

灰色模糊序率動態規劃於水庫操作之應用

Grey Fuzzy Stochastic Dynamic Programming for Reservoir Operation

國立台灣大學農業工程學系教授

國立台灣大學農業工程學系碩士

張斐章

惠士奇

Fi-John Chang

Shyh-Chi Hui

摘要

近年來臺灣地區水資源需求日益增加，而開發新水源又極不易，因此，如何藉由水庫的操作，有效的運用及調配現有水資源，便成為解決此一問題的重要途徑。水庫操作的訂定一般有模擬法及優選法兩種。近年由於電腦速度的增進，以優選法規劃水庫的最佳運用日趨可行，故本研究採用較符合自然情況的序率動態規劃模式來建立水庫操作模型，並藉由模糊優選理論處理決策問題中多目標部份。對於水庫問題中入流量及放水量部份則採用灰數處理，建立「灰色模糊序率動態規劃」模式來訂定滿足水庫長期操作的最佳規則。研究對象以石門水庫為主，並與現行操作規則 M-5 規線作比較，由總缺水及總超放水量與缺水指數的評比，得知以“灰色模糊序率動態規劃”建立的操作方式，對水庫長期運轉可有較佳的結果。

關鍵詞：序率動態規劃，模糊優選理論，灰色系統，水庫操作。

ABSTRACT

Resulting from the continuous increase in water demand, water resource is becoming an important issue in Taiwan, and the exploitative limitations because of the natural environment and difficulties in finding suitable dam sites make it even more complicated. To solve this problem, managing the available water more efficient may be the most feasible way by now. This study, hence, pursue a step forward to enhance the reservoir operation management.

There are basically two approaches, i.e. simulation and optimization, to deduce the operation rules of reservoir. Recently optimization approach can be easily carried out because of the rapid progress in computer; consequently, the Fuzzy Stochastic Dynamic Programming, a sort of optimization method that fits in well with the real situation, is adopted in this study to build a reservoir operation model. It handles the decision-making

problem in multi-purposes by fuzzy optimization theorem . To deal with the representative values for inflow and outflow , this study introduces the idea of Grey theorem . The Fuzzy theorem and Grey theorem are implanted with the optimization approach to construct the model of " Grey Fuzzy Stochastic Dynamic Programming " .

This model is applied to the Shi-Man Reservoir and the M-5 curves , the method employed now in the actual reservoir operation , is chosen as the comparison method . Under the criteria of shortage index and total shortage amount , both results of outflow simulation show that the "Grey Fuzzy Stochastic Dynamic Programming" performs better in long term reservoir operation than the M-5 curves.

Keywords: Stochastic dynamic programming, Fuzzy optimization theorem, Grey system reservoir operation.

一、前言

台灣地區水資源利用，早期以農業用水為主，民國 60 年代後期，因社會結構改變，除對水源穩定性要求較低之農業用水量逐年下降外，民生與工業用水成長有一倍以上。目前台灣地區年需水量達 45 億立方公尺，若需水量之成長無法抑制，未來二十年內，需再開發近 30 億立方公尺之新水源(吳建民，1996)。台灣未來水資源的調配及運用，水庫蓄水運用仍為主要途徑，惟良好壩址多已開發，且近年來因環保及社會問題，使興建水庫成本高昂，因此如何有效運用現有水庫資源，使水庫永續發展經營，乃為當前首要課題。

目前國內外分析水庫操作策略時，系統分析中的模擬法(Simulation Approach)及優選法(Optimization Approach)最常被用。近年由於電腦速度的增進與記憶容量的提昇，應用優選法於水庫操作的研擬日趨可行。水庫系統的操作除需考慮水文的不確定性外亦常為一複雜的多目標決策問題，因各目標間可能互相衝突，且互為不同單位，致使傳統數學在處理多目標問題時，得就各目標函數不同的尺度(Scale)進行選取。而模糊優選理論能考量目標函數中各目標程度上的差異，進而制定各目標間的綜合評判指標，使我們可從眾多方案中輕易選出較佳者，從而進行優選，充分改善了以往決策問題對多目標狀況處理

上的困難。

據此，本研究採序率動態規劃模式來建立水庫系統模型，並用模糊優選理論來處理目標函數中多目標優選的部份，另以灰數來處理入流量、放水量及蓄水標的區間，以“灰色模糊序率動態規劃”來求取滿足多目標水庫長期操作的最佳方法。

二、文獻回顧

動態規劃理論為 Bellman 於 1957 年所提出。1961 年 Hall 等將此理論應用於水庫系統操作，由於系統內水庫愈多，電腦所需之記憶容量愈大，計算時間愈久，故後續學者們進而致力於動態規劃各種技巧之研究。1984 年 Datta 等將預測之隨機性併入決策過程，提出機會限制序率動態規劃。同年 Stedinger 等以預測現階段之入流量發展序率動態規劃。1987 年 Trezos 等發展微分序率動態規劃。1990 年 Kelman 等發展取樣序率動態規劃。1992 年 Mohammad 等將貝氏決策理論併入序率動態規劃中。台灣近年相關研究，有 1984 年郭振泰、張武訓將序率動態規劃應用於石門水庫運轉；1992 年周乃昉研討其在水資源系統應用；1994 年李彥璋探討貝氏序率動態規劃在水庫即時操作的影響，1995 年張斐章、黃金鐸及王文清運用模糊序率動態規劃於石門水庫的規劃。

模糊理論由 Zadeh 所提出，其於多目標規

劃的發展，有 1976 年 Negoita 等將包含模糊現象的線性系統轉化為可求解的線性規劃模式，1977 年 Blin 探討模糊集理論應用於多準繩決策，1978 年 Zimmermann 將模糊集理論應用於多目標線性規劃。1990 年大陸學者陳守煜和姜治提出多目標分層優選理論，同年陳又提出多階段多目標決策系統模糊優選原理，1991 年陳等發展多目標模糊識別優選模型，次年陳等又提出具模糊限制條件的模糊優化理論。1993 年 Stastny 等發展動態規劃於多目標控制理論，同年王本德和張力將陳等之理論應用於水庫洪水模糊優化操作。台灣在水利方面的應用，有 1992 年張斐章、徐國麟利用模糊集理論推估河川流量，同年張斐章、黃源義、梁晉銘應用模糊推論模式於水文系統。1994 年林敬章、黃文政應用模糊理論於降雨分類，同年黃文政、吳建民、謝宏智提出模糊聚類模式應用。1995 年張斐章、王文清發表模糊線性規劃之應用，同年張斐章、黃金鐸與王文清運用模糊序率動態規劃模式於石門水庫操作。

灰色系統理論為鄧聚龍於 1987 年首先提出，是用來解決訊息不完備系統的數學方法。1994 年黃國和提出「灰色動態規劃模型」，首先將灰色理論結合動態規劃模式。此後，葉欣誠也於 1996 年提出應用灰色規劃模型於水庫操作策略訂定的研究。

三、理論分析

若一般動態規劃模型中，系統參數以灰數來表示，即稱灰色動態規劃模型，其通式可表示如下：

遞移關係式：

$$\left[F_i(s_i^{\pm}, c^{\pm}) \right]^{\pm} = \max(\text{or min}) \left\{ \left[f_i(s_i^{\pm}, x_i^{\pm}, c^{\pm}) \right]^{\pm} + \left[F_{i+1}(s_{i+1}^{\pm}, c^{\pm}) \right]^{\pm} \right\} \quad \dots\dots\dots(1)$$

狀態轉換方程式：

$$s_{i+1}^{\pm} = \left[T_i(s_i^{\pm}, x_i^{\pm}, c^{\pm}) \right]^{\pm} \quad \dots\dots\dots(2)$$

設 s_i 為狀態變數、 x_i 為控制變數、 c 為參數， i

為系統目前階段數， $i = 1 \dots T$ ， T 為總運算之階段數， $f_i(*)$ 為控制問題在 i 時段內所產生之目標函數值。

由於動態規劃運算的重點，在依累計目標函數值之大小來決定之後演進的最佳路徑，因此必須在眾多的累計目標函數中選出一最佳值及路徑。但有時兩灰數間的大小不易判斷，為解決這種問題，最佳路徑可以分散型與結合型灰色動態規劃來判斷。「分散型灰色動態規劃」係指在每一階段決定最佳路徑時，累計目標函數值的上下界予以分別討論，會求得系統在最佳與最差路徑下兩種不同的結果。而「結合型灰色動態規劃」是將各累計目標函數值視為灰數，而互相比較灰數之間的大小，其結果則為一最佳路徑。「為避免面臨灰數與灰數之間互相比較的困難，本研究採用模糊優選理論配合分散型的理論來建立模式架構。」

當一序率動態規劃問題結合灰色參數並採分散型的方式解決時，便稱為「分散型灰色序率動態規劃」，當其與水庫問題結合時之通式為：遞移關係式：

$$\left[F_i(s_i, q_{i-1}) \right]^+ = \max(\text{or min}) \left\{ \sum_{k=1}^z \left[p[q_{i,k} | q_{i-1}] \left[\left[f_i(s_i^{\pm}, r_i^{\pm}, q_{i,k}^{\pm}) \right]^+ + \left[F_{i+1}(s_{i+1}^{\pm}, q_{i,k}^{\pm}) \right]^+ \right] \right] \right\} \quad \dots\dots\dots(3a)$$

$$\left[F_i(s_i, q_{i-1}) \right]^- = \max(\text{or min}) \left\{ \sum_{k=1}^z \left[p[q_{i,k} | q_{i-1}] \left[\left[f_i(s_i^{\pm}, r_i^{\pm}, q_{i,k}^{\pm}) \right]^- + \left[F_{i+1}(s_{i+1}^{\pm}, q_{i,k}^{\pm}) \right]^- \right] \right] \right\} \quad \dots\dots\dots(3b)$$

狀態轉換方程式：

$$r_{i,k}^{\pm} = s_i^{\pm} - s_{i+1}^{\pm} + q_{i,k}^{\pm} - e_i^{\pm} \times \left[\bar{A}(s_i^{\pm}, s_{i+1}^{\pm}) \right]^{\pm} \quad \dots\dots\dots(4)$$

s_i 為水庫在 i 時段的蓄水量、 r_i 為 i 時段放水量、 q_i 為 i 時段入流量、 $e_i \times \bar{A}(s_i, s_{i+1})$ 為 i 時段蒸發量， $p[q_{i,k} | q_{i-1}]$ 表示在第 $i-1$ 個階段發生入流量 q_{i-1} 的情況下，第 i 個階段發生 $q_{i,k}$ 的條件機率。 z 為入流量 $q_{i,k}$ 之總離散個數， $k=1 \dots z$ ，其值依實際狀況的需要而訂定。

多階段多目標模糊優選理論係以模糊優選理論來找出動態規劃每一階段中最佳的目標值，從而決定該階段的操作方式。當一序率水庫問題擁有個目標參與評比時，可表示如下：

標的 1 遞移關係式：

$${}_1F_i(s_i, q_{i-1}) = \max(\text{or min}) \left\{ \sum_{k=1}^Z \left[p[q_{i,k} | q_{i-1}] \left[{}_1f_i(s_i, r_i, q_{i,k}) + {}_1F_{i+1}^*(s_{i+1}, q_{i,k}) \right] \right] \right\} \quad (5a)$$

標的 2 遞移關係式：

$${}_2F_i(s_i, q_{i-1}) = \max(\text{or min}) \left\{ \sum_{k=1}^Z \left[p[q_{i,k} | q_{i-1}] \left[{}_2f_i(s_i, r_i, q_{i,k}) + {}_2F_{i+1}^*(s_{i+1}, q_{i,k}) \right] \right] \right\} \quad (5b)$$

：

標的 h 遞移關係式：

$${}_hF_i(s_i, q_{i-1}) = \max(\text{or min}) \left\{ \sum_{k=1}^Z \left[p[q_{i,k} | q_{i-1}] \left[{}_hf_i(s_i, r_i, q_{i,k}) + {}_hF_{i+1}^*(s_{i+1}, q_{i,k}) \right] \right] \right\} \quad (5c)$$

${}_pF_{i+1}^*(s_{i+1}, q_{i,k})$ 表於第 $i+1$ 階段 s_{i+1} 狀態時所參與比較方案中 p 標的之最佳方案。 $p=1 \cdots h$ ， h 為總標的數。由於若干方案皆有多個目標來評價，因此要合理的從各個方案中挑選出傳遞到下一階段的最佳方案，多階段多目標模糊優選理論提供了一個非常有效的辦法。

於水庫問題中， s_i 表水庫於 i 階段之狀態，若區分為 n 個狀態，即為 n 個方案，可為 n 個期末蓄水位或 n 個放水量。此 n 個方案與 h 個評比目標可表示如下：

$$\text{標的 1: } {}_1F_i^1(s_i, q_{i-1}, s_{i+1}^1), {}_1F_i^2(s_i, q_{i-1}, s_{i+1}^2), \cdots, {}_1F_i^n(s_i, q_{i-1}, s_{i+1}^n) \quad (6a)$$

$$\text{標的 2: } {}_2F_i^1(s_i, q_{i-1}, s_{i+1}^1), {}_2F_i^2(s_i, q_{i-1}, s_{i+1}^2), \cdots, {}_2F_i^n(s_i, q_{i-1}, s_{i+1}^n) \quad (6b)$$

$$\text{標的 } h: {}_hF_i^1(s_i, q_{i-1}, s_{i+1}^1), {}_hF_i^2(s_i, q_{i-1}, s_{i+1}^2), \cdots, {}_hF_i^n(s_i, q_{i-1}, s_{i+1}^n) \quad (6c)$$

依上面的評比方案及目標，我們可建立起定量指標特徵值矩陣。

$$X_i = \begin{bmatrix} {}_1F_i^1(s_i, q_{i-1}, s_{i+1}^1), {}_1F_i^2(s_i, q_{i-1}, s_{i+1}^2), \cdots, {}_1F_i^n(s_i, q_{i-1}, s_{i+1}^n) \\ {}_2F_i^1(s_i, q_{i-1}, s_{i+1}^1), {}_2F_i^2(s_i, q_{i-1}, s_{i+1}^2), \cdots, {}_2F_i^n(s_i, q_{i-1}, s_{i+1}^n) \\ \vdots \\ {}_hF_i^1(s_i, q_{i-1}, s_{i+1}^1), {}_hF_i^2(s_i, q_{i-1}, s_{i+1}^2), \cdots, {}_hF_i^n(s_i, q_{i-1}, s_{i+1}^n) \end{bmatrix} \quad (7)$$

在定量指標特徵值矩陣建立後，將每個方案的隸屬性轉成隸屬度，對目標函數為越大越佳型式：

$${}_p r_i^m = \frac{{}_p F_i^m(s_i, q_{i-1}, s_{i+1}^m)}{\max_{m=1}^n {}_p F_i^m(s_i, q_{i-1}, s_{i+1}^m)} \quad (8a)$$

對於目標函數為越小越佳型式：

$${}_p r_i^m = 1 - \frac{{}_p F_i^m(s_i, q_{i-1}, s_{i+1}^m)}{\max_{m=1}^n {}_p F_i^m(s_i, q_{i-1}, s_{i+1}^m)} \quad (8b)$$

其中 $m=1 \cdots n$ 代表方案，而 $p=1 \cdots h$ 代表參與評判的目的。

經由隸屬度的轉換，可將第 i 階段下， s_i 狀態時之定量指標特徵值矩陣轉為指標隸屬度矩陣。經過此一運算，可將不同目標之單位影響除去，以利於各方案間之比較。

$$R_i = \begin{bmatrix} {}_1r_i^1, {}_1r_i^2, \cdots, {}_1r_i^n \\ {}_2r_i^1, {}_2r_i^2, \cdots, {}_2r_i^n \\ \vdots \\ {}_hr_i^1, {}_hr_i^2, \cdots, {}_hr_i^n \end{bmatrix} \quad (9)$$

由指標隸屬度矩陣(9)定義第 i 階段， s_i 狀態下的優等方案為：

$$G_i = \left(\bigcup_{m=1}^n {}_1r_i^m, \bigcup_{m=1}^n {}_2r_i^m, \cdots, \bigcup_{m=1}^n {}_hr_i^m \right) = ({}_1g_i, {}_2g_i, \cdots, {}_hg_i) \quad (10)$$

而第 i 階段 s_i 狀態下的劣等方案為：

$$B_i = \left(\bigcap_{m=1}^n r_i^m, \bigcap_{m=1}^n 2r_i^m, \dots, \bigcap_{m=1}^n h r_i^m \right) \dots\dots\dots(11)$$

$$= (1b_i, 2b_i, \dots, hb_i)$$

$\bigcup_{m=1}^n {}_p r_i^m$ 代表選取最大值的運算，而 $\bigcap_{m=1}^n {}_p r_i^m$ 則代表選取最小值的運算。

模糊分化矩陣為表示動態規劃中，某一階段某一狀態下，各個方案隸屬於優等與劣等方案的隸屬程度。如第 i 階段 S_i 狀態下，第 m 個方案以隸屬度 $U_{1,m}$ 隸屬於優等方案，同時以隸屬度 $U_{2,m}$ 隸屬於劣等方案，則可用模糊分化矩陣來表示：

$$U_i = \begin{bmatrix} U_{1,1}, U_{1,2}, \dots, U_{1,m}, \dots, U_{1,n} \\ U_{2,1}, U_{2,2}, \dots, U_{2,m}, \dots, U_{2,n} \end{bmatrix} \dots\dots\dots(12)$$

(9)式中，第 i 階段 s_i 狀態下，指標隸屬度矩陣第 m 個方案 h 個標的之隸屬度可表示成以下向量：

$${}_p r_i^m = ({}_1 r_i^m, {}_2 r_i^m, \dots, {}_h r_i^m) \dots\dots\dots(13)$$

如 h 個標的各有不同之權重，則其權重可用權重向量表示之：

$$W_i = (W_1, W_2, \dots, W_h) \dots\dots\dots(14)$$

從而可求得第 i 階段，第 s_i 狀態下，方案 m 與優等方案 G_i 的加權歐氏距離：

$$d({}_p r_i^m, G_i) = \left[\sum_{p=1}^h \left(W_p ({}_p r_i^m - {}_p g_i) \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots(15)$$

而方案 m 與劣等方案 B_i 的加權歐氏距離為：

$$d({}_p r_i^m, B_i) = \left[\sum_{p=1}^h \left(W_p ({}_p r_i^m - {}_p b_i) \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots(16)$$

依據模糊集理論，隸屬度可定義為權重，而 $u_{1,m} * d({}_p r_i^m, G_i)$ 與 $u_{2,m} * d({}_p r_i^m, B_i)$ 可描述方案 m 與優等、劣等方案間的差異。為求出最佳的模糊分化矩陣，可依全體方案對優等方案及劣等方案的加權距離最小平方和來定義目標函數。

$$\min \left\{ H = \sum_{m=1}^n \left[\left(u_{1,m} * d({}_p r_i^m, G_i) \right)^2 + \left(u_{2,m} * d({}_p r_i^m, B_i) \right)^2 \right] \right\} \dots\dots\dots(17)$$

因為 $u_{2,m} = 1 - u_{1,m}$ ，故上式可改寫為：

$$\min \left\{ H = \sum_{m=1}^n \left[u_{1,m}^2 \left(\sum_{p=1}^h \left(W_p ({}_p r_i^m - {}_p g_i) \right)^2 \right) + (1 - u_{1,m})^2 \left(\sum_{p=1}^h \left(W_p ({}_p r_i^m - {}_p b_i) \right)^2 \right) \right] \right\} \dots\dots\dots(18)$$

求解 $\frac{dH}{du_{1,m}} = 0$ ，可求出各可行決策與優等方案 G_i

的隸屬度：

$$u_{1,m} = \frac{1}{1 + \frac{\sum_{p=1}^h \left(W_p ({}_p r_i^m - {}_p g_i) \right)^2}{\sum_{p=1}^h \left(W_p ({}_p r_i^m - {}_p b_i) \right)^2}} = \frac{1}{1 + \left[\frac{d({}_p r_i^m, G_i)}{d({}_p r_i^m, B_i)} \right]^2} \dots\dots\dots(19)$$

(19)式不但具有明確的物理意義，而且符合模糊集合理論隸屬函數應用的有關性質。當 $d({}_p r_i^m, G_i) < d({}_p r_i^m, B_i)$ 表示方案 m 偏向於優等方案，即分母大於 1 且小於 2 時 $U_{1,m} > 0.5$ ；當 $d({}_p r_i^m, G_i) = d({}_p r_i^m, B_i)$ 表示方案 m 處於優等方案與劣等方案中間狀態，即分母等於 2 時 $U_{1,m} = 0.5$ ；當 $d({}_p r_i^m, G_i) > d({}_p r_i^m, B_i)$ 表示方案 m 偏向於劣等方案，即分母大於 2 時 $U_{1,m} < 0.5$ ；當 $d({}_p r_i^m, G_i) = 0$ 表示方案 m 就是優等方案，即分母等於 1 時 $U_{1,m} = 1$ 。當 $d({}_p r_i^m, B_i) = 0$ 表示方案 m 就是劣等方案，即分母為 ∞ 時 $U_{1,m} = 0$ 。因此對綜合的評價即可以選取可行決策方案 n 發生 $\max_{m=1}^n \{U_{1,m}\}$ 的備選方案 m 為 t 階段的決策方案。

根據對優等方案隸屬越大越佳的原則， i 階段第 s_i 狀態下 n 個方案，其最佳方案便是滿足 $\max_{m=1}^n \{U_{1,m}\}$ 之方案 m 。由此，便可求出 i 階段第 s_i 狀態下 n 個方案中之最佳方案 ${}_p F_{i+1}^* (s_{i+1}, q_{i,k})$ ，進而代入階段 $i-1$ ，繼續序率動態規劃部份運算。

為便於說明模式之應用，設計簡例以手算方式說明相關之程序。

四、應用範例

設有一水庫，其操作標的為同時滿足下游需水量及水庫本身的標的蓄水量，水庫最大蓄水

量為 10 單位，且下游需水量為每期 17 單位，每期標的蓄水量為 10 單位。一年分為二期，每期之入流量分為高、低兩區間探討，而蓄水量分為 6、10 二個區間分析之。每期的入流量區間及機率轉移矩陣如表 1、2 所示。

表 1 手算例之入流量區間表

時 期	1	2
低流量區間	5~15	2~13
高流量區間	12~30	10~25

表 2 手算例之機率轉移矩陣

第一期				第二期			
第二期	第一期	低	高	第一期	第二期	低	高
		0.7	0.3			0.8	0.2
		0.3	0.7			0.2	0.8

以上問題，可依(3a)(3b)式建立其目標函數：

(一) 蓄水標的：

$${}_1F_i(s_i, q_{i-1}) = \min \left\{ \sum_{k=1}^2 p[q_{i,k} | q_{i-1}] [{}_1f_i + {}_1F_{i+1}^*(s_{i+1}, q_{1,k})] \right\} \quad \dots\dots\dots (20a)$$

$${}_1f_i = \min \{ (s_i - X_i)^2 \} \quad \dots\dots\dots (20b)$$

(二) 放水標的：

$$[{}_2F_i(s_i, q_{i-1})]^+ = \min \left\{ \sum_{k=1}^2 p[q_{i,k} | q_{i-1}] \left[[{}_2f_i]^+ + [{}_2F_{i+1}^*(s_{i+1}, q_{1,k})]^+ \right] \right\} \quad \dots\dots\dots (21a)$$

$$[{}_2F_i(s_i, q_{i-1})]^- = \min \left\{ \sum_{k=1}^2 p[q_{i,k} | q_{i-1}] \left[[{}_2f_i]^- + [{}_2F_{i+1}^*(s_{i+1}, q_{1,k})]^- \right] \right\} \quad \dots\dots\dots (21b)$$

$$[{}_2f_i]^{\pm} = \min \{ (r_{i,k}^{\pm} - D_i)^2 \}^{\pm} \quad \dots\dots\dots (21c)$$

其反轉型狀態轉換方程式可依(4)定為：

$$r_{i,k}^{\pm} = s_i - s_{i+1} + q_{i,k}^{\pm} \quad \dots\dots\dots (22)$$

限制式為：

$$0 \leq s_i \leq X_i \quad \dots\dots\dots (23)$$

$$s_i + q_{i,k}^+ - X_i \leq r_{i,k}^+ \leq s_i + q_{i,k}^+ \quad \dots\dots\dots (24)$$

$$s_i + q_{i,k}^- - X_i \leq r_{i,k}^- \leq s_i + q_{i,k}^- \quad \dots\dots\dots (25)$$

其中 s_i 為 i 階段之蓄水量， $r_{i,k}^{\pm}$ 為 i 階段第 k 個入流量區間相應之放水量， $q_{i,k}^{\pm}$ 為 i 階段之第 k 個入流量區間， X_i 表示第 i 階段之目標蓄水量（10 單位）， D_i 表示第 i 階段之下游需水量（17 單位），且對於蒸發散所造成之影響予以忽略。對入流量及放水量區間，此處採用灰數處理，而蓄水量區間仍取離散值運算，這是為了方便最後操作規則的表示；至於式(20a)、(20b)蓄水標的為何不是灰色函數，是因為其中雖有變數 $q_{i,k}$ ，但其出現位置為機率轉移矩陣中，並不會造成灰數的出現，因此不會令蓄水標的為灰色函數。

以後向遞移來演算，可將第二期、第 t 階段、第一次循環的演算步驟，以表 3a、3b 來表示。表 3a 中，放水標的之所以會有兩個值，乃是因為模式分析採分散型灰色規劃，而放水量為灰數所致。由表 3b 可得於第一期入流量為 5~15 單位，且期初蓄水量為 6 單位時，共有期末蓄水為 6、10 等兩個可行方案。而當期初蓄水量為 10 單位時，亦有兩個可行方案。當第一期入流量為 12~30 單位時，於期初蓄水為 6、10 單位時，亦各有兩個可行方案。

以下，就前一階段不同入流量區間及本階段不同期初蓄水所構成之方案，經模糊優選過程，挑選出傳遞到下一階段之最佳方案的運算程序，作一個說明。

1. 第一期入流量為 5~15 單位時：

(1) 期初蓄水量為 6 單位時：

於此狀態下，我們令期末蓄水量為 6 單位之方式為方案 1、10 單位之方式為方案 2，而在本題中，只有期末蓄水 6 之方案 1 為可行方案。

表 3a 第二期／階段 t ／循環一之演算

期初蓄水量	期末蓄水量	本期入流量	放水量	蓄水標的	放水標的	
6	6	2~13	2~13	$(6-10)^2$	$(2-17)^2$	$(13-17)^2$
		10~25	10~25	$(6-10)^2$	$(10-17)^2$	$(25-17)^2$
	10	2~13	—	—	—	—
		10~25	—	—	—	—
10	6	2~13	6~17	$(6-10)^2$	$(6-17)^2$	$(17-17)^2$
		10~25	14~29	$(6-10)^2$	$(14-17)^2$	$(29-17)^2$
	10	2~13	2~13	$(10-10)^2$	$(2-17)^2$	$(13-17)^2$
		10~25	10~25	$(10-10)^2$	$(10-17)^2$	$(25-17)^2$

表 3b 第二期／階段 t ／循環一之演算

第一期入流量		5~15			12~30		
期初蓄水	期末蓄水	蓄水標的	放水標的		蓄水標的	放水標的	
6	6	$0.8 \times (6-10)^2$	$0.8 \times (2-17)^2$	$0.8 \times (13-17)^2$	$0.2 \times (6-10)^2$	$0.2 \times (2-17)^2$	$0.2 \times (13-17)^2$
		$0.2 \times (6-10)^2$	$0.2 \times (10-17)^2$	$0.2 \times (25-17)^2$	$0.8 \times (6-10)^2$	$0.8 \times (10-17)^2$	$0.8 \times (25-17)^2$
		16	189.8	25.6	16	84.2	54.4
	10	—	—	—	—	—	—
		—	—	—	—	—	—
		—	—	—	—	—	—
10	6	$0.8 \times (6-10)^2$	$0.8 \times (6-17)^2$	$0.8 \times (17-17)^2$	$0.2 \times (6-10)^2$	$0.2 \times (6-17)^2$	$0.2 \times (17-17)^2$
		$0.2 \times (6-10)^2$	$0.2 \times (14-17)^2$	$0.2 \times (29-17)^2$	$0.8 \times (6-10)^2$	$0.8 \times (14-17)^2$	$0.8 \times (29-17)^2$
		16	98.6	28.8	16	31.4	115.2
	10	$0.8 \times (10-10)^2$	$0.8 \times (2-17)^2$	$0.8 \times (13-17)^2$	$0.2 \times (10-10)^2$	$0.2 \times (2-17)^2$	$0.2 \times (13-17)^2$
		$0.2 \times (10-10)^2$	$0.2 \times (10-17)^2$	$0.2 \times (25-17)^2$	$0.8 \times (10-10)^2$	$0.8 \times (10-17)^2$	$0.8 \times (25-17)^2$
		0	189.8	25.6	0	84.2	54.4

(2) 期初蓄水量為 10 單位時：
由式(7)及表 3b 可得定量指標特徵值矩陣為：

$$X_t = \begin{bmatrix} 16 & 0 \\ 98.6 & 189.8 \\ 28.8 & 25.6 \end{bmatrix}$$

於定量指標矩陣中，行向量表示各標的對不同的方案產生之效益，列向量表示不同的標的對各方案的評價。

由式(8b)及(9)可將 X_t 轉成指標隸屬度矩陣 R_t ：

$$R_t = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0.48 & 0 \\ 0 & 0.11 \end{bmatrix}$$

由式(10)及(11)可得此狀態下之優等方案及劣等方案，如表 4 所示。其中標的 2 之所以會有兩個值，是因為模式採用分散型灰色規劃，而標的 2 中放水量為一灰數所致。

表 4 第二期／階段／循環一，第一期入流量為 5~15 單位，期初蓄水量為 10 單位之優劣等方案

	優等方案	劣等方案
標的 1	1.00	0.00
標的 2	0.48	0.00
	0.11	0.00

由式(15)、(16)及上述結果，可計算各個方案與優等、劣等方案間之歐氏距離。由於問題為同時滿足蓄水與放水兩個標的，因此令其權重皆為 0.5。

方案 1 與優等方案之歐氏距離平方為：

$$0.5 \times (0-1)^2 + 0.5 \times (0.48-0.48)^2 + 0.5 \times (0-0.11)^2 = 0.51$$

方案 1 與劣等方案之歐氏距離平方為：

$$0.5 \times (0-0)^2 + 0.5 \times (0.48-0)^2 + 0.5 \times (0-0)^2 = 0.12$$

方案 2 與優等方案之歐氏距離平方為：

$$0.5 \times (1-1)^2 + 0.5 \times (0-0.48)^2 + 0.5 \times (0.11-0.00)^2 = 0.12$$

方案 2 與劣等方案之歐氏距離平方為：

$$0.5 \times (1-0)^2 + 0.5 \times (0-0)^2 + 0.5 \times (0.11-0)^2 = 0.51$$

由以上結果，依式(19)之運算，可建立模糊分化矩陣

$$U = \begin{bmatrix} 0.19 & 0.81 \\ 0.81 & 0.19 \end{bmatrix}$$

由模糊分化矩陣，可看出兩個方案中與優等方案隸屬最大者為方案 2，其與優等方案之隸屬度為 0.81。故可得最佳方案為方案 2，也就是期末蓄水量為 10 單位之方案。

2. 第一期入流量為 12~30 單位時：

(1) 期初蓄水量為 6 單位時：

在本題中，只有期末蓄水 6 之方案 1 為可行方案。

(2) 期初蓄水量為 10 單位時：

定量指標特徵值矩陣為

$$X_t = \begin{bmatrix} 16 & 0 \\ 31.4 & 84.2 \\ 115.2 & 54.4 \end{bmatrix}$$

指標隸屬度矩陣為

$$R_t = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0.63 & 0 \\ 0 & 0.53 \end{bmatrix}$$

同前述步驟，可求得最佳方案為方案 2。

以下，將之前的結果，代入第一期、第 $t-1$ 階段、第一次循環演算，其步驟以表 5a、5b 來表示。如此繼續演算下去，直到定常性策略，便可求得滿足此水庫長期操作之最佳蓄水策略。

將上面的手算例加以擴充，蓄水量改以 0.1 單位為間距，代入「灰色模糊序率動態規劃」模型演算至定常性策略之結果，可得水庫長期操作的最佳蓄水策略，如圖 1 所示。其操作方式為由已知的上一期水庫入流量來決定操作規則所應選擇的曲線，再由本期期初水庫的蓄水量找出橫座標所應對應的位置，便可對應出本期期末的目標蓄水量。

表 5a 第一期／階段 $t-1$ ／循環一之演算

期初蓄水量	期末蓄水量	本期入流量	放水量	蓄水標的	放水標的	
6	6	5~15	5~15	$(6-10)^2$	$(5-17)^2$	$(15-17)^2$
		12~30	12~30	$(6-10)^2$	$(12-17)^2$	$(30-17)^2$
	10	5~15	1~11	$(10-10)^2$	$(1-17)^2$	$(11-17)^2$
		12~30	8~26	$(10-10)^2$	$(8-17)^2$	$(26-17)^2$
10	6	5~15	9~19	$(6-10)^2$	$(9-17)^2$	$(19-17)^2$
		12~30	16~34	$(6-10)^2$	$(16-17)^2$	$(34-17)^2$
	10	5~15	5~15	$(10-10)^2$	$(5-17)^2$	$(15-17)^2$
		12~30	12~30	$(10-10)^2$	$(12-17)^2$	$(30-17)^2$

表 5b 第一期／階段 $t-1$ ／循環一之演算

第二期入流量		2~13			10~25		
期初蓄水	期末蓄水	蓄水標的	放水標的		蓄水標的	放水標的	
6	6	$0.7 \times ((6-10)^2 + 16)$	$0.7 \times ((5-17)^2 + 25.6)$	$0.7 \times ((15-17)^2 + 189.8)$	$0.3 \times ((6-10)^2 + 16)$	$0.3 \times ((5-17)^2 + 25.6)$	$0.3 \times ((15-17)^2 + 189.8)$
		$0.3 \times ((6-10)^2 + 16)$	$0.3 \times ((12-17)^2 + 54.4)$	$0.3 \times ((30-17)^2 + 84.2)$	$0.7 \times ((6-10)^2 + 16)$	$0.7 \times ((12-17)^2 + 54.4)$	$0.7 \times ((30-17)^2 + 84.2)$
		32	142.54	211.62	32	106.46	235.38
	10	$0.7 \times ((10-10)^2 + 0)$	$0.7 \times ((1-17)^2 + 25.6)$	$0.7 \times ((11-17)^2 + 189.8)$	$0.3 \times ((10-10)^2 + 0)$	$0.3 \times ((1-17)^2 + 25.6)$	$0.3 \times ((11-17)^2 + 189.8)$
		$0.3 \times ((10-10)^2 + 0)$	$0.3 \times ((8-17)^2 + 54.4)$	$0.3 \times ((26-17)^2 + 84.2)$	$0.7 \times ((10-10)^2 + 0)$	$0.7 \times ((8-17)^2 + 54.4)$	$0.7 \times ((26-17)^2 + 84.2)$
		0	327.74	207.62	0	179.26	183.38
10	6	$0.7 \times ((6-10)^2 + 16)$	$0.7 \times ((9-17)^2 + 25.6)$	$0.7 \times ((19-17)^2 + 189.8)$	$0.3 \times ((6-10)^2 + 16)$	$0.3 \times ((9-17)^2 + 25.6)$	$0.3 \times ((19-17)^2 + 189.8)$
		$0.3 \times ((6-10)^2 + 16)$	$0.3 \times ((16-17)^2 + 54.4)$	$0.3 \times ((34-17)^2 + 84.2)$	$0.7 \times ((6-10)^2 + 16)$	$0.7 \times ((16-17)^2 + 54.4)$	$0.7 \times ((34-17)^2 + 84.2)$
		32	79.34	247.62	32	65.66	319.38
	10	$0.7 \times ((10-10)^2 + 0)$	$0.7 \times ((5-17)^2 + 25.6)$	$0.7 \times ((15-17)^2 + 189.8)$	$0.3 \times ((10-10)^2 + 0)$	$0.3 \times ((5-17)^2 + 25.6)$	$0.3 \times ((15-17)^2 + 189.8)$
		$0.3 \times ((10-10)^2 + 0)$	$0.3 \times ((12-17)^2 + 54.4)$	$0.3 \times ((30-17)^2 + 84.2)$	$0.7 \times ((10-10)^2 + 0)$	$0.7 \times ((12-17)^2 + 54.4)$	$0.7 \times ((30-17)^2 + 84.2)$
		0	142.54	211.62	0	106.46	235.38

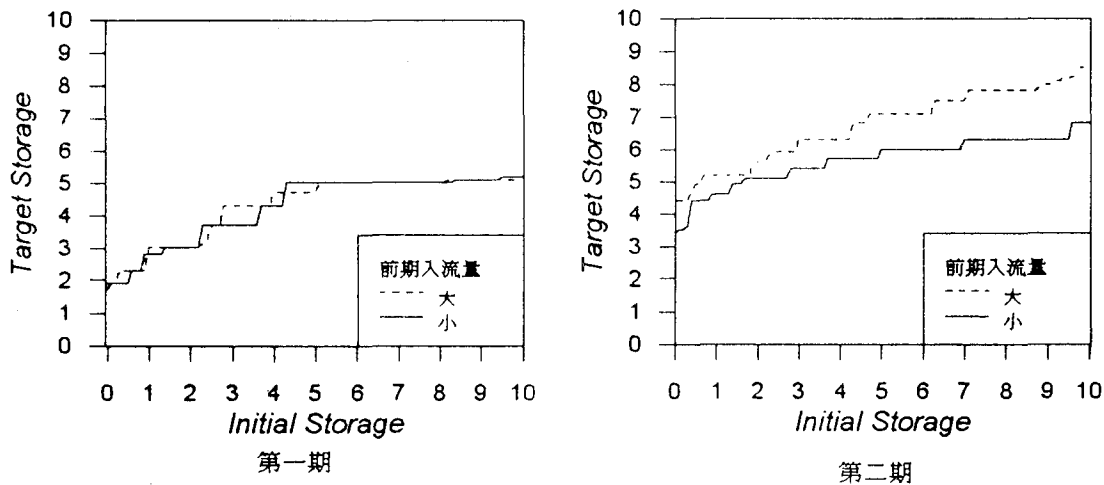
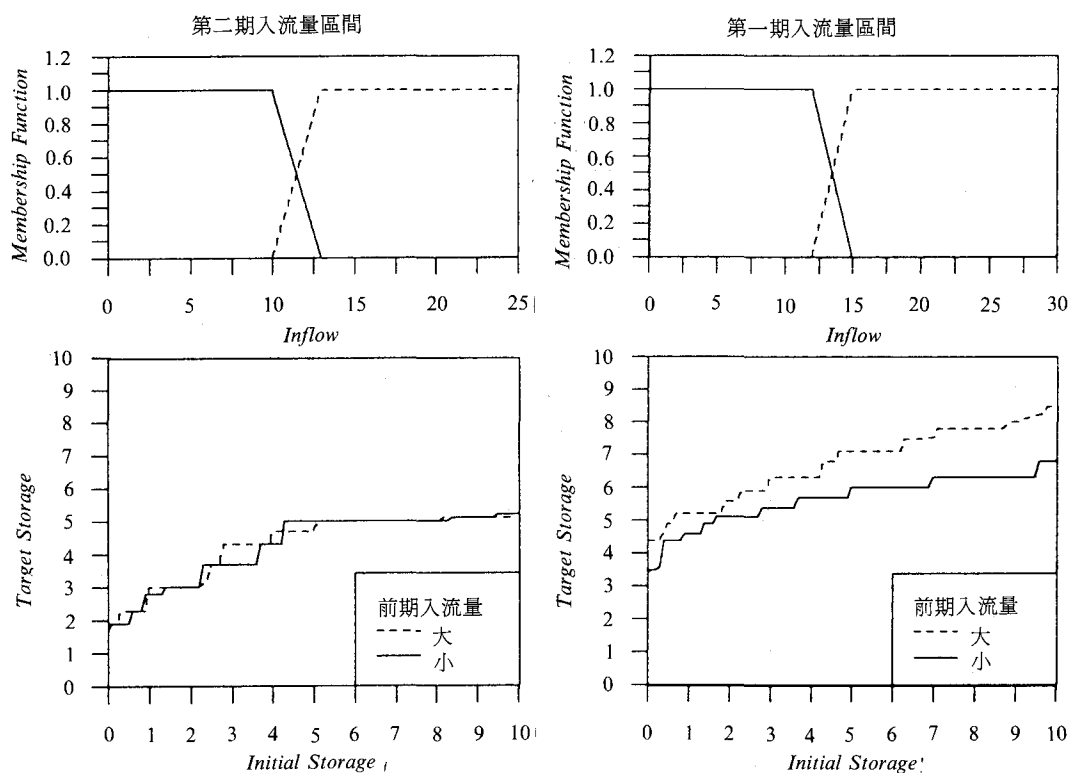


圖 1 「灰色模糊序率動態規劃」最佳期末蓄水操作圖

在前例中，對各入流量灰色區間的選取互有重疊。這是因一般在區間選取時，對流量區間評斷相當主觀，故本研究採用區間相互重疊並各給一隸屬度函數的方法，以解決對於區間抉擇的主觀及在最佳期末蓄水操作圖中兩條由不同前期入流量所構成曲線間的區域作判斷的困難。圖 2 為上述「灰色模糊序率動態規劃」於本研究中最後的表示方式。

以下就本模式操作方式加以說明。如欲得 i 時期期末最佳蓄水位，首先將 $i-1$ 時期水庫入流

量對應該時段之入流量區間隸屬度圖以取得各區間隸屬度值，如圖 3，其中小流量區間之隸屬度值為 a ，大流量區間之隸屬度值為 b 。得到各入流量區間之隸屬度後，再以 i 期期初的蓄水量為橫座標值，對應圖中由不同前期入流量所產生之曲線，求得其相應之本期最佳期末蓄水量 c 、 d ，如圖 4，則本期最佳季末蓄水量經隸屬度函數的加權變為 $(a \times c) + (b \times d)$ ，由此便可得本模式之最佳期末蓄水操作水位，由此結果及該季實際流量，便可進而求得相對應之該季放水量。



第一期 第二期
圖 2 「灰色模糊序率動態規劃」最佳期末蓄水操作圖

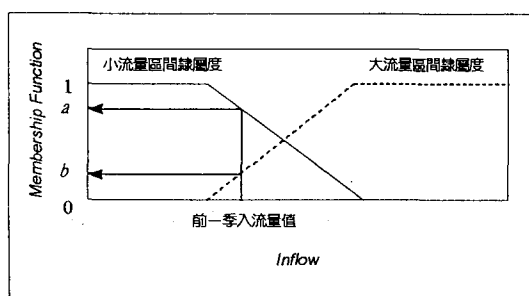


圖 3 前期入流量區間隸屬度選取示意圖

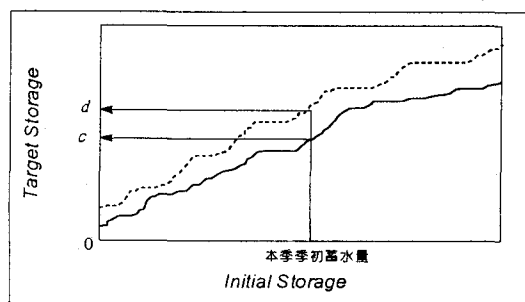


圖 4 本期最佳期末蓄水量選取示意圖

五、應用實例

石門水庫為一多目標水庫，以灌溉、發電、公共給水為主要目標，於洪水期具防洪功能，平時亦供民眾遊憩。預估至民國 100 年水庫下游之給水標的將增至規劃初期的

2.4 倍，故如何提高水庫對進流量的利用，乃是另闢水源外的重要課題。目前水庫使用之多目標運轉規則為模擬法求出之 M-5 規線 [12]，如圖 5。其中，上限關係防洪操作，下限關係洪水季後的用水儲蓄，嚴重下限則關係灌溉給水。

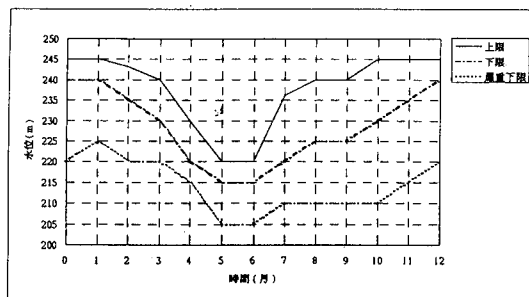


圖 5 石門水庫 M - 5 操作規線圖

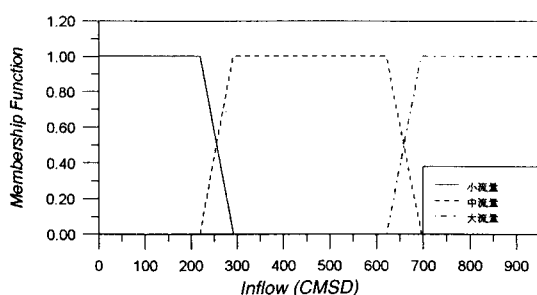


圖 6 石門水庫一月入流量區間之隸屬度值

表 6 石門水庫各月入流量區間值，單位(CMSD)

月份	一月	二月	三月	四月	五月	六月	七月	八月	九月	十月	十一月	十二月
小流量區間	0~292	0~303	0~446	0~439	0~681	0~1178	0~716	0~1377	0~1495	0~922	0~419	0~337
中流量區間	220~697	189~1251	219~1777	206~1560	483~1609	804~3182	392~2587	785~4754	814~5511	552~3334	250~1283	277~626
大流量區間	622~923	1088~1445	1553~2055	1359~1809	1447~1952	2835~4075	2248~2992	4028~5582	4737~6180	2931~3880	1141~1564	562~813

表 7 石門水庫一月之機率轉移矩陣值

		一月入流量		
十二月入流量		小	中	大
	小	0.247	0.677	0.075
	中	0.171	0.676	0.152
	大	0.054	0.593	0.351

本研究在建立目標方程式時，以滿足下游各階段之需水量為一目標，此處之下游需水量目標，係以石門水庫民國 90 年公共及農業用水為規劃標的，標的值示於表 8。而維持蓄水量於 M - 5 規線之上下限間，提高水頭以利發電及增加蓄水量以便未來利用則為另一項目標。於防洪

本研究採月流量為分析期距，以時間定義域來分析水庫自民國 53 年至 82 年之入流量。對入流量區間的選取，先以時序模式繁衍出 400 年 4800 組資料，再將各月資料排序，定義各月前 20% 為小流量區間，居中的 80% 為中流量區間，最後的 20% 為大流量區間，區間與區間有 10% 的重疊，區間值如表 6。另定義最小之 10% 入流量值對小流量之隸屬度為 1，而介於 10% 與 20% 間之入流量值對小流量與中流量隸屬度分別為遞減與遞增，介於 20% 至 80% 之流量值對中流量之隸屬度為 1，而 80% 到 90% 間之入流量值對中流量與大流量的隸屬度分別為遞減與遞增，至於最後的 10% 流量值，則是以 1 之隸屬度隸屬於大流量。以一月份為例，其對應於各區間之入流量隸屬度值以圖 6 表示。最後將本研究繁衍之 400 年 4800 組入流量統計後求得各階段機率轉移矩陣，表 7 為一月份之機率轉移矩陣。

期，依上限水位來操作，對入流量、放水量及目標蓄水量皆採用灰數處理，至於蓄水量，為了方便最後操作結果的表示，仍採離散值，且忽略水庫之蒸散及下游側流量影響。模型之目標方程式、遞移關係式及狀態轉換方程式表示如下：

1. 目標方程式：

$$\text{Min}\{ {}_1F_i(s_i, q_{i-1}) \}^+ \text{、} \text{Min}\{ {}_1F_i(s_i, q_{i-1}) \}^- \text{ and}$$

$$\text{Min}\{ {}_2F_i(s_i, q_{i-1}) \}^+ \text{、} \text{Min}\{ {}_2F_i(s_i, q_{i-1}) \}^- \text{ (26)}$$

2. 蓄水標的遞移關係式：

$$[{}_1F_i(s_i, q_{i-1})]^+ = \min \left\{ \sum_{k=1}^3 \left[p[q_{i,k} | q_{i-1}] \left[(f_i)^+ + [{}_1F_{i+1}(s_{i+1}, q_{i,k})]^+ \right] \right] \right\} \text{ (27a)}$$

$$[{}_1F_i(s_i, q_{i-1})]^- = \min \left\{ \sum_{k=1}^3 \left[p[q_{i,k} | q_{i-1}] [{}_1f_i]^- + [{}_1F_{i+1}^*(s_{i+1}, q_{1,k})]^- \right] \right\} \dots\dots(27b)$$

$$[{}_1f_i]^\pm = \min \left\{ (s_i - X_i^\pm)^2 \right\}^\pm \dots\dots\dots(27c)$$

3. 放水標的遞移關係式：

$$[{}_2F_i(s_i, q_{i-1})]^+ = \min \left\{ \sum_{k=1}^3 \left[p[q_{i,k} | q_{i-1}] [{}_2f_i]^+ + [{}_2F_{i+1}^*(s_{i+1}, q_{1,k})]^+ \right] \right\} \dots\dots(28a)$$

$$[{}_2F_i(s_i, q_{i-1})]^- = \min \left\{ \sum_{k=1}^3 \left[p[q_{i,k} | q_{i-1}] [{}_2f_i]^- + [{}_2F_{i+1}^*(s_{i+1}, q_{1,k})]^- \right] \right\} \dots\dots(28b)$$

$$[{}_2f_i]^\pm = \min \left\{ (r_{i,k}^\pm - D_i)^2 \right\}^\pm \dots\dots\dots(28c)$$

4. 狀態轉換方程式：

$$r_{i,k}^\pm = s_i - s_{i+1} + q_{i,k}^\pm \dots\dots\dots(29)$$

5. 限制式：

$$dead\ storage \leq s_i \leq X_i^+ \dots\dots\dots(30)$$

$$s_i + q_{i,k}^+ - X_i^+ \leq r_{i,k}^+ \leq s_i + q_{i,k}^+ - dead\ storage \dots\dots(31a)$$

$$s_i + q_{i,k}^- - X_i^+ \leq r_{i,k}^- \leq s_i + q_{i,k}^- - dead\ storage \dots\dots(31b)$$

其中 s_i 為 i 階段之蓄水量， $q_{i,k}$ 為階段第 k 個入流量區間之入流量， $r_{i,k}$ 為 i 階段第 k 個入流量區間之放水量， $X_i^\pm$ 表示第 i 階段 M-5 規線之上下限區間蓄水量， D_i 表第 i 階段下游之需水量。 i 為目前階段數， $i=1\dots T$ ， T 為總運算階段數， k 為入流量區間數，於本研究中， $k=1\dots 3$ 。 $p[q_{i,k}|q_{i-1}]$ 為機率轉移值。 $[{}_1f_i]^\pm$ 與 $[{}_2f_i]^\pm$ 分別代表水庫在第 i 階段之目標函數值， $[{}_1f_i]^\pm$ 為第 i 階段蓄水量與 M-5 規線之上下限

區間蓄水量的差額平方， $[{}_2f_i]^\pm$ 為第 i 階段水庫放水量與下游灌溉與公共給水的差額平方。式(27a)、(27b)及(28a)、(28b)表蓄水標的與放水標的於第階段狀態下各方案之期望值。其中 $[{}_1F_{i+1}^*(s_{i+1}, q_{i,k})]^+$ 、 $[{}_1F_{i+1}^*(s_{i+1}, q_{i,k})]^-$ 、 $[{}_2F_{i+1}^*(s_{i+1}, q_{i,k})]^+$ 與 $[{}_2F_{i+1}^*(s_{i+1}, q_{i,k})]^-$ 則表示第 $i+1$ 階段、 s_{i+1} 狀態時參與評比之所有期末蓄水位方案中之最佳和最差情況下的最佳期末蓄水方案。

限制式中之 $dead\ storage$ 為石門水庫最低運轉空間水位之蓄水量，亦即蓄水位為 200 公尺之蓄水量。式(30)為蓄水空間之限制，式(31a)與(31b)為放水空間之限制，因本研究中對水庫最高蓄水量採 M-5 規線之上限討論，故其中之蓄水量取 X_i^+ 。

將前面所選取的入流量區間與求得之機率轉移矩陣代入石門水庫灰色模糊序率動態規劃模型運算，可得到各月之水庫操作方式。由於模式中的狀態轉換方程式是採用反轉形式，因此於最後得到的結果為系統最佳的長期蓄水操作策略。圖 7 為本模式結果的表示。其中，每月份有兩張圖，上圖為每階段上一時期之入流量對應的區間隸屬函數圖，下圖為該時期期初與期末之水庫水位圖，該圖依據上一時期之水庫入流量及水庫水位變化情況可決定放水量之多寡。

表 8 石門水庫民國 90 年之公共給水及農業用水標的值[13]，單位 (CMSD)

月 份	公共給水	灌溉給水	合 計
一 月	484	206	690
二 月	453	515	968
三 月	518	738	1256
四 月	525	603	1128
五 月	580	568	1148
六 月	597	548	1145
七 月	644	752	1396
八 月	689	696	1385
九 月	606	576	1182
十 月	592	580	1172
十一月	519	303	822
十二月	508	32	540

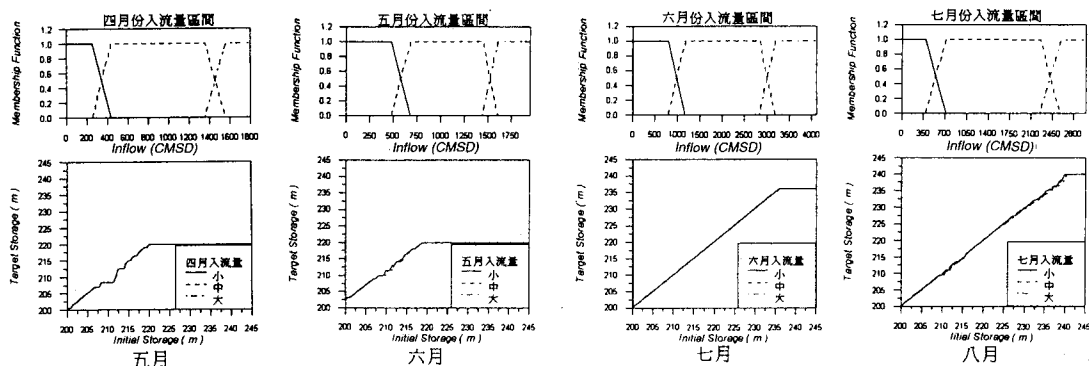


圖 7 灰色模糊序率動態規劃模式建立之石門水庫操作圖（五至八月）

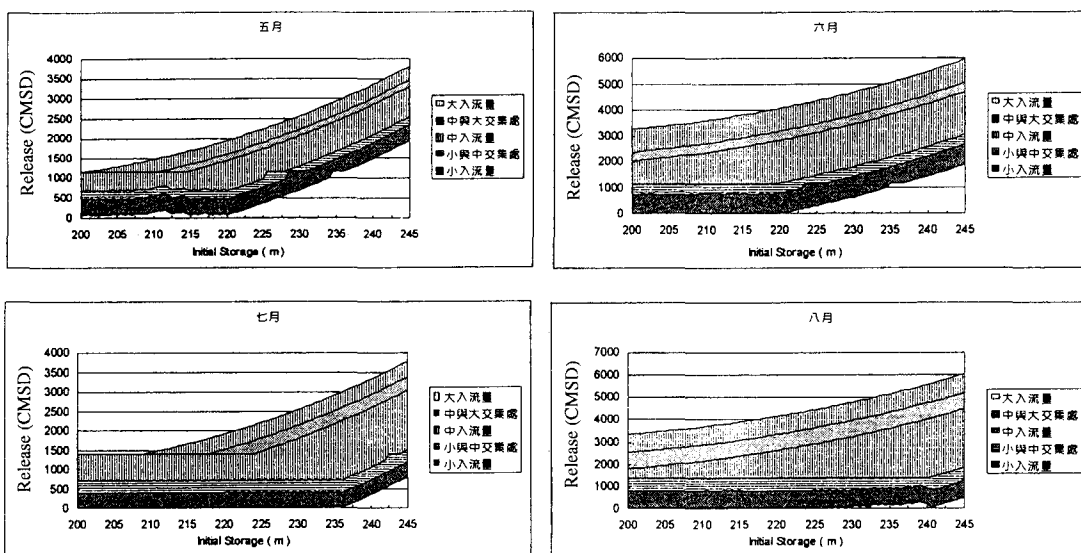


圖 8 石門水庫各月入流量區間對應之放水區間
（五、六、七、八月）

圖 8 為五至八月份入流量區間及水庫期初蓄水量所對應之放水量區間。其所以為一帶狀區間，是因為該月入流量為一灰數，而圖上出現的水平段，係因當放水量滿足該月之下游標的需水量時，放水標的被滿足的影響所致。

分析每個月的操作規則圖，可發現三條依前期入流量所建立起來的操作曲線，有相當程度的密合。此現象發生的原因，從各階段間機率轉移矩陣值可發現，無論上一時期入流量區間為

何，本時期入流量落於中流量區間的機率相對來說十分的大，且石門水庫本身的入流量便相當豐沛，由入流量區間對應之放水量便可發現，一般只要本時期的入流量落於中流量區間，無論季初的蓄水量為何，要滿足該月下游的標的需水量皆十分容易，故會產生此種三條曲線十分密合且期末蓄水依期初蓄水遞增的結果。另於本研究中，將期末的蓄水量亦放入目標中考慮，亦導致不同前階段入流量形成之最佳期末蓄水量有一近似的結果。

表 9 灰色模糊序率動態規劃與 M-5 規線之模擬放水比較，單位（CMSD）

比較項目	灰色模糊序率動態規劃操作	M-5 規線操作
總缺水量	53,685	54,481
總超放水量	152,959	156,539
月最大缺水量	1,020	1,051
總缺水月數	127	113
總缺放水月數	122	112
GSI 缺水指數	0.120	0.278

本研究以石門水庫民國 90 年之規劃用水為標的，分別以灰色模糊序率動態規劃所得之結果與 M-5 規線模擬水庫放水，所得之結果列如表 9；其中超放水量的定義為該月之總放水量大於民國 90 年之規劃用水標的差額值。由數據可知，就總缺水、超放水量及月最大缺水量方面，灰色模糊序率動態規劃模式明顯較 M-5 規線有較佳之結果，但就總缺水月數及總超放水月數方面，M-5 規線則較佔優勢。為了比較這個問題，研究中引用 GSI 缺水指數作兩操作方式之探討。

缺水為一嚴重的社會問題，如何定義出一個具有代表性的缺水指標，便成為水資源工作者面臨的難題。一個有效的缺水指數必須能確切反應缺水的頻率、強度與每次缺水的延時，因此，本研究採用徐享崑博士於 1993 年提出之 GSI 缺水指數(Generalized Shortage Index)[19]做為兩操作方式比較的依據。

以下就 GSI 缺水指數作一簡介，GSI 缺水指數之形式如下：

$$GSI = \frac{100}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{DPD_i}{100 \times DY_i} \right)^k \dots\dots\dots(32)$$

其中， $DPD = \sum [DDR(\%) \times NDC]$ ， DDR 為日缺水率，也就是當該日的放水量小於該日的需水量時，以該日的目標需水量減該日的放水量再除以目標需水量； NDC 為該缺水事件連續缺水之天數。 N 為比較之年數， k 為參數，通常取 2， DY_i 為第 i 年之天數（365 或 366），本研究中，

因所採時距以月為單位，故在缺水事件上，先以該月的缺水率計算，再乘以該月之天數，和 GSI 之定義略有不符；參數 k 採用參考文獻建議之值 2；忽略潤年的影響，每年之總日數皆以 365 天計算。而 DPD_i 則為第 i 年之 DPD 缺水值。

兩種方式之操作結果經 GSI 缺水指數之計算結果可知，灰色模糊序率動態規劃模式較 M-5 規線之操作方式，有較佳的結果。這是由於 M-5 規線之操作結果，會產生較大的缺水強度，因此雖然灰色模糊序率動態規劃模式的操作有較長的缺水月份，但在綜合缺水強度、缺水延時與缺水頻率的整體考量下仍有較佳的表現。

由總缺水量與總超放水量的探討可知，以灰色模糊序率動態規劃模式對水庫進行模擬放水，於總缺水量上可較 M-5 規線之操作方式少 69 百萬立方公尺的缺水，於總超放水量上，可較現行模式少 309 百萬立方公尺的超放水量，且在月最大缺水量的比較上，亦減少了 3 百萬立方公尺的缺水量。另外，由對缺水強度及缺水延時較敏感的 GSI 缺水指數評比上，亦可發現以灰色模糊序率動態規劃模式對水庫進行模擬放水所得到的結果，較現行水庫 M-5 規線放水能有較好的表現，這是因為以灰色模糊序率動態規劃模式進行水庫操作時，能將前後階段入流量對水庫蓄水造成的影響納入考慮，因此，其得到的結果能將操作時期的缺水強度及缺水頻率減至最小。由此可知，以灰色模糊序率動態規劃對水庫進行操作，對水資源長期的經營能有較佳運用。

六、結 論

「灰色模糊序率動態規劃」引進灰數的理論，不但解決了傳統規劃問題對於各個決策變數離散區間代表值選取的困難，亦使得問題中對於不確定性較高之參數的選取，提供了一個有效的途徑。多階段多目標模糊優選理論，能克服目標與目標間單位與尺度的不同，使得傳統規劃問題對於多目標決策難以處理的困擾，有了解決的辦法。本研究針對水庫入流量採用灰色理論及模糊理論之隸屬度的概念，使得操作的方法較有彈性，並以較少的入流量區間，得到近於分割較多

入流量區間所得到的結果。以「灰色模糊序率動態規劃」模式與 M-5 規線操作應用於石門水庫模擬放水的結果顯示，在相同入流量條件下，前者操作較後者少 69 百萬立方公尺的總缺水量，亦能節約 309 百萬立方公尺的超放水量，另外，在月最大缺水量方面，亦少了 3 百萬立方公尺。於缺水指標的反應上，本研究較石門水庫傳統之 M-5 規線操作在同時考慮缺水強度、缺水延時及缺水頻率上，亦能有較佳的結果，即以「灰色模糊序率動態規劃」進行水庫操作，能有較佳的長期水資源運用。綜合以上結論可知，「灰色模糊序率動態規劃」對於水庫的長期操作運轉，提供了另一個較佳，且有別於其他理論的新方向，研究結果可為水庫經營管理單位之參考依據。

七、謝 誌

本研究蒙行政院國科會補助部份經費，計畫編號 NSC86-2621-E-002-020；研究期間承蒙台灣大學農業工程研究所劉佳明教授，研究生王文清、許榮哲，研究助理張麗秋提供寶貴建議及多方協助，謹此併致謝忱。

八、參考文獻

- 吳建民，(1996)，「台灣水利事業之發展」，第二屆海峽兩岸水利科技交流研討會專題演講論文。
- 經濟部水資源局，(1997)，「水資源政策白皮書」。
- 周乃昉，(1992)，「序率動態規劃在水資源系統營運之應用」，風險性水庫容量設計及動態規劃在水資源工程上之應用研習會論文集，pp.289-324。
- 郭振泰、張武訓，「應用序率動態規劃於石門水庫運轉之研究」，第二屆水利工程研討會論文集，(1984)，pp.125-144。
- 李彥璋，「貝氏序率動態規劃在水庫即時操作之應用」，成功大學碩士論文 (1994)。
- 張斐章、黃金鐸、王文清，(1995)，「運用模糊序率動態規劃於水庫操作之研究」，台灣水利，第 43 卷，第 4 期，pp.37-48。
- 陳守煜、姜治，(1990)，「水資源系統多目標規劃分層模糊優選理論」，大連理工大學學報，第 31 卷，第 1 期，pp.90-100。
- 陳守煜，(1990)，「多階段多目標決策系統模糊優選理論及其應用」，大陸水利學報，第 1 期，pp.1-10。
- 王本德、張力，(1993)，「綜合利用水庫洪水模糊優化調度」，大陸水利學報，第 1 期，pp.35-40。
- 周惠成、陳守煜，(1992)，「具模糊約束的多階段多目標系統模糊優化理論與模型」，大陸水利學報，第 2 期，pp.29-36。
- 張斐章、徐國麟，(1990)，「利用模糊集理論推估河川流量之研究」，中國農業工程學報，第 36 卷，第 4 期，pp.1-12。
- 張斐章、黃源義、梁晉銘，(1993)，「模糊推論模式之建立及其應用於水文系統之研究」，中國農業工程學報，第 39 卷，第 1 期，pp.71-83。
- 張斐章、王文清，(1995)，「模糊線性規劃於水資源規劃之應用」，台灣水利季刊，第 43 卷，第 1 期，pp.31-40。
- 葉欣誠，(1996)，「結合性灰色動態規劃在蓄水庫管理上之應用」，農業工程研討會論文集，pp.777-783。
- 石門水庫管理局，「石門水庫專業簡介」。
- 水資會—板新石門地區最佳供水調配之研究—1994。
- 陳莉，(1990)，「動態規劃模式有效應用於多水庫系統操作之研究」，台灣大學碩士論文。
- 張斐章、陳莉，(1991)，「目標函數對水庫即時操作之影響」，台灣水利季刊，第 39 卷，第 2 期，pp.50-58。
- 鄧聚龍，(1987)，「灰色系統基本方法」，華中理工大學出版社。
- 曹軍、胡萬義，(1993)，「灰色系統理論與方法」，東北林業大學出版社。
- Bellman, R., (1957), "Dynamic Programming", Princeton University Press Princeton, N. J
- Blin, J. M., "Fuzzy Sets in Multiple Criteria

- Decision Making", in M. K. Starr and M. Zeleny (eds.), Multiple Criteria Decision Make, TIMS Studies in the Management Sciences, Vol. 6, North-Holl and Publishing, Amsterdam, (1977), pp129-146
23. Datta, B. and M. H. Houck, "A Stochastic Optimization Model for Real-time Operation of Reservoirs Using Uncertain Forecasts", Water Research, Vol. 20, No. 8, (1984), pp.1039-1064
 24. Hall, W.A., Bucher W.S. and Esgbue, A.: "Optimization of the Operation of Multiple-Purpose Research by Dynamic Programming", W.R.R., 4(3), pp.471-477, Jun.1968.
 25. Hsu, Shiang-Kueen, (1995), " Shortage Indices for Water-Resources Planning in Taiwan " , Journal of Water Resources Planning and Management, Vol. 121, No. 2, PP.119-131
 26. Huang, G. H. , Baetz, B. W. , and Patry, G. G., (1994), "Grey Dynamic Programming for Waste-Management Planning under Uncertainty", Journal of Unbar Planning and Development, 120(9), pp.132-156
 27. Kelman, J. , J. R. Stedinger, L. A. Copper, E. Hsu and S. Q. Yuan, "Sampling Stochastic Dynamic Programming Applied to Reservoir Operation", Water Resources Research, Vol. 26, No. 3, (1990), pp.447-454
 28. Klier George J. , and Bo Yuan, (1995), "Fuzzy Sets and Fuzzy Logic", Prentice Hall International Editions
 29. Mohamm, K. and Haralambos V. V. , "Bayesian Stochastic Operation of Reservoir Operation Using Uncertain Forecasts", Water Resources Research, Vol. 28, No. 5, (1992), PP.1221-1232
 30. Negoita, C. V. and M. Sularia, "On fuzzy programming and tolerances in Planning", Econom. Comp. Econom. Cybernet. Stud. Res. 1, (1976), PP.3-15
 31. Stastry, V. Narsimha, R. N. Tiwari and K. S. Sastri, "Dynamic Programming Approach to Multiple Objective Control Problem having Deterministic or Fuzzy Goals", Fuzzy Set and System 57, (1993), pp.195-202
 32. Stedinger, J. R. , B. F. Sule, and D. P. Loucks, "Stochastic Dynamic Programming Model for Reservoir Operation Optimization", Water Resources Research, Vol. 20. No. 11, (1984), pp.1499-1505
 33. Trezos, T. and W. W-G. Yeh, "Use of Stochastic Dynamic Programming for Reservoir management", Water Resources Research, Vol. 1.23, No.6, (1984), pp.983-996
 34. Zimmermann, H. J. , "Fuzzy Programming and Liner Programming with Several Objective Function", Fuzzy Sets and Systems, (1978), pp.45-55

收稿日期：民國 86 年 12 月 4 日

接受日期：民國 87 年 2 月 20 日