

## 反傳遞模糊類神經網路於流量推估之應用

### Counterpropagation Fuzzy-Neural Network for Stream Flow Estimation

國立台灣大學農業工程研究所  
教授

張斐章

Fi-John Chang

國立台灣大學農業工程研究所  
碩士班研究生

胡湘帆

Hsian-Fan Hu

國立台灣大學農業工程研究所  
博士班研究生

黃源義

Yuan-Yih Huang

#### 摘要

本研究旨在利用一種架構簡單、應用方便的「模糊類神經網路」進行流量推估的工作。網路架構結合規則庫控制，模糊控制及反傳遞類神經網路建立而成，其原理模擬人類依經驗法則的學習及判斷方式。利用包含一個輸入層、一個隱藏層及一個輸出層的反傳遞類神經網路，在網路學習階段將輸入的資料依資料點相似程度自動予以分類，架構出一規則基底形式之類神經網路模式。在網路輸出方面則應用模糊控制的方法，將輸入值與網路訓練所得的規則庫比較，依不同的相似程度予以量化，並以模糊權重的方式求得網路輸出值。

本研究，先利用蒙地卡羅(Monte Carlo)方法繁衍兩組數學函數，以測試上述模糊類神經網路模擬理論函數的能力，獲致良好的結果。再將其應用於台灣河川流量的推估上，結果亦顯示其優越的能力。研究中對本模糊類神經網路架構之規則單元的選用及從屬函數的形式提出修正作法，經實例比較驗證，確實獲得更佳的結果。

**關鍵詞：**模糊類神經網路，規則庫控制，模糊控制，反傳遞類神經網路，流量推估。

#### ABSTRACT

This research presents a fuzzy-neural approach to the prediction of nonlinear function and the estimation of stream flow. The fuzzy-neural network is constructed by a set of Rule-Base control, a modified self-organizing counterpropagation network and a fuzzy control predictor on the basis of the extracted rules in its predicting part. The algorithm is investigated on the prediction of two nonlinear functions which are generated by the Monte Carlo method and it then is applied on the estimation of flow of the Ta-Chia river in Taiwan. The results demonstrate that the ability of the approach is superior in

terms of the high prediction accuracy. Two strategies are proposed to enhance the algorithm, i.e. separated the training sample set and used Gaussian membership function. Substantial improvements in estimated river flow are obtained.

**Keywords:** Fuzzy-neural network, Rule-base control, Counterpropagation network, Fuzzy control, Estimation of flow.

## 一、前 言

流量推估及預測在水資源規劃或開發中都是非常重要的工作。水文推估最常遇到的問題即是記錄有缺失或是觀測年數過短。傳統的資料補遺方法大都是從有限的觀測資料中找出其特性，並以一固定的函數型態表示，如迴歸方程式。然而影響流量的水文、地文因子太多，且易隨環境及時間的變化而改變，所以此函數必定相當複雜且不容易架構，造成實際應用的困擾。

為了解決使用傳統方法補遺資料有參數不易設定、型態固定且強加套配及模式不易擴張的缺點，本研究以人類經驗法則的學習及判斷方式，利用包含一個輸入層、一個隱藏層及一個輸出層的反傳遞網路，在網路學習階段將輸入的資料依資料點的相似程度自動予以分類，架構出一規則庫形式之類神經網路。在網路輸出方面則應用模糊控制的方法，將輸入值與網路訓練所得的規則庫比較，依不同的相似程度予以量化，並以模糊權重的方式求得網路輸出值。不需要輸入參數，且隨著歷史資料的增加，模式亦可以自動地增加規則數，增加推估的能力。本研究希望將此模糊類神經網路應用於台灣河川流量的推估，以進行流量站資料的補遺工作。

## 二、理論概述

複雜的函數對應關係如  $Y=f(X_1, X_2, \dots, X_n)$ ，若無法由定率方式確實得到其輸入及輸出的對應關係，則可以建構成規則庫的方式表示，而規則庫的建立與應用有許多問題要克服，如：要建立多少規則？規則庫的選用以非此即彼的方式是否恰當？為了能建構適當的規則庫並合理應用，本研究以規則庫控制(Rule Base Control)為基

礎，結合模糊控制(Fuzzy Control)及反傳遞類神經網路(CPN)，以自我學習的方式，架構適宜的函數關係。茲將相關理論概述如下：

### (一) 規則庫控制(Rule Base Control)

吾人將輸入值經由一個邏輯判斷而產生輸出值，該邏輯判斷就稱之為一個規則，許多規則的集合就稱之為規則庫[2,3,4]。以水庫操作為例：

例 1：

Rule1: If  $H=165$  and  $Q=100$  Then  $O=90$

Rule2: If  $H=168$  and  $Q=125$  Then  $O=120$

上述的規則庫包含有兩個規則，其邏輯判斷為："若蓄水高度(H)和入流量(Q)到達該規則中設定的條件時，則輸出一個特定的放流量(O)"。

### (二) 模糊控制(Fuzzy Control)

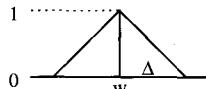
由規則庫選用規則時，一般以最接近輸入條件的方式選取，然而非此即彼的邏輯判斷方式，在輸入條件介於各規則的交界處時，容易造成誤判或產生誤差，因此在規則庫的應用方面，以模糊控制的方式較為適當[5,17]。

模糊控制理論是將各規則中的控制變數模糊化，如例 1 中各規則的水位變數  $H$ ，不再以一確定的數值表示(如  $H=165$  or  $H=168$ )，而是以一個從屬函數  $M(H)$  的型式代替，從屬函數將控制變數  $H$  對應至  $[0,1]$ ，當輸入變數(控制變數)經由各規則的從屬函數計算得從屬函數值，該值代表輸入變數對各規則的從屬度(相似程度)，而輸出值則以各規則的輸出值依該規則的從屬度予以加權平均，得到最後的輸出結

果。當從屬函數的型式為對稱三角形時，模糊控制可描述如下：

$$R^i: \text{if } x \text{ is } M_{w,\Delta}^i(x) \text{ then } y^i \dots \dots \dots \quad (1)$$

$$\hat{Y} = \frac{\sum_{i=1}^n M_{w,\Delta}^i(x) \cdot y^i}{\sum_{i=1}^n M_{w,\Delta}^i(x)} \dots \dots \dots \quad (2)$$



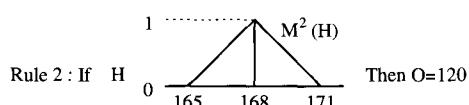
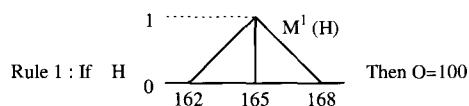
其中  $M_{w,\Delta}^i(x)$  為

表第  $i$  個規則中控制變數的從屬函數，其中心點為  $w$ ，寬度為  $\Delta$ 。

$R^i$  為第  $i$  個規則， $x$  為控制變數， $y^i$  為第  $i$  個規則的輸出值， $\hat{Y}$  為模糊控制輸出值。

以例 2 說明如下：

例 2：



當  $H=167$  時， $M^1(H)=1/3$ ,  $M^2(H)=2/3$ ，所以，最後結果：

$$O = \frac{\frac{1}{3} * 100 + \frac{2}{3} * 120}{\frac{1}{3} + \frac{2}{3}} = \frac{340}{3}$$

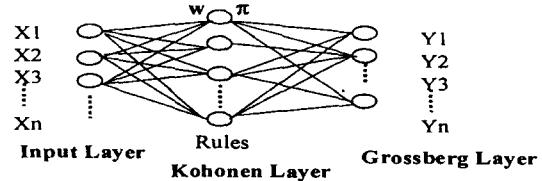


圖 1 反傳遞類神經網路架構圖

在 CPN 網路中，隱藏層稱為 Kohonen 層，輸出層稱為 Grossberg 層，Kohonen 層中各節點分別表示不同的規則，各節點與輸入層間的鍵結  $w$  代表規則控制中的 IF 敘述部份，即 If  $x$  is  $w$ ，而各節點與 Grossberg 層的鍵結  $\pi$  代表規則控制的 Then 敘述部份，即 Then  $y$  is  $\pi$ ，因此每個節點與輸入層及 Grossberg 層間的鍵結關係可視為一完整的規則敘述[11,12,16]。

如 Kohonen 層中第  $j$  個節點，可表示為：If  $X$  is  $W^j$  Then  $Y$  is  $\pi^j$ ，其中  $X=(x_1, x_2, \dots, x_n)$  為輸入變數， $W^j=(w_1^j, w_2^j, \dots, w_n^j)$  為輸入層與第  $j$  個節點的鍵結，代表規則中各控制變數的中心點，而  $Y=(y_1, y_2, \dots, y_p)$  表輸出變數， $\pi^j=(\pi_1^j, \pi_2^j, \dots, \pi_p^j)$  為第  $j$  個節點與 Grossberg 層的鍵結，代表符合規則時，各輸出變數的輸出值。

例 3：設輸入層，Kohonen 層及 Grossberg 層分別為 2,2 及 1 個節點的 CPN 網路架構表示例 1 的規則庫控制形式，如圖 2 所示：

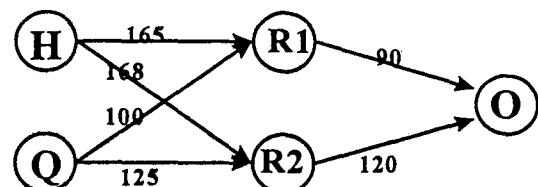


圖 2 例 3 之 CPN 網路架構圖

其中， $H, Q$  代表 2 個輸入， $O$  代表 1 個輸出。

### (三) 反傳遞類神經網路(Counterpropagation Network, CPN)

為由一組輸入層，一組隱藏層及一組輸出層結合而成的類神經網路，其架構如圖 1 所示：

(1)  $H=165, Q=100$ ，則選擇 R1 規則，輸出值  $O=90$

(2)  $H=168, Q=125$ ，則選擇 R2 規則，輸出值  $O=120$ 。

#### (四) 網路模式學習階段

##### 1. Kohonen 層學習演算法：

在 Kohonen 層中，每一個節點代表一個規則單元，整個 Kohonen 層即代表了一個規則庫控制。Kohonen 層中的節點數，就是網路規則中的規則數目，而 Kohonen 層中的學習演算在決定 CPN 網路模式的規則數 N 及各規則單元與控制變數的中心點  $w^j$  ( $j=1 \sim N$ )，此部份的學習演算因為只需要輸入資料即可自動學習產生，不需比對輸出資料，因此可稱為非監督式學習 (unsupervised learning)，其產生方式敘述如後：將輸入的  $x(t)$  值與 Kohonen 層中現存的 N 個規則單元的中心點 w 進行比較，以決定  $x(t)$  值落入那一個規則單元中。在比較中，選取規則單元中心點 w 值與輸入值  $x(t)$  距離最小的規則單元。若是在此規則單元中，中心點 w 與輸入值  $x(t)$  的距離小於  $\Delta$  值 ( $\Delta$  表示在三角形從屬函數表示的模糊運算中，與中心點具有對稱性的間隔值)，則改變原規則中的中心點 w 值為  $w_{new}^j = w_{old}^j + \alpha[x(t) - w_{old}^j]$ ，其中  $\alpha$  為學習速率，可以在 [0,1] 變換其值。若是在此規則單元中，中心點 w 與輸入值  $x(t)$  的距離大於  $\Delta$  值，則新建立一個規則單元  $w^{new} = x(t)$ ，且原來的 N 個規則增加成  $(N+1)$  個規則 [3,8,10,13]。

##### 2. Grossberg 層的學習演算方法：

Grossberg 層中權重  $\pi$  的學習運算方式與在 Kohonen 層中心點 w 的學習運算方式類似。在已經選取的規則單元中，改變原規則的輸出權重值為  $\pi_{new}^j = \pi_{old}^j + \beta[y(t) - \pi_{old}^j]$ ，其中  $\beta$  為學習速率， $0 < \beta < 1$ ，其值固定不變； $y(t)$  為訓練範例的輸出值。在新建立的規則單元中  $\pi^{new} = y(t)$ 。由於此部份學習演算需有輸入及輸出資料的訓練範例，因此可稱為監督式學習 (supervised learning) [2,3,7]。

將上述的學習演算法歸納為下列步驟：

$$1. D(w^j, x(t)) = \min_{j=1 \sim N} D(w^j, x(t)) \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

$$2. If D(w^j, x(t)) \leq \Delta Then$$

$$w_{new}^j = w_{old}^j + \alpha[x(t) - w_{old}^j] \quad \dots \dots \dots \quad (4)$$

$$\pi_{new}^j = \pi_{old}^j + \beta[y(t) - \pi_{old}^j] \quad \dots \dots \dots \quad (5)$$

$$3. If D(w^j, x(t)) > \Delta Then$$

$$Create a new unit: w^{new} = x(t), \\ \pi^{new} = y(t)$$

其中：

$D(w^j, x(t))$  表示第 j 個規則單元的中心點  $w^j$  與輸入值  $x(t)$  的距離。

$\Delta$  為在三角形從屬函數的模糊運算中，與中心點  $w^j$  的間隔值。

上述 CPN 網路的學習演算可架構出網路模式，以進行預測函數或系統的工作。在學習運算中， $\Delta$  值越小，規則庫中的規則單元數就越多，且訓練出來的值也會較為準確。但是網路的複雜度就跟著提高了，並且網路對於資料的分類就比較不明顯。所以在選取  $\Delta$  值時，必須就精確度和網路的複雜度之間作一個考量，通常使用試誤法找出適合的  $\Delta$  值。

在 Kohonen 層中，對於每一次進來的輸入值，僅就一個規則單元進行修改或者只新增一個新的規則單元，這種單一處理的學習方式 (Single-Pass Learning) 是 CPN 網路的特色之一，與其它像是倒傳遞神經網路 (BNN) 的多元處理學習方式 (Multi-Pass Learning) 有顯著的不同 [3]。

#### (五) 網路模式預測階段

網路預測階段包含兩個步驟，第一步驟是形式套配 (pattern matching)，第二步驟是權重均分 (weighted average)，加入了 Fuzzy-control 的觀念進行預測 [3,6,7,14]，其演算步驟如下：

步驟一：

輸入  $x(t)$  與第 j 個規則單元的套配情況以套配指數  $S^j \in [0,1]$  表示：

$$S^j = S[x(t), (w^j, \Delta^j)] \quad \dots \dots \dots \quad (6)$$

其中， $(w^j, \Delta^j)$  代表第 j 個規則單元，其中心點

爲  $w^j$ ，間隔寬度爲  $\Delta^j$ 。 $S$  稱爲套配量測或相似度量測，可以任何形式表現，此處以(7)式及圖3表示：

$$s^j = 1 - D^j[x(t), (w^j, \Delta^j)] \dots \quad (7)$$

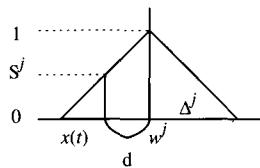


圖 3 以三角形函數作為從屬函數的套配指數  $S^j$

其中， $D^j \in [0,1]$  表示輸入  $x(t)$  與規則單元  $(w^j, \Delta^j)$  的相對距離：

$$D^j = \begin{cases} \frac{d^j}{\Delta} & \text{if } d^j \leq \Delta \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases} \dots \quad (8)$$

其中， $d^j$ 是  $x(t)$  與第  $j$  個規則單元中心權重點  $w^j$  的距離：

$$d^j = \left[ \sum_{i=1}^n (w_i^j - x_i)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \dots \quad (9)$$

其中，假設輸入值有  $n$  個。

上述的計算中，若輸入值與第  $j$  個規則的中心向量的距離大於  $\Delta$ ，則  $s^j = 0$ ，表示第  $j$  個規則對於該輸入值的影響權重等於 0。

## 步驟二：

預測值  $\hat{Y}(t)$  以權重均分的方式計算，如(2)式所示，依照未知預測值佔各個從屬函數權重的百分比，乘以該從屬函數的權重累加之後，再求其平均值以得出該預測值。在此網路模式中，預測值  $\hat{Y}(t)$  的計算方式如(10)式所示：

$$\hat{Y}(t) = \frac{\sum_{j=1}^N S^j \pi^j}{\sum_{j=1}^N S^j} \dots \quad (10)$$

其中， $\pi^j$  為規則單元的輸出權重值。

$\hat{Y}(t)$  為輸入值  $x(t)$  時的預測值。

#### (六) 修正型模糊 CPN 類神經網路模式

在實際應用中，預測階段輸入的  $x(t)$  值，可能發生找不到規則單元套配的情形，也就是說，其與各規則單元的中心點的距離均大於間隔寬  $\Delta$ ，這種情況反映出提供訓練網路的歷史資料缺乏該輸入值的分類，或者是架構網路的  $\Delta$  值太小，以至於無法有效地將歷史資料做適當的類別。為了改善此一問題，吾人除了儘量將模式中的  $\Delta$  值訓練的大小適中，使模式具有適宜的分類能力外，本研究提出下列幾種解決方式：

- (1) 若是輸入的  $x(t)$  值發生找不到規則的情形，則等倍率地放大原來套配間隔 $\Delta$ 的寬度，以增加套配規則單元的機會，直到套配到至少一個規則單元為止。本研究使用這個方法，確實可以解決輸入值無法套配適當的規則單元的情況，並且所輸出的預測值與真值相比，亦相當地準確。

(2) 使用 Gaussian 函數[1]做預測階段的從屬函數：

Gaussian 函數的形式如(11)式及圖 4 所示：

$$\ell = \frac{-\sum_{i=1}^n (x_i - w_i^j)^2}{\lambda^2} \quad \dots \dots \dots \quad (11)$$

其平均值(Mean)為  $w$ ，變異數(Variance)為  $\Delta^2$ ，在  $w$  處函數值為最大，然後向兩旁迅速遞減，但是其值恆大於 0。修正後的預測值的計算步驟就變成：

$$d^j = \left[ \sum_{i=1}^n (w_i^j - x_i)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \dots \dots \dots \quad (12)$$

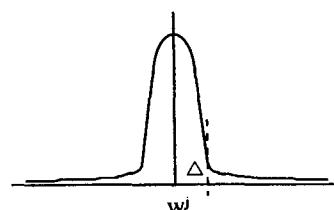


圖 4 Gaussian 函數示意圖

$$D^j = \frac{d^{j^2}}{\lambda^2} \dots \quad (13)$$

$$s^j = e^{-D^j} \dots \quad (14)$$

$$\hat{Y}(t) = \frac{\sum_{j=1}^m s^j \pi^j}{\sum_{j=1}^m s^j} \dots \quad (15)$$

利用 Gaussian 函數作為預測階段的從屬函數，對於在預測階段輸入值無法套配規則的情形可以獲得有效地改善：因為高斯函數恆大於 0，所以上面式子中的  $s^j$  值必大於 0，當輸入值找不到可以套配的規則時，輸入值與各規則的距離便會大於  $\Delta$ ，此時所有計算出的  $s^j$  值都會很小，使得該輸入點的預測值接近平均值。這樣的結果於一般情形下應屬合理，即當有新的輸入值進來時，若歷史資料無法提供其足夠的資訊進行歸類而預測，就以歷史資料的平均值替代之。然對於極端值，若以平均值作為預測值，則此預測值將可能產生較大的誤差。所以，若是可以配合使用方法(1)的作法，當輸入的  $x(t)$  值發生找不到規則的情形，則以等倍率地放大原來套配間隔  $\Delta$  的寬度，以增加套配規則單元的機會，直到套配到至少一個規則單元為止。其預測能力應會達到整體性的提昇。

另外，Gaussian 從屬函數的 CPN 模糊類神經網路模式也可以有效地改善規則庫中規則的數目，使得網路的分類能力得以提高。

### 三、研究案例

### (一) 模糊類神經網路於二次方函數之推估

利用蒙地卡羅(Monte Carlo)方法繁衍兩組具  $N(0,1)$  分佈特性的資料  $X_1$  及  $X_2$ ，建立二次方線性相加函數。應用本研究的模糊類神經法模擬並推估此函數值，以驗證此模糊類神經法具推估連續變數的能力。設此函數的形式為：

$$Y = 10X_1^2 + 20X_2^2 \dots \quad (16)$$

建構一個輸入層具有 2 個輸入  $X_1$  及  $X_2$ ，輸出層為  $Y$  的 CPN 模糊類神經網路， $\alpha=0.5$ ， $\beta=0.5$ ，以訓練範例架構規則基底，再利用建構好的網路進行預測推估。

在模擬方面，繁衍了 1000 個資料點當作訓練範例，另繁衍 200 個資料點作為推估範例。本研究的模糊類神經法分別以訓練範例中的 100,200,300,500,1000 個點做為學習架構，推估以 200 個資料點所建成的推估範例。模式推估值與推估範例真值的誤差以 AE 值(Absolute Error)表示，AE 值越小代表模式對資料點的推估越準確。

$$AE = \sum_{i=1}^N \frac{|\hat{Y}_i - Y_i|}{N} \quad \dots \dots \dots (17)$$

其中，

$\hat{Y}_i$ ：模式推估值

$Y_i$ ：推估範例真值

$N$ ：資料點數

利用兩種從屬函數分別架構模式以推估函數：

- (1)以三角形函數為從屬函數的 CPN 模糊類神經法。

(2)以 Gaussian 函數為從屬函數的 CPN 模糊類神經法。

運用不同方法推求架構模糊類神經網路的  $\Delta$  值， $\Delta$  值從 0.05 開始，每次增加 0.01，逐漸增加其值到 1：

- (1)以訓練範例之全部訓練點架構模式，再以原訓練範例作推估測試，選取 AE 值為最小的 $\Delta$ 值。
  - (2)將訓練範例之訓練點分為前 80% 做訓練，後 20% 做推估測試，選取 AE 值為最小的 $\Delta$ 值。

將不同方法架構的網路推估的結果，其誤差 AE 值與網路架構的規則數及  $\Delta$  值列表於表 1：

表 1 三角形函數及 Gaussian 函數為從屬函數的 CPN 模糊類神經網路用不同架構及  $\Delta$  值推估二次方函數的結果

CPN 模糊類神經法	以三角形函數為從屬函數				以 Gaussian 函數為從屬函數			
	規則數	AE 值	規則數	AE 值	規則數	AE 值	規則數	AE 值
以 1000 點架構	788	2.14	463	2.22	788	5.07	69	3.62
以 500 點架構	441	4.40	308	3.68	441	7.15	66	3.81
以 300 點架構	276	4.86	212	4.58	276	9.01	45	6.20
以 200 點架構	188	5.21	159	4.77	188	9.63	41	5.87
以 100 點架構	97	7.42	90	7.53	97	12.72	30	7.94

表 2 比較以三角形函數、原始的 Gaussian 函數及改進的 Gaussian 函數為從屬函數的模糊類神經網路推估二次方函數的結果

CPN 模糊類神經法	以三角形函數為從屬函數 $\Delta=0.11$		原始的以 Gaussian 函數為從屬函數 $\Delta=0.54$		改進後的 Gaussian 函數為從屬函數 $\Delta=0.14$	
	規則數	AE 值	規則數	AE 值	規則數	AE 值
以 1000 點架構	463	2.22	69	3.62	358	1.74
以 500 點架構	308	3.68	66	3.81	253	2.44
以 300 點架構	212	4.58	45	6.20	180	3.79
以 200 點架構	159	4.77	41	5.87	140	4.51
以 100 點架構	90	7.53	30	7.94	82	7.03

觀察表 1 的結果，可以發現當架構網路的訓練點越多時，網路預測的結果就越準確，顯示訓練的資料點越多，則網路的分類就越完整，自然所預測的數值就越準確。

在不同的 CPN 模糊類神經法中，由將訓練點分為前 80% 做訓練，後 20% 做推估測試的方法產生的  $\Delta$  值架構的網路，較以全部訓練點得到的  $\Delta$  值架構的網路來的準確。而且也使網路中的規則數減少，尤其是以 Gaussian 函數為從屬函數的類神經網路，其規則數可以降至非常少的數目。以 1000 點架構的網路為例，規則數由原來的 788 個變成 69 個，使網路有效的對訓練範例做分類。有效分類的結果，使得網路在預測階段會發生找不到規則套配的情況大為減少，因此提高了網路預測的精確度。

由表 1 亦可看出以三角形函數為從屬函數的模糊類神經網路預測的結果比較好，尤其是以

1000 點架構的網路，不論  $\Delta$  值用何種方式訓練得出，均可使 AE 值在 2.2 左右，非常不錯。分析原因，應該是因為以三角形函數為從屬函數的模糊類神經網路，在預測階段時若是發生找不到規則套配的狀況，就將其  $\Delta$  值等倍率地放大，增加套配規則的機會，直到套配到規則為止。這樣的作法，使得網路的預測值一定會和真值有某種程度的相關，且縮小了預測值和真值的誤差。而 Gaussian 從屬函數的 CPN 模糊類神經網路遇到相同的情況，則是用平均值當作預測值，其與真值的誤差自然容易較大。為了解決這樣的問題，吾人決定在 Gaussian 從屬函數的 CPN 模糊類神經網路的預測階段亦應用當輸入值找不到規則時，將  $\Delta$  值以等倍率地放大，增加套配規則機會的方法，以提昇預測的準確性。結果如表 2 所示。

表 2 的結果，顯示改進的 Gaussian 從屬函

數的 CPN 模糊類神經網路具有最佳的準確性，雖然規則數偏多，但是預測的 AE 值卻可以達到非常好的境界。

列出以 1000 點為架構的網路對推估範例的預測值與真值的圖如圖 5 及圖 6。

從圖表中可以看出，原來的 Gaussian 從屬函數的 CPN 模糊類神經網路對於較低值的預測能力差，幾乎全部都高估，而改進後的網路就沒有這樣的情形，幾乎沒有誤差；且對於較高值的推估，普遍來說，亦較原來的網路來得準確。

## (二) 模糊類神經網路於正餘弦相加函數的推估

利用蒙地卡羅(Monte Carlo)方法繁衍兩組具  $N(0,1)$  分佈特性的資料  $X_1$  及  $X_2$ ，建立正餘弦相加函數，函數的形式為：

$$Y = 100 \sin(\pi X_1) + 100 \cos(\pi X_2) \dots (18)$$

建構一個輸入層具有兩個輸入變數  $X_1$  及  $X_2$ ，輸出層為  $Y$  的 CPN 模糊類神經網路， $\alpha = 0.5$ ， $\beta = 0.5$ ，以訓練範例架構規則基底，利用建構好的網路推估新範例，依前例方式進行模擬

測試之檢驗工作。將不同方法架構的網路推估誤差 AE 值與網路架構的規則數及  $\Delta$  值列表於表 3。

表 3 的結果，亦同樣顯示訓練的資料點越多，則網路的分類就越完整，其所預測的數值就越準確。

在三角形從屬函數的 CPN 模糊類神經法中，由將訓練點分為前 80% 做訓練，後 20% 做測試的方法產生的  $\Delta$  值和以全部訓練點 AE 值最小者的方法產生的  $\Delta$  值相同，均為 0.05，其所得到的推估結果比以相同  $\Delta$  值架構的 Gaussian 從屬函數的 CPN 模糊類神經網路推估的結果為佳。

若將訓練點分為前 80% 做訓練，後 20% 做測試的方法產生的  $\Delta$  值架構的 Gaussian 從屬函數的 CPN 模糊類神經網路其規則數不但減少了接近一半，預測結果也較其他方法所得到的要好，但是在以 1000 點為架構的網路方面，其推估的結果卻是最差的。分析原因，應該是在推估正餘弦相加函數時規則單元的分類情況影響推估甚巨，所以在規則數較少的情形下，若是

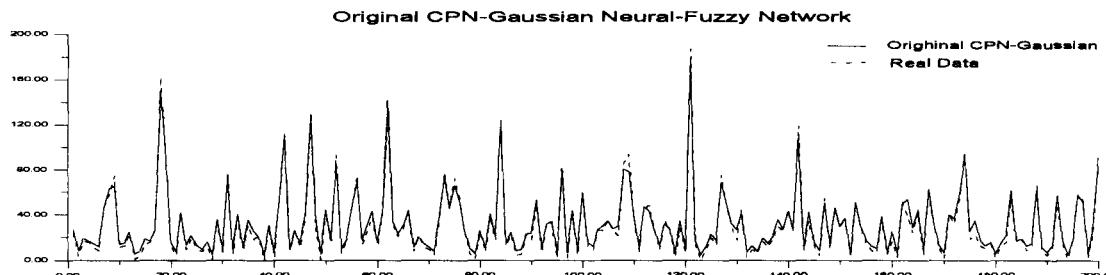


圖 5 原來的 Gaussian 從屬函數的 CPN 模糊類神經網路推估二次方函數

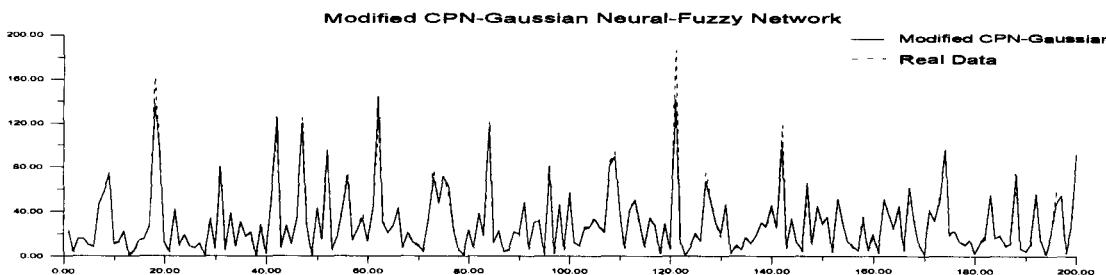


圖 6 改進的 Gaussian 從屬函數的 CPN 模糊類神經網路推估二次方函數

表 3 三角形函數及 Gaussian 函數為從屬函數的 CPN 模糊類神經網路用不同架構及  $\Delta$  值推估正餘弦相加函數的結果比較

CPN 模糊類神經法 模糊類神經網路的 $\Delta$ 值訓練方法	以三角形函數為從屬函數				以 Gaussian 函數為從屬函數			
	規則數	AE 值	規則數	AE 值	規則數	AE 值	規則數	AE 值
以 1000 點架構	768	7.50	768	7.50	768	8.50	324	8.94
以 600 點架構	506	9.74	506	9.74	506	11.16	250	9.12
以 300 點架構	269	14.36	269	14.36	269	19.45	166	11.87
以 200 點架構	185	17.83	185	17.83	185	22.23	131	15.23
以 100 點架構	97	24.23	97	24.23	97	12.72	77	22.37

表 4 比較以三角形函數、原始的 Gaussian 函數及改進的 Gaussian 函數為從屬函數的模糊類神經網路推估正餘弦相加函數的結果

CPN 模糊類神經法	以三角形函數為從屬函數 $\Delta=0.05$		原始的以 Gaussian 函數為 從屬函數 $\Delta=0.16$		改進後的 Gaussian 函數為 從屬函數 $\Delta=0.11$	
	規則數	AE 值	規則數	AE 值	規則數	AE 值
以 1000 點架構	768	7.50	324	8.94	455	8.07
以 500 點架構	506	9.74	250	9.12	339	9.47
以 300 點架構	269	14.36	166	11.87	211	13.59
以 200 點架構	185	17.83	131	15.23	157	16.32
以 100 點架構	97	24.23	77	22.37	91	23.78

規則單元的分類情況不夠描述範例本身時，所推估的數值就較不準確。由表 3 可知，以 1000 點為架構的網路， $\Delta=0.05$  時，有 768 個規則單元，而當  $\Delta=0.16$  時，規則單元數只剩下 324 個，這樣的規則單元分類或許不夠，所以造成預測值誤差比較大。

吾人亦應用在 Gaussian 從屬函數的 CPN 模糊類神經網路的預測階段遇到無法套配規則時，將  $\Delta$  值等倍率地放大，增加套配規則機會的方法，希望可以產生較接近真值的推估值，增加預測的準確性。結果如表 4 所示。

由表 4 的結果，可以看出改進的 Gaussian 從屬函數的 CPN 模糊類神經網路並不具較佳的準確性，且規則數偏多。但是與原來的 Gaussian 從屬函數的 CPN 模糊類神經網路推估的結果相差不多，且在以 1000 點為架構的模式中，具有較小的誤差值。會有如此的結果，初步判斷其原因，應該是因為正餘弦相加函數具有正、負號，

使得網路在預測階段採用放大  $\Delta$  值以增加套配規則機會所預測的值，不見得會比採用平均值來得好，因此增加了推估的誤差。但是在以 1000 點為架構的模式中，規則數為 455 個，比原來的 324 個多，所以會具有較完整的分類，其預測值的誤差自然就小了些。

圖 7、圖 8 及圖 9 係各方式以 1000 點為架構的網路對推估範例的預測值與真值的推估情況。

從圖表中可以看出，三種 CPN 模糊類神經網路均可以預測出推估範例的趨勢。以原始的 Gaussian 從屬函數的 CPN 模糊類神經網路對於各點的預測較其他兩種方法的 CPN 模糊類神經網路預測結果差，而三種 CPN 模糊類神經網路在第 162 個到第 168 個之間的預測值與真值的誤差最大，是造成整體誤差的主要原因。大致來說，推估結果非常不錯。證明 CPN 模糊類神經網路具有推估非線性函數的能力。

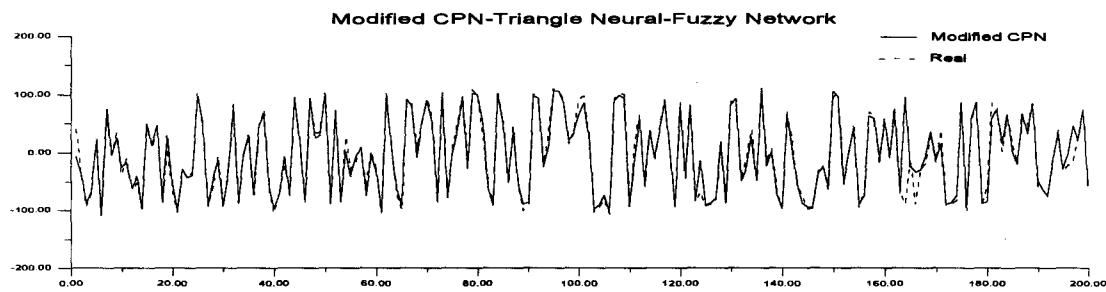


圖 7 以三角形從屬函數的 CPN 模糊類神經網路推估正餘弦相加函數

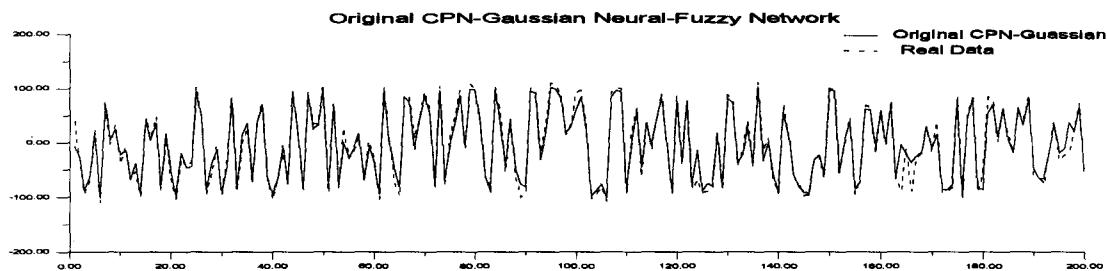


圖 8 原來的 Gaussian 從屬函數的 CPN 模糊類神經網路推估正餘弦相加函數

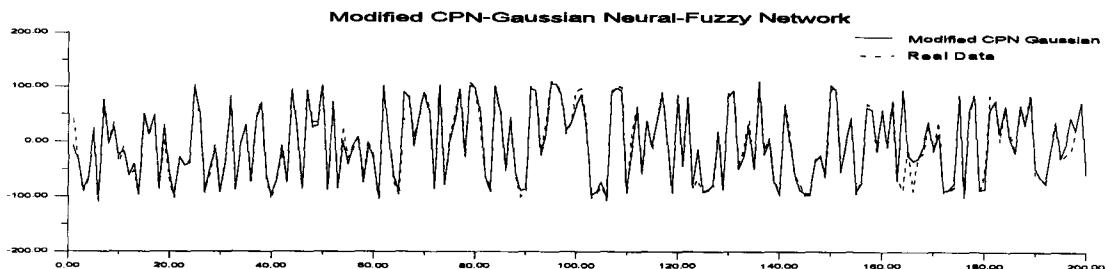


圖 9 改進的 Gaussian 從屬函數的 CPN 模糊類神經網路推估正餘弦相加函數

### (三) 模糊類神經網路應用於實際流量的推估

本研究以台電公司設於大甲溪流域之環山合流點，南湖溪站及四季朗溪站之流量站為研究對象，其位置圖如圖 10。以南湖溪站及四季朗站的旬流量，推估環山合流站的旬流量[15]。

建構一個輸入層具有 2 個輸入，輸出層具有 1 個輸出的 CPN 模糊類神經網路如圖 11， $\alpha = 0.5$ ， $\beta = 0.5$ ，以 1959 年到 1978 年共 20 年 720 旬的旬流量架構規則基底，利用建構好的網路推

估 1979 年到 1988 年共 10 年的旬流量。並計算 AE 誤差值，以及正確率 PAE 值，PAE 值越接近 1 表示推估值越準確，以判斷網路推估流量的能力。加入 SE 值以判別網路對該年流量資料是高估還是低估，SE 值若為負值表示低估，若是正值則為高估。

$$SE = \sum_{i=1}^{36} (\hat{Y}_i - Y_i) / 36 \dots\dots\dots(19)$$



圖 10 大甲溪環山合流點，南湖溪及四季朗溪流量站之位置圖

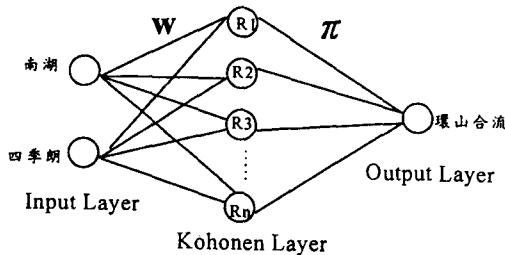


圖 11 旬流量推估的 CPN 模糊類神經網路

$$AE = \sum_{i=1}^{36} (\hat{Y}_i - Y_i) / 36 \quad (20)$$

$Y_i$ ：第 i 旬的歷史流量

$\hat{Y}_i$ ：第 i 旬的推估流量

$$PAE = 1 - AE / \bar{Y} \quad (21)$$

$\bar{Y}$ ：歷史記錄旬平均流量

分別以三角形從屬函數的 CPN 模糊類神經

網路(模式一)及改進的 Gaussian 從屬函數的 CPN 模糊類神經網路(模式二)架構模式，並將訓練範例的訓練點分為前 80% 做訓練，後 20% 做推估測試檢定，求出檢定誤差最小的  $\Delta$  值以架構網路模式。

三角形從屬函數的 CPN 模糊類神經網路之  $\Delta = 14$ ，規則數 = 114；改進的 Gaussian 從屬函數的 CPN 模糊類神經網路之  $\Delta = 26$ ，規則數 = 71。比較兩種方法所得到的結果如表 5：

由表 5 可知，模式二的平均 PAE 值為 0.85 較以模式一推估的平均 PAE 值 0.83 為準確，而且規則數只有 71 個，顯示網路對訓練範例有效地做分類。而模式一的規則數卻有 114 個之多，而且平均每年的誤差 AE 值又比較差。所以改進的 Gaussian 從屬函數的 CPN 模糊類神經網路確實在進行推估資料方面有較好的表現。將改進的 Gaussian 從屬函數的 CPN 模糊類神經網路於推估檢定時  $\Delta$  值與其對應的 AE 值作圖及其推估的流量與真值比較作圖如圖 12 及圖 13：

由圖 12 可以看出在  $\Delta$  值等於 26 時，模式二推估檢定的 AE 值最小，故用此  $\Delta$  值架構模式。

從圖 13 可知，推估流量在低流量時與真值相當契合。

表 5 以三角形函數(模式一)及改進的 Gaussian 函數(模式二)為從屬函數的模糊類神經網路推估流量資料的結果

預測年度	AE 值 (cms)		PAE 值 (cms)		SE 值 (cms)	
	模式一	模式二	模式一	模式二	模式一	模式二
1979	28.67	29.45	0.80	0.80	14.94	19.46
1980	13.29	16.40	0.91	0.89	7.86	14.02
1981	25.23	21.49	0.83	0.85	1.23	6.84
1982	26.18	20.11	0.82	0.86	-3.55	-3.16
1983	20.65	21.84	0.86	0.85	-6.58	-2.10
1984	25.02	18.26	0.83	0.87	10.23	6.27
1985	26.36	20.46	0.82	0.96	0.07	-1.31
1986	36.74	27.42	0.75	0.81	8.44	0.74
1987	33.58	33.07	0.77	0.77	-30.46	-28.40
1988	16.86	10.85	0.88	0.93	-5.44	-7.69
平均值	25.26	21.94	0.83	0.85	-0.326	0.849

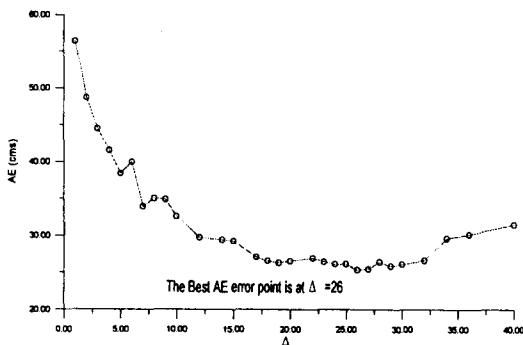


圖 12 Gaussian 從屬函數的 CPN 模糊類神經網路於推估檢定時  $\Delta$  值與其對應的 AE 作圖

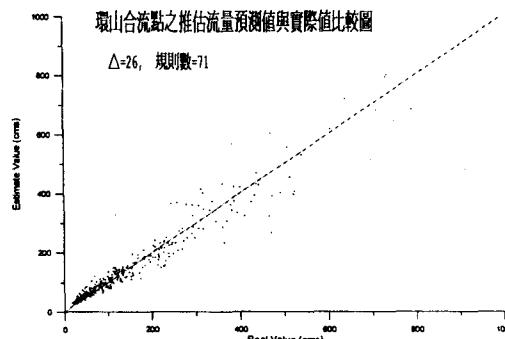


圖 13 Gaussian 從屬函數的 CPN 模糊類神經網路推估的流量與真值比較

#### 四、結論與建議

本研究結果顯示改進的 CPN 模糊類神經網路具有學習能力佳、基本架構簡易、易於擴充及分類效果強的優點。其對於非線性函數具良好的模擬能力，尤其是改進的 Gaussian 從屬函數的 CPN 模糊類神經網路表現最好。當架構模式的訓練範例所含的訓練點數越多時，模式就越能有效的對資料點分類，其預測值的精確度也會提昇。

以改進的 Gaussian 從屬函數的 CPN 模糊類神經網路進行大甲溪環山合流站流量推估，以 20 年的已知旬流量進行模式訓練，推求後 10 年的旬流量資料，平均精度可以達到 85%左右，且網路的分類數只有 71 個，顯示此網路模式應用於流量站資料補遺的工作上面，亦有良好的表現。

在  $\Delta$  值的訓練方面，如何訓練出最適當的  $\Delta$  值，使網路所產生的規則可以最適用於其進行推估的資料，亦是一個重要的課題。本研究使用的將訓練範例的前 80% 做訓練，後 20% 做推估，以推估 AE 值最低時的  $\Delta$  值做為網路模式的  $\Delta$  值的方法，是目前認為較好的方法。

#### 五、謝 誌

本研究承蒙行政院國家科學委員會生物處之補助，專題研究計畫編號為 NSC87-2313-B-002-049；研究期間承台大電機所闢志達教授提供諸多寶貴經驗及意見，謹致由衷謝忱。

#### 六、參考文獻

- Donald K. Wedding II and Krzysztof J. Cios, 1996, "Time series forecasting by combining RBF networks, certainty factors, and the Box-Jenkins model", Neurocomputing 10, pp.149-168.
- Junhong Nie and D.A. Linkens, 1994, "Fast self-learning multivariable fuzzy controllers constructed from a modified CPN network", International Journal of control, Vol.60, No.3, pp.369-393.
- Junhong Nie, 1997, "Nonlinear time-series forecasting: A fuzzy-neural approach" Neurocomputing 16, ELSEVIER,pp.63-76,June.
- Junhong Nie, 1993, "Constructing rule-bases for multivariable fuzzy control by self-learning-Part1: System structure and learning algorithms, International Journal of System Science, 24, pp.111-127.
- Junhong Nie, 1989, "A-class of new fuzzy control algorithms", Proceedings of IEEE International Conference on Control and Applications, Israel.
- Junhong Nie and D.A. Linkens, 1992, "Neural Network-based Approximate Reasoning: Principles and Implementation", International

- Journal of Control, 56, pp.399-414.
7. Junhong Nie and D.A.Linkens, 1995, *Fuzzy-Neural Control: Principles, Algorithms and Applications*, Prentice-Hall, London.
  8. Jürgen Rahmel, 1996, "SplitNet: Learning of tree structured kohonen chains", IEEE, pp.1221-1226.
  9. Keller, J., Yager, R., and Tahani, H., 1992, "Neural network implementation of fuzzy logic", 45, pp.1-12.
  10. Kohonen, T, 1998, *Self-organization and associative memory*, 2nd edition, Berlin, Germany: Springer-Verlag.
  11. R. Hecht-Nielsen, 1987, "Counterpropagation network", Applied Optics. 26, pp.4979-4984.
  12. R. Hecht-Nielsen, 1990, "Applications of counterpropagation network", Neural Networks 1, pp.131-139.
  13. Nikolaos Vassilas, Patrick Thiran and Paolo Ienne, 1996, "On modifications of kohonen's feature map algorithm for an efficient parallel implementation", IEEE, pp.932-937.
  14. S.J.Nowlan, G.E.Hinton, 1992, Simplifying neural networks by soft weight-sharing, Neural Comput. 4, pp.473.
  15. 林惠芬， 1993，巢狀超矩形學習模式於河川流量推估之研究，國立台灣大學農業工程研究所碩士論文。
  16. 葉怡成， 1993，類神經網路模式應用與實作，儒林圖書有限公司，台北。
  17. 張斐章、黃源義、梁晉銘， 1993，「模糊推論模式之建立及其應用於水文系統之研究」，中國農業工程學報，第 39 卷，第 1 期，pp.71-83。

收稿日期：民國 87 年 3 月 3 日

接受日期：民國 87 年 3 月 26 日