

分布型降雨—逕流模式之不確定性分析

Uncertainty Analysis of a Distributed Rainfall-Runoff Model

國立成功大學
水利研究所教授
游 保 杉
Pao-shan Yu

國立成功大學
水利研究所碩士班研究生
陳 信 彰
Shen-jan Cheng

國立成功大學
水利研究所博士班研究生
楊 道 昌
Tao-chang Yang

摘要

由於降雨—逕流模式爾後可能被應用到超出率定降雨事件之範圍，為了解爾後模式由於參數之不確定而引起之輸出誤差，本文嘗試探討降雨—逕流模式之不確定性分析。分別使用蒙地卡羅模擬法、拉丁超立方取樣法、羅森布魯斯點估算法與荷爾點估算法，以建立模式計算歷線之95%信賴區間，以提供使用者參考，最後並比較四種方法之分析結果，得知拉丁超立方取樣法所得之結果比較接近蒙地卡羅法。另外，羅森布魯斯點估算法與荷爾點估算法所得之變異數有偏大之趨勢。

關鍵詞：分布型降雨—逕流模式，不確定性分析。

ABSTRACT

The rainfall-runoff model may be applied to storm events outside of the range of conditions for which the model has been successfully calibrated and verified. In order to examine the error of model output caused by parameters uncertainty, four methods, including, Monte Carlo Method (MCM), Latin Hypercube Sampling Technique, Rosenblueth's Point Estimation Method and Harr's Point Estimation Method, were used in the study and build 95 % confidence interval of estimated hydrograph. From the comparison of four methods, Latin Hypercube Sampling Technique has similar analysis results as Monte Carlo Method has. The variances estimated from Rosenblueth's Point Estimation Method and Harr's Point Estimation Method are larger than that from MCM.

Keywords: Distributed rainfall-runoff model, Uncertainty analysis.

一、前　　言

由於降雨—逕流模式之建立過程中存在各種不同不確定因素，可能影響模式輸出結果。而且爾後模式應用範圍可能超過率定範圍，因此為了解模式輸出的可能變化，有須要探討不確定性分析。一般不確定性之來源可概略分為：①模式本身之不確定性：由於將真實之物理現象理想化和簡單化之假設，使得模式無法和自然狀況完全相符合而產生之不確定性；②參數之不確定性：由於模式參數無法精確估算所致；③自然環境之不確定性：自然環境所潛藏之隨機性，例如土壤臨前條件之改變，便會影響入滲參數不能精確估算等；④量測之不確定性：凡資料量測誤差、取樣不均勻、主觀意識判斷以及對於模式操作等人為因子皆屬此項 (Melching, 1995)

目前不確定性分析應用於水文與水力上常見方法有六 (Melching, 1995)：①蒙地卡羅法 (Monte Carlo Simulation, MCS)；②拉丁超立方取樣法 (Latin Hypercube Sampling Technique, LHS)；③均值一級二階動差法 (Mean-Value First-Order Second-Moment Method)；④改進一級二階動差法 (Advanced First-Order Second-Moment Method)；⑤羅森布魯斯點估算法 (Rosenblueth's Point Estimation Method)；⑥荷爾點估算法 (Harr's Point Estimation Method)。

其中羅森布魯斯點估算法和荷爾點估算法兩種方法較少應用於水文模式上 (Melching, 1995)，於是本文採用蒙地卡羅法和拉丁超立方取樣法兩種較常用之方法，並配合羅森布魯斯點估算法、荷爾點估算法等四種方法進行比較分析，並建立模式計算歷線之 95 % 信賴區間，最後比較四種方法所得出之結果，以提供參考。

二、分布型降雨—逕流模式

(一)研究區域概況

八掌溪主流發源於嘉義縣番路鄉之奮起湖山，全長約 80.68 公里，流域總面積 474.74 平方公里。軍輝橋水文站上游流域面積約為 118.88 平方公里。

(二)分布型降雨逕流模式概述

分布型降雨—逕流模式之建立大致可歸納為下列二部份主要元素，1.幾何形狀及流域物理特性模擬，與 2.水文現象之模擬。詳細模式介紹請參考鄭玉萩 (1995) 與 Yu and Jeng (1997)，本文僅做簡要敘述於後：

1.幾何形狀及流域物理特性模擬

集水區首先由 1 公里方格網來分割集水區以分別描述集水區空間之地文特性包括：(1)流域幾何形狀，(2)漫地流流向及地表坡度，(3)土壤種類及地表種植情形，與(4)渠道網路。

2.水文現象之模擬

此一部份包括降雨損失之估算與逕流方程式描述。

(1)降雨損失之估算

模式首先須要估算降水損失，在事件型模式 (storm event model) 一般假設入滲為損失的主要部份，本文使用荷頓 (Horton) 公式來計算入滲率 (f_p)：

$$f_p = f_c + (f_0 - f_c)e^{-kt} \quad (1)$$

式中 f_c 為最終入滲率， f_0 為最初入滲率， k 為衰減常數， t 為時間。由於上式入滲容量 f_p 僅為降雨時間 t_p 的函數，也就是說不管降雨量大小，或者降雨持續與否，入滲容量 f_p 一直隨降雨時間 t_p 而呈現指數衰減。然而在實際降雨情況並非如以上之假設，倘若降雨在某期間 Δt 時內降雨強度 $I(t_p)$ 小於入滲容量 $f_p(t_p)$ ，則此時實際入滲率不再入滲 $f_p(t_p)$ 而為降雨強度 $I(t_p)$ 。即實際入滲率為：

$$f(t_p) = \text{Min}[f_p(t_p), I(t_p)] \quad (2)$$

實際累積入滲量 $F(t_p)$ 為實際入滲率 $f(t_p)$ 之積分

$$F(t_p) = \int_0^{t_p} f(t) dt \quad (3)$$

同理積分荷頓公式可得

$$F(t_p) = \int_0^{t_p} f_p dt = f_c t_p + \frac{(f_0 - f_c)}{k} (1 - e^{-kt_p}) \quad (4)$$

上式為維持荷頓公式理論累積入滲量 $F(t_p)$ 等於實際之累積入滲量 $F(t_p)$ ，可以推導出等值時間 t_p ，即考慮實際降雨時，為保留原有荷頓入滲公式，入滲之時間座標則須由原先降雨時間之座標 t_p ，改為等值時間 t_p 。

荷頓入滲公式中 f_0 ， f_c 及 k 參數本文參照土壤圖及山坡地土壤調查報查來判斷每一方格的土壤

種類，並加以推估。由於 f_0 受臨前條件影響甚大，因此引入參數 CH 來調整降雨事件之 f_0 最佳值，使能反應出降雨事件之臨前條件。

$$(f_0)_{opt} = CH(f_0)_{ori} \quad (5)$$

其中 $(f_0)_{opt}$ ：最佳值， $(f_0)_{ori}$ ：由土壤種類及地文資料之推估值，CH：模式檢定參數，具有調整降雨臨前條件之特性。

3. 水流基本方程式

在漫地流與渠道水流演算部份均採用貯蓄方法 (storage approach) 即將每一個方格視為線性概念水庫，其主要控制方程式為

$$S = KQ \quad (6)$$

及

$$I - Q = \frac{dS}{dt} \quad (7)$$

其中 I：入流量，Q：出流量，S：蓄水量，K：蓄水常數。在漫地流演算時式(6)之 K 值以 K_s 取代，表示漫地流之蓄水常數，在渠道演算時以 K_c 表示渠道之蓄水常數。解(6)及(7)式為

$$Q_{k+1} = \frac{2K - \Delta t}{2K + \Delta t} Q_k + \frac{\Delta t}{2K + \Delta t} (I_{k+1} + L_k) \quad (8)$$

(三) 參數檢定

本文使用之分布型降雨—逕流模式共須率定三個參數 CH， K_s 與 K_c ，分別說明降雨臨前條件，漫地流與渠道流之儲蓄特性。有關參數率定本文採用 SCE (Shuffled Complex Evolution) 全域自動最佳化法 (Duan et al., 1992, 1993, Sorooshian et al., 1993)，此法之優點可以避免傳統參數率定中面臨局部最小值之困難。游保彬等人 (1995) 對 SCE 全域自動

最佳化法有詳細之描述，並且發現在搜尋參數最佳值的效率頗高。因此本文採用 SCE 全域最佳值法來搜尋九場暴雨事件 (見表 1) 之參數最佳值。目標函數為：

$$OBJ = \sum_{i=1}^N [(Q_o(i) - Q_m(i))^2 \times WT_i] / N \quad (9)$$

$$WT_i = (Q_o(i) + \bar{Q}_o) / (2.0 \times \bar{Q}_o) \quad (10)$$

Q_o ：觀測流量

Q_m ：模擬流量

N：逕流歷線分段座標總個數

WT_i ：權重係數，偏重尖峰流量之權重值

\bar{Q}_o ：觀測流量之平均值

表 1. 八掌溪上游流域洪水事件記錄

洪水事件	發生日期	洪峰流量 (cms)
事件 1	75.8.22	734
事件 2	76.7.27	847
事件 3	80.7.28	550
事件 4	81.8.30	966
事件 5	71.7.29	711
事件 6	77.8.13	799
事件 7	78.7.27	521
事件 8	70.7.22	366
事件 9	80.6.22	235

利用 SCE 法率定模式之九場洪水事件最佳參數值，其結果列於表 2。

表 2. 八掌溪上游流域模式檢定結果

洪水事件	Q_p (cms)	K_s (min)	K_c (min)	CH	$\Delta Q_p/Q_p$ (%)	ΔT_p (hrs)	OBJ
事件 1	734	50.0	2.07	1.10	11.67	0	83.51
事件 2	847	50.0	2.42	0.01	-1.30	1	174.27
事件 3	550	44.0	1.92	0.80	-5.82	0	25.27
事件 4	966	50.0	5.00	0.03	7.97	-4	113.41
事件 5	711	52.0	0.80	0.40	20.11	1	114.22
事件 6	799	50.0	0.42	2.07	8.26	0	106.47
事件 7	521	50.0	1.00	1.75	10.75	1	75.98
事件 8	366	51.0	4.00	0.13	-12.59	1	51.78
事件 9	235	50.0	4.00	0.69	-10.26	1	38.51

三、不確定性分析

(一) 蒙地卡羅模擬法

蒙地卡羅法(簡稱 MCS)是水文上常使用之模擬技巧之一，其先假設某一種欲繁衍樣本的母體分布，產生數個相當於累積積率的 $0 \sim 1$ 之均勻亂數值，再利用該分布之累積機率密度函數反推得所要繁衍的樣本，以模擬模式於各種情況之過程，便於供吾人研究所用。

(二) 拉丁超立方取樣法

拉丁超立方取樣法(簡稱 LHS)和 MCS 皆是一種統計上的取樣方式，並在參數定義域中取出適當組數之模式輸入參數，但 LHS 和 MCS 不同之處在於 LHS 法一定要在參數域內“均勻”地取出參數樣本。經由 LHS 取出之樣本組，分別經過模式計算，然後得到相對應於各組數之模式輸出計算值，進而可統計出模式輸出之平均值以及標準偏差。LHS 之取樣作業程序如下(Melching, 1995)：

- 步驟 1. 首先定義於求解空間中，欲取出參數群之組數 K。
- 步驟 2. 對於每一個參數 x，分別指定其隨機型態或上下限，並決定其機率密度函數。
- 步驟 3. 將每一參數 x 之可能區間劃分為 K 組，並使得每一組被取得的機率均為 $1/K$ 。
- 步驟 4. 於每個細分區間，以任意亂數之方式取樣。
- 步驟 5. 重覆步驟 1 ~ 4 直到各參數皆完成取樣。
- 步驟 6. 將各參數 x 任意混合，得到 K 組輸入參數群 X，均勻分布於求解空間全域。

由以上步驟所得到之 K 組輸入參數，吾人再將其個別代入模式計算，便可得到所需之計算結果，以為不確定性分析之用。

(三) 羅森布魯斯點估算法

點估算法(Point Estimation Method)是由 Rosenblueth(1975) 所提出，但其僅考慮對稱之隨機變數，而後 Rosenblueth(1981) 將其原有之點估算法改進成可處理非對稱之隨機變數。就羅森布魯斯點估算法(Rosenblueth's Point Estimation Method)而言，當模式具有 p 時，則必須有 2^p 組之參數組合，亦即模式須執行 2^p 次，是以當模式具有大量參數個

數 p 時，則使用羅森布魯斯點估算法於不確定性分析所需之計算量將相當可觀。

就點估算法而言，當模式具有 p 個隨機參數時，Q 對原點之 N 次動差(Nth moment)期望值能以一階泰勒展開式之點機率估算近似表如下式：

$$E[(Q)^N] \approx [(q_{++\dots+p})(Q_{++\dots+p})^N + (q_{-\dots-p})(Q_{-\dots-p})^N + \dots + (q_{-\dots-p})(Q_{-\dots-p})^N] \quad (11)$$

其中 $Q_{++\dots+p} = H(x_{m1} + \sigma_1, x_{m2} + \sigma_2, x_{m3} + \sigma_3, \dots, x_{mp} + \sigma_p)$

$$Q_{-\dots-p} = H(x_{m1} - \sigma_1, x_{m2} - \sigma_2, x_{m3} - \sigma_3, \dots, x_{mp} - \sigma_p)$$

Q 之下標 +、- 號各別表示隨機變數之平均值加或減一個標準偏差

$H()$ ：表示所用模式

$x_{m1}, x_{m2}, x_{m3}, \dots, x_{mp}$ ：表示隨機變數之平均值

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \dots, \sigma_p$ ：表示隨機變數之標準偏差

而式(11)中函數 q 之定義如下式：

$$q_{g,h,\dots,p} = \left[1 + \sum_{g=1}^p \sum_{h=1}^p g' h' \delta_{g,h} P_{g,h} \right] / 2^p \quad (12)$$

其中 $\delta_{g,h} = \begin{cases} 0 & \text{if } g \geq h \\ 1 & \text{if } g < h \end{cases}$ (13)

$g', h' = -1 \text{ or } +1$ ，依根據 q 函數下標之符號

$P_{g,h}$ 表示第 g 個和第 h 個隨機應變數之相關係數

舉一例子如下：

$$q_{+-+} = (1 - p_{12} + p_{13} - p_{23}) / 8 \quad (14)$$

當 $N = 1$ 時，Q 之期望值 $E[Q] = \bar{Q}$ ，而 Q 之變異數可由下式求得：

$$s_Q^2 = E[Q^2] - (E[Q])^2 \quad (15)$$

然後所求得之平均值和標準差配合 95 % 之信賴區間，便可作為不確定分析之使用。

(四) 荷爾點估算法

Harr(1989) 為改進羅森布魯斯點估算法(Rosenblueth, 1975) 會因模式擁有較多參數個數，而使模式計算量大增之缺點，於 1989 年提出另一種方法，將羅森布魯斯點估算法計算次數由 2^p 次減少至 $2p$ 次。荷爾點估算法(Harr's Point Estimation Method)是利用正交轉換將 p 個相關之模式隨機參

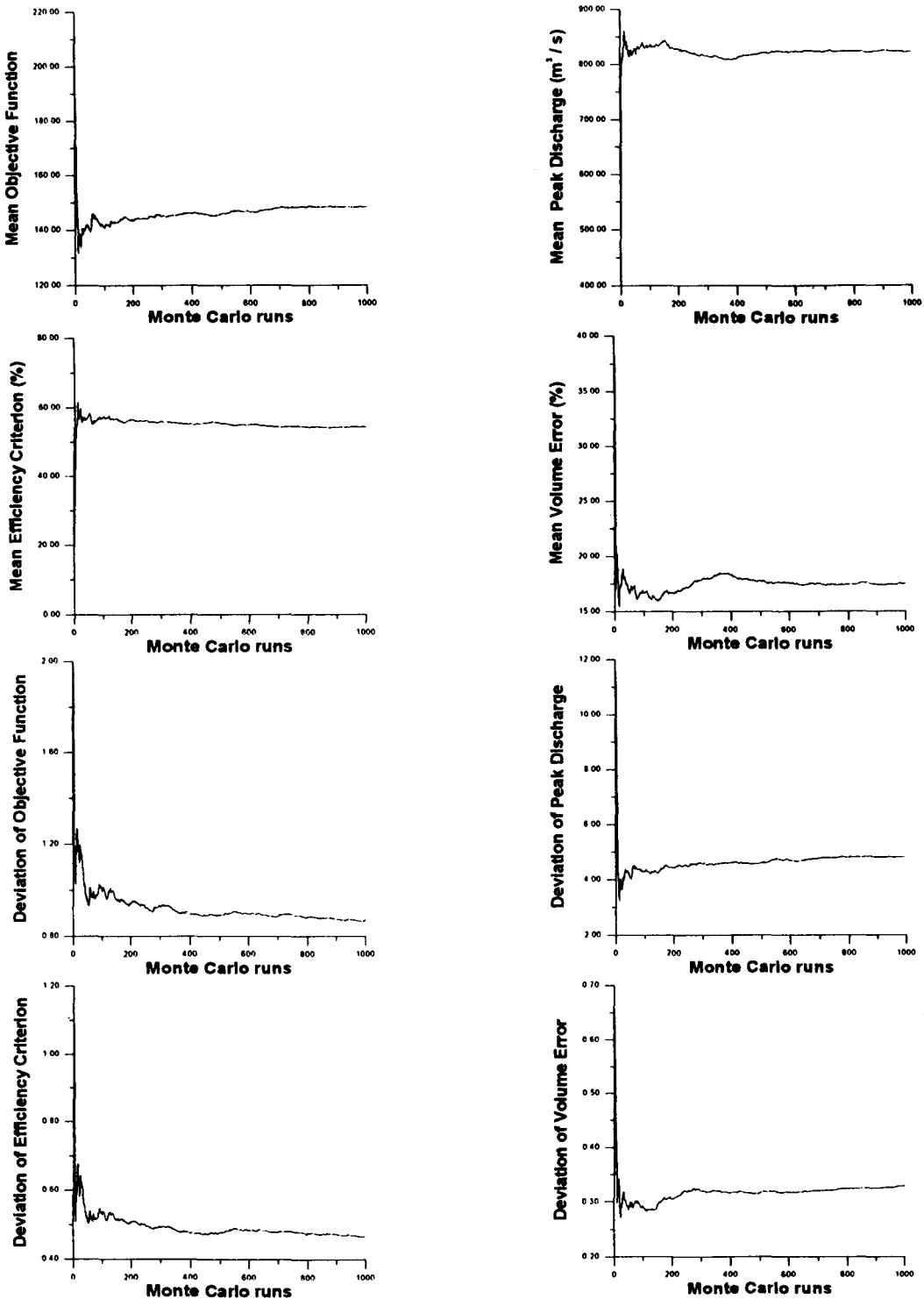


圖 1. 事件 1 之各類指標 (OBJ、 Q_p 、 R^2 和 VE) 的平均值、標準偏差與蒙地卡羅模擬法執行次數之關係圖

數轉成 p 個不相關之隨機參數。根據模式中隨機參數之相關矩陣 (Correlation Matrix)，找出 p 個特徵相量與特徵值。然後找出特徵相關以參數平均值為圓心，以 \sqrt{p} 為半徑之圓的交點 $2p$ 個，一旦求得 $2p$ 個交點後模式輸出之 N 階動差便可求出，而供吾人分析時使用。至於荷爾點估算法步驟如下所示 (Yeh and Tung, 1993)：

步驟 1. 分解隨機變數之相關矩陣 σ 為特徵向量矩陣 V 和特徵值矩陣 L 所組成之關係式，如下式。

$$\rho = VLV^T$$

步驟 2. 以下式求出特徵向量和以參數平均值為圓心，以 \sqrt{p} 為半徑之圓的交點 $2p$ 個。

$$X_{i\pm} = X_m \pm p^{1/2} \begin{bmatrix} \sigma_1 & & & \\ & \sigma_2 & & 0 \\ & & \ddots & \\ 0 & & & - \\ & & & \sigma_p \end{bmatrix} v_i \quad i=1,2,\dots,p \quad (17)$$

v_i ：為特徵向量的行矩陣

步驟 3. 計算 $Q_{i\pm} = H(X_{i\pm} + Q_{i\pm})$ 和 $Q_{i\pm}^2 = H^2(X_{i\pm})$ 之值，其中 $i = 1, 2, 3, \dots, p$

步驟 4. 計算每一特徵向量之模式輸出值平均，如下所示：

$$Q_m = (Q_{i+} + Q_{i-})/2 \text{ 和 } Q_m^2 = (Q_{i+}^2 + Q_{i-}^2)/2 \quad (18)$$

步驟 5. 計算模式輸出之平均值和變異數

$$E[Q] = \left[\sum_{i=1}^p Q_m \lambda_i \right] / p$$

$$E[Q^2] = \left[\sum_{i=1}^p Q_m^2 \lambda_i \right] / p$$

$$\text{Var}(Q) = E[Q^2] - E^2[Q]$$

四、分析結果

本文以九場暴雨事件進行不確定分析，並以事件 3、4、5、6、7、9 等六場暴雨事件為率定場次，以事件 1、2、8 等三場暴雨事件為驗證場次，而以四種不確定性方法 (蒙地卡羅模擬法、拉丁超立方取樣法、羅森布魯斯點估算法與荷爾點估算法) 進行不確定性分析結果，如下所示。

(-) 蒙地卡羅模擬法

本文利用六場暴雨事件之率定結果來進行不

確定性分析，因此模式參數資料有限，是以本文在模擬參數之母體分布上假設為均勻分布，並採用六場率定事件之參數最大值和最小值為參數選樣範圍，至於模式參數間之相關性，經分析發現三個參數間並無明顯之相關性存在。在分析過程中，首先為了解蒙地卡羅模擬之適當次數，吾人繪出蒙地卡羅模擬法執行次數和四種檢定指標 (目標函數、尖峰流量、效能係數和體積誤差) 之平均值與標準偏差之關係圖 (圖 1)。由圖 1 可看出，執行 1000 次之蒙地卡羅模擬已可使四個檢定指標

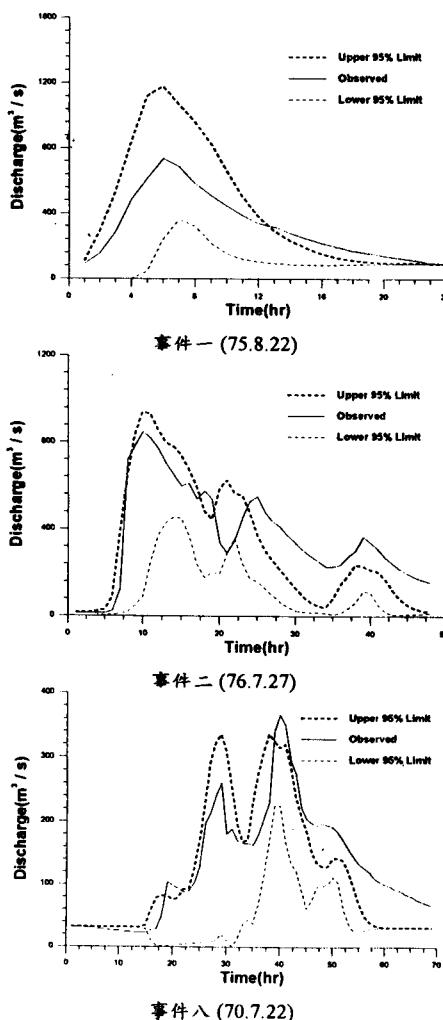


圖 2. 使用蒙地卡羅法之 95% 信賴區間與觀測歷線之比較

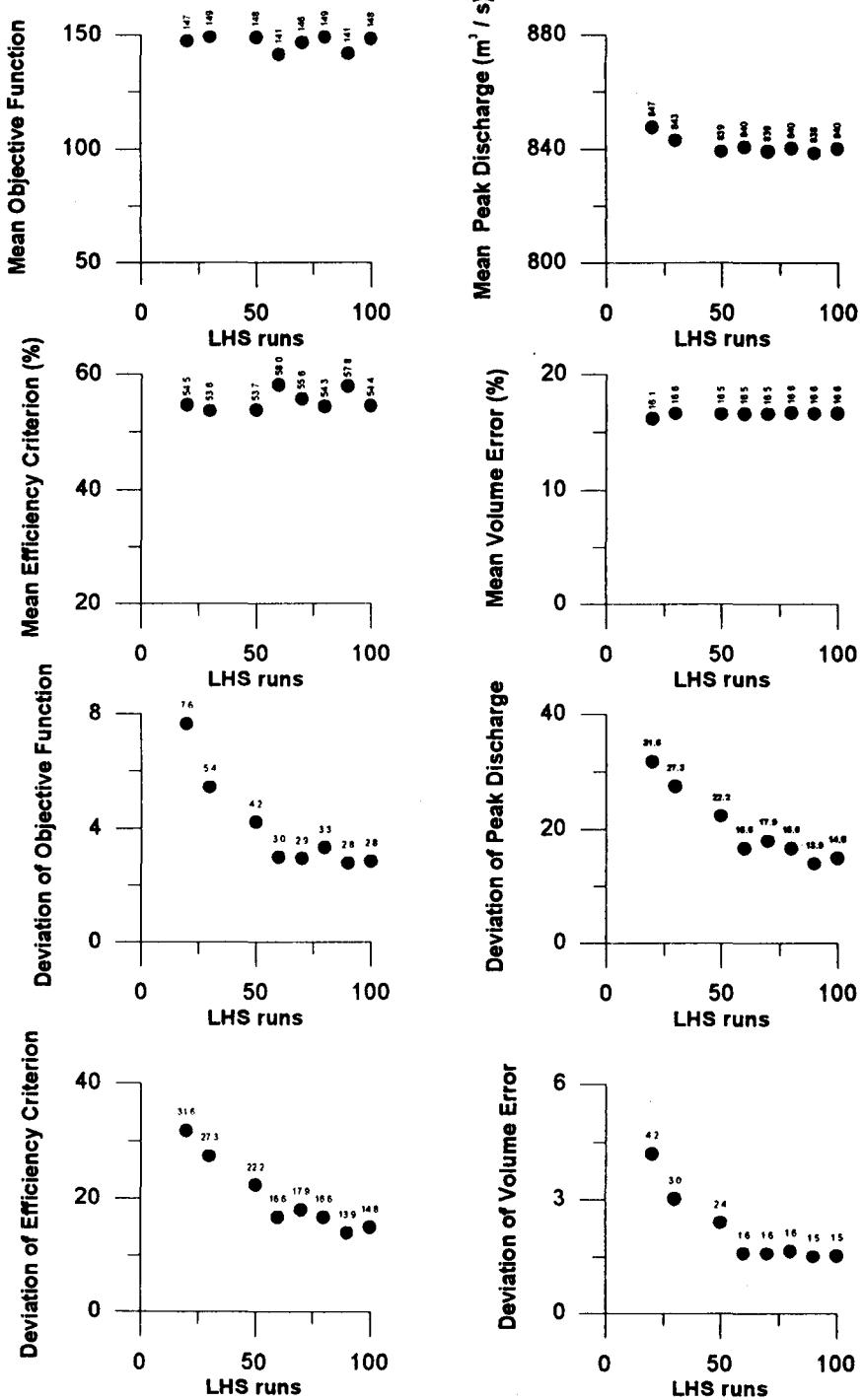


圖 3. 事件 1 之各類指標 (OBJ、 Q_p 、 R^2 和 VE) 的平均值和標準偏差與 LHS 執行次數之關係圖

(目標函數、尖峰流量、效能係數和體積誤差)之平均值與標準偏差趨於收斂，是以本文在蒙地卡羅模擬法中選用 1000 次之取樣做為分析結果。而三場驗證事件之 95 % 信賴區間，分別繪於圖 2。三場驗證事件均顯示除在退水曲線之外，觀測歷線可以落在 95 % 信賴區。

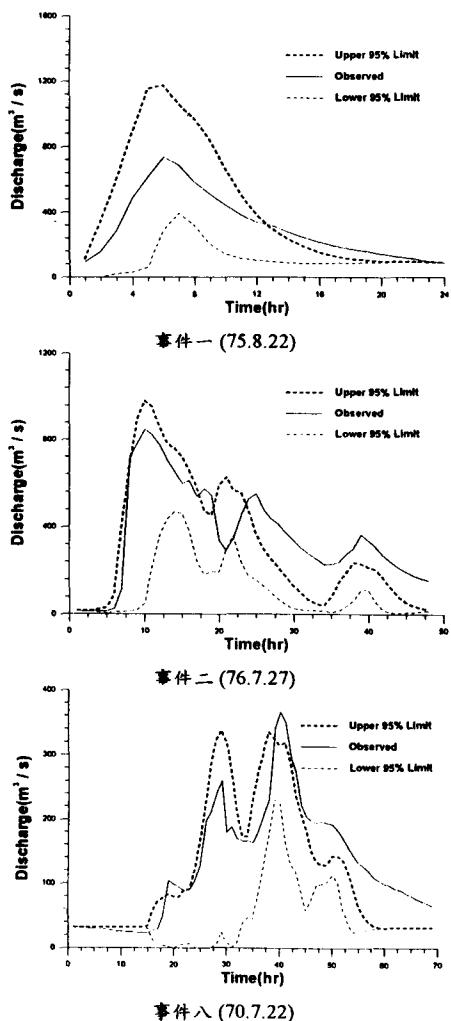


圖 4. 使用拉丁超立方取樣法之 95% 信賴區間與觀測歷線之比較

(c)拉丁超立方取樣法

在拉丁超立方取樣法中，為了解取樣數目對分析結果之影響，因此首先在分析過程中，討論拉丁超立方取樣法執行次數和四個檢定指標(目標函數、尖峰流量、效能係數和體積誤差)之關係(如圖 3 所示)。由圖 3 可看出，當將參數範圍劃分為 100 等分時，拉丁超立方取樣法模擬已可使四個檢定指標之平均值與標準偏差趨於收斂。即當拉丁超立方取樣法之執行次數大於 100 時，對所得之分析結果改進不多，是以本文選擇執行 100 次拉丁超立方取樣法之模擬結果做為不確定性分析之用。而三場驗證事件之 95 % 信賴區間，如圖 4 所示。

(d)羅森布魯斯點估算法和荷爾點估算法

本文以羅森布魯斯點估算法與荷爾點估算法所作之不確定性分析，如圖 5 與圖 6 所示。均顯示與蒙地卡羅模擬法和拉丁超立方取樣法所做出之結果有類似趨勢。

四種不確定方法之比較

由圖 2、4、5 及圖 6 中可看出，四種不確定性方法所做出三場驗證事件(事件 1、2、8)之實測歷線除退水曲線外，觀測歷線大部份皆落於 95 % 信賴區間上下限之內，此可能為降雨事件退水段之流量可能大部分由地表下逕流(subsurface flow)所貢獻，但模式卻未考慮此一部份之模擬所致。在尖峰流量方面，蒙地卡羅模擬法、拉丁超立方取樣法，羅森布魯斯點估算法之模擬結果大略相等，但荷爾點估算法所作不確定性分析之 95 % 信賴區間上下限值間距較大，並與實測歷線相差較大。在尖峰時間方面，蒙地卡羅模擬法和拉丁超立方取樣法所做出之 95 % 上限之尖峰時間大約和實測歷線之尖峰時間相同，但羅森布魯斯與荷爾點估算法所做出之結果，則與實測尖峰時間有較大之差異。

另外，於圖 7 中，繪出驗證事件(事件一)使用四種不確定性方法所做出之平均歷線與模擬各時距的變異數。當變異數愈大時，表示模式模擬結果之不確定性愈大。從圖中可看出蒙地卡羅模擬法和拉丁超立方取樣法所做出結果的變異數相近而且較其它兩種方法為小，而荷爾點估算法可說是四種方法所做出結果中最大的，其變異數之大小似乎與演算之次數有關。

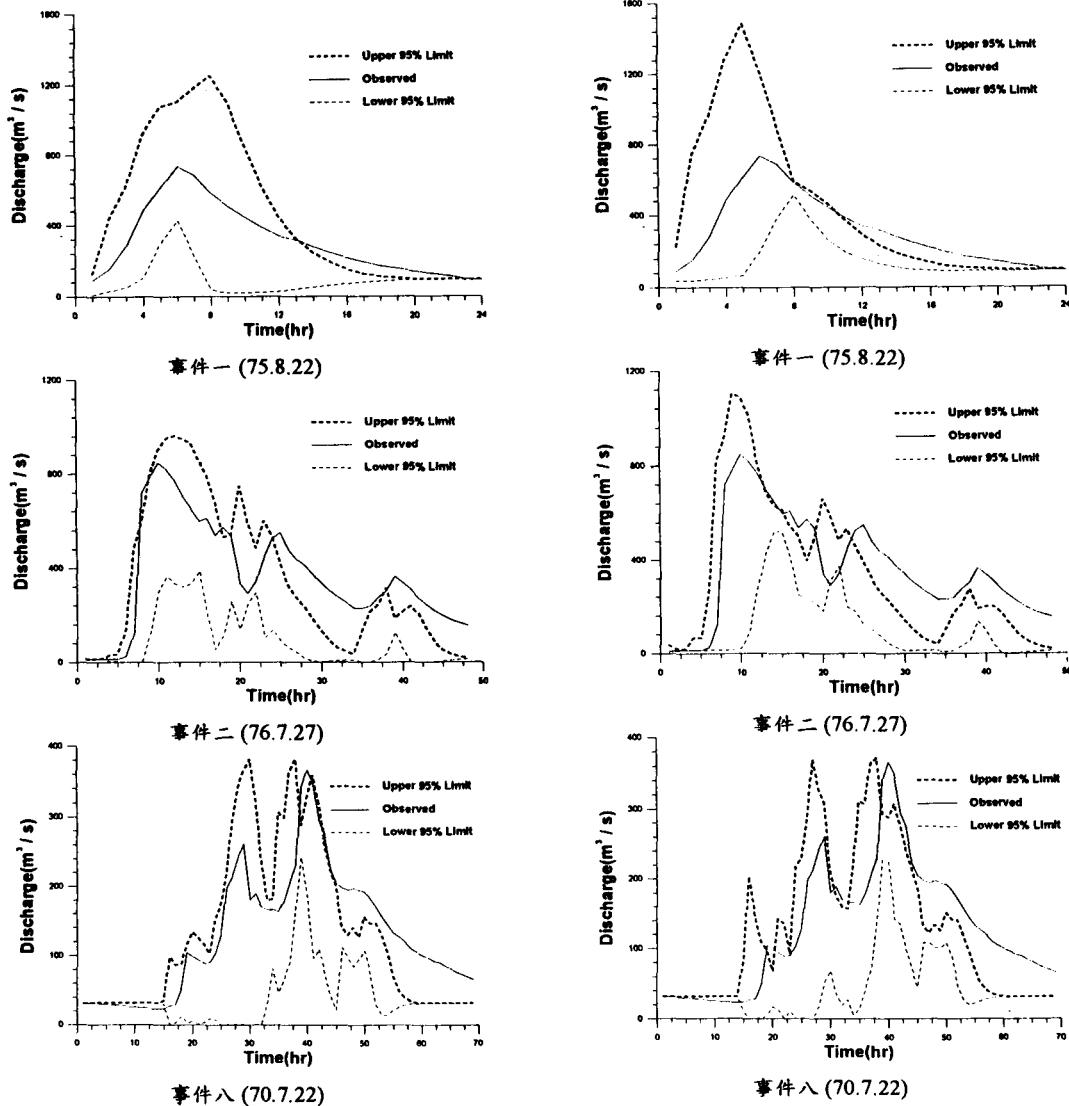


圖 5. 使用羅森布魯斯點估算法之 95% 信賴區間與觀測歷線之比較

進一步以委柏(Weibul)點繪公式法算出各尖峰流量超越機率，並繪出四種方法所有模擬之尖峰流量和超越機率關係圖，如圖 8 所示，比較四條曲線發覺拉丁超立方取樣法和蒙地卡拉模擬法較為相近。根據前人研究，皆以蒙地卡羅法之結果做為比較標準，是以本文發現拉丁超立方取樣法能替代蒙地下羅法，改進蒙地卡羅法模擬次數繁多之缺點，增加計算效率。

圖 6. 使用荷爾點估算法之 95% 信賴區間與觀測歷線之比較

五、結論

本文以八掌溪軍輝橋水文站以上流域為分析對象，收集九場暴雨事件進行分析，並使用 SCE 全域自動最佳化法率定出模式參數，由九場暴雨事件中選出三場暴雨事件進行模式驗證，然後以四種統計方法進行模式不確定性分析。

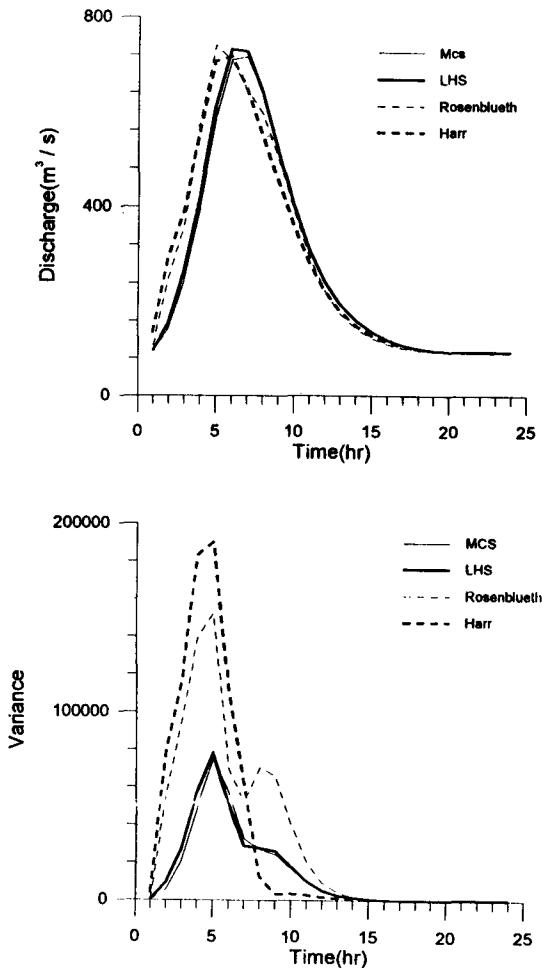


圖 7. 四種不確定性方法之平均模擬歷線與變異數
(事件 1)

發現四種不確定性方法(蒙地卡羅模擬法、拉丁超立方取樣法、羅森布魯斯點估算法與荷爾點估算法)所做出三場驗證事件(事件 1、2、8)之實測歷線除退水曲線外，觀測歷線大部份皆落於 95 % 信賴區間上下限之內。顯示模式對歷線上漲段與洪峰附近有合理之模擬能力，但在歷線之退水段則需做進一步之改進，比如引進地表下逕流機制之模擬。

另外比較四種不確定性方法所做出之平均歷線與各時距的變異數，發現蒙地卡羅模擬法與拉丁超立取樣法兩種方法具有較小變異數。另外在模擬之尖峰流量和超越機率關係方面，亦發覺拉丁超立方取樣法之方法和蒙地卡羅模擬法所做出之結果較為相近。

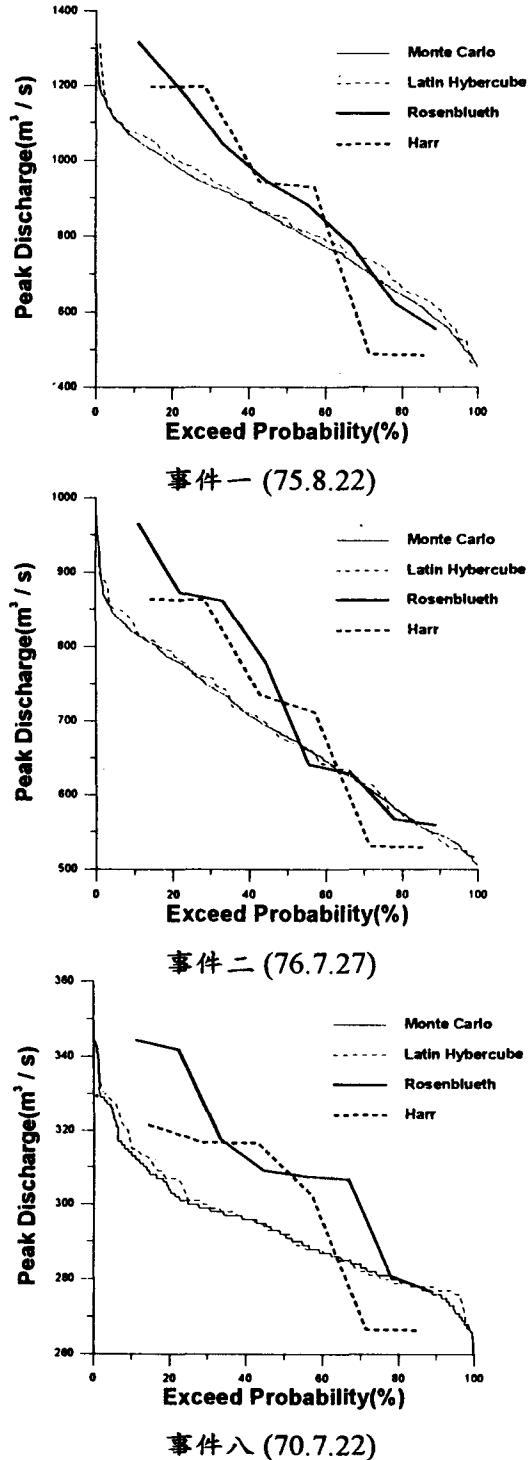


圖 8. 不同超越機率之尖峰流量關係圖

六、誌謝

本研究經費由農委會 85 科技 -1.11- 林 -03-1(06) 補助得以完成，特予誌謝。

七、參考文獻

1. 王如意、易任，「應用水文學，上下冊」，國立編譯館出版，茂昌圖書公司發行，民國 73 年 9 月。
2. 游保杉、鄭玉萩、蔡長泰，「應用全域最佳化技巧分布型降雨—逕流模式」，臺灣水利第 43 卷第 2 期，第 45 ~ 53 頁，民國 84 年。
3. 游保杉，「分佈型降雨—逕流模式之研究（I）」，行政院農業委員會計劃報告，農委會 84 科技 -2.12- 林 -06-1，民國 84 年 6 月。
4. 游保杉，「分佈型降雨—逕流模式之研究（II）」，政院農業委員會計劃報告，農委會 85 科技 -1.11- 林 -03-1(06)，民國 85 年 6 月。
5. 嘉義縣政府，「八掌溪上游段治理歸劃報告」，民國 79 年 12 月。
6. 臺灣省水利局，「臺灣水文資料電腦檔應用之研究」，民國 78 年 6 月。
7. 臺灣省山地農牧局，「山坡地土壤調查報告（嘉義縣、台南縣）」，民國 78 年 10 月。 8. 劉光武，「分佈型降雨—逕流模式之研究」，國立成功大學水利及海洋工程研究所，碩士論文，民國 80 年 6 月。
9. 鄭玉萩，「格網式分佈型降雨—逕流模式之研究」，國立成功大學水利及海洋工程研究所，碩士論文，民國 84 年 6 月。
10. 顏清連等，「台北都會區大眾捷運系統防洪排水設計」，國立臺灣大學水工試驗所研究報告第 100 號，民國 78 年 12 月。
11. Abbott, M. B., Bathurst, J. C. Cung, J. A., O'Connell, P. E. and Rasmussen,J., "An introduction to the European Hydrological System-Système Hydrologique European 'SHE': 2: Structure of a Physically-Based, Distributed Modelling System", J. of Hydrology, Vol.8 7, pp61-77, 1986.
12. Bathurst, J. C. "Sensitivity Analysis of the System Hydrologique Europeen for An Upland Catchment", J. of Hydrology, Vol. 87, pp 103-123, 1986.
13. Binley, A. M., Beven, K. J., Calver, A., and Watts, L. G., "Changing Responses in Hydrology: Assessing the Uncertainty in Physically Based Model Predictions", Water Resources Research, 27(6), pp 1253-1261, 1991.
14. Harr Milton E., "Probabilistic Estimates for Multivariate Analysis", Applied Mathematical Modelling, Vol. 13, pp 313-319, 1989.
15. Joakim Harlin and Chen-Shan Kung, "Parameter Uncertainty and Simulation of Design Floods in Sweden", J. of Hydrology Vol. 137, pp 209-230, 1992.
16. McKay, M. D., "Sensitivity and Uncertainty Analysis Using a Statistical Sample of Input Values", Uncertainty Analysis, Y. Ronen, ed., CRC Press, Inc., Boca Raton, Florida, pp 145*146, 1988.
17. Melching, C. S., Yen, B. C., and Wenzel, H. G., Jr., "Output Reliability as Guide for Selection of Rainfall-Runoff Models", Journal of Water Resources Planning and Management, ASCE, Vol. 117(3), pp 383-398, 1991.
18. Melching C. S., "An improved First-Order Reliability Approach for Assessing Uncertainties in Hydrologic Modeling", J. of Hydrology, Vol. 132, pp 157-177, 1992.
19. Melching C. S., "Computer Models of Watershed Hydrology", Reliability Estimation, Singh Vijay P., ed., Littleton, Colorado, WRP., pp 69-118, 1995.
20. Rosenblueth, E., "Point Estimates for Probability moments", Proceedings National Academy of Sciences U. S.A., Vol. 72(10), pp 3812-3814, 1975.
21. Rosenblueth, E., "Two-Point Estimates in Probabilities ", Applied Mathematical Modelling, Vol.5, pp 329-335, 1981.
22. Yeh, K. -C., and Tung, Y.-K., "Uncertainth and Sensitivity Analysis of Pit-Migration Model", J. of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol. 119(2), pp262-283, 1993.
23. Yu, P. S. and Y. C. Jeng, "A Study on Grid Based Distributed Rainfall Runoff Models", Water Resource Management, Vol. 11, No.2, pp 83-99, 1997.

收稿日期：民國 86 年 7 月 16 日

接受日期：民國 86 年 8 月 25 日