.0141、0.0167、0.0161)、(0.1465、0.0315、0.0105、0.0849、0.0709)、(0.0185、0.0103、0.0729、0.0106、0.0114) 與 (0.0035、0.0035、0.0541、0.0089、0.0314)，單位為公尺。直覺上，哪一區抽水，則該區的沉陷量應為最大，其他區的沉陷量應該較小，因為其他區較遠離抽水井之所在。如式(19)所示，沉陷量  $H'$  是來自三項的乘積： $N_0/D_0$ 、 $Q$  ( $= -\partial h/\partial t A_{cs}$ ) 與  $F(\xi, \tau)$ ，分別代表土層、抽水量與間距的影響。如果不計土層的因素，則沉陷量即以抽水井之附近為最大。

若抽水量為已知，則直接代入近似模式，就

可計算求得對應的沉陷量。另一方面，若沉陷量為已知，但抽水量為未知數，若此時同樣是所有沉陷區合併考慮，示於式(20)的近似模式為一組線性聯立方程式，而不是非線性，未知數或根為各沉陷區的地下水位變率，或由式(18)亦可改為以抽水量表之。以五個沉陷區而言，不論各沉陷區的沉陷量為若干，由式(20)的線性方程式，都可求得一組根，分別對應於五個沉陷區。但是，計算結果卻顯示部分的根小於 0，部分的根大於 0 (根必須大於 0，即抽水量必須大於 0)，這是不合理的。這與原意相反。所以，本文只好改以近似的方法處理之；沉陷區不合併考慮，一區一區分開考慮。抽水時間  $t = 180$  天，沉陷量設為 0.001 公尺，則林邊、佳冬、塭豐、水底寮與枋寮之容許抽水量分別為 1979173、2923694、3409086、5228938 與 1758507 立方公尺/年。若相關的因子均保持不變，則抽水量與沉陷量呈正比；即沉陷量由 0.001 公尺增為 0.01 公尺，林邊的容許抽水量由 1979173 變為 19791730 立方公尺/年。由於單區考慮，並未合併處理，故所求得的抽水量易於偏高。

#### 四、結果與討論

任何錯綜複雜的問題，乍看之下，其影響因素或因子不勝枚舉。抽取地下水而引起的地層下陷也不例外。除了涵蓋水理因素外，還包含土層因素。但是，整個現象是受這些因子所組合而成的係數所控制。本文中係數之求得並不是採用 Buckingham  $\pi$  定理，而是呈現於控制方程式。雖然控制方程式的構建(式(1))及其分析解(即近似模式，示於式(19)或式(20))，是基於非常簡單的理想情況，僅能適用於符合假設之情況，與實際上的應用難免有所出入。然而，控制方程式及其分析解畢竟規範了抽水量與地層下陷之間的大致趨勢。另一方面，擴散係數  $D_0$  與抽水係數  $N_0$  兩值，係配合實測與調查資料所求得的，這不但反映區域的特徵，同時也兼顧了經年累月的影響。示於式(19)或式(20)的近似模式，其應用極為簡單；但是，模式的準確度視兩係數的推估值而定，其值係分別依據以往的兩係數歷線推估而

得。另一方面，以往的係數歷線又是配合實測與調查而求得的。所以，係數之預測值應不致於有太大的置疑；這連帶地使近似模式也因而頗為準確。

由於本研究所探討的整個沉陷區域只能依據同時設有沉陷觀測井與地下水位觀測井之所在，以測點間之中分線為分界，共分成五個沉陷區，同時也是五個抽水區。所有計算結果均展示於以年度為水平座標軸的垂直座標軸。但為了涵蓋懸殊的歷年變化，垂直座標均採用實用對數。其次，整個沉陷區域只有五個中心，實在無法準確地描述在整個沉陷區域的分佈趨勢，只能概略性與大致性地探討各區的特徵。

圖 2 為壓縮指標  $C_c$  之歷年變化，對應的數值結果展示於表 7。歷年的變化並沒有明顯且一致的趨勢，不過有一點呈現遞減的傾向，但幅度並不大。以 10 的次方而言，其大小等級(Order of magnitude)如下：林邊為  $O(10^{-3})$ ，其餘四區均為  $O(10^{-2})$ 。這樣的大小等級是合理的，因為受壓飽和含水層的組成是以砂與礫石為主，其壓縮指標  $C_c$  之值大約在 0.1 以下，只有黏土的壓縮指標才會高至 0.1 以上(McCarthy, 1993)。圖 2 與表 7 除了反映不同沉陷區的影響，也同時反映不同年度的變化。本研究係根據式(10)至式(17)求得壓縮指標  $C_c$  之值，式中年平均地下水位高  $h_{ave}$  和單一地下水位最大上升段  $\Delta h_{max}$  均與歷年的地下水位有關。如果不計微小之變化幅度以便於引用為考量，可以歷年的平均計，林邊、佳冬、塭豐、水底寮與枋寮等五區的  $C_c$  值分別為 0.00661、0.0150、0.0176、0.0232 與 0.0159。其次，如式(4)所示，雖然抽水係數  $N_o$  與壓縮指標  $C_c$  成正比，但是抽水係數  $N_o$  還受孔隙比  $e$  與孔隙壓  $p$  的影響。抽水係數  $N_o$  的歷年變化示於圖 3，其數值結果陳列於表 8。比較圖 2 與圖 3 即可發現壓縮指標  $C_c$  與抽水係數  $N_o$  的歷年變化並沒有一致的趨勢，兩者唯一共同的地方就是歷年的變化幅度並不大。以歷年的平均而言，林邊、佳冬、塭豐、水底寮與枋寮等五區的  $N_o$  值分別為 2.917、2.944、4.060、7.059 與 4.578。其次，就比較、驗證與判斷的觀點，抽水係數與壓縮指標的情形

就大不相同。由於抽水係數  $N_o$  並不是一個很普遍的術語，大概只出現於本文，故幾乎無法找到其他的相關資料可引用。然而，壓縮指標  $C_c$  卻是一個常見的術語，而且用途很多，所以有相當多的相關資料可引用。由於這緣故本文只能就壓縮指標  $C_c$  予以比較、驗證與判斷，但無法針對抽水係數  $N_o$ ，同時後者尚決定於孔隙壓  $p$ 。

擴散係數  $D_o$  之歷年變化展示於圖 4，另計算結果陳列於表 9，涵蓋的年度自民國七十年至民國八十五年。民國七十二年以前的沉陷區只有林邊一區，而且民國六十八年與民國六十九年的計算結果顯示所求得的  $D_o$  值非常不合理，因為由此而得的滲透係數  $K$  值太小了，大約等於  $10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ 。故圖 4 與表 9 均不包括這兩個年度。參閱圖 4，其水平座標軸與垂直座標軸分別為年度與擴散係數  $D_o$ ，但後者採用實用對數以涵蓋懸殊的變化。其中，只有兩個數據較為離群，都是在塭豐區，對應的年度為民國七十六年與民國八十三年，其  $D_o$  值分別為  $2.309 \times 10^4$  與  $8.710 \times 10^3$ ，單位為  $\text{m}^2/\text{s}$ ，參閱表九。若不計這兩個數據，就其餘全部數據而言，其分佈趨勢大致如實線所示；隨著年度的增加，先呈現上升走向直到民國七十六年，才改為下降走向，其變化幅度相當大；最後又再轉為上升走向，但幅度減小。由於每一個沉陷區的跨越年度不一，有的相當長，如林邊區有十五個年度，但有的相當短，如枋寮區只有五個年度。故有些沉陷區擴散係數  $D_o$  值的分佈趨勢較不明顯，但大致均符合上述走向。扣掉上述兩個偏小與兩個偏大的數據，其餘的就各不同沉陷區所跨越的年度予以平均，則林邊、佳冬、塭豐、水底寮與枋寮等五個沉陷區之擴散係數值分別等於  $0.166 \times 10^3$ 、 $0.618 \times 10^3$ 、 $0.980 \times 10^2$ 、 $0.574 \times 10^3$  與  $0.110 \times 10^3 \text{ m}^2/\text{s}$ ，五個沉陷區之平均值等於  $0.301 \times 10^3 \text{ m}^2/\text{s}$ ，參閱表 9。由於整個沉陷區域內只有五個位置的數據，本研究實在很難相當準確地描述在區域內擴散係數值的分佈，不過，就上述五個數據及其所在的位置而言，佳冬與水底寮離海岸最遠，林邊與枋寮次之，塭豐最靠近海岸；所以，擴散係數似乎由內陸向海岸呈現遞減的趨勢，但幅度並不大，由內陸的最大值

$0.618 \times 10^3 \text{ m}^2/\text{s}$  減小為塭豐的  $0.980 \times 10^2 \text{ m}^2/\text{s}$ 。總之，在整個沉陷區域內的擴散係數，其值之確實分佈尚須更多數據之補充與修正。另外，擴散係數  $D_0$  與滲透係數  $K$  間的關係如式(3)所示，式中單位體積重  $\gamma$  與  $(\beta n + \partial n / \partial p + \alpha n)$  分別等於  $9810 \text{ N/m}^3$ ， $0.401 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{N}$ ，故兩者成正比，滲透係數  $K$  的歷年變化示於圖 5，數據結果列於表 9，圖 4 與圖 5 的唯一不同就是垂直座標之尺度，其餘的完全相同。同樣地，若不計兩偏小與兩偏大的數據，其餘的就各不同沉陷區所跨越的年度予以平均，則林邊、佳冬、塭豐、水底寮與枋寮等五個沉陷區之滲透係數值分別為  $0.653 \times 10^{-2}$ 、 $0.265 \times 10^{-1}$ 、 $0.386 \times 10^{-2}$ 、 $0.226 \times 10^{-1}$  與  $0.435 \times 10^{-2} \text{ m/s}$ ，五個沉陷區之平均值為  $0.122 \times 10^{-1} \text{ m/s}$ ，參閱表九。一般而言，受壓飽和含水層的組成是以砂與礫石為主，其  $K$  值介於  $1.0 \times 10^{-5}$  至  $1.0 \text{ m/s}$  之間，甚至可大於  $1.0 \text{ m/s}$  (McCarthy, 1993)。因此，表 9 的數據是合理的。

參閱式(19)與式(20)，除了抽水量  $Q$  外（或經由式(18)改以  $-A_{cs} \partial h / \partial t$  取代之），影響沉陷量  $H'$  的兩大因子為  $N_0/D_0$  與  $F(\xi, \tau)$ ；後者為式(1)之分析解一式(6)，其結果展示於第六頁圖 6（施，1997），而前者示於圖 6，扣掉兩個偏小與兩個偏大的數據，其餘全部數據的分佈趨勢以實線表示。由於擴散係數  $D_0$  出現於分母，所以展示於圖 6 的實線大致為圖 4 的顛倒，但不盡然，因為圖 6 的實線尚須反映抽水係數  $N_0$  的影響。圖 6 正代表不同年度與不同沉陷區的以往變化，可供爾後預測之參考，以別於  $F(\xi, \tau)$  所代表的意義，後者係代表控制方程式的自變數  $t$  與  $r$  之影響。參閱圖 4 與圖 5，民國七十五年以後，除了少數年度外，兩係數值隨著不同年度的變化並不很顯著，看起來好像是呈現緩慢地遞減。如果比較對應的地下水位變化，本文發現一個有趣的現象。若是某一年度的降水量特別豐富，因而導致該年度的地下水位明顯且大幅度上升，則擴散係數  $D_0$  與抽水係數  $N_0$  等兩值也跟著上升。除了這些上升的年度外，展示於圖 4 與圖 3 的變化似乎有點呈現指數遞減的趨勢。這些趨勢將有助於兩係數值之估算與預測。最簡單的估算方法可採用最後

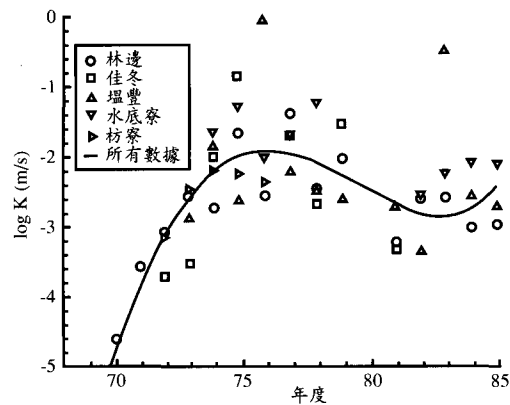


圖 5 屏東區域歷年之滲透係數  $K$

幾年（不一定連續）的平均值做為兩係數的估算值或預測值。如果採用最後三個年度的平均值，由表八得知在林邊、佳冬、塭豐、水底寮與枋寮等五個沉陷區的抽水係數  $N_0$  之估算值分別為 3.051、2.958、3.961、7.120 與 4.600；另外，由表九又可得知這五個沉陷區的擴散係數  $D_0$  之估算值分別為 44.340、282.851、48.020、211.717 與 147.006，單位為  $\text{m}^2/\text{s}$ 。求得兩係數之估算值後，再輸入抽水時間  $t$  與間距  $r$  就可直接利用式(6)求得  $F(\xi, \tau)$  值，接著再由式(19)或式(20)又可計算不同的抽水量而導致的沉陷量  $H'$ ，或是在不同之容許沉陷量下之抽水量。這些預測除了直接代入計算外，尚可利用第六頁圖六（施，1997），其水平與垂直座標軸分別為無因次空間座標  $\xi$  與無因次沉陷量  $\eta$ ，分別定義於式(8)與式(7)，另以無因次時間  $\tau$  為參數，定義於式(9)。

## 五、結 論

1. 在適當的假設下，自受制飽和含水層抽取地下水而導致的地層下陷受制於一擴散方程式，但含一「源」以代表抽水量。微分方程式包含兩係數：擴散係數  $D_0$  與抽水係數  $N_0$ 。
2. 微分方程式之分析解係由 Green 函數構建而得，可簡化為一瑕積分，其組成以第零階與第一階 Bessel 函數為主，另尚包括一指數遞減函數。
3. 若擴散係數  $D_0$  與抽水係數  $N_0$  等兩值為已知，

分析解即為近似模式，由此可推算不同的抽水量而導致的沉陷量，或是在不同之容許沉陷量下的抽水量。

4. 兩係數歷線反映不同地區的特徵及其經年累月的影響。以往的係數歷線可由相關的方程式配合實測與調查資料計算而得。實測資料來自沉陷觀測井與地下水位觀測井所提供的記錄，而調查資料為至少一個年度的水井普查。抽水係數  $N_0$  之值可直接代入計算而得；但擴散係數  $D_0$  之值須解聯立非線性方程式，聯立方程式並無「根」，本研究以最小總殘餘值計。
5. 整個沉陷區域分成五區：林邊、佳冬、塭豐、水底寮與枋寮。每一區均須設有沉陷觀測井與地下水位觀測井各一口，井之所在為沉陷點，構成一沉陷區；另外，又依水井之分佈設置一水井重心，即為抽水點，所以每一區同時又構成一抽水區。
6. 著眼於整個受制飽和含水層的大範圍，利用質量守恒，抽水量可由地下水位變率  $\partial h/\partial t$  取代之。但是在取代過程中引進了一虛設引數—受制飽和含水層平面面積  $A_{cs}$ ，其值須由水井普查資料求得。以地下水位取代抽水量，同時也兼顧了地下水補注量。
7. 林邊、佳冬、塭豐、水底寮與枋寮等五沉陷區之以往兩係數歷線分別展示於圖 3 與圖 4，數值結果也同時分別列於表 8 與表 9。圖 3 與表八為抽水係數  $N_0$  之歷年變化，而圖 4 與表九則為擴散係數  $D_0$  之歷年變化。除非降雨量特別豐富的年度，歷線大致呈現緩慢地遞減趨勢。兩係數值之合理性無法直接判斷，但可間接由其相關的係數判斷而得，抽水係數  $N_0$  及擴散係數  $D_0$  分別與壓縮指標  $C_c$  及滲透係數  $K$  有關。以受制飽和含水層之組成係由砂與礫石為主而言，本研究所求得  $C_c$  與  $K$  等兩值是合理的，前者大致介於  $10^{-2} \sim 10^{-3}$ ，而後者則介於  $10^{-1} \sim 10^{-4}$  m/s。
8. 由於兩係數歷線之變化幅度並不太大，且略呈遞減之趨勢，若以最後三個年度之平均值做為係數之估算值，在林邊、佳冬、塭豐、水底寮與枋寮等五沉陷區的擴散係數  $D_0$  之估算值分

別為 44.340、282.851、48.020、211.717 與 147.006，單位為  $m^2/s$ ；而這五個沉陷區的抽水係數  $N_0$  之估算值則分別為 3.051、2.958、3.961、7.120 與 4.600。

## 六、謝誌

本研究之進行承蒙經濟部水資源局研究計畫"屏東縣林邊地層下陷之實例預測，87EC2B370062-10"與"屏東縣林邊地區地層下陷控制參數之探討，88EC2B37006"之經費補助，在此致上謝意。

## 七、參考文獻

1. Amosov, S. L., "Some Problems of Heat Conductivity Connected with Electric Welding", Transaction of the Leningrad Industrial Institute, no.4 (Section of Physics and Mathematics), pp.39-44, 1937.
2. Bear, J. and Corapcioglu, M. Y., "Mathematical Model for Regional Land Subsidence due to Pumping. II. Integrated Aquifer Subsidence Equations based on Vertical and Horizontal Displacement", Water Resources Research, 17 pp.947-958, 1981.
3. Carslaw, H. S. and Jaeger J. C., Conduction of Heat in Solids, 2nd ed., Oxford University Press, London, pp.353-357, 1969.
4. Corapcioglu, M. Y., "Mathematical Model for Regional Land Subsidence due to Pumping. III. Integrated Equations for a Pheratic Aquifer", Water Resources Research 19, pp.895-908, 1983.
5. Das, B. M., Principles of Foundation Engineering, 3d ed., PWS Publishing Co., New York, p.179, 1995.
6. Fallou, S. N., Mei, C. C. and Lee, C. K., Subsidence due to Pumping from Layered Soil-A Perturbation Theory, Int. J. Numer. Analysis Mech. Geomech., 16, pp.157-187, 1992.
7. Gerald, C. F. and Wheatley, P. O., Applied



- Numerical Analysis, Addison-Wesley Pub. Co., New York, pp.326-328, 1992.
8. Lee, C. K., Fallou, S. N., Mei, C. C., Subsidence due to Pumping from a Soil Stratum a Soft Aquitard, Phil. Trnas. R. Soc. Lond. A, 339, pp.193-230, 1992.
  9. McCarthy, D. F., Essentials of soil mechanics and foundations : Basic Geotechnics, Regrents / Prentice Hall, New Jersey, p.114, pp.233-243, 1993.
  10. Polubarinova-Kochina, P. Ya., "Theory of Ground Water Movement", translated from the Russian by J. M. Roger Dewiest, Princeton University press, Princeton, N. J., pp.550-551, 1962.
  11. Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T. and Flannery, B. P., Numerical Recipies in Fortran, Cambridge University Press, pp.102-104, 123-127, 1992.
  12. Sowers, G. B. and Sowers, G. F., Introductory Soil Mechanics and Foundations, 3d ed., Macmillan, New York, pp.97-101, 1970.
  13. Terzaghi, K and Peck, R. B., Soil Mechanics in Engineering Practice, 2d ed., Wiley, New York, pp.68-73, 1971.
  14. Young, D. F., Munson, B. R. and Okiishi, T. H., A Brief Introduction to Fluid Mechanics, John Wiley & Sons, Inc., Table 1.4, 1997.
  15. 江崇榮、賴典章、黃智昭、賴慈華、陳利貞，「濁水溪沖積扇之水文地質與地下水系統概念模式」，濁水溪沖積扇之地下水與水文地質研討會論文集，pp.127-144，民國八十五年。
  16. 林茹琦，「屏東縣林邊及鄰近地區地層下陷控制參數之探討」，淡江大學水資源及環境工程研究所碩士論文，台北，1998。
  17. 施清吉，「地層下陷之理論探討」，農業工程學報，第四十三卷，第二期，pp.1-10，1997。
  18. 施清吉，「地盤下陷與超額地下水抽取量間之關係分析」，土木水利季刊，第三卷，第二期，pp.1-16，1976。
  19. 施清吉，「抽取地下水導致孔隙壓變化之探討」，農業工程學報，第四十四卷，第三期，pp.9-24，1998。
  20. 徐享崑、劉豐壽、鄭昌奇，「台灣地區地層下陷之現況、成因與對策」，第四十三卷，第三期，1995。
  21. 廖日昇、李林少華、柳志錫、廖建順、林明煌，「北港沿海地區的地盤下陷及地下水污染之調查及研究」，工研院能礦所地層下陷研討會論文集，pp.129-216，民國七十九年六月。
  22. 蔡東霖、吳俊賢、黃良雄、楊錦訓（1998），「分層分區地層下陷模式」，中國土木水利工程學刊（排版中）。
  23. 劉聰桂、田巧玲、邱等輝、張炎銘，「濁水溪沖積扇之地下水資源—碳 14 與氦定年/示蹤研究」，濁水溪沖積扇之地下水與水文地質研討會論文集，pp.145-164，民國八十五年。
  24. 蕭慶章，「台灣地區地下水位變化與地層下陷概況」，工研院能礦所地層下陷研討會論文集，pp.135-159，民國七十九年。
  25. 簡俊彥、蔡正男、陳尚、林季麟，「分層地層下陷觀測研究」，工研院能礦所地層下陷研討會論文集，pp.217-235，民國七十九年。

收稿日期：民國 89 年 3 月 28 日

修正日期：民國 89 年 6 月 29 日

接受日期：民國 89 年 8 月 7 日