

應用共軛梯度最佳化預估法輔助量測 紅白蘿蔔熱物性之研究

Studies on the Application of Conjugate Gradient Optimization Estimation Method to Measuring the Thermal Properties of Red and White Carrots

國立屏東技術學院機械系副教授

林 宜 弘

Yi-Hong Lin

摘 要

本文應用共軛梯度參數預估法配合所設計等溫平板實驗裝置，從材質內部單一溫度量測點預測紅白蘿蔔的熱擴散係數，並從實驗方法所量測的含水率，由 Siebel's 經驗公式估算紅白蘿蔔之比熱，最後換算出熱傳導係數，其結果與發表的資料比較，探討應用此最佳化預測法之可行性及可靠性。首先以理論模擬方式先來探討理想埋測位置，並與實際實驗的量測值互相比較，探討其差異性，藉此實際了解量測誤差隨位置變化情形及對預測值的影響。理論模擬結果得知在相同量測誤差下，單一量測點距冷卻邊界源愈遠，所預測值愈準確；但從實驗結果得知量測誤差隨埋測點位置距冷卻邊界愈遠則愈大，導致較不準確的預測結果。
關鍵詞：共軛梯度最佳化預測法，紅白蘿蔔熱物性。

ABSTRACT

The parameter estimation of conjugate gradient optimization method associating with an experimental apparatus of isothermal cooled plate was used to previously measure the thermal diffusivity of red and white carrots through a single measured temperature point. Siebel's equation was employed to estimate the specific heat by substituting the measured moisture content for calculating the specific heat. The results were compared with published data to validate the feasibility and reliability of the present optimal method. First, the theoretical simulation was performed to study the ideal measured location. These results were mutually validated by experimental data to investigate the varying trends of measured temperature errors along the location of buried points. The good estimated results of theoretical study under the same measured temperature errors at every location are obtained by locating the embedded measurement point far away from the cooled boundary, but the opposite trends are found by the experimental study which the apparent measured error of temperature becomes larger as the embedded point is located away from the cooled surface.

Keywords : Conjugate gradient optimization estimation method, Thermal properties of red and white carrots.

一、前言

農畜產品熟物性量測方法從早期至今一直被研究發展，直到今日已相當成熟，大致方法是由實驗所量測到溫度值或加熱量代入簡單公式即可得知(Mohsenin, 1980)，隨著電腦普及及計算能力提升，數值方法逐漸被發展應用(萬與蕭，1987；陳，1989)。熱傳導係數(k)、熱擴散係數(α)及單位體積熱容量(ρc_p)的量測方法，已有諸多學者在此方面做了一系列探討應用，這些測量方法中有些已經標準化，有些則因被測物的獨特特點，而有特殊量測方法，Murakami and Okos (1988)學者已將熟物性量測方法做一完整整理與應用上的回顧，國內學者(陳等，1984、1989、1990、1992；萬與蕭，1987；周與蕭，1988)也致力於各農產品熟物性之量測。最近，採數值方法並結合最佳化預測法反推熱傳導方程式中之熟物性參數為研究熱門主題(林與廖，1995a、1995b；Flach and Ozisik，1989；Huang and Ozisik，1990、1991；Oshita，1988)，此類研究領域是屬逆向熱傳參數預估法(parameter estimation of the inverse heat conduction problem)(Beck and Blackwell，1988)，這些作品從理論模擬結果都被證實所提各種方法具高度的可行性及可信度，然而研究主題的內容中很少有實驗結果做為互相印證，鑑此，本文在此研究內容繼續延伸林與廖(1995a)理論模擬結果，設計一套簡易實驗裝置，從實際實驗數據配合逆向熱傳預測法，來印證此最佳化預測法之可行性與可信度。

本文在此研究主題是設計一簡易的實驗裝置，並採用共軛梯度最佳化預測法(conjugate gradient optimization method)輔助量測果蔬的熟物性，所設計實驗裝置與陳等(1990、1992)所設計的裝置不同；陳等(1990、1992)採Luikov的經驗式來解析量測熱傳導係數，故必須將果蔬切成圓柱狀或碟形狀樣品，並配合所設計圓柱環形的邊界之實驗模型，本文在此設計一塊平面式的等溫平板，故果蔬可被切成圓柱形或方柱形，柱形體的底面貼在等溫平板上，其它面予以絕熱，並從材質內部一點量測點溫度，採共軛梯度最佳化法來預測果蔬熱擴散係數(α)，然後將材質取出測出其密

度(ρ)、含水率(M)，代入Siebel's經驗公式(Mohsenin，1980)估算果蔬之比熱(c_p)，由 $k = \rho c_p \alpha$ ，求得熱傳導係數，最後實驗量測結果與文獻(陳等1990、1992)的量測結果互相比較，並探討實驗量測誤差對預測結果精度的影響。

二、理論計算方法

本文在此引用逆向熱傳問題(Inverse Heat Conduction Problem)之學理，從材質內部一點溫度量測點來逆推材質的熟物性，在本問題是屬參數預測的問題，所採用的有效預測法是共軛梯度最佳預測法。共軛梯度法源於逆向熱傳導的觀念，最早由Shuakov(1975)提出，應用在飛彈噴嘴錐與火箭噴嘴上，三十幾年來，逆向熱傳導在學理上是屬不確性問題(ill-posed problem)，故隨量測點的位置、多寡及量測誤差會產生不確定性的問題，同時計算時間上相當費時，另外對初始猜值相當敏感不易得到收斂值。Beckman(1960)曾用共軛梯度法解線性方程式問題，Fletcher and Reeves(1964)、Lasdon and Warren(1987)用來解最佳化控制問題，早期Alifanov and Artyukhin(1975)首次採用此法來解逆向熱傳導問題中的函數預估(function estimation)，最近Huang and Ozisik(1992a、1992b)改良此法來探討層流通過平板的熱通量與解模與鑄件間的熱傳導問題等，此法應用在一些函數預估的問題上，證實疊代的次數少，且初始猜值較不敏感，直到最近Li and Ozisik(1993)成功地應用此法於參數的預估，林與廖(1995a、1995b)更以此法理論分析預測熟物性，證實此法只要很少溫度量測點，即可快速預測熟物性，本文將進一步設計實驗裝置配合此簡單最佳化法預測法，實際量測出樣品的熟物性。

共軛梯度法是從最佳化的控制理論發展出來(Lasdon and Warren，1987)，其主要觀念是利用急遽遞減法(steepest descent method)使用目標函數(objective function)的負梯度方向(direction of negative gradient)當作搜尋方向，而共軛梯度法不僅使用了目標函數的負梯度方向值，且配合了先前的遞減方向值當作搜尋方向；顯然地，使用每次所計算出的新方向值，當作下次疊代的遞減方向值之共軛梯度法，經證實其預測相當可靠且快速收斂，

且不會耗費太多電腦計算時間，可在一般個人電腦上來執行。

共軛梯度法是將問題解析成：(1)直接問題 (direct problem) (2)敏感度問題 (sensitivity problem) (3) 梯度方程式 (gradient equation) 三大步驟 (Li and Ozisik, 1993)。

2-1 直接問題 (direct problem)

實驗以一維熱傳導統御方程式配合容易控制的邊界條件來處理，參考圖 1；此樣品寬度 L 、均勻材質，其初始均勻溫度為 T_0 ，當時間 $t > 0$ 時，在邊界 $x = 0$ 表面位置溫度維持等溫 T_h ，且邊界 $x=L$ 處為絕熱條件，故對樣品必須有下面基本假設：(1)材質均勻。(2)熱性質不隨溫度而變。(3)樣品本身無熱源產生。在這些基本假設之下，它的直接問題的數學模式可表示如下 (Incropera and Dewitt, 1990)：

$$\alpha \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} = \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} \quad \text{在 } 0 < x < L \quad (1)$$

$$T(x,t) = T_h \quad \text{在 } x = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial x} = 0 \quad \text{在 } x = L \quad (3)$$

$$T(x,t) = T_0 \quad \text{當 } t = 0 \quad (4)$$

當假設熱擴散係數 α 已知，則可以解直接問題而得溫度的分佈。

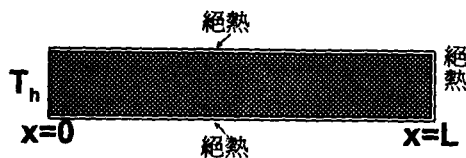


圖 1. 一維熱傳導物理模式與邊界條件

2-2 敏感度問題 (sensitivity problem)

說明敏感度問題之前，必須定義目標函數 J ，以便對它做極小化處理。

$$J(\alpha) = \int_0^t \sum_{i=1}^m [T_i(x_i,t) - Y_i(x_i,t)]^2 dt \quad (5)$$

這裡 T_i 是材料上量測點 x_i 處的預測溫度，這些預測溫度是先假設一 α 值代入直接問題中而得到；另外 Y_i 代表量測點的溫度量測值，由埋測點經由溫度記錄讀出，參考圖 2。整個方法的物理觀念

是利用共軛梯度法猜 α 值使量測點溫度與預測點溫度，其差異之最小二乘方總和為足夠小，則 α 值為所求。

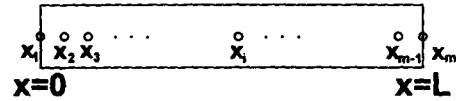


圖 2. 熱電偶埋測點位置安排示意圖

對目標函數 J 極小化處理是令 J 對 α 微分為零， $\frac{\partial J}{\partial \alpha} = 0$ 的式子中將出現 $\frac{\partial T}{\partial \alpha}$ 敏感度係數，此敏感度係數可由直接問題之方程式 (1 ~ 4)，分別對 α 微分後所得敏感度係數方程式經計算解出；敏感度係數方程式可表為：

$$\frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} + \alpha \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[\frac{\partial T(x,t)}{\partial \alpha} \right] = \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial T(x,t)}{\partial \alpha} \right] \quad \text{在 } 0 < x < L \quad (6)$$

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial \alpha} = 0 \quad \text{在 } x=0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial T(x,t)}{\partial \alpha} \right] = 0 \quad \text{在 } x=L \quad (8)$$

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial \alpha} = 0 \quad \text{當 } t=0 \quad (9)$$

2-3 梯度方程式 (gradient equation)

對之目標函數式可對式(5)之目標函數對 α 變數微分而得，即

$$\frac{\partial J}{\partial \alpha} = \int_0^t 2 \sum_{i=1}^m \left\{ [T_i(x_i,t) - Y_i(x_i,t)] \frac{\partial T_i(x_i,t)}{\partial \alpha} \right\} dt \quad (10)$$

極小化共軛梯度乃利用共軛梯度法發展出的疊代過程，是將目標函數值 $J(\alpha)$ 極小化以求取新預測值 α^{n+1} ，表為：

$$\alpha^{n+1} = \alpha^n - \beta^n P^n \quad (11)$$

這裡 β^n 是第 n 次疊代到第 $n+1$ 次疊代時的步進距 (step size)； P^n 是第 n 次遞減方向 (direction of descent)，定義為：

$$P^n = \left(\frac{\partial J}{\partial \alpha} \right)^n + \gamma^n P^{n-1} \quad (12)$$

其中： $\left(\frac{\partial J}{\partial \alpha} \right)^n$ 為第 n 次疊代的梯度值

P^{n-1} 為第 n 次疊代的方向值

另外，共軛梯度係數 γ^n 定義為

$$r^n = \frac{\left[\left(\frac{\partial J}{\partial \alpha}\right)^n\right]^2}{\left[\left(\frac{\partial J}{\partial \alpha}\right)^{n-1}\right]^2} \quad \text{當 } \gamma^n = 0 \text{ (n 由 1 開始)} \quad (13)$$

當式(13)之共軛係數 γ^n 為0(不管n為多少),則 $\left(\frac{\partial J}{\partial \alpha}\right)^n$ 就成為疊代方向值,此預測法稱為“急遽遞減法”(steepest descent method)。因此共軛梯度法將共軛係數引入,可加速收斂速度以減少疊代次數。最後步進距 β^n ,可將 $J(\alpha^{n+1})$ 極小化取得

$$\min_{\beta} J(\alpha^{n+1}) = \min_{\beta} \int_{t=0}^f \sum_{i=1}^m [T_i(x_i, t, \alpha^n - \beta^n p^n) - Y_i(x_i, t)]^2 dt \quad (14)$$

對上式(14)利用泰勒級數展開,並保留線性項,式(14)可改寫為

$$\min_{\beta} J(\alpha^{n+1}) = \min_{\beta} \int_{t=0}^f \sum_{i=1}^m \left[T_i(x_i, t, \alpha^n) - \beta^n p^n \frac{\partial T_i(x_i, t)}{\partial \alpha} - Y_i(x_i, t) \right]^2 dt \quad (15)$$

再對(15)極小化處理,可安排得 β^n

$$\beta^n = \frac{\int_{t=0}^f \left\{ \sum_{i=1}^m [T_i(x_i, t, \alpha^n) - Y_i(x_i, t)] \frac{\partial T_i(x_i, t)}{\partial \alpha} p^n \right\} dt}{\int_{t=0}^f \sum_{i=1}^m \left[\frac{\partial T_i(x_i, t)}{\partial \alpha} p^n \right]^2 dt} \quad (16)$$

當 p^n 、 β^n 分別由式(15)與(2-16)計算所得,再代入式(11)決定新 α^{n+1} 值,直到滿足下面條件(Li and Ozisik, 1993)

$$J(\alpha^{n+1}) < \delta^* \quad (17)$$

δ^* 是很小正值做為收斂準則, δ^* 值受量測的偏差量所影響,比較難確定,故本文是以下面條件為收斂準則(Chapra and Canale, 1988)。

$$\frac{|\alpha^{n+1} - \alpha^n|}{\alpha^{n+1}} \geq 10^{-4} \quad (18)$$

數值計算流程則參考文獻(林與廖, 1995a),並參考計算流程圖3。

三、實驗材料、設備與方法

3-1 實驗材料

紅蘿蔔、白蘿蔔。製作成 $2.7 \times 2.7 \times 5\text{cm}$ 的長方體,詳細尺寸如圖4所示。

3-2 實驗設備與儀器

- (1)恆溫水槽：LAUDA，機型RC20，水槽容積 $30 \times 35 \times 15\text{cm}$ 。
- (2)熱電偶線：T型，線徑約 0.9mm 。

- (3)溫度計錄器：YOKOGAWA，機型HR1300，最小讀數 0.1°C 。

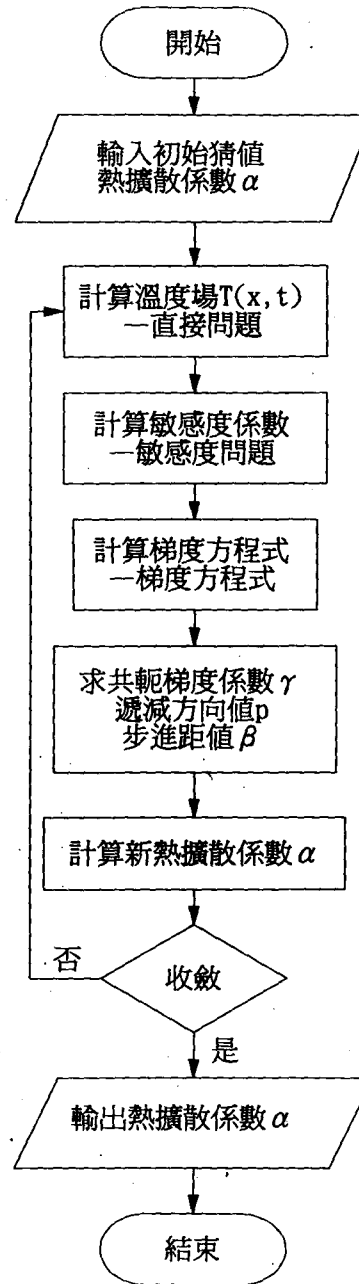


圖 3. 電腦程式流程圖

- (4) 烤箱：CHERNG HUEI，機型 DO-45B，可微調控溫。
- (5) 恆溫板：銅製，內部有多重迴路，尺寸 $16 \times 10 \times 1.5\text{cm}$ 。
- (6) 絕熱材料：保力龍，邊長為 10cm 之正立方體，中空部份為一長方體，尺寸 $2.7 \times 2.7 \times 5\text{cm}$ 。
- (7) 電子秤：AND，機型 FY2000，最小讀數 0.1g 。
- (8) 量筒。

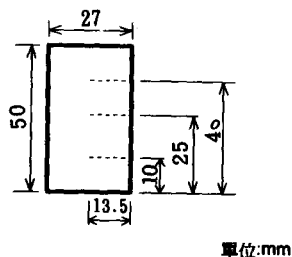


圖 4. 樣品尺寸

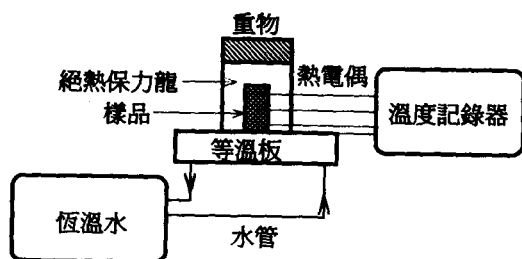


圖 5. 實驗裝置圖

圖 5 所示為實驗之大致安排，恆溫水槽維持在設定溫度，定溫的水快速經由管路輸送到等溫板，通過等溫板的迴路後再流回到恆溫水槽，以維持等溫板的等溫作用。絕熱保力龍上方壓重物，以減少保力龍與等溫板之間縫隙的熱損失，並使樣品能緊密接觸等溫板，以減少接觸面間的熱阻，熱電偶埋入樣品的中心點處，由溫度記錄器記錄溫度。

3-3 實驗方法

本節說明密度、含水率、比熱、熱擴散係數之計算。

- (1) 密度：以電子秤量取樣品重量，量筒量取樣品體積，相除即得。
- (2) 含水率：根據美國農業工程師之標準，高含水率之農產品其含水率之測定方式，為在設定 65°C 之烤箱內烤 72 小時，用電子秤秤其烤前與烤後的重量再應用濕基公式算出其含水率(%)，濕基)。

- (3) 比熱：本文引用 Siebel's 經驗公式 (Mohsenin, 1980)，可由式子(18)估算果蔬在凍結點之上之比熱(c_p)。

$$c_p = 0.0335M + 0.84 \text{ (在凍結點之上)}$$

其中 c_p ：比熱值，($\text{kJ}/\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}$)；

M：含水率，(%，濕基)；

0.84：測試樣本為固體狀態下的基數。

- (4) 熱擴散係數之計算：

將各量測點所測的溫度-時間關係，應用共軛梯度最佳化法配合有限差分數值方法不斷猜測，使目標函數極小化，則最後所預測之熱擴散係數即為所求，詳細請參考本文的理論計算方法部份。

- (5) 熱傳導係數之計算

採共軛梯度最佳化法來預測果蔬熱擴散係數(α)，然後將材質取出測出其密度(ρ)、含水率(M)，代入 Siebel's 經驗公式 (Mohsenin, 1980) 估算果蔬之比熱(c_p)，由 $k = \rho c_p \alpha$ ，求得熱傳導係數，最後實驗量測結果與文獻(陳等 1990、1992)的量測結果互相比較，並探討實驗量測誤差對預測結果精度的影響。

3-4 實驗步驟

- (1) 取紅蘿蔔、白蘿蔔各 40g ，分別以攪碎機打碎，放入 65°C 烤箱內，烘烤 72 小時。
- (2) 經 72 小時後，取出烤箱內之樣品，以濕基算出含水率，利用 Siebel's 經驗式(方程式 18)算出比熱。
- (3) 啟動橫溫水槽，設定溫度為 6°C ，直到水槽水溫穩定。
- (4) 製作 $2.7 \times 2.7 \times 5\text{cm}$ 長方體樣品。
- (5) 測量樣品質量、體積，並求密度。
- (6) 樣品放入絕熱保力龍中，並分別將熱電偶線

插入樣品定點。

- (7) 啓動溫度記錄器，確定各埋設點溫度一致之後，將絕熱樣品迅速放置於恆溫板，記錄時間為 60 分鐘，每隔 30 秒記錄一次溫度。
- (8) 所得溫度-時間關係輸入電腦，經不斷疊代，最後預測出熱擴散係數。

四、結果與討論

4-1 理論模擬測試結果

首先從理論模擬方式探討單一埋測點位置在那裡可得到較精確的預測值，從林與廖(1995a)理論模擬結果得知單一量測點，且埋設位置遠離加熱源表面位置，可得到較精確之 α 預測值，然而本文在此實驗裝置是冷卻邊界條件與文獻(林與廖, 1995a)之加熱的邊界型態不同，故在此先從理論模擬探討單一埋測點理想埋設位置。進行方式是先引用陳與張(1990)量測紅蘿蔔所換算出的熱擴散係數 $\alpha = 1.562 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ ，做為本文理論分析之預設值，至於埋測位置的量測值 Y 先採。

$$Y = Y_{exact} + \text{量測誤差} \quad (9)$$

表 1. 量測時間 60 分、溫度量測誤差在 $\pm 0.5^\circ\text{C}$ 下的預測情形

埋設位置 (cm)	$Y = Y_{meas} - 0.5^\circ\text{C}$	$Y = Y_{meas} + 0.5^\circ\text{C}$
	預測值 $\alpha \times 10^{-7} (\text{m}^2/\text{s})$ (誤差百分比%)	預測值 $\alpha \times 10^{-7} (\text{m}^2/\text{s})$ (誤差百分比%)
1	1.6592 (-6.22)	1.4721 (5.76)
1.5	1.6405 (-5.03)	1.4870 (4.80)
2	1.6320 (-4.48)	1.4937 (4.37)
2.5	1.6284 (-4.25)	1.4982 (4.08)
3	1.6255 (-4.07)	1.4990 (4.03)
4	1.6197 (-3.69)	1.5043 (3.69)

其中 Y_{exact} 是將預設 α 值代入直接問題方程式 (1~4) 所求得的溫度場。但為了符合實際量測時有量測誤差產生，故將 Y_{exact} 再加上人工設定的量測誤差當做為量測溫度 Y ，將 Y 值視為人工模擬量測點溫度後，再採共軛梯度最佳化法反求 α 值，所得預測值與先前預設值互為比較，以此方式來探討埋測點在何處，所預測的值較準確。式子 (9) 中量測誤差在實際情況可能來自熱延遲效應

或量測系統本身的量測誤差，而熱延遲效應，由熱電偶本身及絕熱面絕熱效果所導致。表 1 所示為量測時間 60 分鐘、初始溫度 30°C 、冷卻等溫邊界源 6°C 、起始猜測值 $\alpha = 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ 、不同埋測點位置在相同量測誤差 ($\pm 0.5^\circ\text{C}$) 條件下，用人工模擬量測點溫度值，所預測的 α 值，從表中得知埋測點愈遠離冷卻等溫邊界位置，所預測 α 值愈準確，此結果與林與廖(1995a)為加熱等溫邊界條件的趨勢一致。

4-2 實驗量測結果

本文測試量測材質選紅蘿蔔與白蘿蔔兩種，首先印證實際有埋測點之量測溫度，應用本文預測法之預測過程收斂速度的情形，圖 4 與圖 5 分別代表紅、白蘿蔔在不同埋測位置有 10mm、25mm、40mm 等三個位置之電腦計算過程，從圖中可看出三種埋測位置皆能很快、穩定地得到預測結果；由於不同埋測位置，在實際上具有不同的量測誤差，故從圖中收斂值得知在不同的埋測位置，最後所得收斂的預測值將有所不同。接著探討實際溫度量測值與預測值代入直接解方程式 (1~4) 所計算的溫度值之間的差異性，圖 6 與圖 7 分別代表紅、白蘿蔔的結果，○、△、□ 等標號分別代表埋測點位置在 10mm、25mm、40mm 之溫度-時間關係量測值，實線部份是將所預測 α 值，代入直接問題所計算的溫度值，從圖上的溫度與時間的分佈得知，實際量測值與計算值在每一位置與時間都相當吻合。

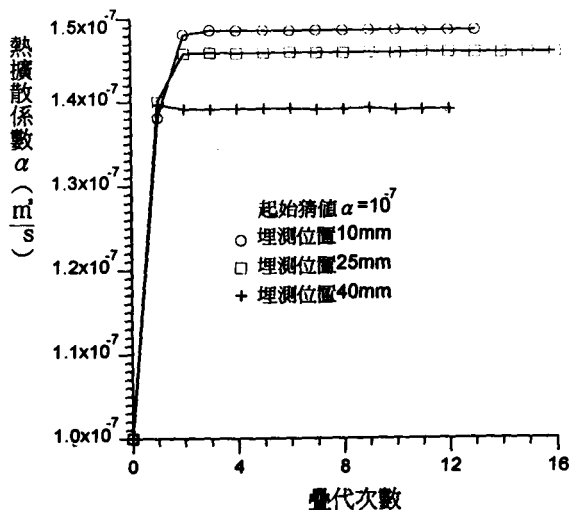


圖 6. 紅蘿蔔在不同單一溫度埋測位置的收斂情形

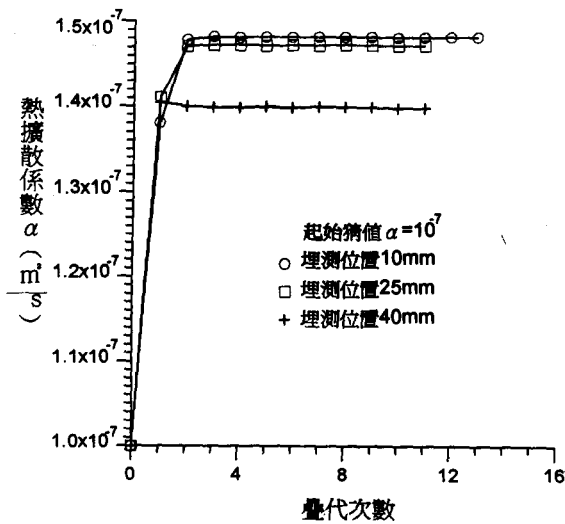


圖 7. 白蘿蔔在不同單一溫度埋測位置的收斂情形

接著探討應用本預測法及所設計試驗裝置在不同的單一埋測位置所預測結果的準確性，本文所取紅蘿蔔樣本的含水率經量測為 89.4%，陳所測試紅蘿蔔樣本的含水率為 89.9%，與本文相當接近，測出樣本的密度及由 Siebels 經驗公式 (方程式 18) 估算出樣本的比熱，由密度乘上比熱得到本文的單體積熱容量為 $3.682 \times 10^6 \text{ J/m}^3 \cdot \text{K}$ ，陳與張 (1990) 的單位體積熱容量為 $3.847 \times 10^6 \text{ J/m}^3 \cdot \text{K}$ ，相差 4.3%。陳與張 (1990) 所測出的熱傳導係數 $k=0.607 \text{ W/mK}$ ，故換算出熱擴散係數 $\alpha=1.567 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ ，本文在三個量測位置所預測出的 α 值與所換算 k 值，分別在表 2 中，其結果與陳與張 (1990) 的結果互為比較，各點之差異如下：埋測點距熱源 10mm 處之 α 值的差異約為 5.10%；25mm 處的差異約為 6.83%；40mm 處的差異約為 11.23%。另外，陳與張 (1990) 的 k 值為 $0.607 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ ，本文之 k 值請參考表 2，各點之差異如下：埋測點距熱源 10mm 處之 k 值的差異約為 9.88%；25mm 處的差異約為 11.36%；40mm 處的差異約為 15.65%。

表 2. 紅蘿蔔在不同溫度埋測位置所預測的熱物性係數值

埋測點位置 (mm)	熱物性係數值	本文實驗值	文獻值 (陳與張, 1990)	相差百分比
10	$\alpha \times 10^{-7} (\text{m}^2/\text{s})$	1.487	1.567	5.10%
	$k (\text{W}/\text{mK})$	0.547	0.607	9.89%
25	$\alpha \times 10^{-7} (\text{m}^2/\text{s})$	1.460	1.567	6.83%
	$k (\text{W}/\text{mK})$	0.538	0.607	11.36%
40	$\alpha \times 10^{-7} (\text{m}^2/\text{s})$	1.391	1.567	11.23%
	$k (\text{W}/\text{mK})$	0.512	0.607	15.65%

從以上結果得知，本文所預測之 α 值及所換算 k 值與陳與張 (1990) 所量測的結果比較，埋測點距冷卻邊界源愈遠，本文所預測 α 值與所換算的 k 值愈不準確，其結果與前面理論模擬測試結果似乎是相反的結果，細究其原因在於理論模擬是單一量測點溫度 Y ，在每一埋測位置假設量測誤差相同條件下所得到得結論，但從實際實驗結果推知，每一位置的量測誤差距冷卻邊界愈遠，則是變大的趨勢，即埋測位置愈遠則溫度測定準確度與測量溫度之增加量之比增加，故導致與理論測試結果不同，故藉此重申林與廖 (1995a) 的理論模擬結果是在假設相同量測誤差下做比較所得的結論，因理論模擬無法預知真正量測誤差量，只能假設這種狀況來比較。故從理論測試結果與實驗量測結果推知似乎存在有不偏離也不靠近冷卻邊界埋測位置是最理想的埋測位置，此位置受量測時間與量測誤差所影響。

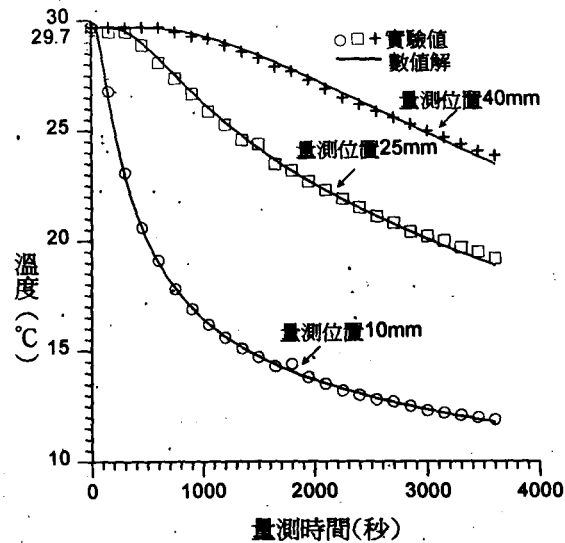


圖 8. 紅蘿蔔實驗量測值與數值解的溫度分佈

另外再取另一個農產品白蘿蔔材質，經多次取樣本含水率皆在 93% 附近與紅蘿蔔的含水率相近，代入 Siebel's 公式 (18)，並換算所得單位體積熱容量為 $3.722 \times 10^6 \text{ J}/(\text{m}^3 \cdot \text{K})$ ，再使用最佳化法在 1cm、2.5cm 與 4cm 量測點溫度，所預測 α 值分別為 $1.428 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ 、 $1.472 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ 、 $1.398 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ ，將白蘿蔔材質的 α 之預測值分

別與表2紅蘿蔔所預測值相比非常接近，故所得結論是紅白蘿蔔兩種果蔬組成成份相近，若含水率相近所量測熟物性值應相近。圖8和9分別說明紅白蘿蔔溫度量測實驗值與所預測 α 值代入直接問題所得之溫度計算值之差異性，由共軛梯度最佳化吻合效果，使得實驗值與數值解的曲線相當逼近。

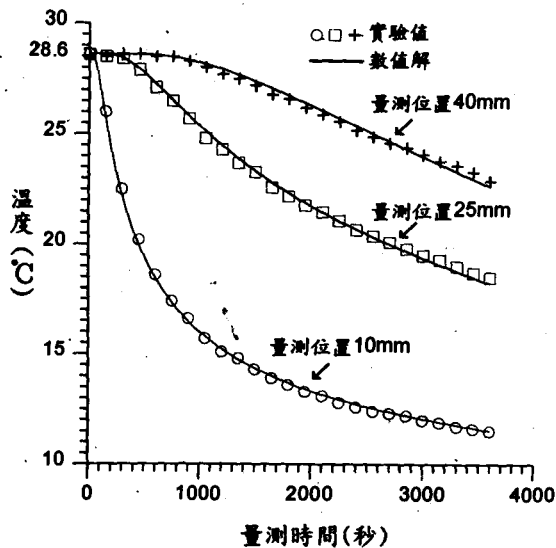


圖 9. 白蘿蔔實驗量測值與數值解的溫度分佈

五、結 論

本文應用共軛梯度最佳化預測法並配合所設計的簡易實驗裝置來先預測紅白蘿蔔的熱擴散係數，量測密度，採 Sidbel's 經驗公式估算比熱，最後換算熱傳導係數，其結果與文獻比較所得結論如下：

- (1) 採用共軛梯度最佳化預測法可預測與量測位置有關 α 值，但預測值與文獻比較相差5.10%，到11.23%。
- (2) 理論測試模擬結果，每一埋測點在相同量測誤差的假設條件下，埋測點位置距冷卻邊界位置愈遠則其預測值會愈準確，但實驗量測結果推得實際量測誤差隨著埋測點距冷卻邊界愈遠，導致較不準確的預測值，其原因可能材質其它面邊界絕緣效果及熱延遲效果，導致量測點距冷卻邊界位置越遠，其量測誤差隨之增加。

(3) 當紅白蘿蔔含水率相近時，則所預測之熟物性會很相近。

六、參考文獻

1. 林宜弘、廖建貴。1995a。應用共軛梯度逆向熱傳預測法測定果蔬之熱擴散係數。農業機械學刊4(2):29-38。
2. 林宜弘、廖建貴。1995b。共軛梯度最佳化法同時預測熱傳導係數與單位體積熱容量之探討。技術學刊10(2):63-68。
3. 周文金、蕭介宗。1988。主要果蔬預冷設備之研製與應用(IV)－台灣五種球形水果之物理性質和最佳預冷風速之預測。中國農業工程學報34(3):102-116。
4. 陳貽倫。1984。荔枝果實之預冷與有關物性。農工學報30(4):74-84。
5. 陳貽倫。1989。果蔬熱傳導係數之測定。農業工程學報35(1):5-15。
6. 陳貽倫、張高朗。1990。柱狀樣品果蔬之熱傳導係數之測定。農業機械學刊36(3):1-8。
7. 陳貽倫、金道宜。1992。果蔬碟形樣品之熱傳導係數之測定。農業機械學刊1(1):11-16。
8. 萬一怒、蕭介宗。1987。熱傳導係數測定器之研製及應用於農產品之測定。中國農業工程學報30(4):114-124。
9. Alifanov, O. M. and E. A. Artyukhin. 1975. Regularized numerical solution nonlinear inverse heat conduction problem. J. of Engineering Physics 29(1):934-938.
10. Beck, J. V. and B. Blackwell. 1988. "Handbook of numerical heat transfer: inverse problem", ed. W. J. Minkowycz et al., P. 784-834. New York: Wiley-Interscience Publication.
11. Beckman, F. S. 1960. "The solution of linear equations by the conjugate gradient method, mathematical methods for digital computers", ed. A. Ralston and H. S. Wilf. New York: WILEY.
12. Chapra, S. C. and R. P. Canale. 1988. Numerical methods for engineers. 2nd ed., P.62-64. New York: McGraw-Hill.
13. Flach, G. P. and M. N. Ozisik. 1989. Inverse heat

- conduction problem of simultaneously estimation spatially varying thermal conductivity and heat capacity per unit volume. *Numerical Heat Transfer, Part A*, 26: 249-266.
14. Fletcher, R. and C. M. Reeves. 1964. Function minimization by conjugate gradients. *Computer Journal* 7: 149-154.
 15. Huang, C. H. and M. N. Ozisik. 1990. A direct integration approach for simultaneously estimating spatially varying thermal conductivity and heat capacity. *Numerical Heat Transfer, Part A*, 11(3): 262-268.
 16. Huang, C. H. and M. N. Ozisik. 1991. A direct integration approach for Simultaneously Estimating temperature dependent thermal conductivity and heat capacity. *Numerical Heat Transfer, Part A*, 20(1): 95-110.
 17. Huang, C. H. and M. N. Ozisik. 1992a. Conjugate gradient method for determining unknown contact conductance during metal casting. *Int. J. of Heat and Mass Transfer* 35(7):1779-1786.
 18. Huang, C. H. and M. N. Ozisik, 1992b. Inverse problem of determining unknown wall heat flux in laminar flow through a parallel duct. *Numerical Heat Transfer, Part A*, 21(1): 55-70.
 19. Incropera, F. P. and D. P. DeWitt. 1990. *Fundamentals of heat and mass transfer*. 3rd ed., P. 53-57. New York: John Wiley & Sons.
 20. Lasdon, L. S. and A. D. Warren. 1987. The conjugate gradient method for simultaneously estimation of temperature profile and surface reflectivity. *J. of Thermophysics and Heat Transfer* 7(1): 88-93.
 21. Li, H. Y. and M. N. Pzistik. 1993. Inverse radiation problem for simultaneous estimation of temperature profile and surface reflectivity. *J. of Thermophysics and Heat Transfer* 7(1): 88-93.
 22. Mohsenin, N. N. 1980. *Thermal properties of foods and agricultural material*, 2nd ed., New York: Gordon and Breach Science Publishers.
 23. Murakami, E. G. and M. R. Okos. 1988. Measurement of prediction of thermal properties of foods. In "Proceedings of the NATO advanced research workshop on food properties and computer-aided engineering of food processing system", ed. R. P. Singh and A. G. Medina, P. 3-48. Porto, Portugal: Kluwer Academic Publishers.
 24. Oshita, S. 1988. "Bulk thermal diffusivity measurement of grain rice by new fast method", ed. R. Toei and A. S. Mujumdar, P. 503-504. New York: Drying'86, Hemisphere Pubs. Corp.
 25. Shumakov, N. V. 1975. A method for the experimental study of the process of heating a solid body. *Soviet Physics-Technical physics (Translated by Institute of Physics)* 2:771.

收稿日期：民國 84 年 7 月 25 日
 修正日期：民國 85 年 2 月 9 日
 接受日期：民國 85 年 3 月 18 日