

水文短序列模式判定與預測之研究

Studies on the Identification and Forecasting for Short Hydrological Time Series

淡江大學水資源及環境工程研究所

教授

虞國興

Gwo-Hsing Yu

淡江大學水資源及環境工程研究所

研究助理

金士凱

Shih-Kai King

摘要

近來, Hurvich 和 Tsai(1997)針對短時間序列,以最小均方預測誤差建立 Z_{t+h} 與 $\{Z_{t-k+1}, \dots, Z_t\}$ 之線性關係,提升其預測能力。然其研究僅侷限於某些特殊模式之合成資料,故本研究將探討 Hurvich 和 Tsai 所提方法之適用範圍,同時亦針對台灣河川月流量資料做一整體性探討。本研究比較 Hurvich 和 Tsai 所提方法與傳統時間序列模式於定常性及接近非定常性序列上預測能力之差異,研究中在 Hurvich 和 Tsai 方法時,採用 Burg(1978)與傳統兩種推估自相關變異數之方法推求參數;而時間序列模式,則採用最大熵與動差參數推估法推求參數,至於模式之判定採用 AIC_c 、 AIC 及 FPE 三種判斷準則。

結果顯示,就合成資料而言,最大熵與 Burg 法,在小樣本情況下,其參數推估精確度皆較動差法為優;經利用最大熵或 Burg 法推估參數後, AIC_c 判斷準則當模式接近非定常性時有較佳的偵測能力;於小樣本時,傳統時間序列模式利用最大熵法,其整體預測能力表現較佳,然樣本個數增加時, Hurvich 和 Tsai 方法與傳統時間序列方法,其預測結果相差不大。就實測資料之預測結果,以 Hurvich 和 Tsai 利用傳統自相關變異數推估法之預測能力最優,但 SAR 模式與 Hurvich 和 Tsai 利用傳統自相關變異數推估時,兩者預測能力相當,如考慮參數之精簡原則,則以 SAR 模式較為適用於台灣河川月流量資料。

關鍵詞: 最大熵法, 動差法, 接近非定常性。

ABSTRACT

Recently, the Hurvich and Tsai (1997) focused on the short time series and made use of the minimizing the mean squared errors to establish the linear relationship between Z_{t+h}

and $\{Z_{t-k+1}, \dots, Z_t\}$ in order to increase the forecasting abilities. However, the Hurvich and Tsai's research only limited on analyzing the synthetic data of some special models. Therefore, the following study is not only probing into the suitable range for the method that Hurvich and Tsai provided but also will focus on the monthly riverflow discharge data of Taiwan to make a comprehensive research. This study uses Burg (1978) and the traditional methods that estimate the autocovariance to yield the estimates of the predictor coefficients from Hurvich and Tsai. In the mean time, this research adopts the maximum entropy and moment methods to estimate the parameters of the time series model when the difference display on the forecasting abilities between the Hurvich and Tsai and the time series model. Three criteria, AIC_c , AIC and FPE, are used as the model selection criteria for identifying short time series model.

The results of synthetic data show that maximum entropy and Burg methods have better parameters estimating accuracy than moment method, whatever the data is close to non-stationarity or stationarity with small sample size. After using the maximum entropy estimator and the autocovariance estimator (Burg) to estimate the parameters, the AIC_c criterion has better quality of identifying model, especially when data closes to non-stationarity. For the small sample, the forecasting ability is better when the time series model is used for examining the maximum entropy estimator. When the sample size increases, the forecasting ability of both methods of Hurvich and Tsai and time series models are very similar. In general, the Hurvich and Tsai used the traditional method that estimate the autocovariance to showd the best forecasting ability for the real data. However, the SAR model and the Hurvich and Tsai have the same qualities of prediction. The SAR model is better for the monthly riverflow data of Taiwan if the principle of parsimony of the parameter is considerable.

Keywords: Maximum entropy method, Moment Method, Close to non-stationarity.

一、緒 論

時間序列預測之結果受到參數推估之精度與模式選取等因素之影響，而推估法及模式判斷準則受樣本數大小之影響，尤其當樣本個數很少時，其結果差異甚鉅。實際工程規劃與設計上，常因資料取得不易，資料通常不足，因此易造成模式推估不準確且預測結果不佳等問題。

近來，Hurvich 和 Tsai(1997)提出一方法，針對短時間序列提升其預測能力，但 Hurvich 和 Tsai 其研究僅侷限在合成資料，且只根據幾種特殊模式加以分析，故本研究探討 Hurvich 和 Tsai 所提之方法，應用在各種不同資料之現象及對實

測資料之適用性。本研究主要探討下列幾項主題：

- (1) 探討 Burg 所提與傳統自相關變異數 (Autocovariance) 對 Hurvich 和 Tsai 預測方法參數推估之精確性。
- (2) 探討最大熵與動差法對時間序列模式參數推估之精確性。
- (3) 比較 AIC_c (Corrected Akaike Information Criterion)、AIC (Akaike Information Criterion) 及 FPE (Final Prediction Error) 三種判斷準則之模式選取能力。
- (4) 探討 Hurvich 和 Tsai 所提與傳統時間序列預測方法之預測能力。

(5)探討 Hurvich 和 Tsai 所提之方法與傳統時間序列預測方法運用於河川流量資料之適用性。

二、理論基礎

(一) ARMA(p,q)模式之定常性條件(Stationary condition)

時間序列 $\{X_t\}$ 之 ARMA(p,q) 模式如下：

若 $Z_t = X_t - \mu$ 且 $\{Z_t\}$ 滿足 ARMA (p,q) 模式，即：

$$\Phi(B)(X_t - \mu) = \theta(B)a_t$$

或

$$\Phi(B)Z_t = \theta(B)a_t$$

其中，

$$\Phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$$

$$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$$

故，建立 ARMA(p,q)模式必須推估 p+q+2 個參數 (p 個 Φ ，q 個 θ 及 μ ， σ_a^2)

根據 $\Phi(B)Z_t = \theta(B)a_t$ 可得：

$$Z_t = \frac{\theta(B)}{\Phi(B)} a_t = \frac{\theta(B)}{\prod_{i=1}^p (1 - G_i B)} a_t$$

$$= \theta(B) \left[\sum_{i=1}^p \frac{A_i}{1 - G_i B} \right] a_t$$

其中 A_i 為任意常數。

當 $|G_i| \geq 1$ ， $i=1,2,\dots,p$ 時，即 $\Phi(B)$ 之根落在單位圓上或單位圓內，則 $\{X_t\}$ 為非定常性序列。

(二) SAR 模式

部份自迴歸模式 (Subset Autoregressive Model) 為自迴歸模式 AR(p) 之特例，即 AR(p) 模式的 p 個係數中，有“部份”為零，故稱為部份自迴歸模式。例如：SAR(1,3,12) 模式：

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \phi_3 Z_{t-3} + \phi_{12} Z_{t-12} + a_t$$

即為 AR(12) 模式：

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \phi_3 Z_{t-3} + \phi_4 Z_{t-4} + \phi_5 Z_{t-5} + \phi_6 Z_{t-6} + \phi_7 Z_{t-7} + \phi_8 Z_{t-8} + \phi_9 Z_{t-9} + \phi_{10} Z_{t-10} + \phi_{11} Z_{t-11} + \phi_{12} Z_{t-12} + a_t$$

之一特例，其中 $\phi_2, \phi_4, \phi_5, \phi_6, \phi_7, \phi_8, \phi_9, \phi_{10}, \phi_{11}$ 皆等於零。

本研究所採用部份自迴歸模式之建立方法，為 Yu 及 Lin (1991) 所提出，其利用倒自相關函數 (Inverse Autocorrelation Function, IACF) 及交叉相關函數 (Cross Correlation Function, CCF) 判定部份自迴歸模式的階數。

(三) 參數推估

時間序列模式之參數推估已有諸多方法被引用，如動差法、最小二乘法及最大概似法，本文不再贅述。本研究所使用之最大熵方法，為 Burg 於 1968 所提出，其參數推估法之理論說明如下：

假設 $\{z_t\}$ 滿足

$$Z_t = X_t - \mu$$

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + a_t$$

則自相關變異數 (Autocovariance)， $E\{Z_t \cdot Z_{t-k}\}$ 為：

$$C(k) = \phi_1 C(k-1) + \phi_2 C(k-2) + \dots + \phi_p C(k-p) + E[a_t \cdot Z_{t-k}] \quad \dots \dots \dots (1)$$

當 $k=0$ ， $E[a_t \cdot Z_t] = E[a_t^2] = \sigma_a^2$

$k>0$ ， $E[a_t \cdot Z_{t-k}] = 0$

故當 $k=0,1,2,\dots,M$ ，則式(1)將可產生 M+1 個線性預測誤差濾波方程式 (Prediction-error filter equations)，即為：

$$\begin{bmatrix} C(0) & C(1) & \dots & \dots & C(M) \\ C(1) & C(0) & \dots & \dots & C(M-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ C(M) & C(M-1) & \dots & \dots & C(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -\phi_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ -\phi_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_a^2 \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_M \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad \dots \dots \dots (2)$$

其中 P_M 為 M 階預測誤差強度(Prediction error power)。

根據 Burg(1968)所提之理論，將式(2)改寫為：

$$Co(M) \begin{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\phi_{M-1,1} \\ \vdots \\ -\phi_{M-1,M-1} \\ 0 \end{Bmatrix} \\ -\phi_{M,M} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ -\phi_{M-1,M-1} \\ \vdots \\ -\phi_{M-1,1} \\ 0 \end{Bmatrix} \\ = \begin{Bmatrix} \begin{Bmatrix} P_{M-1} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ * \end{Bmatrix} \\ -\phi_{M,M} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} * \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ P_{M-1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_M \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

其中，

$$Co(M) = \begin{bmatrix} C(0) & C(1) & \dots & C(M) \\ C(1) & C(0) & \dots & C(M-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C(M) & C(M-1) & \dots & C(0) \end{bmatrix}$$

$$P_m = \frac{1}{2(N-m)} \sum_{t=1}^{N-m} \left[\left(\sum_{k=0}^m \phi_{m,k} \cdot X_{t+k} \right)^2 + \left(\sum_{k=0}^m \phi_{m,k} \cdot X_{t+m-k} \right)^2 \right] \\ = \frac{1}{2(N-m)} \sum_{t=1}^{N-m} \left[(b_{m,t} - \phi_{m,m} b'_{m,t})^2 + (b'_{m,t} - \phi_{m,m} b_{m,t})^2 \right]$$

將 P_m 對 $\phi_{m,m}$ 取偏微分，則：

$$\phi_{m,m} = \frac{2 \sum_{t=1}^{N-m} b_{m,t} \cdot b'_{m,t}}{\sum_{t=1}^{N-m} b_{m,t}^2 + b'^2_{m,t}} \dots\dots\dots(3)$$

$$P_m = P_{m-1}(1 - \phi_{m,m}) \dots\dots\dots(4)$$

式(3)為模式之參數推估值。

$$\text{其中 } b_{m,t} = \sum_{k=0}^m \phi_{m-1,k} \cdot Z_{t+k} = \sum_{k=0}^m \phi_{m-1,m-k} \cdot Z_{t+m-k} \\ b'_{m,t} = \sum_{k=0}^m \phi_{m-1,k} \cdot Z_{t+m-k} = \sum_{k=0}^m \phi_{m-1,m-k} \cdot Z_{t+k}$$

且 $\phi_{m,k} = \phi_{m-1,k} - \phi_{m,m} \cdot \phi_{m-1,m-k}$, $k=1,2,\dots,m-1$ 。(5)

在推求其自相關變異數 $C(k)$, $k=0,1,2,\dots,M$ ，則可

由下列兩式得知：

$$\hat{C}(0) = \hat{P}(0) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N Z_t^2 \dots\dots\dots(6)$$

$$\hat{C}(\tau) = \sum_{k=1}^{\tau} \hat{C}(\tau-k) \cdot \phi_{\tau,k} \quad , \quad \tau = 1,2,\dots,M \dots(7)$$

若當 $k > M$ 時，則自相關變異數推估值，如下式所示：

$$\hat{C}(M+k) = \sum_{m=1}^M \hat{C}(M-m+k) \hat{\phi}_m \quad , \quad k = 1,2,\dots,\infty \dots(8)$$

(四) 模式適合度

時間序列模式之基本假設為殘值序列 $\{a_t\}$ 滿足 IID $N(0, \sigma_a^2)$ ，故當模式正確，則 $\{a_t\}$ 為白噪音。因此，若模式 ARMA(p,q) 正確，則 Portemanteau Test(簡稱 Q Test)之統計量 Q 之分布近似於 $\chi^2(k-p-q)$ 。

$$Q = N \sum_{\tau=1}^k \gamma_a^2(\tau)$$

其中

- γ_a = 模式殘值之自相關函數
- k = 自相關函數之時間稽延(Time Lag)
- N = 資料個數

(五) 預測方法

本研究所使用之預測方法為 Hurvich 和 Tsai 於 1997 所提之方法，其方法乃針對短時間序列進行研析，假設 $\{Z_t\}$ 為一定常性時序，且平均值為 0，自相關變異數為 $\{\gamma_j\}$ 。若依據 $\{Z_{t-k+1}, \dots, Z_t\}$ 與 Z_{t+h} 之線性關係，且使其 h 個時期之均方預測誤差為最小，則預測 h 個時期之推估值 $\hat{Z}_t(h)$ ，即：

$$\hat{Z}_t(h) = - \sum_{j=h}^{h+k-1} a_j(h,k) \cdot Z_{t+h-j} \dots\dots\dots(9)$$

其中 $\{a_j(h,k)\}_{j=h}^{h+k-1}$ 為預測係數。

若式(9) $h=1$ 時，則上式可改寫為：

$$\hat{Z}_t(l) = -\sum_{j=1}^k a_j(l, k) \cdot Z_{t+1-j}$$

$$= -[a_1(l, k)Z_t + a_2(l, k)Z_{t-1} + \dots + a_k(l, k)Z_{t+1-k}]$$

即等於 AR(p)向前一步預測，但若 $h > 1$ ，則式(9)就再也不是時間序列模式之預測值。

$a(h, k) = [a_0(h, k), a_1(h, k), \dots, a_{h+k-1}(h, k)]$ 為一具 $h+k$ 個維度之向量，其中：

$$a_0(h, k) = 1, \forall (h, k)$$

$$a_1(h, k) = \dots = a_{h-1}(h, k) = 0, \text{ 若 } h > 1$$

若將 $a(h, k)$ 表示為最佳預測誤差濾波 (optimal prediction error filter)，則可得 h -step 的預測誤差為

$$Z_{t+h} - \hat{Z}_{t+h} = \sum_{j=0}^{h+k-1} a_j(h, k) \cdot Z_{t+h-j} = a(h, k)'(Z_{t+h}, \dots, Z_{t-k+1})'$$

.....(10)

並由式(10)可定義 h -step 之均方預測誤差為：
 $\sigma^2(h, k) = E[Z_{t+h} - \hat{Z}_{t+h}]^2 = a(h, k)'R_{h+k}a(h, k)$ ，其中 R_m 為一 $m \times m$ 之共變異數矩陣 (covariance matrix)。欲推求其預測係數，則需使其滿足 $E[(Z_{t+h} - \hat{Z}_{t+h}) \cdot Z_{t+h-i}] = 0, \forall i = h, \dots, h+k-1$

$$\sum_{j=h}^{h+k-1} \hat{\gamma}_{|i-j|} \hat{a}_j(h, k) = -\hat{\gamma}_i, \quad i = h, \dots, h+k-1 \quad \text{.....(11)}$$

$$\hat{\sigma}^2(h, k) = \sum_{j=0}^{h+k-1} \hat{a}_j(h, k) \hat{\gamma}_j \quad \text{.....(12)}$$

其中資料個數 n 須大於或等於 $h+k$ 。

本研究在進行 $\{\hat{\gamma}_j\}_{j=0}^{h+k-1}$ 之推估時，將以兩種方法分別產生，一是 Burg 於 1978 所提出，另一為利用 $\hat{\gamma}_j = \frac{1}{n} \sum_{t=j+1}^n Z_{t-j} Z_t$ ，並利用式(11)推求在不同 h -step 時期下，各階數 (Order) 之參數推估值，爾後再以 AIC、AIC_C 及 FPE 優選其模式，AIC、AIC_C 及 FPE 定義如下：

AIC(Akaike Information Criterion) 判斷準則：

$$AIC(h, k) = n[\log \hat{\sigma}^2(h, k) + 1] + 2(k+1) \quad \text{.....(13)}$$

AIC_C(Corrected Akaike Information Criterion) 判斷準則：

$$AIC_C(h, k) = n[\log \hat{\sigma}^2(h, k) + 1] + 2(k+1) \left[\frac{n}{n-k-2} \right]$$

.....(14)

FPE(Final Prediction Error) 判斷準則：

$$FPE(h, k) = \hat{\sigma}^2(h, k) \left[\frac{n+k}{n-k} \right] \quad \text{.....(15)}$$

(六) 模式預測之比較準則

本研究中，預測能力之優劣採用 MSE 指標作比較。其定義如下：

$$MSE = \frac{1}{K} \sum_{t=T+1}^{T+K} \{ \hat{X}_t(l) - X_{t+1} \}^2 \quad \text{.....(16)}$$

由於 MSE 之大小可了解預測值與真值的離散程度，故指標值愈小，其預測能力愈佳。

(七) 研究方法與步驟

本研究主要探討 Hurvich 和 Tsai 方法與傳統時間序列模式於小樣本時，對不同參數推估與預測方法相互之比較，以做為模式構建與分析之參考。基於上述理由，本研究擬採下列方法逐一釐清於短時間序列下，何種分析方法較為適切。其研究方法如下：

- (1) 以不同參數推估法對模式判定之比較，其比較方法係以每一種參數推估方法配合三種判斷準則，並依判斷準則所選取正確組數之多寡，決定何種參數推估方法配合何種判斷準。
- (2) Hurvich 和 Tsai 與傳統預測方法於不同步階預測下，何種預測方法之預測能力較佳，其比較方法係以 MSE 為判斷依據。
- (3) 上述兩種研究方法，瞭解不同樣本數下，參數推估與預測方法之變化情況，期以獲得一較佳分析方法。

上述各研究方法之分析步驟以流程圖表示之，如圖 1 所示。

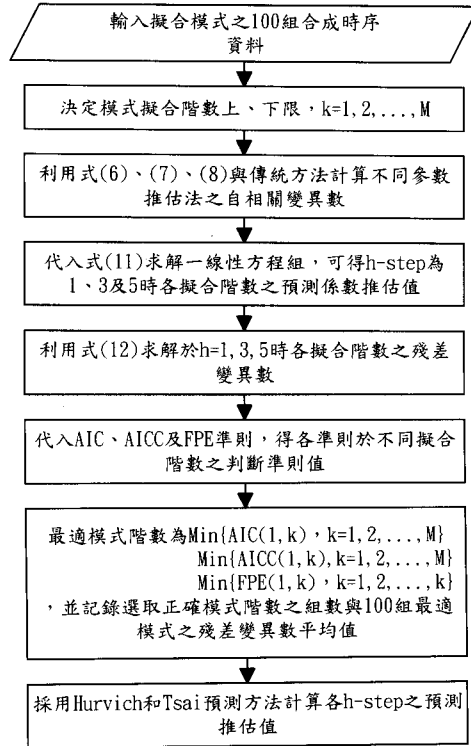


圖 1 Hurvich & Tsai 預測方法之流程圖

三、本研究所使用之資料

本研究所使用之資料，可分為合成資料與實測資料兩種，分述如下：

(一) 合成資料

合成資料模式之建構，主要以樣本數大小及模式定常性之強弱加以變化，計有 AR(1)、AR(2)、AR(3)及 AR(4)等四類，共計 11 組模式，其模式型態基本統計特性如表 1 所示，其中模式之殘差變異數均為 1。並由 IMSL 之 DRNNOR 副程式產生常態分佈之隨機亂數，對每組模式各產生 100 組合成資料，為去除初始值之影響，產生時多產生 20 個，去除前 20 個。

上述 11 組模式大致可分為兩種基本特性，為定常性及接近非定常性，其中為接近非定常性之模式者，計有模式 1、6、7 及 11，而其餘則為定常性模式。模式 1 為一接近非定常性之 AR

表 1 自迴歸模式合成資料基本統計特性

編號	階數	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	ϕ_4
1	1	0.95			
2	1	0.5			
3	1	0.25			
4	2	1.2	-0.27		
5	2	0.6	-0.08		
6	2	1.75	-0.76		
7	2	0.99	-0.8		
8	2	0.1249	-0.4765		
9	3	-2.1	-1.46	-0.336	
10	3	1.57	-1.02	0.21	
11	4	2.7607	-3.8106	2.6535	-0.9238

(1) 模式，其模式特徵方程式根的絕對值為 1.05；模式 6 與模式 7 為接近非定常性之 AR(2) 模式，其中模式 6 的特徵方程式根的絕對值為 1.05 與 1.25，而模式 7 的特徵方程式根的絕對值為兩重根 1.12；模式 11 屬一接近非定常性之 AR(4) 模式，其模式特徵方程式根的絕對值為四重根 1.02。

(二) 實測資料

本研究採用之實測資料為臺灣河川月流量資料，共計 22 站，其基本統計特性如表 2 所示。

四、結果與討論

(一) 合成資料

最大熵推估法之參數推估結果如表 3 所示，傳統動差法之參數推估結果如表 4 所示。由結果顯示，在樣本個數為 30 時最大熵推估法對 11 組模式而言，其參數推估精確度均較優於傳統動差法。故由表 3 及表 4 可知傳統動差法之推估精度在小樣本時表現較差，而本研究引用之方法則可避免此一問題。

表 5 及表 6 分別為最大熵與動差推估法對不同模式判斷準則之偵測能力，結果顯示，最大熵推估法在樣本數 30 時，使用 AIC_c 判斷準則於模式 1、6、7 及 11 等接近非定常性模式，其模式選取能力優於其他兩種準則，然模式 4、5、9 及

表 2 實測月流量資料之統計特性

站號	站名	流域名稱	起訖年	資料長度	平均值	變異數	偏態係數
F030002	玉峰	淡水河	1957-1988	384	17.6	380	3.01
F030004	菱角	淡水河	1957-1988	384	7.1	42	2.82
F030005	高義	淡水河	1957-1988	384	30.2	1167	3.67
F030021	三峡	淡水河	1957-1988	384	8.7	58	2.45
F030026	福山	淡水河	1952-1988	444	18.0	236	2.71
F100013	蘭陽大橋	蘭陽溪	1950-1988	468	62.8	4117	2.32
F180001	山腳	南澳溪	1957-1988	372	6.0	53	4.28
F250004	環山合流點	大甲溪	1957-1988	372	14.1	167	2.06
F250006	四季朗	大甲溪	1957-1988	372	8.7	77	3.53
F270014	柑子林	烏溪	1956-1986	372	54.3	4917	2.80
F290009	武界	濁水溪	1944-1983	480	35.9	1415	3.11
F290035	集集	濁水溪	1967-1993	324	133.2	12643	1.53
F290042	桶頭	濁水溪	1955-1988	408	19.2	774	2.38
F330022	北港	北港溪	1958-1993	420	25.3	1009	2.09
F340011	立山	秀姑巒溪	1959-1988	360	20.2	439	2.82
F390011	新營	急水溪	1961-1988	336	8.5	184	2.63
F400016	延平	卑南溪	1957-1988	384	36.8	2016	2.37
F400020	霧鹿	卑南溪	1949-1988	480	98.7	16842	2.38
F510010	新發大橋	高屏溪	1959-1988	360	71.1	8079	2.28
F510031	月眉	高屏溪	1959-1986	336	40.6	3948	2.50
F510036	高屏大橋	高屏溪	1961-1988	336	239.3	106031	2.14
F550004	新碑	林邊溪	1962-1988	324	23.4	1582	2.17

表 3 自迴歸模式合成資料參數推估結果(極大適法, 樣本數 30)

編號	階數	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	ϕ_4	σ_a^2
1	1	0.905				0.512
2	1	0.456				0.869
3	1	0.231				0.910
4	2	1.155	-0.268			0.594
5	2	0.577	-0.132			0.835
6	2	1.676	-0.697			0.404
7	2	0.965	-0.783			0.930
8	2	0.1363	-0.4657			0.922
9	3	2.032	-1.377	-0.3115		0.924
10	3	1.506	-0.983	0.2030		0.820
11	4	2.6468	-3.5474	2.3998	-0.8222	0.979

表 4 自迴歸模式合成資料參數推估結果(動差法, 樣本數 30)

編號	階數	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	ϕ_4	σ_a^2
1	1	0.748				1.235
2	1	0.381				0.943
3	1	0.174				0.934
4	2	0.998	-0.236			1.355
5	2	0.511	-0.158			0.916
6	2	1.159	-0.283			7.755
7	2	0.891	-0.724			1.231
8	2	0.1072	-0.4561			0.945
9	3	-1.220	-0.217	0.1009		10.463
10	3	1.239	-0.664	0.032		1.370
11	4	1.1769	-0.7657	-0.0245	-0.0772	72.653

表 5 合成資料各模式判斷準則選取正確階數之組數(極大燻法, n=30)

模式編號	各判斷準則		
	AIC _C	AIC	FPE
1	96	93	39
2	96	91	42
3	97	93	38
4	23	24	30
5	6	8	13
6	94	89	42
7	95	91	45
8	67	72	37
9	25	31	18
10	10	20	19
11	98	94	36

10 由於模式參數不顯著且樣本個數較少,三種模式判斷準則之選取能力均不佳;動差推估法在樣本數為 30 時,模式 4、5、6、9、10 及 11 其三種判斷準則之選取能力皆表現不佳,此乃由於動差推估法在小樣本與具有接近非定常性特性下,其參數推估精確度較差。故推估法的不同亦影響判斷準則之模式選取能力。

表 7 結果顯示,以 AIC_C 判斷準則所選定模式階數之向前一步均方誤差(即殘差變異數)較為接近其理論值,其原因為 AIC_C 準則較能選取到模式之正確階數,因此在以 Burg 法推估參數後,若配合 AIC_C 判斷準則選取線性組合之階數,可得較佳的預測結果。

由表 8 結果顯示, Hurvich 和 Tsai 預測方法以傳統法推估參數時,雖以 FPE 準則之向前一步均方誤差值較為接近理論值,但以 AIC 與 AIC_C 準則對 11 組模式而言,偵測到正確階數的組數較 FPE 準則為多,為了解 AIC_C 與 AIC 之優劣,在不同參數推估方法下其偵測能力如何,因此暫不考慮使用 FPE 準則作為選取階數之準則。

表 9 為樣本數 40 時,四種方法在各步階之預測 MSE,其結果顯示,當模式為接近非定常性模式時, Hurvich 和 Tsai Burg 法與最大燻法之預測能力均優於傳統方法,其中又以最大燻法最

表 6 合成資料各模式判斷準則選取正確階數之組數(動差法, n=30)

模式編號	各判斷準則		
	AIC _C	AIC	FPE
1	100	99	80
2	98	98	78
3	98	96	77
4	10	18	40
5	3	8	24
6	21	27	38
7	99	97	82
8	67	73	68
9	1	1	4
10	1	5	16
11	0	1	4

好,而在定常性模式時,四種方法之預測能力相差不大。

圖 2 至圖 4,為四種方法在不同樣本個數下多步預測之結果,其中圖 2 為利用 Burg 法推估參數後, Hurvich 和 Tsai 方法之結果,由圖中可明顯發現在小樣本下, Burg 法可使 Hurvich 和 Tsai 方法之預測結果較傳統方法為佳;圖 3 為利用傳統法推估參數後, Hurvich 和 Tsai 方法之結果,由圖中發現其預測結果與傳統方法差異不大;圖 4 為利用最大燻推估法,時間序列模式之預測結果,從圖中明顯發現無論樣本數是否增加,其預測結果均比傳統方法好。故當利用最大燻法與 Burg 法推估參數後,其預測結果於小樣本且接近非定常性時,預測能力皆較傳統方法為佳,其中又以最大燻法之預測結果較佳,然樣本數增加時,如無論模式為接近非定常性或定常性,其最大燻與 Burg 法之預測結果與傳統方法相差不大。

(二) 實測資料

表 10 為各方法之預測能力結果,其中 Hurvich 和 Tsai Burg 法與最大燻法各有五站的預測能力表現最優, Hurvich 和 Tsai 傳統法有八站表現最佳, SAR 模式有七站表現最好。整體而

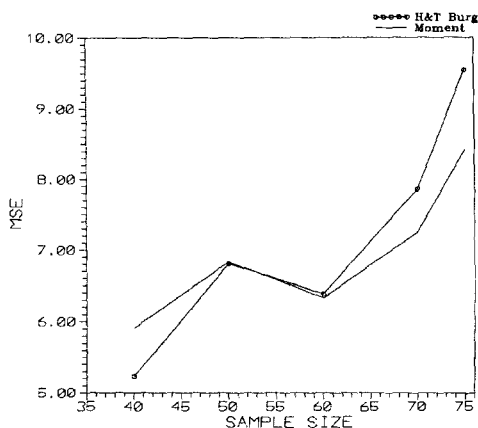


圖 2 模式 4 樣本數對向前多步預測均方誤差變化

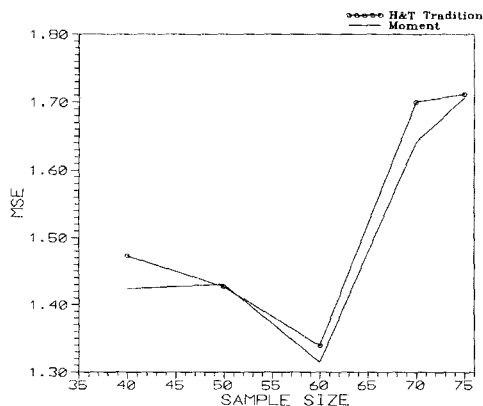


圖 3 模式 5 樣本數對向前多步預測均方誤差變化

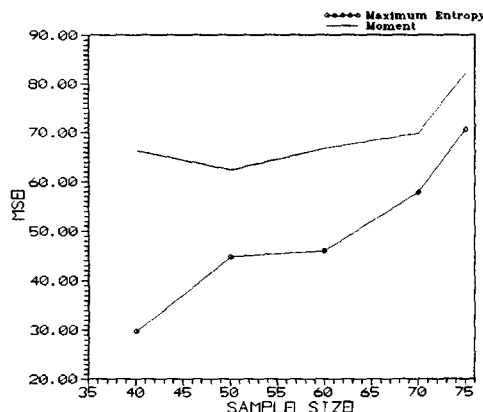


圖 4 模式 6 樣本數對向前多步預測均方誤差變化

表 7 Hurvich 和 Tsai 方法於合成資料預測之均方誤差 (Burg 所提之 ACV, $h=1, n=30$)

模式編號	各判斷準則 100 組之平均 MSE		
	Ave $\{MSE(h, k_{AIC_C})\}$	Ave $\{MSE(h, k_{AIC})\}$	Ave $\{MSE(h, k_{FPE})\}$
1	0.509	0.506	0.301
2	0.863	0.854	0.560
3	0.905	0.897	0.593
4	0.623	0.620	0.387
5	0.870	0.862	0.560
6	0.405	0.402	0.251
7	0.919	0.905	0.639
8	0.955	0.937	0.614
9	0.975	0.935	0.584
10	0.869	0.843	0.560
11	0.978	0.970	0.661

言，以 Hurvich 和 Tsai 傳統法之預測能力表現最優，此乃由於 Hurvich 和 Tsai 傳統法未經模式精簡，故可保有較多之訊息，SAR 模式因經模式精簡過程，可能損失若干之資料特性，但因兩者預測能力相當，如考慮參數之精簡原則，則以 SAR 模式較為適用，然由於流量資料其模式特徵方程式之根並未滿足本研究所提方法所需之特性，且資料長度過長，故本研究所引用之 H&T Burg 法之優點無法彰顯。

表 8 Hurvich 和 Tsai 方法於合成資料預測之均方誤差 (傳統之 ACV, $h=1, n=30$)

模式編號	各判斷準則 100 組之平均 MSE		
	Ave $\{MSE(h, k_{AIC_C})\}$	Ave $\{MSE(h, k_{AIC})\}$	Ave $\{MSE(h, k_{FPE})\}$
1	1.235	1.234	1.204
2	0.939	0.939	0.914
3	0.930	0.926	0.905
4	1.437	1.417	1.355
5	0.959	0.953	0.919
6	8.053	7.989	7.904
7	1.229	1.225	1.206
8	0.980	0.964	0.920
9	11.230	11.171	10.818
10	1.427	1.420	1.389
11	78.407	77.902	74.562

表 9 Hurvich 和 Tsai 方法與傳統方法預測均方誤差比較(樣本數 40)

模式編號	預測方法		向前 h 步預測均方誤差			
			h=1	h=3	h=5	h=7
1	H & T 方法	Burg 所提之 ACV	1.04	2.83	4.33	5.42
		傳統之 ACV	1.46	5.10	8.33	11.17
	傳統時間序列預測	極大熵參數推估法	1.04	2.84	4.34	5.46
		動差參數推估法	1.46	4.59	6.86	8.51
3	H & T 方法	Burg 所提之 ACV	1.03	1.08	1.07	1.10
		傳統之 ACV	1.04	1.10	1.10	1.13
	傳統時間序列預測	極大熵參數推估法	1.03	1.07	1.07	1.09
		動差參數推估法	1.04	1.07	1.07	1.10
6	H & T 方法	Burg 所提之 ACV	1.11	15.37	34.44	55.76
		傳統之 ACV	4.76	45.88	120.12	203.77
	傳統時間序列預測	極大熵參數推估法	1.11	10.98	31.14	60.17
		動差參數推估法	4.76	35.04	76.41	115.95
11	H & T 方法	Burg 所提之 ACV	1.41	51.32	75.53	314.15
		傳統之 ACV	26.00	127.20	234.15	432.50
	傳統時間序列預測	極大熵參數推估法	1.41	34.43	46.90	148.28
		動差參數推估法	25.45	158.30	226.28	393.16

表 10 實測月流量資料 Hurvich 和 Tsai 方法及傳統方法向前一步之預測誤差 MSE

站號	H & T 方法		AR 模式 (極大熵法)	SAR 模式
	Burg 所提 之 ACV	傳統之 ACV		
F030002	309.9	309.0	310.0	307.3
F030004	30.2	30.1	31.4	31.4
F030005	752.4	750.7	750.3	758.1
F030021	67.5	67.5	70.3	57.3
F030026	215.4	215.1	213.3	218.6
F100013	1618.6	1656.4	1660.3	1673.2
F180001	20.3	20.8	21.0	20.8
F250004	86.6	84.2	86.6	84.5
F250006	27.3	25.9	27.3	25.8
F270014	2832.9	2805.4	2832.9	2854.1
F290009	444.2	443.9	444.2	432.9
F290035	8573.7	8601.0	8573.7	9036.7
F290042	424.3	420.3	429.6	438.0
F330022	532.3	528.9	532.3	544.8
F340011	335.9	336.8	335.9	347.7
F390011	79.6	79.2	79.6	84.0
F400016	1137.0	1127.1	1137.0	1022.8
F400020	8120.6	8116.4	8120.6	8548.4
F510010	2043.9	2034.6	2043.9	1924.6
F510031	1537.7	1524.4	1537.7	1623.5
F510036	37248.4	37121.9	34010.7	33802.6
F550004	558.5	562.3	558.5	606.6

五、結論

根據本研究分析合成資料及實測資料之結果，歸納可得以下之結論：

- (1) 最大熵參數推估法在小樣本情況下，無論對接近非定常性或定常性模式，其參數推估精確度皆較傳統動差法為優。
- (2) 經利用最大熵參數推估法推估參數後， AIC_c 判斷準則對接近非定常性模式有較佳的模式階數偵測能力。
- (3) 就合成資料預測結果，於小樣本時，時間序列 AR 模式利用最大熵參數推估法來推估，其整體預測能力表現較佳，然樣本個數增加時，則本研究所引用之方法與傳統方法相差不大。
- (4) 由於流量資料之模式特徵方程式的根並未滿足本研究所提方法所需之特性，且資料長度過長，因此本研究所引用方法之優點無法彰顯。

六、謝 誌

本研究承蒙行政院國科會 NSC88-2621-B-032-001 研究計畫之經費補助，特此致謝。同時，論文審查者所提供之寶貴意見，作者由衷感謝。

七、參考文獻

1. 虞國興、陳惠龍(1992)，「差分模式偵測之研究」，台灣水利，第 40 卷，第 4 期，pp.12-19.
2. 虞國興、劉治均(1995)，「時間序列模式選取準則之比較」，農業工程學報，第 41 卷，第 1 期，pp.15-26.
3. 金士凱(1998)，「水文短序列模式判定與預測之研究」，私立淡江大學水資源及環境工程研究所碩士論文。
4. Anderson, N. (1974), "On the calculation of fitted coefficients for maximum entropy spectral analysis", *Geophys.* 39, 69-72.
5. Beamish, N. and Priestley, M. B. (1981), "A study of autoregressive and window spectral estimation", *Appl. Statist.* 30, 41-58.
6. Bhansali, R (1996), "Asymptotically efficient autoregressive model selection for multistep prediction", *Ann. Inst. Statist. Math.* 48, 577-602.
7. Burg, J. P. (1978), "A new analysis technique for time series data", *In Modern Spectrum Analysis* (Edited by D. G. Childers), 42-48, IEEE Press, New York.
8. Box, G. E. P., Jenkins, G. M. and Reinsel, G. C., *Time Series Analysis Forecasting and Control*, Printice Hall, New Jersey, 1994.
9. Chen, C., Davis, R. A., Brockwell, P. J. and Bai, Z. D. (1993), "Order determination for autoregressive processes using resampling methods", *Statist. Sinica* 3, 481-500.
10. Hurvich, C. M. and Tsai, C.-L. (1989), "Regression and time series model selection in small samples", *Biometrika* 76, 297-307.
11. Hurvich, C. M. and Tsai, C.-L. (1997), "Selection of a multistep linear predictor for short time series", *Statist. Sinica* 7, 395-406.
12. Shibata, R. (1980), "Asymptotically efficient selection of the order of the model for estimating parameters of a linear process", *Ann. Statist.* 8, 147-164.
13. Ulrych, T. L. and Bishop, T. N. (1975), "Maximum entropy spectral analysis and autoregressive decomposition", *Rev. of Geophys. & Space phys.* 14, 183-200.
14. Yu, G. H. and Lin, Y. C. (1991), "A methodology for selecting subset autoregressive time series model", *Journal of Time Series*, vol. 12, No. 4, 363-373.

收稿日期：民國 87 年 11 月 3 日

接受日期：民國 87 年 12 月 7 日