

一維地下水密度變化之海水入侵數值模擬

Numerical Simulation of One-Dimensional Sea-Water Intrusion with Variable Density Groundwater Flow

國立台灣大學農工所博士班研究生

葉一隆
Yi-Lung Yeh

國立台灣大學農業工程研究所教授

林俊男
Chun-Nan Lin

摘要

海水入侵之探討，依處理海水與淡水介面之不同，可分成兩類。一視淡水與海水為不相溶之明顯介面，另一則視淡水與海水介面因延散作用而成為一混合區。本文以後者為基礎，考慮海水為一污染之溶質，但在其傳輸過程中，因淡水與海水互溶必產生密度變化。

本文建立地下水流因溶質加入致使密度產生變化對地下水流與溶質傳輸影響之一維數值模式。此數值模式係以有限差分法建立。若密度為定值，則本數值模式已驗證與解析解相吻合。利用本數值模式模擬一維地下水密度流之海水入侵問題，結果顯示在相同邊界條件與相同位置，在流體密度受溶質濃度影響之範圍內，實際之水力水頭所得結果為不考慮密度影響所得值較考慮密度影響所得值為大，當時間為 100 天時，其最大相差約為 2.4%。而鹽份濃度分佈之模擬結果考慮密度影響所得值較未考慮密度影響所得值為小，當時間為 100 天時，其最大相差值達 75.3%。另由模擬結果亦顯示，當海水入侵區範圍愈大時，淡水與海水之混合區亦愈大。

關鍵詞：地下水密度流，海水入侵，溶質傳輸。

ABSTRACT

The analyses of sea-water intrusion can be separated into two categories, depending on how they deal with the mixing process. The sharp-interface models assume that no mixing between sea-water and fresh-water, and the dispersive-interface models assume that the presence of a transition zone between two regions of water where is due to dispersion. In this paper the sea-water is regarded as a contaminant source. To simulate the solute transport and groundwater flow with density-dependent that varied due to the contaminant migration process.

An one-dimensional numerical model by finite difference scheme is developed with density-dependent to simulate the groundwater flow and solute transport in porous media. The results computed by numerical model are excellent agreement with the analytical solutions with the same conditions. This model is used to simulate one-dimensional sea-water intrusion with variable density groundwater flow. The results show that the actual hydraulic head computed by density-independent model is greater than that computed by density-dependent model at the same location and the same boundary conditions in the density affected zone. For a 100 days period simulation, the maximum difference is approximately 2.4%. The simulation also shows that the salt concentration computed by density-independent model is greater than that computed by density-dependent model. For a 100 days period simulation, the maximum difference is approximately 75.3%. In addition, the mixing zone of fresh-water and salt-water is increased when the salt-water intrusion area is increased.

Keywords : Groundwater flow with variable density, Sea-water intrusion, Solute transport.

一、前言

地下水為水文循環中之一環，具有取用方便，工程費用低廉，水質較佳，水溫穩定，且乾旱時尚可供水等優點。但競相抽用之結果，破壞原有之地下水生態，如地盤下陷、海水入侵、水質惡化等問題接踵而來。尤其近十幾年來，台灣沿海地區養殖業之興起，大量抽取地下水，地下水生態遭受破壞之上述現象，亦顯見凸出，如屏東東港、高雄路竹、台南七股、西港、嘉義布袋、宜蘭五結等地地下水電導度皆超過 1000 (簡錦樹與徐享崑, 1988)。

若海水入侵之現象已發生，要將此惡果去除，並非容易之事，必需耗費龐大之人力與物力，且需時頗長。因此，防止海水入侵應重於以後之清除工作。台灣對海水入侵問題之處理，注重於數值之模擬或現場之調查及觀測。對海水入侵之問題，有以二相流方式處理之，有以污染傳輸方式處理之，其實應以密度變化流及傳輸之方式處理較合乎物理現象。本文即以此種方式並同時注意密度變化及海水傳輸探討海水入侵問題。

二、文獻回顧

對於海水入侵之研究，Ghyben (1889) 假設淡水與海水為不相混合之液體，交界面無擴散現象，依靜力平衡得海水與淡水交界面位於海平面下淡水水

位高出海平面距離 40 倍處，此稱為 Ghyben-Herzberg 理論。Hubbert (1990) 視淡水與海水為不相混合之流體，依動力平衡求得海水入侵交界面較 Ghyben-Herzberg 為深。Cooper (1959) 指出在動力平衡狀態下，交界面有擴散之現象，因淡水流向海洋，故擴散之鹽份有流回海洋之趨勢，形成一循環，可減輕海水入侵之現象。

Reilly (1986) 在其論文之文獻探討中，依年代將海水入侵之研究與發展作完整之歷史回顧，並列出各時期研究之主要貢獻。分別以明顯介面 (Sharp interface) 與密度流溶質傳輸 (Density dependent solute transport) 來模擬海水抽水之湧升 (Upconing) 問題。

Huyakorn, Andersen, Mercer, and White (1987) 利用有限元素法建立一套分析複層含水層系統 (Multiple-aquifer system) 之海水入侵三維數值模式，並利用此模式來模擬 Henry (1964) 問題，模擬時假設延散 (dispersion) 為常數，其結果分別與 Henry 之解析解，Frind (1982) 及 Lee and Cheng (1974) 之數值解比較，得與 Frind 之解吻合，與 Henry 之解析解及 Lee and Cheng 數值解不相一致。

Senger and Fogg (1990) 並利用流函數與相當淡水水頭 (Stream function and equivalent fresh water heads) 來推導密度變化之地下水流動之流函數方

程式 (Stream function equation) :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{K_x} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \rho_r \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{1}{K_z} \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right] = 0 \quad (1)$$

其中

$$\begin{aligned} \varphi &= \text{流函數,} \\ \rho_r &= \frac{\rho}{\rho_0} - 1 = \text{相對密度,} \\ K_x, K_z &= x \text{ 與 } z \text{ 方向之水力傳導係數,} \\ \rho_0 &= \text{參考密度.} \end{aligned}$$

Evans and Raffensperger (1992) 利用流函數來描述密度變化之地下水流之優缺點，並探討體積守恆 (Volume conservation)

$$\nabla \cdot q = 0 \quad (2)$$

所得之流函數較質量守恆 (Mass conservation)

$$\nabla \cdot (\rho q) = 0 \quad (3)$$

所得之流函數之差異，其中 q 為比出水量 (Specific discharge)，並以數值計算結果說明兩種方法計算之差不小於 3%，故於經濟之考量該誤差可忽略不計。

海水入侵之數值模式發展多基於相當的簡化假設與趨近，以模擬複雜之海水入侵現象。Bobba (1993) 以海水入侵發生之原因與淡水與海水間介面存在之過渡區 (Transition zone)，說明該區之厚度與含水層之結構，含水層內流體之抽取與補注歷程，及受潮汐之影響有關。

Gottardi and Venntelli (1994) 利用移動有限元素模式 (Moving finite-element model) 來模擬一維之溶質傳輸以降低計算時間。

Schincariol and Schwartz (1990) 利用實驗觀測鹽水流入層狀均質與非均質之孔隙介質之不穩定傳輸，其結果說明鹽水會在層間介面累積，而因對流延散 (Convective dispersion) 與非均勻流使在非均質孔隙介質之延散相對增大。

Fan and Kahawita (1994) 基於 Schincariol and Schwartz (1990) 與 Oostrom et al. (1992) 之研究，假設水力傳導之主軸方向與座標軸重合，以流線函數 (Stream function) 將二維地下水流與溶質傳輸方程式無因次化，利用有限差分法建立數值模式，並與 Schincariol and Schwartz 與 Oostrom et al. 之實驗結果比較得相當一致，並利用線性穩定分析 (Linear stability analysis) 決定逆懸浮溶質 (Negatively buoyant plume) 之穩定參數有二，即濃度之

Rayleigh 數及側向延散率之特徵長度。

國內對海水入侵之研究，有對淡水與海水交界面進行探討及在沿海地區取水質分析 (曹以松, 1984)，未以密度延散流理論進行探討；但如雲林 444 號井於 79 年 11 月 09 日測得電導度為 $1500 \mu\text{mhos/cm}$ 25°C ，並無如海水高濃度之電導度值存在。海水存於沿海之孔隙介質內，應視為海水入侵或海水污染問題，值得深入探討。因此，為對海水入侵區域之地下水資源進行復育，或對沿海地區之地下水資源合理開發利用，對海水入侵之過程及淡水與海水介面之移動需瞭解。

三、控制方程式

地下水於飽和孔隙介質內流動且其密度隨溶質之濃度變化之控制方程式，常以壓力形式表示或表示成相當某一流體密度之水力水頭 (Hydraulic head)。

本文以淡水之水力水頭為一參考水頭，且定義為

$$\varphi = \frac{p}{\rho_0 g} + Z \quad (4)$$

其中

$$\begin{aligned} p & \text{ 為壓力 (M/L/T}^2\text{),} \\ \rho_0 & \text{ 為淡水之密度 (M/L}^3\text{),} \\ g & \text{ 為重力加速度 (L/T}^2\text{);} \\ Z & \text{ 為位頭 (L).} \end{aligned}$$

假設地下水在飽和孔隙介質傳輸之過程滿足達西方程式 (Darcy equation) [Bear, 1979]

$$q_i = - \frac{k_{ij}}{\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x_j} + \rho g \eta_j \right) \quad (5)$$

其中

$$\begin{aligned} k_{ij} & \text{ 為孔隙介質之滲透係數張量 (L}^2\text{),} \\ \rho & \text{ 為流體之密度 (M/L}^3\text{),} \\ \mu & \text{ 為動黏滯性 (M/L/T),} \\ q_i & \text{ 為 } i \text{ 方向之流通量 (flux) (L/T),} \\ \eta_j = 1 & \text{ 表垂直方向, } \eta_j = 0 \text{ 表水平方向.} \end{aligned}$$

將式(4)代入式(5)得

$$q_i = - \left(\frac{k_{ij}}{\mu} \right) (\rho_0 g) \left[\frac{\partial \varphi}{\partial x_j} + \left(\frac{\rho}{\rho_0} - 1 \right) \eta_j \right] \quad (6)$$

定義

$$K_{ij} = k_{ij} \left(\frac{\rho_0 g}{\mu} \right) \quad (7)$$

$$\rho_r = \frac{\rho}{\rho_0} - 1 \quad (8)$$

將式(7)及式(8)代入式(6)得

$$q_i = -K_{ij} \left[\frac{\partial \phi}{\partial x_j} + \rho_r \eta_j \right] \quad (9)$$

其中

K_{ij} 稱爲水力傳導係數(Hydraulic conductivity)(L/T),
 ρ_r 爲相對密度((M/L³)/(M/L³))。

地下水流經飽和孔隙介質之控制方程式, 由質量守恒推導得

$$-\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho q_i) - \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho n_s V_i) = \frac{\partial(n_s \rho)}{\partial t} \quad (10)$$

其中

V_i 爲由壓密所產生之地表變位速度張量(L/T),

n_s 爲有效孔隙率(L³/L³),

將式(10)左邊第二項展開, 並移項至右邊而與時間變化率項合併整理得

$$-\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho q_i) = \rho S_g \frac{\partial \phi}{\partial t} + n_s \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right) \quad (11)$$

其中 S_g 爲儲存係數(General storage coefficient)。

對海入侵而言, 流體密度與鹽份濃度之關係可令爲(Segol, 1994)

$$\rho = \rho_0 (1 + \gamma c) \quad (12)$$

其中

c 爲鹽份濃度(M_s/M),
 γ 爲常數, 定義爲 $\gamma = \frac{\rho_{max} - \rho_0}{\rho_0}$, (13)

而 ρ_{max} 爲最大流體密度。

將式(12)代入式(11)得

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left[(1 + \gamma c) K_{ij} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x_j} + \gamma c \eta_j \right) \right] = (1 + \gamma c) S_g \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{n_s}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right) \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right) \quad (14)$$

因此, 對水平一維之地下水密度變化流場之控制方程式, 可由式(14)展開得

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[(1 + \gamma c) K \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \right] = (1 + \gamma c) S_g \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{n_s}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right) \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right) \quad (15)$$

一維溶質傳輸之控制方程式可由 Ficks 定律與連續方程式推導得

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial c}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} (c \bar{v}_x) = \frac{\partial}{\partial t} (cR) \quad (16)$$

而

$$\bar{v}_x = -\frac{1}{n} K_x \left[\frac{\partial \phi}{\partial x} \right] \quad (17)$$

$$D = \alpha |\bar{v}_x| + D_m \quad (18)$$

本文採用一外顯延散係數 (Apparent dispersion coefficient), \bar{D} , 來代替延散係數, D , 即 (Bear and Verruijt, 1987)

$$\bar{D} = D - \frac{1}{2} \bar{v}_x \Delta x - \frac{1}{2} \bar{v}_x^2 \Delta t \quad (19)$$

則式(16)改寫爲

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\bar{D} \frac{\partial c}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} (c \bar{v}_x) = \frac{\partial}{\partial t} (cR) \quad (20)$$

其中

D_m 爲分子擴散係數 (L²/T);

α 爲延散率 (L);

R 爲延遲因子。

因此, 式(15)爲本文處理地下水流之控制方程式, 而式(20)爲處理溶質傳輸之控制方程式。而以式(15)及式(20)聯立來模擬一維之海水入侵問題。

四、數值模式之建立

本文採用有限差分法(Finite difference method)來建立差分方程式, 並以迭代方式來求解。

(一)、水流之差分方程式建立

假設在同一時段(Time step), 任一點之密度爲定值。在壓力場數值模式之

建立時, 壓力項之差分式採 FTCS(Forward-in-Time and Space-Centred scheme), 但濃度之時間差分採後向差分(Backward scheme), 即式(15)各項化爲

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[(1 + \gamma c) K \frac{\partial \phi}{\partial x} \right] = K \left[\frac{(1 - \theta)}{\Delta x} \left((1 + \gamma c)_{i+\frac{1}{2}}' \left(\frac{\phi_{i+1}^i - \phi_i^i}{\Delta x} \right) - (1 + \gamma c)_{i-\frac{1}{2}}' \left(\frac{\phi_i^i - \phi_{i-1}^i}{\Delta x} \right) \right) \right] + K \left[\frac{\theta}{\Delta x} \left((1 + \gamma c)_{i+\frac{1}{2}}^{i+1} \left(\frac{\phi_{i+1}^{i+1} - \phi_i^{i+1}}{\Delta x} \right) - (1 + \gamma c)_{i-\frac{1}{2}}^{i+1} \left(\frac{\phi_i^{i+1} - \phi_{i-1}^{i+1}}{\Delta x} \right) \right) \right] \quad (21)$$

$$(1 + \gamma c) S_g \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right) = (1 + \gamma c)_{i+\frac{1}{2}}' S_g \left(\frac{\phi_i^{i+1} - \phi_i^i}{\Delta t} \right) \quad (22)$$

$$\frac{n_s}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right) \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right) = n_s \gamma \left(\frac{\partial c}{\partial t} \right) = n_s \gamma \left(\frac{c_i^i - c_{i-1}^i}{\Delta t} \right) \quad (23)$$

其中 θ 權重因子(Weighting factor)，在此取為 0.5。

(二)、溶質傳輸之差分方程式建立

濃度場之差分式亦採 FTCS 來建立,式(20)各項之差分式為

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\bar{D} \frac{\partial c}{\partial x} \right) = \frac{(1-\beta)}{\Delta x} \left[\bar{D}'_{i+\frac{1}{2}} \left(\frac{c'_{i+1} - c'_i}{\Delta x} \right) - \bar{D}'_{i-\frac{1}{2}} \left(\frac{c'_i - c'_{i-1}}{\Delta x} \right) \right] + \frac{\beta}{\Delta x} \left[\bar{D}'_{i+\frac{1}{2}} \left(\frac{c'^{i+1}_i - c'^{i+1}_{i+1}}{\Delta x} \right) - \bar{D}'_{i-\frac{1}{2}} \left(\frac{c'^{i+1}_i - c'^{i+1}_{i-1}}{\Delta x} \right) \right] \quad (24)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (c v_x) = \frac{(1-\beta)}{2\Delta x} (c'_{i+1} v'_{x,i+1} - c'_i v'_{x,i-1}) + \frac{\beta}{2\Delta x} (c'^{i+1}_i v'^{i+1}_{x,i+1} - c'^{i+1}_{i-1} v'^{i+1}_{x,i-1}) \quad (25)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (cR) = R \frac{\partial c}{\partial t} = R \left(\frac{c'^{i+1}_i - c'_i}{\Delta t} \right) \quad (26)$$

其中 β 為權重因子(Weighting factor)，在此取為 0.5。而水流與濃度傳輸之數值模式收斂準則分別為

$$Error(\varphi) = \left| \frac{\varphi^{r+1} - \varphi^r}{\varphi^r} \right| \leq 10^{-6} \quad (27)$$

$$Error(c) = |c^{r+1} - c^r| \leq 10^{-6} \quad (28)$$

其中 r 表示第 r 次之迭代。利用式(21)至式(28)來建立數值模式，而數值模式計算流程如圖一所示。

(三)、邊界條件

設有一拘限含水層如圖二所示，則其邊界條件(Boundary conditions) 與起始條件 (Initial conditions) 之描述為

$$\varphi(x, t = 0) = \varphi_0 \quad (29)$$

$$\varphi(x = 0, t) = \varphi_l \quad (30)$$

$$\varphi(x = L, t) = \varphi_r \quad (31)$$

$$c(x, t = 0) = c_0 \quad (32)$$

$$c(x = 0, t) = c_l \quad (33)$$

$$c(x = L, t) = c_r \quad (34)$$

而密度在邊界之設定如下：

$$\rho(x, t = 0) = \rho_0 \quad (35)$$

$$\rho(x = 0, t) = \rho_l \quad (36)$$

$$\rho(x = L, t) = \rho_r \quad (37)$$

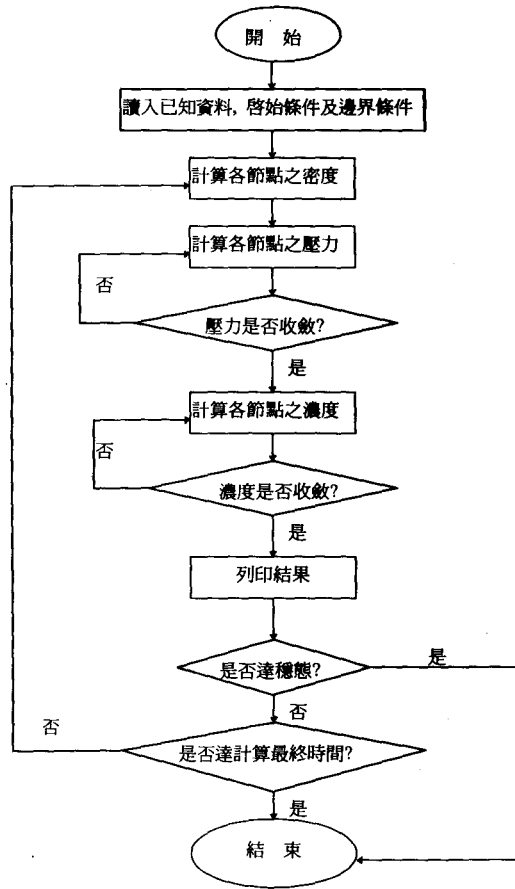


圖 1. 數值模式流程圖

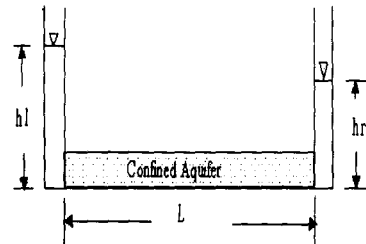


圖 2. 研究問題示意圖

五、數值模式之驗證

一維地下水密度變化之水流控制方程式(式(15))與溶質傳輸控制方程式(式(20))尚無法求得解析解。若流體之密度恆為常數，即為 Carlsaw and Jaeger (1959) 之解析解，本文即利用式(15)將流體之密度設為常數作為水流數值模式之驗證。若地下水之流場為均勻流速且延散係數為定值，Ogata and Banks (1961) 求得一半無限長區域之解析解，本文將式(20)作同樣之處理作為溶質傳輸數值模式之驗證。數值模式之驗證流程如下：

(一)、水流模式之驗證

考慮一維拘限含水層之地下水流(如圖二)，其長度為 400m，流體密度為 1000 Kg/m³，模擬時間為 25 天，模擬所需之參數資料如表一所列。

流體密度為定值之一維地下水流控制方程式可由式(15)化簡為

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[K \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) \right] = S_s \frac{\partial \varphi}{\partial t} \quad (38)$$

啓始條件如式(29)，邊界條件如式(30)與式(31)，Carlsaw and Jaeger (1959) 求得其解析解為

$$\varphi(x, t) = \varphi_r + \left(\frac{\varphi_r - \varphi_l}{L} \right) x + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{(\varphi_r - \varphi_l) \cos(bn\pi)}{b} \sin\left(\frac{bn\pi x}{L}\right) e^{-\left(\frac{Kb^2 n^2 t}{S_s L^2}\right)} \right] \quad (39)$$

表 1. 水流模式驗證之參數資料

參數	參數值
水力傳導係數	$K = 20m / day$
儲存係數	$S_s = 0.015(1 / day)$
有效孔隙率	$n_e = 0.25$
起始水力水頭	$\varphi_0 = 15m$
左邊水力水頭	$\varphi_l = 15m$
右邊水力水頭	$\varphi_r = 10m$
時間間隔	$\Delta t = 0.1days$
空間間隔	$\Delta x = 2m$

利用式(15)所建立之數值模式計算結果與 Carlsaw and Jaeger 之解析解所求得之水力水頭

(Hydraulic head) 隨位置之變化如圖三所示，其結果顯示兩者相當吻合。

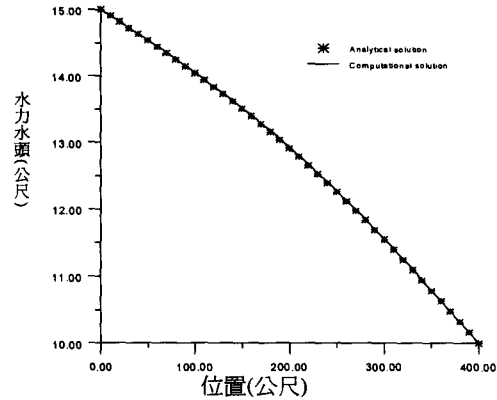


圖 3. 水流之數值解與解析解之比較

(二)、溶質傳輸模式之驗證

一維溶質傳輸數值模式之驗證，假設流場為均勻流速且延散係數為定值，則式(16)可化簡為

$$D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - v_x \frac{\partial c}{\partial x} = \frac{\partial c}{\partial t} \quad (40)$$

在此溶質濃度以海水濃度為基準之相對濃度表示。

Ogata and Banks (1961) 求得溶質在一半無限孔隙介質傳輸之解析解，其啓始條件為

$$c(x, t = 0) = 0 \quad (41)$$

而邊界條件為

$$c(x = 0, t) = 1 \quad (42)$$

$$c(x = \infty, t) = 0 \quad (43)$$

其解析解為

$$c(x, t) = \frac{1}{2} \left[e^{-\frac{v_x x}{D}} \operatorname{erfc} \left(\frac{x + \sqrt{v_x^2 t}}{2\sqrt{Dt}} \right) + \operatorname{erfc} \left(\frac{x - \sqrt{v_x^2 t}}{2\sqrt{Dt}} \right) \right] \quad (44)$$

其中 $\operatorname{erfc}(x)$ 為補誤差函數(Complementary error function)。

設有一拘限含水層(如圖二所示)，其長度為 400m，流體密度為 1000 Kg/m³，流速為 0.1m/day，模擬時間為 25 天，模擬所需之參數資料如表二所列。

利用式(20)所建立之數值模式計算結果與 Ogata and Banks 之解析解所得結果比較(如圖四所示)，其結果相當一致。

溶質傳輸過程中孔隙介質內流體密度不隨鹽份濃度變化。

表 2. 溶質傳輸模式驗證之參數資料

參數	參數值
延散係數	$D = 1.0 m^2 / day$
起始濃度	$c_0 = 0.0 (g / l) / (g / l)$
左邊濃度	$c_l = 1.0 (g / l) / (g / l)$
右邊濃度	$c_r = 0.0 (g / l) / (g / l)$
時間間隔	$\Delta t = 0.1 days$
空間間隔	$\Delta x = 2 m$

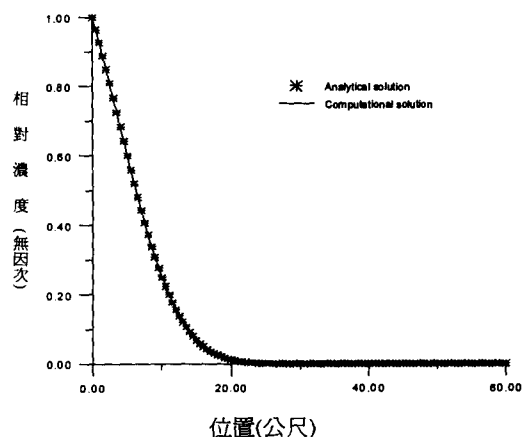


圖 4. 溶質傳輸之數值解與解析解之比較

六、數值模式之應用

利用本研究所建立之數值模式模擬一長 400m 之拘限含水層之海水入侵問題(如圖二所示), 模擬所需之參數如表三所列。

模擬海水入侵之狀況分為兩種：

- Case 1：考慮孔隙介質內之流體密度隨鹽份濃度變化，而左側之流體密度為 $1025 Kg/m^3$ ，右側之流體密度為 $1000 Kg/m^3$ ，模擬鹽份傳輸過程對 地下水位及鹽份濃度傳輸之影響。
- Case 2：不考慮孔隙介質內之流體密度受鹽份濃度之影響，即假設左側之流體密度為 $1025 Kg/m^3$ ，右側之流體密度為 $1000 Kg/m^3$ ，在孔隙介質內之流體密度亦為 $1000 Kg/m^3$ ，而且在

表 3. 模式應用所需之參數資料

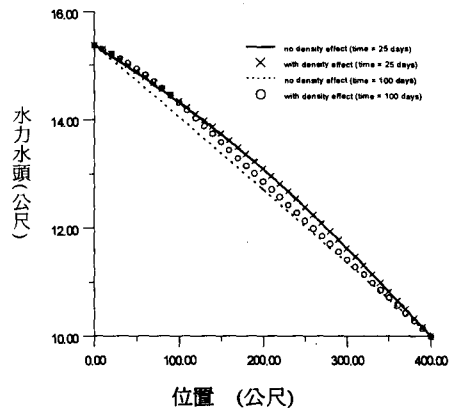
參數	參數值
水力傳導係數	$K = 20 m / day$
儲存係數	$S_s = 0.015 (1 / day)$
有效孔隙率	$n_e = 0.25$
起始水力水頭	$\varphi_0 = 15 m$
左邊水力水頭	$\varphi_l = 15 m$
右邊水力水頭	$\varphi_r = 10 m$
延散率	$a = 2.5 m$
延遲因子	$R = 1$
起始濃度	$c_0 = 7.1 \times 10^{-3} (g / l)$
左邊濃度	$c_l = 3.44 \times 10^1 (g / l)$
右邊濃度	$c_r = 7.1 \times 10^{-3} (g / l)$
時間間隔	$\Delta t = 0.1 days$
空間間隔	$\Delta x = 2 m$

由數值模式之模擬結果可知，當海水被視為密度為 $1025 Kg/m^3$ 之溶質傳輸進入孔隙介質時；由圖五(a)可知，若以相當淡水之水力水頭表示時，當模擬時間為 25 天，模擬所得結果 Case 1 與 Case 2 兩者相近，其最大相差百分比為 0.3%，其原因為鹽份濃度影響流體密度之範圍有限。但當模擬時間為 100 天時，考慮流體密度變化(即 Case 1)之水力水頭較未考慮流體密度變化(即 Case 2)者所得之水力水頭為大，其最大相差百分比為 1.9%。若以實際水力水頭表示時，由圖五(b)所得結果知，當模擬時間為 25 天時，因左側邊界附近之密度變化，致使水頭有突增之現象，其它各點所得結果兩者相近。當模擬時間為 100 天時，在距左側邊界 44 公尺內之範圍，雖由圖五(a)所得之結果顯示，考慮流體密度變化(即 Case 1)之相當淡水之水力水頭較未考慮流體密度變化(即 Case 2)所得之值為大，但因流體密度之影響，致使實際水力水頭之結果相反，其最大相差百分比為 2.4%。

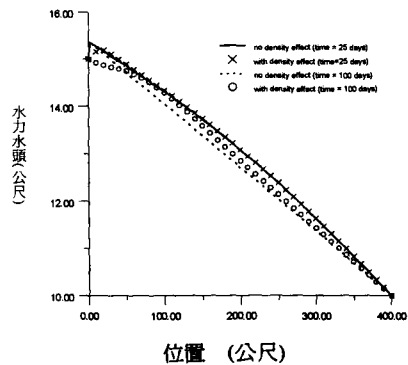
而鹽份濃度之分布，由圖六可知，因流體密度受溶質濃度之影響，致使考慮流體密度受溶質濃度變化影響(即 Case 1)所得之結果較不考慮密度變化(即 Case 2)所得之結果為小，在模擬時間為 100 天時，所得之最大相差百分比達 75.3%。

圖七表示當鹽份濃度影響孔隙介質之流體密度時，分別在時間為 25 天、50 天、100 天及 200 天之實際水力水頭變化，由此圖可知，隨時間之增加，同一地點之水力水頭因邊界影響及因壓力相互平衡之關係，而致使實際之水力水頭降低，而此現象影響之範圍可與圖九之流體密度變化關係相對應。

圖八表示模擬時間為 25 天、50 天、100 天及 200 天之鹽份濃度分布變化，由此圖可說明，隨海水入侵區範圍之增加，則淡水與海水之混合區範圍隨之增大。



(a) 相當於淡水之水力水頭分布



(b) 實際之水力水頭分布

圖 5. 模式應用之不同情形水力水頭之比較結果

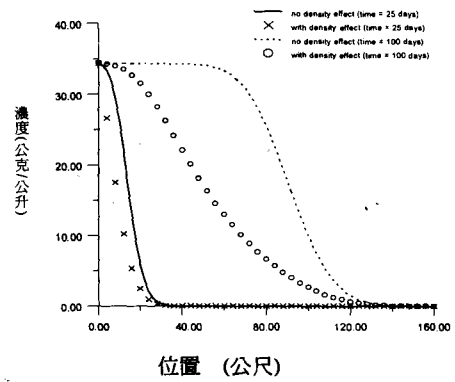


圖 6. 模式應用之不同情形鹽份濃度分布之比較

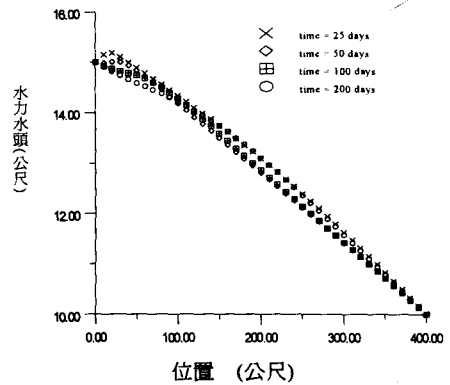


圖 7. 地下水密度變化之不同時間水力水頭分布

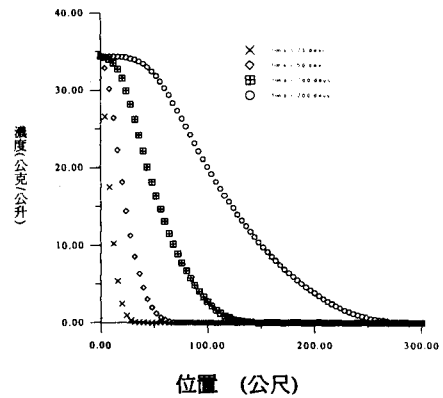


圖 8. 地下水密度變化之不同時間鹽份濃度分布

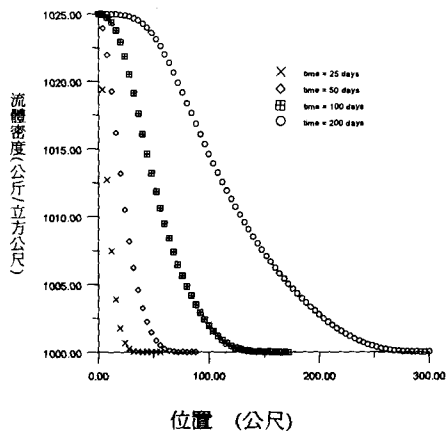


圖 9. 地下水密度變化之不同時間流體密度分佈

七、結 論

本文將海水視為溶解於水體之污染源，利用一維溶質傳輸理論建立數值模式，模擬流體密度變化對地下水水力水頭與鹽份濃度傳輸之影響，由數值模擬可得以下之結果：

- (1)、在相同之邊界條件下，對同一地點，在流體密度受溶質濃度影響之範圍，考慮密度變化時所得之實際水力水頭較未考慮密度變化時所得之水力水頭為小，但未受溶質濃度影響之範圍，其所得結果相反。
- (2)、在相同之邊界條件下，對同一地點，考慮密度變化時，所得濃度分佈較未考慮密度變化時所得之值為小，本文模擬結果顯示，當時間為 100 天時，其最大相差百分比達 75.3%。
- (3)、以溶質傳輸理論模擬海水入侵時，當海水入侵區範圍增大時，淡水與海水之混合區亦增加。

八、誌 謝

本研究之執行蒙國科會 NSC84-2611-E-002-030 計畫經費補助，在此特致感謝。

九、參考文獻

1. Bear, J., 1979, *Hydraulics of groundwater*, McGraw-

Hill Inc., pp.379-435.

2. Bear, J. and A. Verruijt, 1987, *Modelling groundwater flow and pollution*, D. Reidel Publishing Company, pp.319-326.
3. Bobba, A.G., 1993, *Mathematical models for saltwater intrusion in coastal aquifers*, *Water Resources Management*, Vol.7, pp.3-37.
4. Carslaw, H. S. and J. C. Jaeger, 1959, *Conduction of heat in solid (2nd ed.)*, London, Oxford University Press, 510pp.
5. Cooper, H. H. Jr., 1959, A hypothesis concerning the dynamic balance of freshwater and saltwater in a coastal aquifer, *J. Geophys. Res.*, No.64, pp.461-467.
6. Evans, D.G., and J.P. Raffensperger, 1992, On the stream function for variable-density groundwater flow, *Water Resources Research*, Vol.28, No.8, pp.2141-2145.
7. Fan, Yin and Rene Kahawita, 1994, A numerical study of variable density flow and mixing in porous media, *Water Resources Research*, Vol.30, No.10, pp.2707-2716.
8. Frind, E.O., 1982, Simulation of long-time transient density dependent transport in groundwater, *Advances in Water Resources*, Vol.5, 73-88.
9. Ghyben, W.B., 1889, Notes on the probable results of well drilling near Amsterdam (in Dutch), *Tijdschrift van ket Koninklijk Inst. Van Ingenieur*, The Hague, No.21.10. Gottardi, G. and M. Vennelli, 1994, One-dimensional moving finite-element model of solute transport, *Ground Water*, Vol.32, No.4, pp.645-649.
11. Henry, H. R., 1964, Interface between salt water and fresh water in coastal aquifer, sea water coastal aquifers, U.S.G.S. Water Supply, 1613C.
12. Hubbert, M. K., 1940, The theory of ground water motion, *J. Geol.*, No.48, pp.785,944

13. Huyakorn, P.S., P.F. Andersen, J.W. Mercer, and H.O. White, Jr., 1987, saltwater intrusion in aquifers: development and testing of a three-dimensional finite element model, *Water Resources Research*, Vol.23, No.2, pp.293-312.
14. Lee, C.H. and R.T. Cheng, 1974, On seawater encroachment in coastal aquifer, *Water Resources Research*, Vol.10, No.5, pp.1039-1043.
15. Ogata, A. and R. B. Banks, 1961, A solution of the differential equation of longitudinal dispersion in porous media, *USGS Professional Paper 411-a:a1-A7*.
16. Ostrom, M., J.S. Hayworth, J.H. Dane, and O. Guven, 1992, Behavior of dense aqueous phase leachate plumes in homogeneous porous media, *Water Resour. Res.*, Vol.28, No.8, pp.2123-2134.
17. Reilly, T.E., 1986, Analysis of saltwater upconing beneath a pumping well, Ph.D. dissertation, Polytechnic Institute of New York, 166pp.
18. Schincariol, R.A., and F.W. Schwartz, 1990, An experimental investigation of variable density flow and mixing in homogeneous and heterogeneous media, *Water Resour. Res.*, Vol.26, No.10, pp.2317-2329.
19. Segol, G., 1994, Classic groundwater simulations: proving and improving numerical models, PTR Prentice Hall, pp.227
20. Senger, S.K. and G.E. Fogg, 1990, Stream function and equivalent freshwater heads for modelling regional flow of variable-density groundwater, 1. review of theory and verification, *Water Resources Research*, Vol.26, No.9, pp.1089-1096.
21. 曹以松、王基力, 1984, 雲林地區地下水海水入侵之綜合研究, 農業工程研究中心研究報告, AERC-84-RR-13。
22. 簡錦樹、徐享崑, 1988, 海水養殖對地下水及土壤鹽化之研究, 行政院環保署。

收稿日期：民國 86 年 1 月 9 日

接受日期：民國 86 年 7 月 23 日

<p>專營土木、水利、建築等工程</p> <p>大正營造股份有限公司</p> <p>負責人：葉彥明</p> <p>地址：台北市八德路4段135號3F之1</p> <p>電話：(02)762-7882</p>	<p>專營土木、水利、建築等工程</p> <p>仕昌土木包工業</p> <p>負責人：羅時昌</p> <p>地址：台北縣三峽鎮光明路106巷47號</p> <p>電話：(02)672-0530</p>
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------