

利用地理統計法進行土壤分類

The Geostatistics Approach to Soil Classification

國立臺灣大學農業工程學系博士班研究生

張國良

Kuo-Liang Chang

摘要

本研究應用地理統計法(Geostatistics)來分析宜蘭山坡地的地表土壤。土壤性質藉由將本研究地區劃分成網格可推估出來。利用這些結果可製成土壤分類圖；也就是說，圖中每一個方格代表不同的土壤分類。本文分別以克利金(kriging)及補克利金(cokriging)做推估，並將其推估結果做一詳盡的比較。此外，本文並探討土壤分類過程所遭遇到的問題和解決的方法。

關鍵詞：土壤分類圖，克利金，推估誤差。

ABSTRACT

A geostatistical analysis of surface soils located in hill slope of I-Lan was made. The soil properties were estimated through partitioning of the study area into blocks. The product from soil survey is the soil map; that is, a map showing the region of interest divided by boundaries into parcels each of a particular soil type. The estimation methods used in this paper are kriging and cokriging. A comparison of the result of the two estimation methods was made. Furthermore, this paper delved into the problems and solutions encountered during the process of soil classification.

Keywords: Soil map, Kriging, Estimation error.

一、前言

對大面積的地區進行區域化變數理論的推估方面，前人的研究很少。近年來，大致有

Goovaerts & Webster(1994), Yi-Ju Chien(1997)等人的研究。本文以有限的樣本點數目對大面積的區域進行推估。推估後的結果就可應用於土壤分類。此土壤分類圖可以用於不需做鑽探採樣的小

規模工程，例如山區產業道路，農業灌溉系統，擋土牆等。

地理統計法已被證明可有效的估計土壤力學性質在空間上的分佈。其中以 kriging 系統被應用的最普遍(Cahn et al. 1994; Cambardella et al. 1994; Yi-Ju Chien et al. 1997)。而 cokriging 是利用數個變數之間的空間相關性，建立交互半變異圖(cross semivariogram)，將各變數之間有用的資訊及空間關係做充分地利用(Goovaerts. 1994; Yi-Ju Chien et al. 1997)。

本研究用來分析的資料是宜蘭地區山坡地的土壤力學性質。以區域化變數理論(Regionalized variable theory)進行網格推估，將推估的結果，進行土壤分類。

推估的方法分別採用 kriging 及 cokriging。採用 cokriging 系統的理由有二，一為探討兩者在此個案，所呈現的不同現象。第二是因為山坡地取樣及實驗費用的昂貴，為了改善分析結果的正確性，有必要在未來補點分析。將較易取得(費用低廉)的資料，用數學方法和取樣困難的資料點連結。

Cokriging 系統應用於土壤性質只有很少的文獻記載。其中，在粒徑分析方面的研究有 Vauclin et al.(1983)利用 kriging 及 cokriging 系統分析土壤含水量及砂比例。McBratney and Webster (1983b)利用 cokriging 系統研究沉泥的空間變異性，所用的輔助變數是砂百分比和粘土百分比。S. R. Yates and A. W. Warrick (1986)利用不同的取樣網、裸土表面溫度、砂含量建立 cokriging 系統以推估土壤含水量。M. Goulard and M. Voltz 以土壤粒徑分佈、土壤含水量、建立包含 11 個變數的 cokriging 系統，在他的論文中，並提及模式密合(model fitting)的方法。

對宜蘭地區的樣本點做網格推估，推估後的結果可進行土壤分類，傳統的土壤分類法有 AASHTO、USDA、USCS 等三種，本文選擇 USDA 做為分類系統，其理由為本地區為低採樣密度，且分類過程有等級次序問題(order relation)，而 AASHTO 及 USCS 分類法之分組數較高，因此以 USDA 較為合適。比較 kriging 及 cokriging 系統

在分類圖所呈現地不同外貌，深入探討這兩種方法在各項統計特性上的差異及進行誤差研究。本文的另一個研究目的是探討推估誤差和採樣點數之間的關係。將誤差和採樣點數做圖，可觀察出 kriging 及 cokriging 推估的效能，並加以討論。

理論上而言，cokriging 應該可以比 kriging 更能降低推估誤差。然而，一般的文獻在比較兩者的效能皆只能從事理論誤差的探討(Burgess 1980; Webster 1992)。其原因即是因為土壤力學資料的昂貴及稀少。本文將以交叉驗證及隨機選取的方法進行傳統內插法-平方反比法，區域化變數理論-kriging & cokriging 三者之間的比較。這個比較不再是基於理論誤差公式，而是基於真實值的計算。此真實值並非對研究區大規模的採樣得來，而是利用有限數目的資料點，交叉利用迴歸得來。

二、文獻回顧及研究方法

(一) 土壤取樣及實驗室試驗

研究區為位於臺灣東北部的宜蘭縣。涵蓋宜蘭縣 12 個鄉鎮市。所採取的土樣為海拔 100 公尺以上，1000 公尺以下的山坡地，且只限於未擾動土樣。每個採樣點在現場完成工地密度試驗之後，採取 20kg 的土壤，進行實驗室室內試驗。整個研究共採集 60 個點，歷時 3 年。

每個採樣點所做的實驗室實驗有 10 餘項。本文選取 USDA 分類所需的砂百分比(設為變數 *Sand*)，坩土百分比(設為變數 *Silt*)以及粘土百分比(設為變數 *Clay*)做研究。另外選取凝聚力(cohesion，設為變數 *c*)，摩擦角(shear angle，設為變數 ϕ)做為推估效力比較的對象。之所以選擇 *c*, ϕ ，乃是因為在半變異圖(semivariogram)的計算中以 *c*, ϕ 最具空間相關性，因此，所能獲得的 entropy 亦較大。

將整個宜蘭地區分為 46×46 的方格。坐標採用經緯度。橫軸從東經 121°15' 至 121°60'；縱軸從北緯 24°15' 至 24°60'，原點即為東經 121°15'，北緯 24°15'，每個間隔的寬度為 0°01'，依比例尺換算大約為 1.8 公里。以密合的模式對各變量進行

表1 模式密合的參數

半變異數	範圍(a)	限制數(c)	變異數
r_{sand}	12	499.2429	525.22
r_{silt}	12	226.781	227.29
r_c	10	0.0151	0.014
r_ϕ	10	88.723	87.52

網格推估。密合的參數示於表 1。

(二) 地理統計法分析

當某一現象的值是由空間上特定的機率函數所產生，則此現象稱為區域化的 (regionalized)。設 $f(x)$ 為遵循這個特性在點 x 所產生的值，那麼， $f(x)$ 可以稱之為區域化變數 (Regionalized variable) (Matheron, 1971)。

kriging 系統在 Journel (1978)，以及 David (1977) 等人之著作內已經有深入的討論了，在這裡僅列出推估系統之最後的公式

$$\sum_{j=1}^n \omega_j r_{ij} - \mu = r_{i0} \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^n \omega_i = 1 \quad (2)$$

$$\text{krignig 方差} = \sigma_R^2 = \sum_{i=1}^n \omega_i r_{i0} - \mu \quad (3)$$

其中 ω_i 表示第 i th 點的權重， $r_{ij} = r(x_i, x_j)$ 為半變異圖 (semivariogram)， μ 是 Lagrange parameter

半變異圖以隨機變數表示為

$$r_{uv}(h) = \frac{1}{2} E\{[Z_u(x+h) - Z_u(x)] \cdot [Z_v(x+h) - Z_v(x)]\} \quad (4)$$

其中 x 是資料點的位置

在進行 kriging 推估時，本文以指數模式 (exponential model) 做密合。指數模式以有效範圍 (effective range) $3a$ 及限制數 (sill) c 定義

$$r(h) = c \cdot \text{Exp}\left(\frac{h}{a}\right) = c \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{h}{a}\right)\right] \quad (5)$$

其中 a 為範圍 (range)

以矩陣型式表示即為

$$\hat{r} \cdot \hat{\omega} = \hat{r}_0 \quad (6)$$

則我們所要的加權矩陣為

$$\hat{\omega} = \hat{r}^{-1} \cdot \hat{r}_0 \quad (7)$$

將 cokriging 系統以半變異數的型態列出。

$$\sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{n_k} \omega_k(i) r_{k\beta}(x_k(i) - x_\beta(j)) + \mu_\beta = r_{K0\beta}(x_{K0}(0) - x_\beta(j))$$

$$\forall j = 1, 2, \dots, n_\beta; \forall \beta = 1, 2, \dots, K \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^{n_{K0}} \omega_{K0}(i) = 1 \quad (9)$$

$$\sum_{i=1}^{n_k} \omega_k(i) = 0 \quad \forall k \neq K0 \quad (10)$$

cokriging 方差為

$$\sigma_r^2 = \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{n_k} \omega_k(i) r_{K0k}(x_{K0}(0) - x_k(i)) + \mu_{K0} = r_{K0k}(x_{K0}(0)) \quad (11)$$

其中第 K_0 個變數為主變數， $x_{K0}(0)$ 為欲推估點位置。 $x_k(i)$ 表示第 k 個變數的第 i 點位置， $r_{k\beta}(\cdot)$ 表示第 k 個變數及第 β 個變數之間的 cross-semivariogram。 $r_k(i)$ 為第 k 個變數的第 i 點的加權。 μ_k 是 Lagrange parameter。在密合模式時，一般有兩種工具 (Goulard, 1992)：目測及最小平方差 (least squares)。本文以最小平方差法進行密合。

三、結果與討論

(一) 等向性之假設

將所有可用數值皆加入計算半變異圖。計算時將距離分為 30 段，每段長度 1 單位，距離餘裕為 0.5 單位，故點對之間的距離最大可計算至 30 單位。

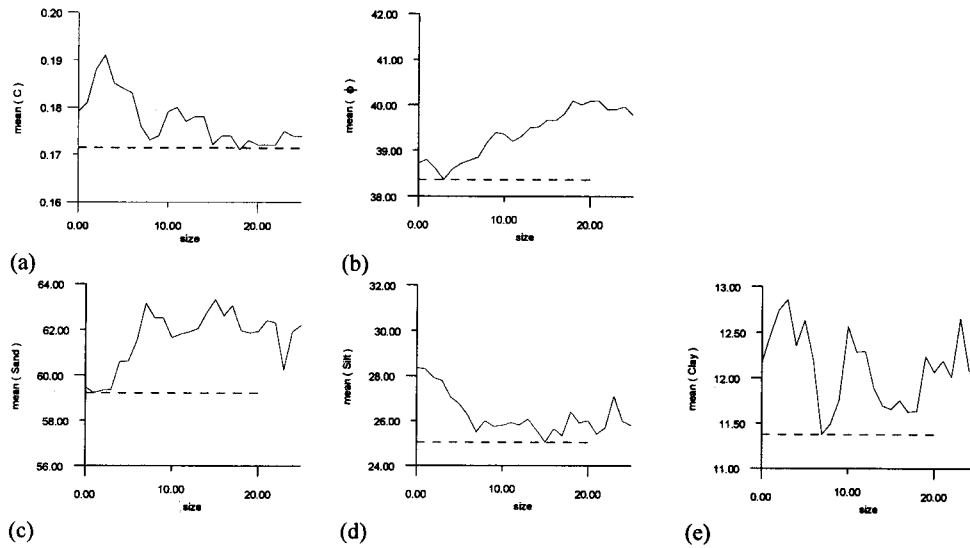


圖 1 鬆弛簇集之平均值變化(a) c, (b) ϕ , (c) Sand, (d) Silt, (e) Clay

由於這個個案分佈於狹長的地區，可能有不等向的存在，有必要做非等向性檢驗，將(4)式以平行 x 軸，平行 y 軸兩個方向計算半變異圖。由於本個案可用之數值每個變量只有 60 個點，可計算的點對為 $C_2^{60} = \frac{60 \cdot (60-1)}{2} = 1770$ 對，計算非等向性半變異圖之後，(4)式中，每個 h 可用之點對變得非常少，使得圖形也變的非常不規則，看不出非等向性的存在，雖然不能依此認定此地區為等向，但有理由相信依全向計算將優於依非等向性計算的結果。因此，本文假設此地區為等向性。

以下的研究皆以原始實驗數值計算。

(二) 鬆弛簇集(Declustering)

由原始資料中可發現各變量在調查區的中部有高數值集中的現象。為明瞭高數值簇集的影響，必須做鬆弛計算。一般有兩種方法(Isaaks, 1989)：多邊形法(Polygonal Declustering)，方格法(Cell Declustering)。

本文所用的方法為方格法，使用的程式為 GSLIB (Deutsch, 1997)。方格寬度從 1 單位變化

至 25 單位，選擇使估計平均值為最小的方格寬。對每一方格寬可計算整體估計平均值為

$$\frac{\sum_{i=1}^n \omega_i \cdot Z_i}{\sum_{i=1}^n \omega_i} = \frac{\sum_{i=1}^n \omega_i \cdot Z_i}{N} \dots\dots\dots(11)$$

平均值的變化示於圖 1 中。所計算出來的鬆弛加權則用於往後的推估計算之中。由圖中可以看出，鬆弛計算的確可以有效的降低簇集效應。

(三) 模式密合

在密合 cross-semivariogram 的時候，本文採用 Linear model 做密合(Isaaks, 1989)。為減少 cokriging 參數矩陣的複雜性，基本模式選擇兩種範圍(range: a)的指數模式。觀察各變量的半變異圖，有效範圍皆在 1~15 之間，而指數模式的有效範圍為 3a。範圍也不能太小，以免推估結果不足以顯現資料點的變化，故所用之模式選用範圍分別假設為 0.5 及 5。

$$r_1 = \text{Exp}\left(\frac{h}{0.5}\right) = 1 - \exp\left(\frac{-h}{0.5}\right) \dots\dots\dots(12)$$

$$r_2 = \text{Exp}\left(\frac{h}{5}\right) = 1 - \exp\left(\frac{-h}{5}\right) \dots\dots\dots(13)$$

所有半變異圖為這兩種基本模式的線性組合。

為檢驗模式密合的程度，有最小方差法，AIC 法。本文所採的資料都是由相同的採樣點而得，意即各變量的樣本數目都相同。採用的模式所需參數總數對個變量而言也相等，因此 Akaike Information Criterion(Akaike, 1973)

$$AIC = n \times \ln R + 2 \times p = f(R)$$

只為 R 的函數。

AIC 法和最小方差法在本文而言兩者有對數線性關係。故本文的模式密合採用最小方差法。

密合的步驟首先對 $r(h)$ 及 h 做非線性迴歸，迴歸式為

$$r(h) = C_0 + C_1 \cdot \left(1 - \exp\left(\frac{-h}{0.5}\right)\right) + C_2 \cdot \left(1 - \exp\left(\frac{-h}{5}\right)\right) \dots\dots\dots(14)$$

對 C_0, C_1, C_2 以最小方差迭代，束制條件為

$$C_i > 0, \forall i = 0, 1, 2 \dots\dots\dots(15)$$

密合出 C_0, C_1, C_2 ，若密合的結果有任一係數趨近於零時，需改變束制條件。其理由是因為，半變異圖的 sill 可用變異數 (variance, σ^2) 密合 (Journel and Huijbregts, 1978)，接下來密合複半變異圖時，束制條件

$$C_{jUV}^2 \leq C_{jU} \cdot C_{jV} = 0.05 \cdot \sigma_U^2 \cdot C_{jV} \dots\dots(16)$$

將使得 C_{jUV} 更小，可能使密合的結果和原曲線有相當大的差異。所以本文假設任一自半變異圖基本模式的比例必須大於限制數的 5%。將束制條件改為

$$C_{jUV}^2 \geq 0.05 \cdot \sigma_U^2 \dots\dots\dots(17)$$

得到 $r_U(h)$ 及 $r_V(h)$ 之後，密合 $r_{UV}(h)$ 。以束制條件

$$C_{jUV}^2 \leq C_{jU} \cdot C_{jV}, \forall j = 0, 1, 2 \dots\dots\dots(18)$$

代入，亦以最小方差法迴歸 $r_{UV}(h)$ 。

cokriging 密合的結果示於圖 2 中，包括 C_0, C_1, C_2 ，各束制值及最小方差 (R^2)。自半變異圖的係數必須大於零，但複半變異圖的係數可能小於零，當複半變異圖小於零時，表示當一變量遞增時，另一變量卻遞減。觀察圖 2 中，有時並沒有密合的很好，因為有時要讓自半變異圖 (semivariogram) 和交互半變異圖 (cross-semivariogram) 都密合的很好有時是不可能的。其原因如前面所述。

(四) 土壤分類程式

選擇何種土壤分類系統其實對電腦程式而言意義相同，本文選擇美國農業構造部土壤分類法 (USDA)。USDA 分類法所需的土壤性質為砂百分比，坩土百分比，粘土百分比，分別記為 *Sand, Silt, Clay*。由於這三者之間是相依的，其關係可以用下式表示

$$Clay = 100 - (Sand + Silt) \dots\dots\dots(19)$$

將圖 3(a) 以式 (20) 的關係代換，變成 *Sand* 和 *Silt* 的關係，即為圖 3(b)。

由於土壤分類問題是多個土壤性質的組合，所以問題比單純的推估一個純數複雜。

推估篩分析比例及土壤分類的過程中有一個問題，即等級次序問題 (Order relation)。等級次序在土壤分類問題中產生兩個限制。

限制 1 *Sand*、*Silt* 比例必須在 0 到 100 之間。

在多邊形法及距離平方反比法等其他推估系統中，由於權重一定在 0~1 之間，所以既然原始實驗值在 0~100，所以結果自然不違反 1 的限制。然而 kriging 系統的權重不一定在 0~1 之間，故可能出現 *Sand*>100 等不合物理現象的結果。

限制 2 (*Sand*+*Silt*) ≤ 100

推估系統若為無偏推估 (unbiased estimation)，則總加權等於 1，若對每個點的權重在任何一個變量都相同，則

$$\sum \omega_i Sand_i + \sum \omega_i Silt_i = \sum \omega_i (Sand_i + Silt_i)$$

$$\leq \sum (\omega_i \cdot 100) = 100 \sum \omega_i = 100$$

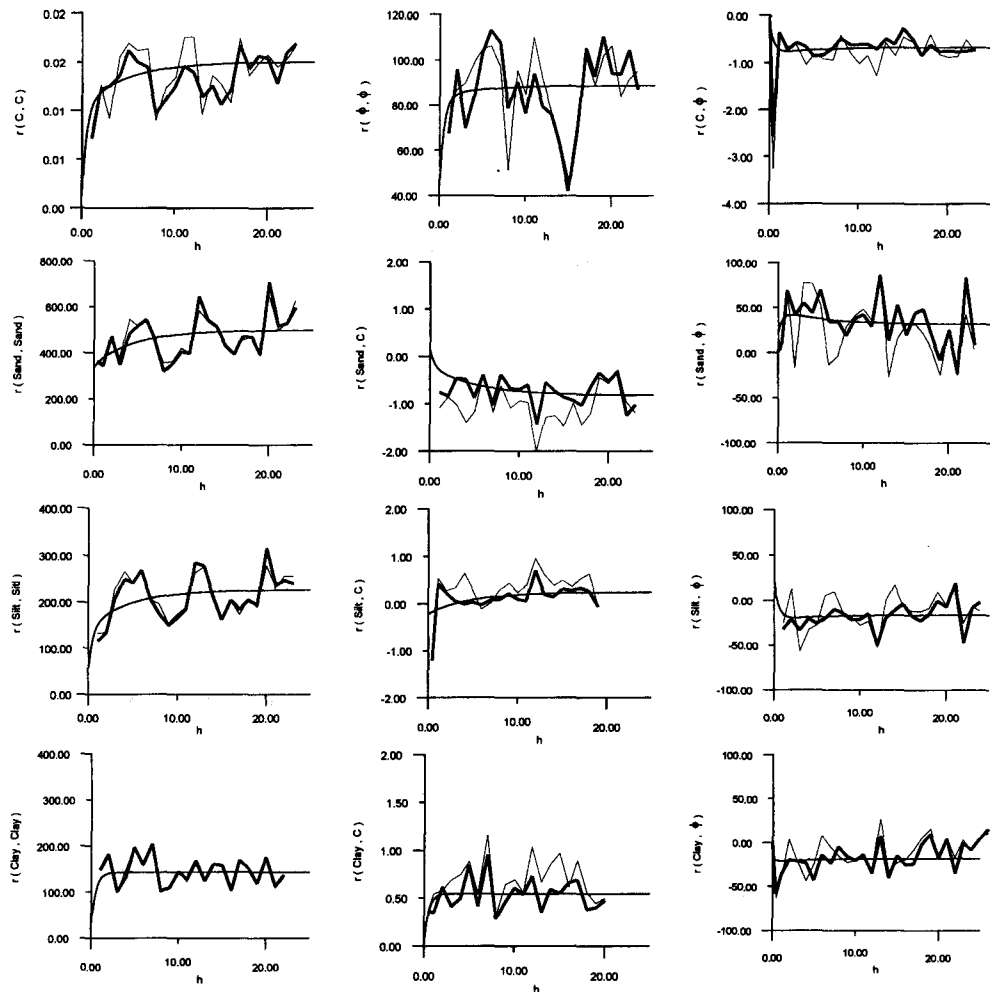


圖 2 各變量之半變異圖，粗折線為原資料計算之半變異圖，細折線為具鬆弛加權之半變異圖，平滑線為密合之數學模式

所以限制 2 不違背。

kriging 系統即為無偏推估，但權重和半變異圖有關，不同變量對同一欲推估點的權重不同，所以有可能推估的結果為 $100 < (Sand + Silt)$ 。這個矛盾是數學運算的結果，但是必需做調整。調節的方法可參考 Sullivan (1984)。

在本文中由於有等級次序問題的數值在總推估數(2116)中只有大約 10~20 個，依 Isaaks (1989) 的建議，直接以更改數值的方法更正，雖然這樣做的結果使推估誤差變異數(σ_R^2)不為極

小，但因為本案需更改的數值很少，影響結果也很小。

原始資料之灰階分佈圖示於圖 4(a)。包括本文所需之變數 *Sand*, *Silt*。其中灰階顏色代表各變數數值之相對高低，高數值接近黑色，低數值接近白色，最高數值為純色，最低數值為純白色。

每個採樣點的原始土壤分類，圖示於圖中分別以顏色代表分類的組別。

將每個變量對方格做推估。推估後，得到每

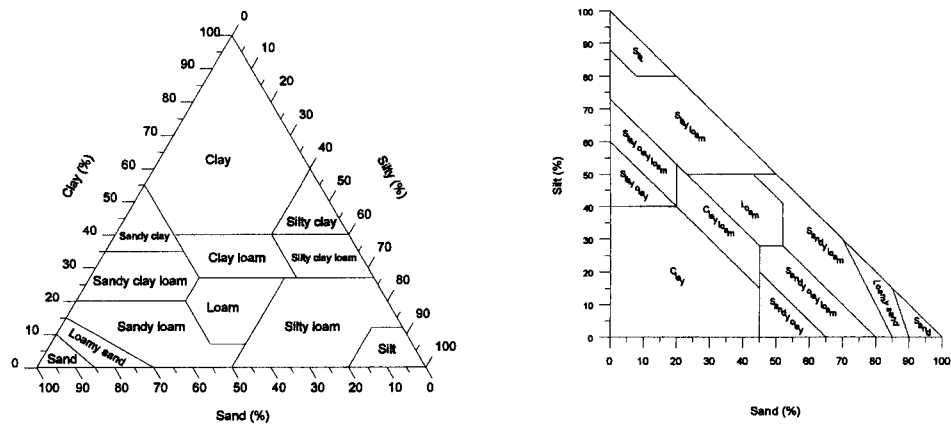


圖 3 (a)美國農業構造部分類法 (b)程式中所用的 USDA 三角圖

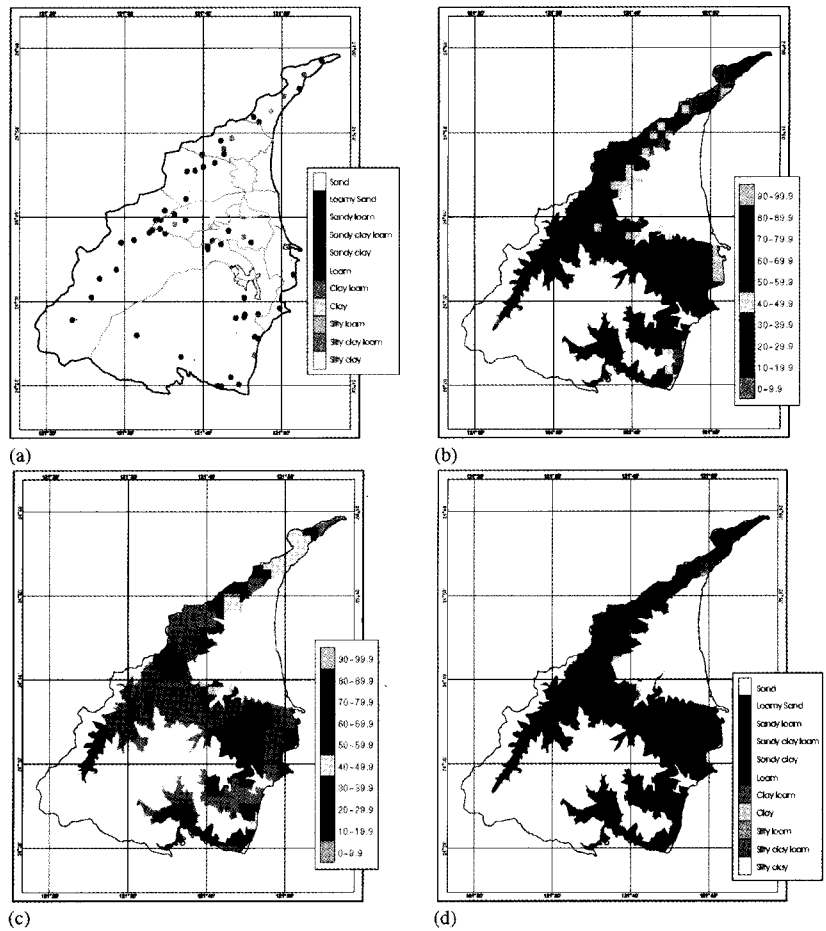


圖 4 (a) 原始採樣點分佈圖, (b) Sand 推估圖, (c) Silt 推估圖, (d) USDA 土壤分類圖

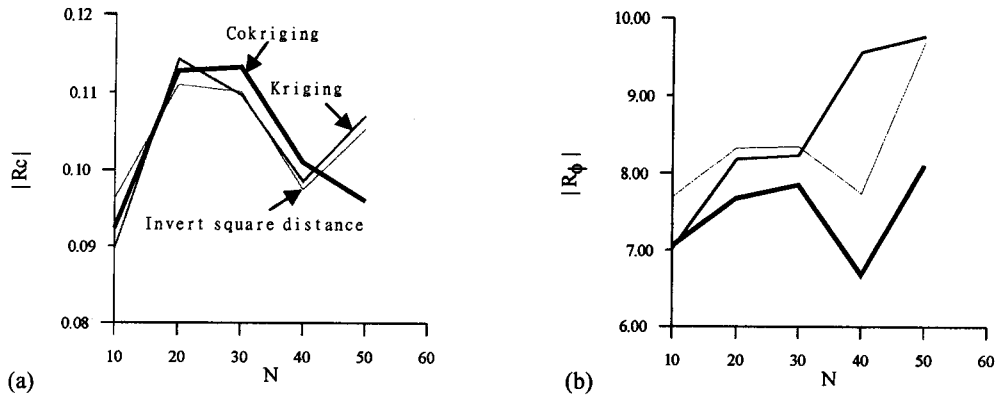


圖 5 三種推估誤差趨勢黑虛線為平方反比法，細線為 kriging 法，粗線為 cokriging 法

個格點的 *Sand* 及 *Silt* 比例。電腦程式依據圖 3 判定每個格點的土壤分類。Ordinary kriging 分類結果圖示於圖 4 (b)(c)(d)。以 cokriging 的結果圖示於圖 6。Kriging 和 cokriging 推估的結果顯示後者較平滑，因為一些 kriging 推估中的變化都被濾掉了。

為了瞭解這兩者之間的變化關係，以下各節將深入探討推估效力的問題。

(五) 三種推估法的實際推估誤差趨勢

傳統推估方法在誤差上並沒有辦法討論，理由是因為他們不是建立在隨機變數的理論上，沒有像地理統計法那樣的理論誤差(式(3),式(11))。即使想進行實際誤差的討論也是困難重重，因為除非採點分析，否則真值永遠無法知道，自然無法知道實際誤差是多少。

然而，可以用迂迴的方法討論在這個個案上的誤差。本文以較常用的距離平方反比法做為一般傳統推估法的代表，和地理統計法對照比較。

首先自所有樣本點中隨機取出 10, 20, 30, 40, 50 點(不包含所有點)，分別以平方反比法，kriging 法，cokriging 法對網格推估，計算在已知點的 IRI。

由於這三種推估法在推估已知值時，推估值即為已知值本身，所以用到的已知點必須在誤差

計算中剔除。例如，以 10 個點推估，計算後，可得到所有已知的 60 點的推估值，分別減去已知值，可得到 60 個推估誤差。由於地理統計法為無偏推估(unbiased estimation)，推估誤差的期望值為 0，因此，在本文中取誤差絕對值做計算。

在這 60 個絕對值中，有 10 個絕對值等於 0，剔除這 10 個已知點的誤差，剩下 50 個絕對值，加以平均後，將資料點繪在圖 5，圖中顯現出不

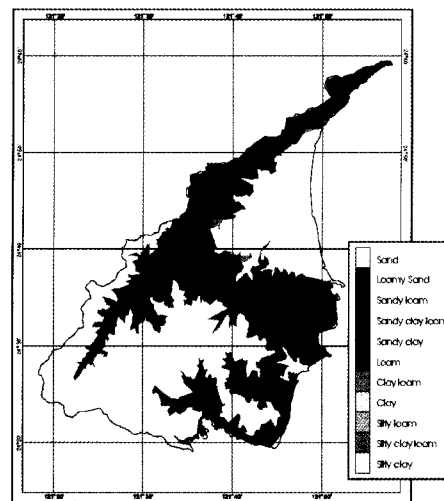


圖 6 以 cokriging 推估之土壤圖

規則的變動。圖 5(a)為 c 的推估誤差，雖然也是不規則變動，但趨勢還是相當一致，但圖 5(b)對於 ϕ 的推估誤差不但變動不規則，趨勢也不一致。

推究產生這個現象的原因可能是因為以上的做法，當將誤差值平均時，計算所用之樣本點總數不同(分別為 50, 40, 30, 20, 10 點)。例如，10 點誤差變異性較大，但平均至 50 點，平緩了變動。而 50 點誤差變異性較小，但只平均至 10 點，導致資料點之間的變動關係非常亂，無法顯現有意義的趨勢。所以，想以已知值驗證三種推估法在本案是不可行的，但自圖 5 大致可了解，在點數增加時，*cokriging* 法確實可以有效地降低推估誤差，這點由圖 5 中，不論採用的點數是多少，*cokriging* 法誤差皆低於其他兩種方法可得知。

四、結 論

kriging 系統及 *cokriging* 系統的結果無大差別，只在北部地區 *cokriging* 法出現較零碎的分類。

由於 *cokriging* 的用途主要是在取樣困難及過少取樣的地區，由本文研究的結果可以看出，如果有足夠的輔助資料，相對於一般傳統推估法及 *kriging* 法，在主變量樣本數相同的條件下，採用 *cokriging* 的確可以降低推估的誤差。

在未來其他地區若欲進行採樣推估，所需採點的數目可由半變異圖的研究得到。例如，在宜蘭地區各土壤力學性質經計算，以指數模型密合後的範圍(詳見圖 2)大約為 0.5 單位，換算為公制有效範圍大約為 2.7 公里，所以採樣密度以採樣點之間的平均距離衡量，不宜大於 3 公里。若距離大於此距離，其意義為採樣密度過小，推估系統變為所有點的平均值，自然推估效力就大打折扣了。

在密合模式的方法上，有一些轉換的概念仍有爭議(Goovaerts, 1994)。因此，本文在某些技術上採取簡化的方式而非自行撰寫電腦程式，而採用的方法皆為傳統地理統計法慣用的方式，例如，密合模式的方法使用一般傳統的最小平方差

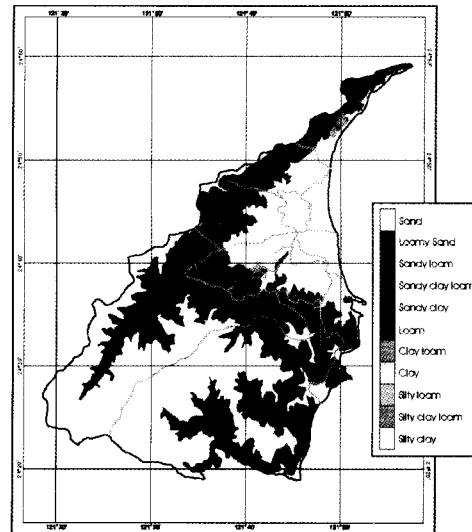


圖 7 對圖 3 以平滑等值線重繪的結果

法。

推估分類的結果不應違反分類的基本原則，例如，AASHTO 分類的某些組出現，則 USCS 或 USDA 的某些組就不應該出現。然而，若將各網點以平滑等值線相連將使得某些點違反此類原則。

圖 7 是以平滑等值線對圖 4(d)重新繪製而成，看來和圖 4(d)有相當程度的不同。由於一般等值線繪製軟體會將數值資料重新加以內插，以便得到整個區域的格點數值，之後繪出平滑等值線。若應用在本文的資料中，由於本區的資料在推估後已經得到整個區域的格點資料，若再加以內插，資料將會失真。圖 4(b)至圖 4(d)中，各不同組別間的邊界並未以平滑等值線區隔，其原因乃如上述。欲得到較平滑的邊界可將推估格點密度增，或不藉助繪圖軟體，以手繪的方式繪製。

本文著重於採樣資料的分析，原資料的取樣網並未以地理統計的方法設計。對其他地區以地理統計法設計取樣網，經由半變異圖計算的結果，可能和本文所討論的不同。有關取樣網設計或取樣策略的研究有待後續研究，一般性的討論可參考 Burgess (1981, 1983)。

五、參考文獻

- Akaike, H. 1973. Information Theory And An Extension Of Maximum Likelihood Principle. Second International Symposium On Information Theory (eds B. N. Petrov and F. Csaki). P267-281.
- Burgess, T.M. and Webster R., 1980. Optimal Interpolation And Isarithmic Mapping Of Soil Properties I The Semi-Variogram And Punctual Kriging. *J. Soil Sci.*, v. 31, p. 315-331.
- Cahn, M. D., J. W. Hummel and B. H. Brouer. 1994. Spatial analysis of soil fertility for site-specific crop management. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 58:1240-1248.
- Cambardella, C. A. T. B. Moorman, J. M. Novak, T. B. Parkin, K. L. Karlen, R. F. Turco, and A. E. Konopka., 1994. Field-scale variability of soil properties in central Iowa soils. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 58,1501-1511.
- David, Michel, 1977. Geostatistical Ore Reserve Estimation.
- Deutsch, Clayton V. and Journel, Andre G., 1997. *GSLIB Geostatistical software library and user's guide* (second edition). Oxford University Press, Inc.
- Goovaerts, P. 1994. Study of spatial relationships between two sets of variables using multivariate geostatistics. *Geoderma* 62:93-107.
- Goovaerts, P., and R. Webster. 1994. Scale-dependent correlation between topsoil copper and cobalt concentrations in Scotland. *Euro. J. Soil Sci.* 45:79-95.
- Goulard, M. and Voltz, M. 1992. Linear Coregionalization Model: Tools For Estimation And Choice Of Cross-Variogram Matrix. *Math. Geol.* 24:269-286.
- Isaaks, Edward H. and Srivastava, R. Mohan, 1989. *Applied Geostatistics*.
- Journel, Andre G. and Huijbregts, Ch. J., 1978. *Mining Geostatistics*.
- Matheron, G., 1971. *The Theory Of Regionalized Variables And Its Applications*.
- McBratney, A. B. and R. Webster. 1983b. Optimal Interpolation And Isarithmic Mapping Of Soil Properties. V. Coregionalization And Multiple Sampling Strategy. *J. Soil Sci.* 34:137-162.
- Sullivan, J., 1984. Conditional Recovery Estimation Through Probability Kriging-Theory And Practice. *Geostatistics For Natural Resources Characterization* (Verly et al., eds.), p.365-384.
- Vauclin, M. and Vieira, S. R. et al. 1983. The Use Of Cokriging With Limited Field Soil Observations. *Soil Sci. Soc Am. J.* 47:175-184.
- Webster, R. and M. A. Oliver. 1992. Sample adequately to estimate variograms of soil properties. *J. Soil Sci.* 43:177-192.
- Yates and A. W. Warrick. 1987. Estimating Soil Water Content Using Cokriging. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 51:23-30
- Yi-Ju Chien Dar-Yuan Lee Horng-Yuh Guo and Kun-Huang Houng, 1997. Geostatistical analysis of soil properties of mid-west taiwan soils. *Soil Science: vol.162, No.4, 291-298*.

收稿日期：民國 88 年 5 月 28 日

修正日期：民國 88 年 7 月 1 日

接受日期：民國 89 年 3 月 2 日