

河堤溢流之風險分析

The Analysis of Risk Due to Levee Overflow

國立成功大學水利工程研究所碩士 國立成功大學水利工程研究所教授 國立成功大學水利工程研究所碩士生

黃 翰 林
Han-Lin Huang

徐 義 人
Yih-Ren Shyu

余 家 慶
Chang-Ching Yu

摘 要

興建河堤的主要目的在於維護住在河川附近的居民免於受到洪水的威脅，但是多數的工程設計，常常面臨資訊不足、資料缺乏之情形以及變數的隨機性…等等問題，使得在規劃與決策過程當中往往必須在不確定的情況下完成因而有風險的產生。

評估風險的方法一般常見的有：復現期法、直接積分法、均值一階二級動差法(MFOSM)、高等一階二級動差法(AFOSM)、Monte Carlo 模擬術(MCS)以及 Latin Hypercube 模擬術(LHS)…等等，而本文所採用的方法及以一階二級動差法為主，考慮各水文量的不確定性，以嘗試建立河堤溢流之風險模式，並比較由 MFOSM 及 AFOSM 兩者所求得之結果，再以 MCS 及 LHS 兩法做驗證為輔，以期求得正確溢流風險值。

本文研究重點在於瞭解風險分析之方法以及如何描述變數之不確定性，將不確定性因子納入風險計算求溢流機率，再比較堤防在改善前後風險值變化之情形，並建立風險與中間安全因子間之關係曲線以供設計與分析工程之成本效益時之參考。

關鍵詞：風險分析，可靠度，安全因子，一階二級動差法，均值一階二級動差法。

ABSTRACT

The main purpose of constructing levee will keep the people living near river from flood. In most of engineering design, we often face the situation of information and data insufficiency, and the problems of the random characteristics of variables and so on. Risk, however, is unavoidable because most of the planning and decision would be done under such circumstance of uncertain conditions.

The methods of calculating risk usually include the follows: method of return period; method of direct integration; mean-value first-order second-moment method (MFOSM); ad-

vanced first-order second-moment method(AFOSM); Monte Carlo simulation (MCS); and Latin Hypercube simulation (LHS) and so on. The main method in this paper is first-order second-moment method. We will consider the characteristics of uncertainty of variables and try to establish the risk model of levee overflow, and will also compare the results with MFOSM and AFOSM, and verify the results using MCS and LHS.

The main point in this paper is to understand the methods of risk analysis and realize how to describe the uncertainty of variables. We will consider the effect of the uncertainty factors in the process of calculating risk, and try to understand and the change of the risk value after the improvement planning and establish the relation between risk and central safety factor, and it would be provided for design and cost-benefit analysis.

Keywords : Risk analysis, Reliability, Safety, FOSM, MFOSM.

一、前言

工程設計的主要目的在於能提供人們安全、便利的生活，因此在有限的經濟條件下，能使工程發揮最大的功用，便是工程設計的主要工作目的，例如：興建水壩，即是希望能在枯水期提供人們所需的用水，包括，飲用水、公共給水、灌溉用水、工業用水。又如：興建捷運，即是希望能提供人民便捷的交通，提升生活品質。至於興建河堤，即是希望能保障沿岸居民免於水患、農田免於受洪水威脅。然而，每一項工程到底該如何設計才能滿足需求呢？水壩、河堤到底要設計多高才安全呢？因此必需廣泛收集資料以供設計參考，但是，蒐集資料常常發生資料不足、記錄年限不夠長久，或是發生量測偏差以及各變數之不確定性……等等問題，使得在工程設計過程中產生一些不確定，這些不確定往往使工程產生風險，造成工程無法提供百分之百的安全保障，因此，在施工前做好各項評估、規劃之工作，完工後定期檢測、修補，使得各項工程之風險性降至最低是有其必要性。

評估風險的方法，從以前至現在不斷在改進，從先前的復現期法：只要知道設計之週期，即可利用其倒數來推算失敗風險。到近一、二十年使用之一階二級動差法計算風險，同時考慮諸水文、水力之不確定因子，將他們納入計算，在在希望所求之風險值能趨於客觀，使在規劃過程中瞭解風險真正大小，在經濟條件與需求及安全

性之下，尋求一平衡點，讓工程設計發揮最大效用。本文採用常用之一階二級動差法嘗試建立河堤溢流之風險演算模式，並以 Monte Carlo 模擬術和 Latin Hypercube 模擬術進行驗證，最後嘗試建立堤防之安全因子 (safety factor) 與風險 (risk) 之關係曲線以供參考。

河堤失敗的原因可分成四大類：一是由於洪水超越堤頂週所產生之溢流事件；二是由於邊坡下穩定所產生之結構破壞；三是由於下層土壤遭破壞導致管湧結果而使堤防發生結構破壞；四是由於波浪長時期拍打堤防使之減少其強度。本文研究之重點與目的在瞭解非結構性因素即第一種情形。

二、前人研究

整個風險演算之歷史乃為一分析方法之演進史，早期的風險計算，可以說完全忽略不確定性因子之影響，以復現期法為其代表，雖然如此，此法仍在當時廣泛的應用於水文構物的風險計算 (Borgman, 1963)，直到 1926 年，現在常見之均值一階二級動差法 (mean-value first-order second-moment method) 首次由 Mayer 所建立，並以此法計算隨機變數的平均值與變方。Cornell (1969) 則將此法應用到工程上，Ang and Cornell (1974) 以變異係數來表示變數的變異程度，Wood (1975) and Bras (1979) 開始探討不確定性之來源並將其分類，Yen et al. (1980) 考慮水文與水力的不確定性，並應用此法於水工結構物的設計上，Tung and Mays (1980) 在暗

渠排水之設計上，也以一階近似理論估計靜態 (static) 與時變 (time-dependent) 性之情形而發展出風險與可靠性之模型，Tung and Mays (1981) 則應用此法於河堤防洪設計上。由於均值一階二級動差法對於線性與非線性非常態之執行變數的處理較差，於是 Rackwitz (1976) 提出將執行變數於破壞點上以 Taylor 級數展開，發展出高等一階二級動差法 (advanced first-order second-moment method)，至今廣為使用，包括：黃志元 (1990) 利用 AFOSM 分析壩堤溢流之風險，吳國儒 (1991) 也利用此法來分析堤防之安全性。

至於模擬術方面，隨著計算器日漸普及，開始有人利用各種不同的模擬術來計算風險，Warner and Matalas (1968) 即利用 Monte Carlo 模擬術得到抵抗能力與荷重之分佈情形，並進一步計算結構物之安全性，Arthur et al. (1971) 也利用此法來規劃設計多目標之水庫系統。但是由於 Monte Carlo 模擬術乃利用隨機亂數來繁衍數值，所得的結果常與樣本大小有關，缺乏穩定性，因此 McKay et al. (1979)，McKay (1988) 發展了 Latin Hypercube 模擬術，利用此法來計算風險值，將比 Monte Carlo 較易得到收斂值。本文將利用上述兩模擬術做為驗證組，以驗證由 AFOSM 所求得之風險值。

三、風險分析

3.1 風險的一般表示式

在一個系統中，風險既然為失敗事件之發生機率，其發生破壞事件可視為荷重 L 超過抵抗力 R 之情形，也就是說，風險乃為一系統中，負荷大於抵抗能力之機率，可表示成下列諸式：

$$Risk = P_f = P(L > R) \quad (3.1)$$

或

$$Risk = P_f = P(Z > R) \quad (3.2)$$

上式可寫成：

$$P_f = P(Z < 0) = \int_{-\infty}^0 f_z(z) dz \quad (3.3)$$

式中， P_f ：失敗的機率。

$P(\cdot)$ ：機率大小。

$f_z(z)$ ：機率密度函數 (PDF)。

Z ：執行變數 (performance variable)，

可表示成下列型式：

$$Z = R - L \quad (3.4)$$

$$Z = (R/L) - 1 \quad (3.5)$$

$$Z = \ln(R/L) \quad (3.6)$$

假若 Z 為符合常態分佈 (normal distribution) 的方程式，則 (3.2) 式失敗機率可寫成如下型式：

$$P_f = P(Z < 0) = \Phi\left[\frac{0 - \mu_z}{\sigma_z}\right] = \Phi\left[\frac{-\mu_z}{\sigma_z}\right] \quad (3.7)$$

令 $\beta = \mu_z / \sigma_z$ ，則上式可改寫成：

$$P_f = \Phi(-\beta) = 1 - \Phi(\beta) \quad (3.8)$$

式中，

μ_z ：變數 Z 的平均值或期望值 (expectation value)。

σ_z ：變數 Z 的標準差 (standard deviation)。

$\Phi(\cdot)$ ：標準常態分佈的累積機率函數 (cumulative probability function)。

β ：可靠度指數 (reliability index) 或安全指數 (safety index)。

3.2 不確定性的表示法

不確定性一般以變異係數 (coefficient of variation, 簡稱 Cv) 來表示，(Ang and Cornell, 1974)。

$$C_v = \frac{\sigma}{\mu} \quad (3.9)$$

式中， σ ：樣本的標準差。

μ ：樣本的平均值。

四、風險之計算

4.1 一階二級動差法 (First-Order Second-Moment Method)

在風險分析中，假設有一執行變數 Z 型如：

$$Z = G(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \quad (4.1)$$

式中， $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ ：系統的基本變數。

$G(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ ：功能函數 (performance function)，可決定系統的功能或狀態。

若將限制功能條件定義為 $G(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = 0$ ，此即為系統的“限制狀態”，稱之為限制狀態函數 (limiting state function)。若將 (4.1) 式對其表面上的一點 P ，即 $(x_1^p, x_2^p, x_3^p, \dots, x_n^p)$ ，作功能函數的 Taylor 級數展開可得到下式：

$$Z = G(x_1^p, x_2^p, \dots, x_n^p) + \sum_{i=1}^n (x_i - x_i^p) \left[\frac{\partial G}{\partial x_i} \right]_p + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (x_i - x_i^p)(x_j - x_j^p) \left[\frac{\partial^2 G}{\partial x_i \partial x_j} \right]_p + \dots \quad (4.2)$$

式中， $[\frac{\partial G}{\partial x_i}]_p$ 表 G 在 P 點對 x_i 的偏導數。

對 (4.2) 式取期望值和變異數，將二階及二階以上之項捨去可得到：

$$E(Z) \approx G(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) + \sum_{i=1}^n (\mu_{xi} - x_i^*) [\frac{\partial G}{\partial x_i}]_p \quad (4.3)$$

$$\begin{aligned} Var(Z) \approx & \sum_{i=1}^n [\frac{\partial G}{\partial x_i}]_p^2 Var(x_i) \\ & + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n [\frac{\partial G}{\partial x_i}]_p [\frac{\partial G}{\partial x_j}]_p Cov(x_i, x_j) \end{aligned} \quad (4.4)$$

若 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 相互統計獨立，則：

$$\begin{aligned} Cov(x_i, x_j) &= 0 \\ Var(Z) \approx & \sum_{i=1}^n [\frac{\partial G}{\partial x_i}]_p^2 Var(x_i) \end{aligned} \quad (4.5)$$

一階二級動差法即利用 (4.3) 及 (4.5) 兩式代入 (3.8) 式求風險值。

4.1.1 均值一階二級動差法 (MFOSM)

在 (4.2) 式中，若 P 點為平均值點， $\mu_x = (\mu_{x1}, \mu_{x2}, \mu_{x3}, \dots, \mu_{xn})$ ，則對平均值點做 Taylor 級數展開，(4.3)、(4.5) 兩式可改寫為：

$$E(Z) \approx G(\mu_{x1}, \mu_{x2}, \mu_{x3}, \dots, \mu_{xn}) \quad (4.6)$$

$$Var(Z) \approx \sum_{i=1}^n C_i^2 Var(x_i) \quad (4.7)$$

式中， $C_i = [\frac{\partial G}{\partial x_i}]_{\mu_x}$

由 (4.7) 式可得 Z 之標準差為：

$$\sigma_z = [\sum_{i=1}^n (C_i \sigma_i)^2]^{\frac{1}{2}} \quad (4.8)$$

式中， $\sigma_i^2 = Var(x_i)$

可得：

$$\begin{aligned} \beta &= E(Z) / \sigma_z \\ &= G(\mu_{x1}, \mu_{x2}, \mu_{x3}, \dots, \mu_{xn}) / [\sum_{i=1}^n (C_i \sigma_i)^2]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (4.9)$$

(三) 高等一階二級動差法 (AFOSM)

在水利工程系統中，失敗事件大部份發生的原因乃發生於極端值事件而非發生在均值，因此由 MFOSM 所推得的風險值有時不盡理想，因此 Rackwitz 於 1976 年提出對破壞點做 Taylor 級數展開，而發展出高等一階二級動差法 (advanced first-order second-moment method)。在 (4.2) 式中若 P 點為近似破壞點 (likely failure point)， $x^* = (x_1^*, x_2^*, x_3^*, \dots, x_n^*)$ ，則對近似破壞點在失敗面上 $Z = 0$ 做

Taylor 級數展開，(4.3) 及 (4.5) 兩式可分別改寫為 (4.10) 及 (4.11) 兩式：

$$E(Z) \approx G(x_1^*, x_2^*, x_3^*, \dots, x_n^*) + \sum_{i=1}^n C_i^* (\mu_{xi} - x_i^*) \quad (4.10)$$

$$\sigma_z = [\sum_{i=1}^n (C_i^* \sigma_i)^2]^{\frac{1}{2}} \quad (4.11)$$

其中， $C_i^* = [\frac{\partial G}{\partial x_i}]_{x^*}$

將 (4.11) 式以線性化型式表之，可得：

$$\sigma_z = \sum_{i=1}^n \alpha_i C_i^* \sigma_i \quad (4.12)$$

其中，

$$\alpha_i = C_i^* \sigma_i / [\sum_{i=1}^n (C_i^* \sigma_i)^2]^{\frac{1}{2}} \quad (4.13)$$

α_i 稱為敏感度因子 (sensitivity factor)，而可靠度指數的表示式對線性功能函數而言為：

$$\beta = \frac{G(x_1^*, x_2^*, x_3^*, \dots, x_n^*) + \sum_{i=1}^n C_i^* (\mu_{xi} - x_i^*)}{\sum_{i=1}^n \alpha_i C_i^* \sigma_i} \quad (4.14)$$

假若 x^* 在破壞面上，則 $G(x_1^*, x_2^*, x_3^*, \dots, x_n^*) = 0$ ，可得知新破壞點：

$$x_i^* = \mu_{xi} - \alpha_i \beta \sigma_i, \quad i=1, 2, \dots, n \quad (4.15)$$

本文利用 (4.13)、(4.14)、(4.15) 三式以重覆疊代的方式計算 x^* 及 β 直至收斂為止。

4.2 等效常態分佈 (Equivalent Normal Distribution)

對大部份的水文環境而言，變數常常不符合常態分佈，尤其是臺灣的水文環境。也由於臺灣地區地狹而且山地丘陵多於平原，使得臺灣地區的河川往往呈現短淺、流急的特性，最長的濁水溪也只不過 186 公里，因此常態分佈對於模擬流量分佈通常並不適宜，為了想要以上述的式子來求風險值，必須把非常態分佈之數數統計量轉換成等價常態分佈之變數統計量，使執行變數 Z 能符合為常態分佈的條件以用來計算可靠度 (Paloeimo, 1974; Rackwitz, 1976)。根據轉換後等價常態分佈在點 P 之 CDF 應該等於原先非常態分佈變數在點 P 之 CDF，即：

$$F_{xi}(x_i^*) = \Phi \left[\frac{x_i^* - \mu_{xi}^n}{\sigma_{xi}^n} \right] \quad (4.16)$$

經微分後得相對應之 PDF 為：

$$f_{xi}(x_i^*) = \frac{1}{\sigma_{xi}^n} \phi \left[\frac{x_i^* - \mu_{xi}^n}{\sigma_{xi}^n} \right] \quad (4.17)$$

其中， $\Phi(-)$ ， $\varphi(-)$ ：標準常態分佈之 CDF，PDF。

μ_{xi}^0 ， σ_{xi}^0 ： x_i 之等價常態分佈的平均值與標準差。

由(4.16)及(4.17)兩式可得到：

$$\mu_{xi}^0 = x_i^* - \sigma_{xi}^0 \Phi^{-1}[F_{xi}(x_i^*)] \quad (4.18)$$

$$\sigma_{xi}^0 = \frac{\varphi\{\Phi^{-1}[F_{xi}(x_i^*)]\}}{f_{xi}(x_i^*)} \quad (4.19)$$

4.3 線性功能函數之一階二級動差法計算步驟與流程

1. 均值一階二級動差法：

- (1) 定義系統的功能函數 $G(x_i), i=1, 2, \dots, n$ 。
- (2) 輸入 x_i 的統計量，包含： x_i 的平均值與標準差...等等。
- (3) 將破壞點 x_i^* 以 x_i 的平均值代入，即 $x_i^* = \mu_{xi}$ 。
- (4) 檢查各分量是否為常態分佈，若不是則進行第五步驟，若是則跳至第六步驟。
- (5) 先將非常態分佈的統計量換成等效常態分佈的統計量。
- (6) 計算 x_i^* 點上的偏導數 C_i^* 。
- (7) 代入(4.9)式求 β 值。
- (8) 將 β 代入(3.8)式求失敗風險值。

2. 高等一階二級動差法：

- (1) 定義系統的功能函數 $G(x_i), i=1, 2, \dots, n$ 。
- (2) 輸入 x_i 的統計量，包含： x_i 的平均值與標準差...等等。
- (3) 將破壞點 x_i^* 的初始值先以 x_i 的平均值代入，即 $x_i^* = \mu_{xi}$ 。
- (4) 檢查各分量是否為常態分佈，若不是則進行第五步驟，若是則跳至第六步驟。
- (5) 先將非常態分佈的統計量換成等效常態分佈的統計量。
- (6) 計算 x_i^* 點上的偏導數 C_i^* 。
- (7) 計算敏感度因子 α_i 。
- (8) 代入(4.14)式求 β 值。
- (9) 將 β 及 α_i 代入(4.15)式求各分量的新破壞點。
- (10) 重覆 4. ~ 9. 步驟，直至 β 值收斂至允許範圍。
- (11) 將所求之 β 代入(3.8)式求失敗風險值。

上述兩法所對應之流程示於圖 4.1 及圖 4.2。

五、堤防風險分析之應用實例

本文選定北港溪北港流量測站所在之北港二號堤防為分析對象，利用一階二級動差法，探討

在河堤增高前後風險值變化之情形，並以 Monto Carlo 及 Latin Hypercube 模擬術做驗證。其次，我們也將求出復現期與可靠度指數(安全指數)間之關係曲數，以及求出在不同設計復現期下，河堤溢流的風險(risk)與中間安全因子(safety factor)間之關係曲線以供堤防設計之參考。

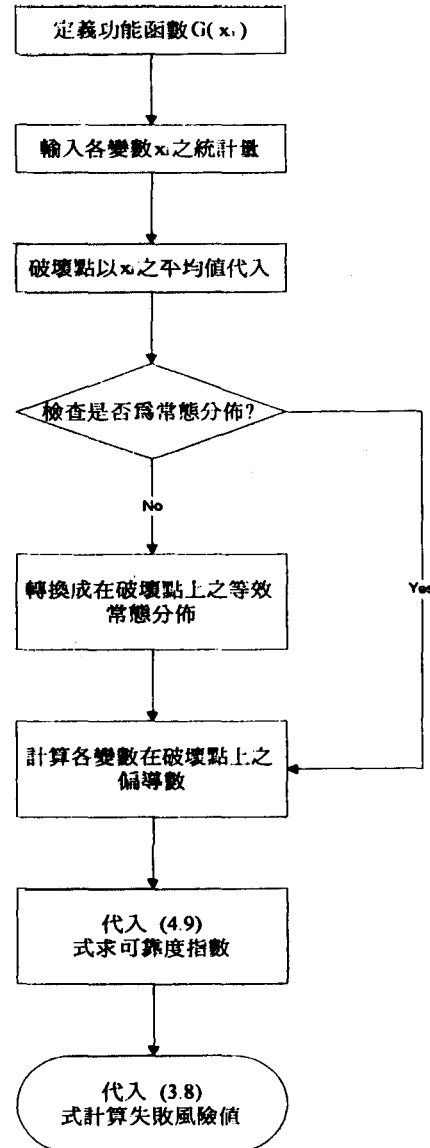


圖 4.1 均值一階二級動差法計算流程

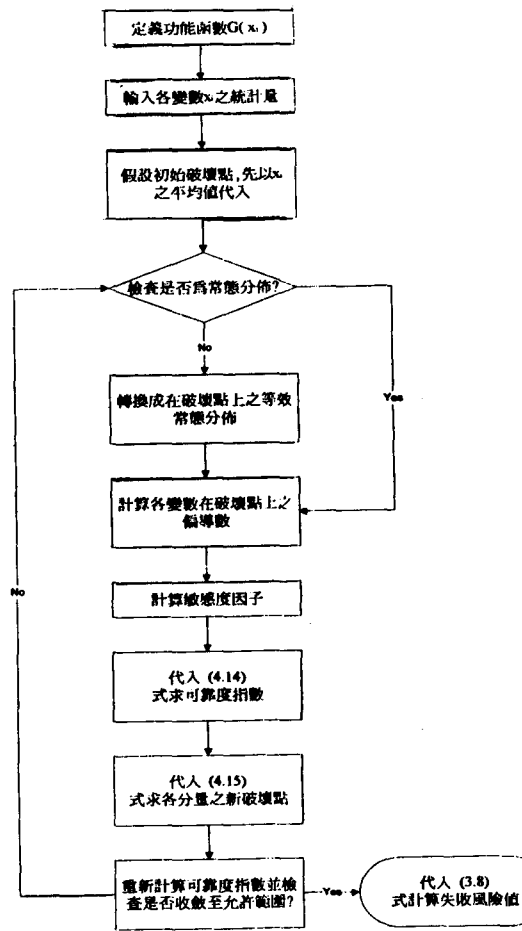


圖 4.2 高等一階二級動差法計算流程

5.1 流域概況

北港溪水系，(如圖 5-1)，發源於阿里山山脈西麓丘陵地帶林內鄉內之七星嶺，自源頭而下至雲林虎尾平和橋是為虎尾溪，平和橋以下稱為北港溪。北港溪沿線納入雲林溪、石牛溪、大湖口溪、三疊溪(含石龜溪)等支流以及埤子頭、三間厝等排水，蜿蜒西行，至河口段向北匯入蔦松、尖山等排水，於口湖鄉湖口村、台子村附近注入台灣海峽，整個水系之流域面積約為 645.21 平方公里，平均坡降約為 1/159，主流長度為 81.86 公里為全省 21 條主要河川中名列第九位。北港溪流域跨越雲林、嘉義二縣，北與新虎尾溪流域為鄰，南與朴子溪流域為界，東則與濁水溪支流清水溪流域相接，整個流域形狀猶如心臟。

由於北港二號堤防興建年代較早，而且高度略顯不足，因此在考量兩岸居民的安全以及農作物免遭洪水危害下，堤防必需改建，根據北港溪治理規劃報告，堤防在改建前、後的計劃水位與計劃堤頂高如下表所示：

表 5.1 改建前後堤防變更情形

北港二號堤防	計劃水位高程(m)	計劃堤頂高程(m)
改建前	11.35	12.85
改建後	12.18	13.68

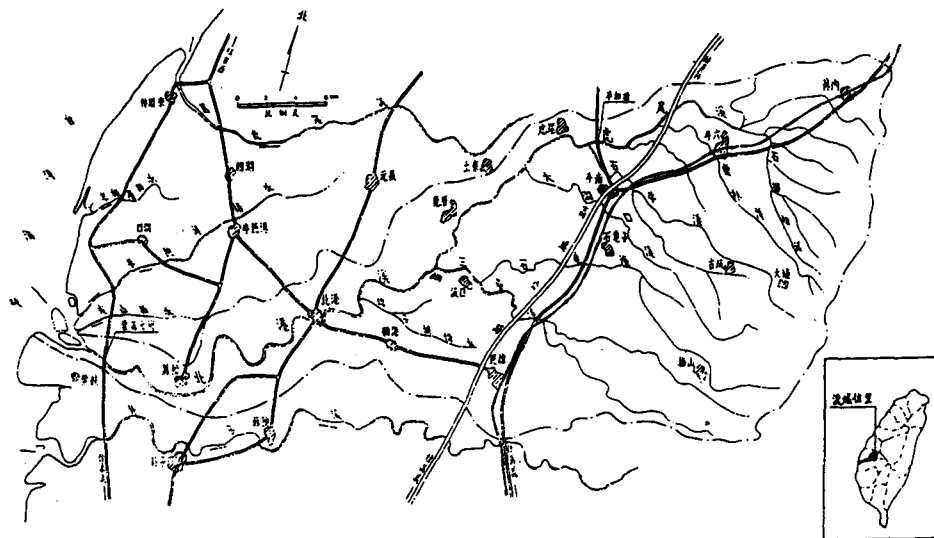


圖 5.1 北港溪水系流域概況圖

5.2 流量資料的分析與轉換

5.2.1 流量資料的分析

本文所引用之北港流量站位於雲林縣北港鎮北港大橋。此測站自民國30年設立至今已有五十六年的歷史，早期資料殘缺不全，至民國40年以後才有較完整之流量記錄，根據歷年來所統計的年最大瞬時流量資料，經頻率分析與檢定的結果得知，以Log-Pearson Type III(簡稱：LPT III)較符合原始流量分佈，其機率密度函數(PDF)如下：

$$p(x) = \frac{1}{\alpha x \Gamma(\beta)} \left(\frac{\ln x - \gamma}{\alpha} \right)^{\beta-1} e^{-\frac{\ln x - \gamma}{\alpha}} \quad (5.1)$$

其中， α ：表尺度參數(scale parameter)。

β ：表形狀參數(shape parameter)。

γ ：表位置參數(location parameter)。

$\Gamma(\beta)$ ：伽瑪函數(gamma function)，可以近

似式來推求，近似式如下：

$$\Gamma(\beta) = \beta^\beta e^{-\beta} \sqrt{\frac{2\pi}{\beta}} \left[1 + \frac{1}{12\beta} + \frac{1}{288\beta^2} + \frac{139}{51840\beta^3} + \frac{571}{2488320\beta^4} \right] \quad (5.2)$$

當偏態係數 $C_s > 0$ 時，

$$\begin{aligned} \alpha &= \zeta / \sqrt{\beta} \\ \beta &= (2/C_s)^2 \end{aligned} \quad (5.3)$$

$$\gamma = \lambda - \zeta \sqrt{\beta}$$

當偏態係數 $C_s < 0$ 時，

$$\begin{aligned} \alpha &= -\zeta / \sqrt{\beta} \\ \beta &= (-2/C_s)^2 \end{aligned} \quad (5.4)$$

$$\gamma = \lambda + \zeta \sqrt{\beta}$$

上式中： λ ， ζ 分別為樣本取完對數後之平均值與標準差。

5.2.2 流量資料的繁衍

根據北港測站43筆年最大流量的平均值、標準差以及偏態係數，我們可利用隨機亂數繁衍出100組100年符合LPT III分佈的流量資料，並且推求出各復現期洪水的平均值、標準差以及變異係數，其過程如下：

1. 取出100個0~1之間符合均勻分佈的隨機亂數。
2. 求出上述隨機亂數相對應之標準常態分佈下之t值。t值除了可查標準常態分佈機率表外，也可透過下式來推求：

$$t = W - \frac{2.515517 + 0.802853W + 0.010328W^2}{1 + 1.432788W + 0.189269W^2 + 0.001308W^3} \quad (5.5)$$

其中， $W = \left[\ln \left[\frac{1}{p} \right] \right]^{\frac{1}{2}}$ ，p為介於0~0.5之間的

的超越機率，假若 $0.5 < p < 1$ ，則以 $1-p$ 代替原來的p值，最後所得的t值須加一個負號。

3. 將步驟2.所得的t值推求頻率因子K，可利用下式。

$$K = t + (t^2 - 1) \frac{C_s}{6} + \frac{1}{3} (t^3 - 6t) \left(\frac{C_s}{6} \right)^2 - (t^2 - 1) \left(\frac{C_s}{6} \right)^3 + t \left(\frac{C_s}{6} \right)^4 + \frac{1}{3} \left(\frac{C_s}{6} \right)^5 \quad (5.6)$$

4. 利用 $x_T = \mu + k\sigma$ ，即可繁衍出的100個，相當於100年的流量資料。其中， μ ， σ ：分別為樣本之平均值與標準差。

5. 求這100年流量的平均值與標準差，並推求以這100年資料為分析樣本之各種不同復現期的流量。

6. 重覆步驟1.~步驟5.共100次，相當於繁衍100組100年之流量資。

7. 分別計算100組各復現期流量的平均值、標準差以及變異係數。計算結果如表5.2所示。

5.2.3 流量資料的轉換

本文以民國82年的實測水位流量資料為基

表 5.2 由隨機亂數所繁衍

各復現期流量之平均值、標準差以及變異係數

復現期(年)	平均值	標準差	變異係數	機率分佈
$T_r = 1.11$	501.60	51.668	0.10301	LPT III
$T_r = 2.00$	1100.71	76.728	0.06971	LPT III
$T_r = 3.00$	1400.77	95.732	0.06834	LPT III
$T_r = 4.00$	1598.40	109.358	0.06842	LPT III
$T_r = 5.00$	1746.54	120.706	0.06911	LPT III
$T_r = 8.00$	2049.34	148.833	0.07263	LPT III
$T_r = 10.00$	2190.22	164.895	0.07529	LPT III
$T_r = 15.00$	2443.41	199.461	0.08163	LPT III
$T_r = 20.00$	2621.72	228.523	0.08717	LPT III
$T_r = 25.00$	2759.63	253.754	0.09195	LPT III
$T_r = 30.00$	2872.21	276.134	0.09614	LPT III
$T_r = 40.00$	3049.85	314.686	0.10318	LPT III
$T_r = 50.00$	3187.81	347.318	0.10895	LPT III
$T_r = 80.00$	3479.41	423.834	0.12181	LPT III
$T_r = 100.00$	3618.53	463.851	0.12819	LPT III
$T_r = 120.00$	3732.60	498.316	0.13350	LPT III
$T_r = 150.00$	3872.77	542.646	0.14012	LPT III
$T_r = 180.00$	3987.79	580.643	0.14561	LPT III
$T_r = 200.00$	4054.47	603.329	0.14881	LPT III
$T_r = 250.00$	4196.27	653.146	0.15565	LPT III

(流量單位： m^3/s)

準，再加上近一、二十年來每年較大的水位流量記錄為輔，推得一水位與流量之關係曲線，其最佳方程式如下：

$$\ln L = 0.282614 \ln Q + 0.236371 \quad (5.7)$$

其中，L：表洪水水位高，Q：表流量大小。(5.7)式將做為流量轉換為水位高度之依據。

5.3 風險計算

5.3.1 執行變數 $Z = R - L$ (R：堤高，L：水位)

本節所考慮的變數為R與L，對於此一執行變數，我們利用各種不同的演算方式，包括：MFSM、AFOSM、MCS、LHS來討論河堤的失敗風險，其主要討論與瞭解的方向如下：

1. 比較以不同演算方式來計算在不同復現期下河堤溢流的風險。
2. 比較河堤在改建前後溢流風險之情形。
3. 考慮R的變異係數($C_v = \Omega_R = 0, 0.01, 0.02, 0.03, 0.04, 0.05$)，對於溢流風險有何影響。
4. 計算在河堤改建前後不同復現期下河堤之可靠度指數(安全指數)。結果如圖5.2~5.4所示。

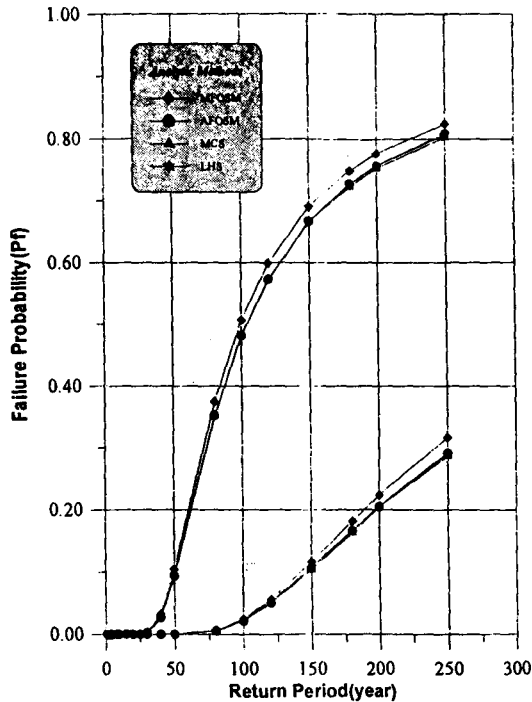


圖 5.2 Z=R-L: 河堤在改建前後在四種不同的演算方法下 P_f 值之比較圖

5.3.2 使用期距內之風險計算

每年或每隔幾年所發生之洪水事件於自然界乃屬異常事件，符合 poisson 過程的假設，因此要計算在某時間期距內，由於洪水所造成的溢頂機率，可由(5.8)式計算：

$$P_f(T) = 1 - \exp(-\nu TP) \quad (5.8)$$

其中， ν ：平均發生率(mean occurrence rate)，取。

T：時間期距或服務期距。

P_f ：由洪水所造成溢頂之機率。

P_f 採用由原43筆最大流量記錄所得之平均值，透過AFOSM分析所得到之越堤風險值，今利用此失敗風險來計算，在某時間期距內堤防發生溢流之機率，其計算結果見圖5.5。

5.3.3 建立中間安全因子與風險之關係曲線

上述各節乃利用不同復現期之洪水水位高與計劃堤頂高兩者所做之風險分析。然而，一般來說，計劃洪水水位或計劃堤頂高之決定乃基於安全、經濟以及必要性與否等條件下，經仔細評估

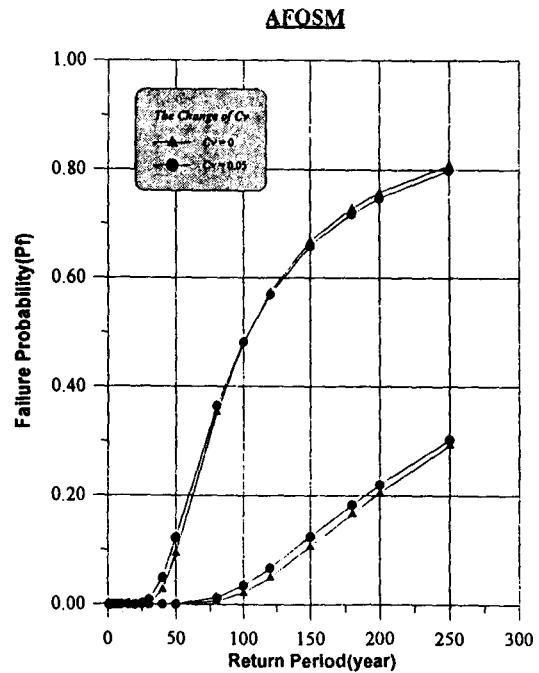


圖 5.3 Z=R-L: 堤防改建前後 R 之 C_v 之改變對 P_f 之影響 (AFOSM)

後才決定要採用那一個頻率年之洪水量（洪水位）以作為設計流量（計劃水位）。因此今就嘗試建立在不同設計復現期下，中間安全因子 (safety factor) 與風險 (risk) 之關係曲線，並以設計復現期為 100 以及 150 年為例，在不同之服務期距 (service period) 下，推求中間安全因子與風險之關係曲線以供堤防設計之參考，計算結果見圖 5.6 ~ 5.8。

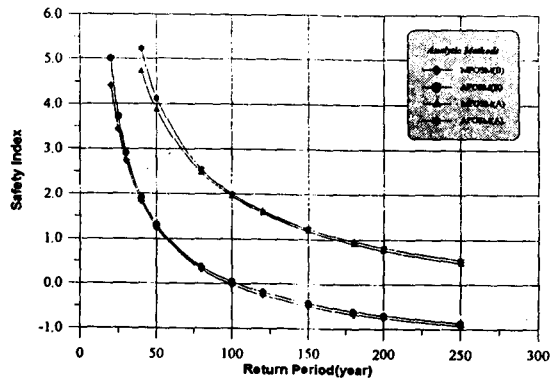


圖 5.4(a) $z=R-L$: 河堤改建前後復現期與安全指數間之關係曲線 (FOSM)

5.4 結果與討論

1. 北港二號堤防於改建前，由於堤高不足，由圖 5.2 知，當發生復現期超過 100 年以上之洪水時，堤防發生溢流之機率將高達 50% 以上，對住在河堤附近之居民以及相關農產作物將構成嚴重威脅，因此有必要進行改建。

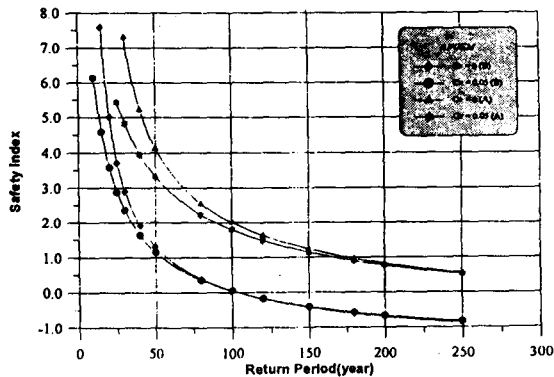


圖 5.4(b) $z=R-L$: 河堤改建前後考慮 R 之 C_v 下復現期與安全指數間之關係曲線 (AFOSM)

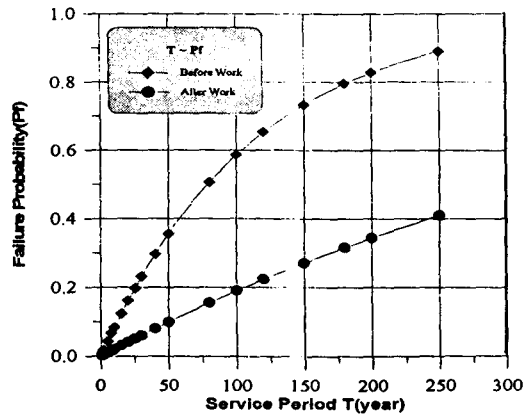


圖 5.5 堤防改建前後在各時間期距內堤防越堤之機率

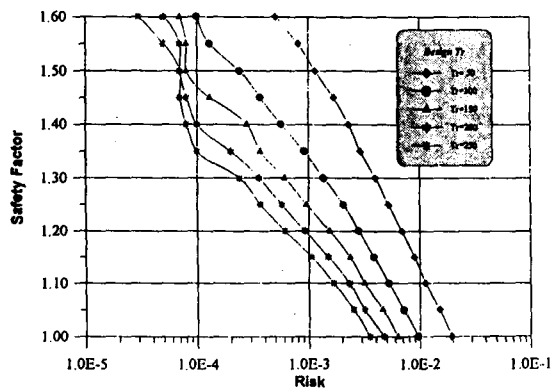


圖 5.6 在不同之設計復現期下中間安全因子 (R/L) 與風險之關係曲線

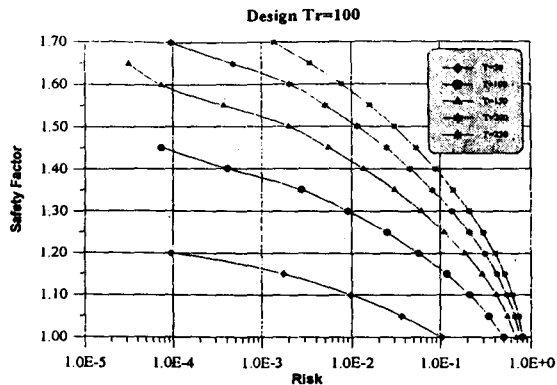


圖 5.7 在 $T_r=100$ 下不同使用期距其安全因子 (R/L) 與風險大小之關係曲線

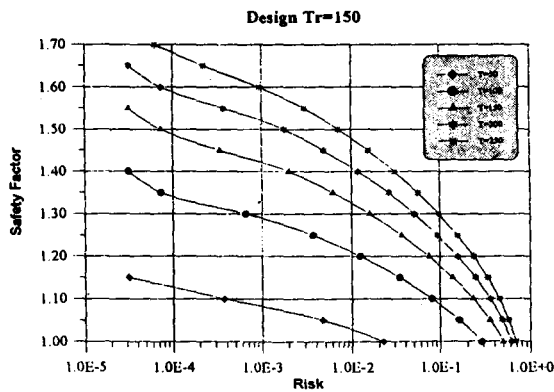


圖 5.8 在 $T_r=50$ 下不同使用期距其安全因子 (R/L) 與風險大小之關係曲線

- 根據改建後的堤防來進行風險分析，結果由圖 5.2 知，當發生 100 頻率的洪水時，其溢流之機率將降至 3% 以下，將可有效解決淹水問題並使居民之身家安全獲得保障。
- 另一方面我們以圖 5.4(a) 得知，堤防在增高後，可靠度指數（安全指數）確實提升不少，以發生 100 年頻率之洪水為例，改建前可靠度指數只有 0 左右，改建後則提升至 2.0 附近，可有效提高河堤之安全可靠度。
- 若進一步考慮 R 之變異係數 (Ω_R) 時，由圖 5.4(b) 可觀察到，當失敗機率小於 0.5 (相當於 $\beta > 0$) 時， Ω_R 增加 P_f 也增加，相對的安全指數減少；反之，當失敗機率超過 0.5 ($\beta < 0$) 時，結果剛好相反。
- 在堤防之使用期距方面，由圖 5.5 知，假若堤防之使用期距為 50 年，改建前發生溢頂之機率為 35%，改建後則可降至 10% 左右。
- 建立中間安全因子與風險之關係曲線方面，圖 5.7、5.8 提供不同設計週期中間安全因子與風險之關係曲線，此關係曲線將可提供設計者以下之參考：
 - 分析檢討現有舊堤之安全可靠度，也可做為設計新堤之參考。
 - 此安全因子與風險之關係將可應用於決定堤防系統最小成本之最佳化模型中，此最小成本包含結構物本身之成本 (construction costs) 以及期望損失成本 (expected damage costs) 兩者。

六、結論與建議

6.1 結論

- 由第五章風險計算的結果可知，北港二號堤防改建前後增高 0.83 公尺確實能有效減少溢流之機率，倘若能再配合相關改善措施，例如：定期疏浚河道、減少違法使用河川地，或者在上游興建水庫、水壩、滯留池 (retentionpools) … 等等，皆可使堤防溢流風險再降低，進而有效保障北港溪下游居民的安全以及確保農田不受洪水侵害。
- MFOSM 計算結果與 AFOSM 結果相近，顯示出 MFOSM 已足夠，若再加上由 MCS 與 LHS 兩法所得之結果相驗證，將使結果更加確定。
- 在使用 MCS 以及 LHS 模擬樣本點時，有一共同缺點，即是無法將極端值（包含：極大與極小值）之狀況模擬出來，除非模擬之樣本點為無限多，而 FOSSM 較沒有此類之問題。以本次分析之實例為例，MFOSSM、AFOSSM 求失敗風險時，在低復現期一般可顯示， P_f 至 $10^{-7} \sim 10^{-10}$ 左右，換成 MCS 與 LHS 所需之樣本數至少需繁衍千萬筆以上，而且不一定有此精度，因此，MCS 與 LHS 受限樣本數與理論使之無法較精確模擬極端值之情形，此為其缺點。

6.2 建議

- 檢討堤防之安全可靠度若單針對某一堤防做分析將不夠客觀，必須再加上考慮上游堤防之分佈情形，以及該堤防之相關資料，包括：堤頂高、設計流量… 等等，或者考慮上游有無水庫、調節池等水工結構物之存在，因為這些構造物將對下游堤防溢流風險造成影響，倘若上游能發揮調節洪水量之功能，將可大大減少溢流之機率，反之，若發生潰壩情形或者上游堤防發生設計流量大於等於下游堤防時，將使下游堤防產生溢堤之風險無形中增加不少，相關程度如何？有必要再做進一步之研究與分析。
- 利用上一章所建立之風險與中間安全因子之關係來進行堤防的風險經濟分析，以瞭解在有限資金下，設計多大的洪水量有最大之益本比。

參考文獻

- 徐義人，“應用水文學”，大中國圖書，民國 84 年。
- 王如意、易任，“應用水文學”，下冊，茂昌

圖書，民國68年初版。

3. 黃志元，「壩堤洪水溢流之風險及不確定性分析」，國立成功大學碩士論文，民國79年6月。
4. 吳國儒，「堤防溢流風險分析」，國立成功大學碩士論文，民國80年6月。
5. 臺灣省水利局規劃總隊，「北港溪水系治理規劃報告」，民國81年4月。
6. Ang, A. H-S. and C. A. Cornell, "Reliability Bases of Structure Safety and Design", Journal of the structure Division, ASCE, Vol. 100, No. ST9, pp.1755-1769, September 1974.
7. Arthur, J. A., William, W-G. Y., and Warren, A. H., "Use of Monte Carlo Techniques in the Design and Operation of a Multipurpose Reservoir System", Water Resources Research, Vol. 7, No. 4, Aug., 1971.
8. Borgman, L. E., "Risk criteria", Journal of Waterways and Harbors Division, ASCE, Vol. 89, No. WW3, pp.1-35, August 1963.
9. Bras, R. L., "Hydraulic and Hydrologic Uncertainty: Two Aspects of Reliability", ASCE Fall Convention. Atlanta, Georgia, October, 22-26, 1979.
10. Cornell, C. A., "Structural Safety Specification Based on Second-moment Reliability Analysis", Final Report of the IABSE Symposium on concepts of Safety of Structures and Method of Design, London, 1969.
11. McKay, M. D., "Sensitivity and Uncertainty Analysis Using a Statistical Sample of Input Values", Uncertainty Analysis, Y. Ronen, ed., CRC Press, Inc., Boca Raton, Florida, pp. 145-186, 1988.
12. McKay, M. D., Beckman, R. J., and Conover, W. J., : A Comparison of Three Methods for Selecting Values of Input Variables in the Analysis of Output from a Computer Code", Technometrics, Vol. 21, No. 2, pp. 2 39-245, 1979.
13. Rackwitz, R. "Practical Probabilistic Approach to Design", Bulletin 112, Comite European du Beton, Paris, France 1976.
14. Tung, Y. K., and Mays, L. W., "Risk Models for Flood Levee Design", Water Resources Research, Vol. 17, No. 4, pp. 833-841, Aug., 1981.
15. Tung, Y. K., and Mays, L. W., "Optimal Risk-Based Design of Water Resource Engineering Projects", Technical Report CRWR-171, Center for Research in Water Resource, University of Texas at Austin, Texas, 1980.

16. Warner, R. F., Matalas, N. C., and Slack, J. R., "Apparent Regional Skew", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 94, No. St12, pp. 2847-2859, Dec. 1968.
17. Wood, E. F., "Bayesian Approach to Analyzing Uncertainty among Flood Frequency Models", Water Resources Research, Vol. 11, No. 6, pp. 839-843, 1975.
18. Yen, B. C., S. T. Cheng and W. H. Tang, "Relizbility of Hydraulic Design of Culverts", Proceedings, IAHR APD, International Conference on Water Resources Development, Vol. 2, pp. 991-1001, Taipei, Taiwan, R. O. C., May 1980.

附 錄

A1 模擬術 (Simulation Method)

模擬 (simulation)，是根據一組假設與實際模式，以轉換成真實事件的過程。模擬術，在工程方面可用來預測或研究系統的功能，利用一組預先設定的系統參數值，經由模擬過程可得出功能的特定量測值。經過反覆不斷的模擬，可驗證或評估系統功能對系統參數變化的靈敏度。利用上述的模擬術可用來評估驗證設計方案的可靠性，因此利用 MFOSM 及 A FOSM 所求得的失敗風險值，我們可透過 MCS 以及 LHS 兩法來進行驗證並比較之。

A1.1 隨機亂數的產生

在模擬繁衍過程中，必須模擬出各種分佈的隨機變數，而這些隨機變數（例如：流量）皆是透過由 0 ~ 1 之間具有標準均勻分佈的隨機亂數轉換而來，這些隨機亂數代替著一般機率分佈的累積機率，要得出具有標準均式分佈的隨機數值的分法，通常是根據取自線性轉換的模數殘值 (residues of modulus) m 的迴歸關係 (recursive relation)，其過程如下：

$$x_{i+1} = (\alpha x_i + c) \pmod{m} \quad (\text{A.1})$$

其中， α 、 c 、 m 為非負整數。

假若 k_i 為 $(\alpha x_i + c)/m$ 的整數部份，即：

$$k_i = \text{Int} \left[\frac{\alpha x_i + c}{m} \right] \quad (\text{A.2})$$

則相對應的模擬殘值 m 與 x_i, x_{i+1} 之關係為：

$$\begin{aligned} x_{i+1} &= \alpha x_i + c - m k_i \\ u_{i+1} &= x_{i+1} / m \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

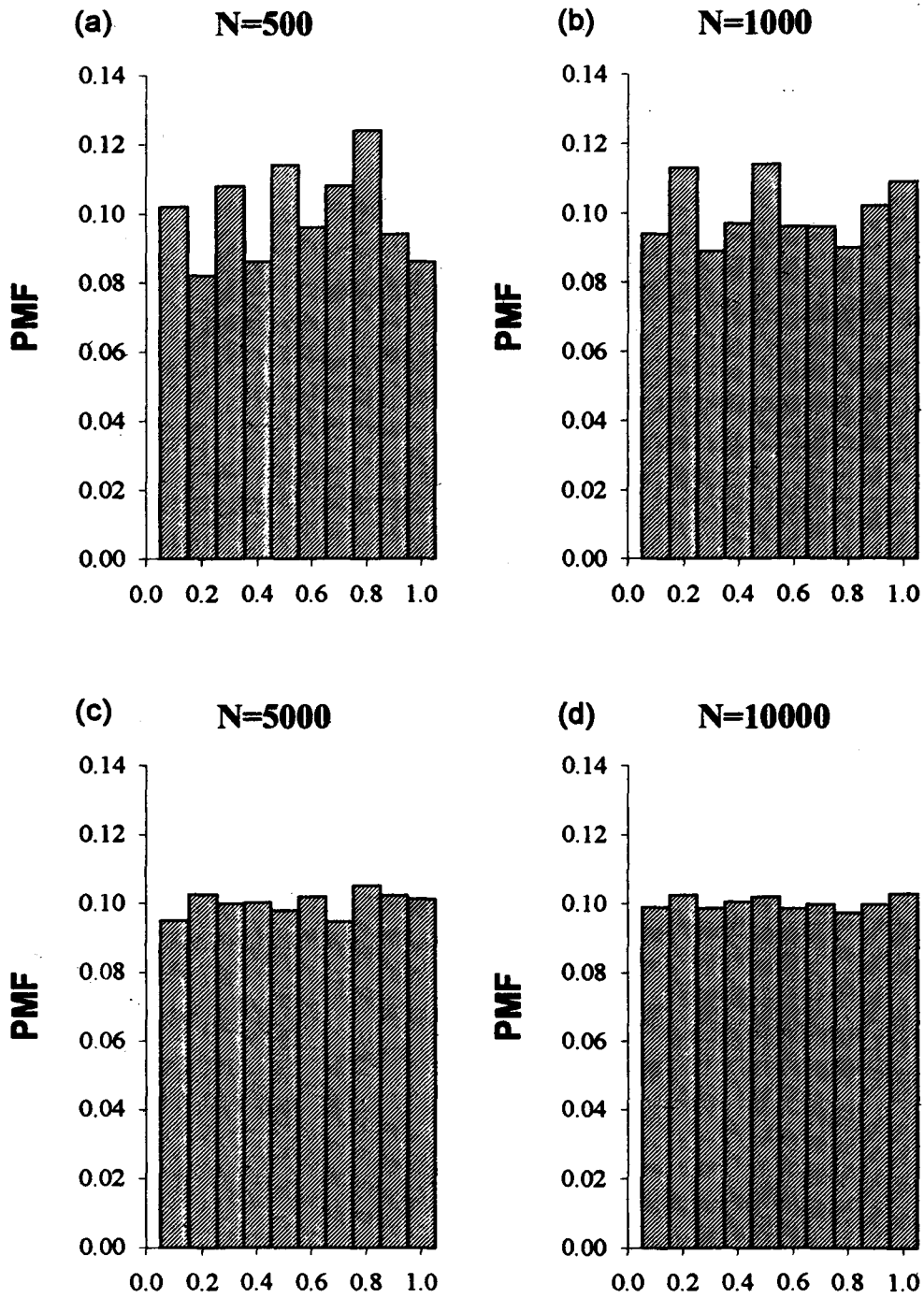


圖 A.1 不同樣本個數符合均勻分佈之隨機亂數頻率分佈圖

(a) χ^2 計算值 = 8.36 (b) χ^2 計算值 = 7.48

(c) χ^2 計算值 = 4.97 (d) χ^2 計算值 = 3.08

其中， u_{i+1} 為一介於0與1之間的數值。

其次，由 Greenberger (1961) 證明得知 x_i, x_{i+1} 之間的關係數為：

$$\rho = \frac{1}{a} \left[\frac{6c}{am} \right] \left[1 - \frac{c}{m} \right] \pm \frac{a}{m} \quad (\text{A.4})$$

由上式知當 a 及 m 值很大時 $\rho \rightarrow 0$ ，一般二進位電腦所採用之數值，即： $m=2^{25}$ ， $a=2^7+1$ ， $c=1$ 來繁衍可得出令人滿意之結果，而本文隨機亂數之產生則採用 FORTRAN 程式語言的隨機亂數產生器來繁衍隨機亂數。

A1.2 隨機亂數之檢定

將上述由個人電腦所得 0~1 之間的隨機亂數分成十組（組距為 0.1），在不同樣本個數下，透過 χ^2 檢定，以檢查這些隨機亂數是否符合均勻分佈。

今選擇樣本個數分別為： $N=500$ 、 1000 、 500 、 10000 等四組樣本來進行 χ^2 檢定，在 95% 的信賴區間、自由度為 9 下，由圖 A.1(a)~(d) 四圖得知，樣本數愈大愈接近均勻分佈，同時也都符合 χ^2 檢定 (χ^2 臨界值 = 16.9)。

A1.3 Monte Carlo 模擬術 (MCS Method)

Monte Carlo 模擬術可用來解決具有已知（或設定）機率分佈的隨機變數問題。此模擬術乃利用上述隨機亂數的特色，即隨機亂數大小等於一般機率分佈的累積機率 (CDF)，利用此一特色，再將具有原機率分佈之隨機變數統計量帶入，如此可繁衍出符合原機率分佈的隨機變數之樣本。重覆此一模擬過程，即可獲得多組符合原機率分佈之樣本，然後再進行風險與可靠度的分析，所得的失敗風險值將作為由 MFSM 及 AFOSM 兩法所得之失敗機率值之參考。以下是繁衍資料之過程：

1. 由 A1.1 所述之方法或由 FORTRAN 取得一介於 0~1 之間的隨機亂數 u 。

$$2. u = \Phi\left(\frac{x - \mu_x}{\sigma_x}\right)$$

其中， x 為隨機變數； μ_x, σ_x 分別為其平均值及標準差。

若 x 符合常態分佈則：

$$x = \mu_x + \sigma_x \Phi^{-1}(u) \quad (\text{A.5})$$

若非常態分佈，則須先找出頻率因子 K ，再利用 $x = \mu + K \sigma$ 求隨機變數 x 。

3. 重覆上述過程，可獲得多組不同之隨機變數樣本以進行風險分析。

不過，使用此法有一點必須注意的是：所得到的失敗風險值並不是唯一，他與樣本數之多寡有著密切關係，樣本數繁衍太少則有可能使所產生之樣本太集中於某一處而使所得之答案“非常不正確”，反之，若能繁衍愈多之樣本供計算，則所得之結果將會較客觀愈接近正確值。

4.4.4 Latin Hypercube 模擬術 (LHS Method)

針對 Monte Carlo 模擬術的缺點而發展的 Latin Hypercube 模擬術 (McKay et al., 1979; McKay, 1988)，是一種把樣本分層級的方式，他將每一變數之機率分佈分成 N 等分，則每一等分發生之機率皆為 $1/N$ ，同樣地，也將隨機亂數產生範圍，即 0~1 之間分成 N 等分，然後取每等分之中點來進行樣本繁衍之工作，如此，在計算風險可靠度時將比 MCS 法更快更容易得到穩定值。

收稿日期：民國 85 年 9 月 15 日

修正日期：民國 86 年 1 月 16 日

接受日期：民國 86 年 2 月 18 日