

專 論

水文歷程型態分類之研究及其 應用於流域之洪水推估

Study on the Pattern Classification of a Hydrological Process and Its Application to the Flood Estimation of a River Basin

國立台灣大學農業工程學研究所教授

王 如 意
Ru-Yih Wang

國立台灣大學農業工程學研究所博士生

周 建 明
Chien-Ming Chou

摘 要

本文係探討流域內各次降雨－逕流歷程之物理機制，並應用於流域之洪水推估。一般研究流域之降雨－逕流歷程時，大多較著重於地表逕流之分析。地表逕流雖為影響洪水之主要因子，然由水資源規劃之觀點而言，中間逕流與地下水逕流仍佔有相當比例之逕流體積可資運用。是故，本文先以濾波分離法將逕流歷程解析成地表逕流、中間逕流及地下水逕流等三個次逕流因子，並藉由 Φ 入滲指數、流域保留能、地下水分離常數及水體積平衡之觀念，將形成逕流之降雨量，解析成相應於地表逕流、中間逕流及地下水逕流之有效雨量及未造成逕流之損失雨量與流域保留量，以探討流域內各次降雨－逕流歷程之物理機制。

文中首先將集水區內降雨之集流情形，區分為均等型、隨時間呈一至三次幕遞增型與隨時間呈一至三次幕遞減型等七種集流型態，再與代表集水區流出量之逕流曲線進行褶合積分，以推求不同集流型態之瞬時單位歷線。此外，並將瞬時單位歷線轉換成不同有效降雨延時之單位歷線，以表示降雨－逕流歷程之逕流函數。最後，藉由各次降雨－逕流之解析資料，採用有限制式之羅森布洛克參數優選法，以推求各次逕流函數中集流時間與遞減係數等二參數值，並由該二參數之特性以闡釋及模擬各次降雨－逕流之歷程。

為驗證模式之合適性，本文以曾文溪流域上游水庫集水區及下游平原集水區為研究對象。由各分區之模擬及驗證結果，顯示文中所採用之模式具有良好之精確性。本文之理論演繹方式及模擬結果，期望可提供本省流域水資源規劃及防洪工程規劃設計之參考與應用。

關鍵詞：水文歷程，濾波分離法，參數優選，逕流解析，水資源規劃。

ABSTRACT

This paper is to examine the physical mechanism of different intrinsic rainfall-runoff processes of river basins and to apply to the flood estimation. Most of the studies focused on rainfall-runoff process stressing on surface runoff; nevertheless, from the view point of water resources planning, interflow and groundwater runoff still counts considerably, despite that surface runoff plays the main part on flood. As a result, this paper mainly deals with surface runoff, interflow and groundwater runoff by adopting filter-separation method to analyze the runoff process. To find out the amount of rainfall that attributes to the formation of runoff process, Φ infiltration index, basin retention capacity, groundwater separation parameter and the concept of water balance are adopted. Total rainfall can thus be decomposed into effective rainfall, which produces the different components of surface runoff, interflow, groundwater runoff and basin retention, so as to investigate the physical mechanism of each rainfall-runoff process in river basins.

First of all, the concentration of rainfall in a watershed can be divided into the following seven concentration patterns. They are, even type, increasing and decreasing rates with time from the first, second and to the third power. The product of the concentration curve and the runoff curve that stands for the runoff of watershed by the form of convolution integral can be integrated to find out the instantaneous unit hydrographs of different concentration patterns. The instantaneous unit hydrographs are also transformed into unit hydrographs of the specific effective rainfall durations to explain the runoff function of rainfall-runoff process. Lastly, by applying those data collected from each rainfall-runoff process, the Rosenbrock's optimization approach can be adopted to find out the time of concentration and depletion constant. The characteristics of above mentioned two parameters can be used to explain the intrinsic nature of rainfall-runoff process.

To verify the appropriation of the model adopted, the paper chooses the upstream reservoir zone and the downstream plain zone of Tseng Wen River as case studies to show the goodness and accuracy. The results obtained can offer a useful reference and application for the water resources planning and flood-damage mitigation of river basins in Taiwan.

Keywords : Hydrological process, Method of filter separation, Optimization of parameter, Runoff analysis, Water-resources planning.

一、緒 論

台灣地區雨量雖屬豐沛，但因河川流短坡陡，致使大部份雨量均直接流入海洋中，未能加以有效運用，且降雨之時間與空間分佈極不均勻。每逢夏、秋季節，時有颱風侵襲，暴雨所造成之洪災屢有所聞；然而在冬、春季節，雨水短缺，時呈旱象，常使灌溉及民生供水困難，尤以台灣南部更形

嚴重。

由於流域內之降雨—逕流歷程，受氣象、水文、地文及人為開發等各種錯綜複雜因素之影響，致使其水文特性兼具高度空間分布與突發時變等特性。因此，如何建立合適之水文模式以及正確模擬水文現象，推估集水區之逕流量，進而從事必要之水文推測並執行線上即時預報，一直為水文規劃設計所努力之目標。

一般研究流域之降雨－逕流歷程時，大都著重於地表逕流(surface runoff)之分析；雖地表逕流為影響洪水之主要因子，然由水資源規劃觀點而言，中間流(interflow)與地下水逕流(groundwater runoff)仍有相當比例之逕流體積可資應用，故本研究採濾波分離法(filter-separation method) [5, 11, 15, 16, 17, 18, 19]*，將總逕流解析成地表、中間及地下水逕流等三個次逕流因子，並利用 Φ 入滲指數、流域保留能(retention capacity) [25]及地下水分離常數 [26]之觀念，將造成逕流之降雨區分為形成地表、中間及地下水逕流之有效雨量及未造成逕流之損失雨量與流域保留量。

降雨－逕流關係之定率性分析，常採用黑盒分析(black-box analysis)方式。該法係將集水區視為一系統響應函數(response function)，以降雨為輸入、逕流為輸出，配合適當之數學模式，用以描述及模擬集水區內降雨形成逕流之歷程。本文將逕流區分成三個次逕流因子，並依水體積平衡觀念，分解降雨成相應於各次逕流因子之有效降雨成分。此外，採用黑盒分析及利用以集流時間與遞減係數為參數之逕流函數(runoff function) [26]，來探討各次降雨－逕流系統間之關係。

為推導各次降雨－逕流系統間之逕流函數，乃定義集流曲線，用以表示集水區之集流情形，並將其依時間之變化而區分成七種集流型態(concentration pattern) [26]，即均等(even)型、隨時間呈一至三次冪而遞增(increasing)型與隨時間呈一至三次冪而遞減(decreasing)型等七種型態。茲定義逕流曲線，用以表示集水區流出量之情形。若一單位瞬時雨量均勻降於集水區中，則由集水區之集流情形配合各集流時段所流經面積之流出量，則於集水區出口處所量得者即為瞬時單位歷線(instantaneous unit hydrograph) [26]，亦即將集流曲線與逕流曲線經褶合(convolution)積分後，即可得不同集流型態之瞬時單位歷線，然後再藉由此瞬時單位歷線之轉換，可以求得不同有效降雨延時之單位歷線，此即用於表示各次降雨－逕流系統間關係之逕流函數。

藉由相應於各次逕流因子有效降雨成分與各次逕流之資料、中間逕流與地下水逕流歷線之遞

減曲線斜率及參數優選法，以決定逕流函數中之二個參數－集流時間與遞減係數。該參數分別代表各次降雨－逕流歷程間之物理機制，其中集流時間為與氣象因子（如平均降雨強度）及地文因子（如面積）有關之參數，而遞減係數則只與地文因子有關。藉由該二參數可闡釋及模擬各次降雨－逕流之歷程，以作為防洪設計及水資源規劃之參考。

本文以曾文溪流域為研析區域，並驗證本模式應用於台灣集水區之適用程度，且期望能建立一適用於台灣地區降雨－逕流歷程解析之水文模式，俾供本省水資源規劃、防洪工程及灌溉排水等之應用與參考。

二、逕流歷線解析

一般言之，總逕流(total runoff)係由地表逕流、中間流、地下水逕流與基流(base flow)等四個分量所構成。

(一)降雨－逕流關係之考量

在水文解析中，常視降雨為系統之輸入、逕流為系統之輸出，以探討兩者間之關係。若將流域視為一個容器，令流域之入流量為 $I(t)$ ，容器內之貯蓄量為 $S(t)$ ，出流量為 $Q(t)$ ，則由連續方程式(equation of continuity)知其關係為：

$$\frac{dS(t)}{dt} = I(t) - Q(t) \quad (2-1)$$

若流出量 Q 與貯蓄量 S 成線性之比例($Q = KS$)，則(2-1)式可改寫成如下所示。

$$\frac{1}{K} \frac{dQ(t)}{dt} + Q(t) = I(t) \quad (2-2)$$

則(2-2)式為一階線性常微分方程式。若再考慮集水區之稽延時間(lag time) τ ，則可將(2-1)式之水文方程式修正成如(2-3)式所示：

$$\begin{aligned} \frac{dS(t)}{dt} &= I(t) - Q(t + \tau) \\ &= I(t - \tau) - Q(t) \end{aligned} \quad (2-3)$$

此時，流出量 Q 與貯蓄量 S 呈一非線性關係，可如(2-4)式。

$$S(t) = KQ^P(t) \quad (2-4)$$

式中， K, P ：特性參數。

1967年Prasad氏 [23] 於(2-4)式中加入一非穩定項，(2-4)式即變成如(2-5)所示：

$$S(t) = K_1 Q^p(t) + K_2 \frac{dQ(t)}{dt} \quad (2-5)$$

若將(2-5)式代回(2-2)式，可得：

$$K_2 \frac{d^2 Q(t)}{dt^2} + K_1 p Q^{p-1}(t) \frac{dQ(t)}{dt} + Q(t) = I(t) \quad (2-6)$$

由於台灣地區河川流短坡陡，集水面積不大。國內學者專家如王如意氏^[2,3,4]、水新猷氏^[7]、吳建民氏^[8]及易任氏^[9]等研究集水區內之降雨—逕流關係時，皆視集水區為一線性系統予以分析。又於實際自然情況下集水區之總蓄水量，可能包括河川蓄水、地表下蓄水、漫地流與滯留量等；如假設總蓄水量與出流量間具有線性關係時，則各種不同蓄水因子與出流量間之關係，亦必呈線性關係^[11]。

因此，在假定流域蓄水量與出流量間呈一線性關係之條件下，可令(2-6)式中 $p = 1$ ，使之成為一線性常微分方程式，如(2-7)式所示：

$$K_2 \frac{d^2 Q(t)}{dt^2} + K_1 \frac{dQ(t)}{dt} + Q(t) = I(t) \quad (2-7)$$

(一)濾波分離法(Filter-Separation Method)

為能使逕流歷線可較精確地解析成各種不同之分量之故，日本學者日野幹雄氏^[5,11,15,16]，乃將(2-7)式類比為一具有質點—彈簧—阻尼(mass-spring-damping)之單自由度振動系統(single degree of freedom system)^[11]，而倡議使用「濾波分離法」以解析逕流歷線之各種成分。

1.濾波器之構成

一具有質點—彈簧—阻尼之單自由度振動系統，其動態方程式如(2-8)式所示。

$$m \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + c \frac{dy(t)}{dt} + k_s y(t) = x(t) \quad (2-8)$$

式中， t ：時間；

$y(t)$ ：質點之位移；

$x(t)$ ：系統強制函數(forcing function)；

m ：質點之質量；

c ：衰減係數；

k_s ：彈簧彈力常數。

若將系統強制函數以 $x(t) = k_s y(t)$ 表示，質點之位移以 $\tilde{y}(t)$ （輸入 $y(t)$ 之逐漸變形）表示，則其運動方程式可以下式表示：

$$m \frac{d^2 \tilde{y}(t)}{dt^2} + c \frac{d\tilde{y}(t)}{dt} + k_s \tilde{y}(t) = k_s y(t) \quad (2-9)$$

將兩邊同除以 m ，可得到下式：

$$\frac{d^2 \tilde{y}(t)}{dt^2} + c_1 \frac{d\tilde{y}(t)}{dt} + c_0 \tilde{y}(t) = c_0 y(t) \quad (2-10)$$

上式中，

$$c_0 = k_s/m, \quad c_1 = c/m \quad (2-11)$$

一般用以表示輸入與輸出關係之方法，有微分方程式與積分方程式兩種型式，示如(2-12)式及(2-13)：

$$a_m \frac{d^m Y(t)}{dt^m} + a_{m-1} \frac{d^{m-1} Y(t)}{dt^{m-1}} + \cdots + a_1 \frac{dY(t)}{dt} + a_0 Y(t) = X(t) \quad (2-12)$$

$$Y(t) = \int_0^t h(\tau) X(t-\tau) d\tau \quad (2-13)$$

式中， a_i ：常數， $i = 0 \sim m$ ；

$X(t)$ ：系統之輸入；

$Y(t)$ ：系統之輸出；

$h(\tau)$ ：響應函數(response function)。

(2-12)式之微分表示式與(2-13)式之積分表示式，可利用拉普拉斯轉換(Laplace's transformation)求出兩者之關係，如下所示：

$$L(s) = \frac{1}{a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \cdots + a_1 s + a_0} \quad (2-14)$$

式中， S ：拉普拉斯轉換之參數，

$L(s)$ ： $h(\tau)$ 之拉普拉斯轉換，定義如下：

$$L(s) = \int_0^\infty h(\tau) e^{-s\tau} d\tau \quad (2-15)$$

此處，可利用 $L(s)$ 之逆拉普拉斯轉換，而求出響應函數 $h(\tau)$ ，如下所示：

$$h(\tau) = L^{-1}[L(s)] = \frac{1}{2\pi i} \lim_{\beta \rightarrow \infty} \int_{\beta - i\infty}^{\beta + i\infty} L(s) e^{st} dt \quad (2-16)$$

因此，對於(2-10)式之解 $\tilde{y}(t)$ ，可用下式表示之：

$$\tilde{y}(t) = \int_{-\infty}^t \omega(t-\tau) y(\tau) d\tau \quad (2-17)$$

或

$$\tilde{y}(t) = \int_0^\infty \omega(\tau') y(t-\tau') d\tau' \quad (2-18)$$

式中， $\omega(\tau)$ ：系統響應函數(response function)。

若當 $t \rightarrow \infty$ 且超阻尼(over damping)特性發生時，即 $\frac{c^2}{4} - c_0 \geq 0$ 或 $c^2 \geq 4k_s m$ ，則系統之質點會趨於平衡位置，且此時其運動方式已非振動，而是呈現出非周期性衰退現象。若質點之位移為屬非振

動型，則時域(time domain)中之系統響應函數 $\omega(\tau)$ 可如(2-19)式所示：

$$\omega(\tau) = \begin{cases} c_0 \exp(-\frac{c_1}{2}\tau) \sinh(\sqrt{\frac{c_1^2}{4} - c_0} \cdot \tau) / \sqrt{\frac{c_1^2}{4} - c_0} & , \tau \geq 0 \\ 0 & , \tau < 0 \end{cases} \quad (2-19)$$

其中， $\omega(\tau) \geq 0$

於時域中之系統響應函數 $\omega(\tau)$ ，可藉由傅立葉轉換(Fourier's transformation)，以求得在頻域(frequency domain)中之表示式，如下(2-20)式所示。

$$|W(f)| = \frac{1}{\sqrt{\{1 - (\frac{f}{f_c})^2\}^2 + \delta^2 (\frac{f}{f_c})^2}} \quad (2-20)$$

$$\varphi = -\tan^{-1} \left\{ \frac{\delta(f/f_c)}{1 - (f/f_c)^2} \right\} \quad (2-21)$$

其中，

$$f_c = \frac{1}{2\pi} \frac{\sqrt{k_s}}{m} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{c_0} \quad (2-22)$$

$$\delta = \frac{c}{2\pi m f_c} = \frac{c}{\sqrt{m k_s}} = c_1 / \sqrt{c_0} \quad (2-23)$$

式中， $|W(f)|$ ：頻譜量(spectrum gain)；

φ ：相角(phase angle)；

f_c ：系統之截止頻率(cut-off frequency)；

δ ：系統之阻尼因子(damping factor)

超阻尼特性成立之條件為： $\delta \geq 2$ (2-24)

振動系統中之響應函數 $\omega(\tau)$ ，形成所謂之數值濾波器。濾波器之功用乃為挑選出某個範圍之頻率予以封鎖或通行，而過濾不需要者，如只令低頻率者通過，稱之為低通濾波器(low-pass filter)，亦即可藉由調整數值濾波器中之係數 c_0 ，使之成為低通濾波器，其具有高頻截止(high frequency cut-off)之特徵。

2. 利用數值濾波器進行歷線分析

比較(2-7)式與(2-8)式可得兩者之關係如下：

$$\frac{c}{m} = \frac{K_1}{K_2}, \quad \frac{k_s}{m} = \frac{1}{K_2} \quad (2-25)$$

由於具質點—彈簧—阻尼之單自由度振動系統中超阻尼現象時之動態特徵，與退水歷線特性同呈指數消退(exponential decay)，且不發生振盪之性質，頗為一致。又具超阻尼現象之單自由度振動系統，具有高頻截止之特性，即可將低頻成分(如地下水逕流)分離出來。

因此，若將(2-9)式中之系統輸入 $y(t)$ ，視為

流量變化而讀取，再選定適當之 m, c, k_s 值，則由低通濾波器所得到之輸出 $\tilde{y}(t)$ ，即為具有長週期成分之地下水逕流 $y^{(1)}(t)$ ，如(2-26)式所示：

$$y^{(1)}(t) = \alpha \int_0^\infty \omega(\tau) y(t-\tau) d\tau \quad (2-26)$$

式中， $y^{(1)}(t)$ ：地下水逕流；

α ：權重係數；

$\omega(\tau)$ ：系統響應函數；

$y(t)$ ：總逕流量。

權重係數 α 之選定條件為令式(2-27)左邊不為負值。一般而言， α 是小於且接近於1之數值。總逕流量扣除掉地下水逕流後之流量 $y^{(2)}$ 可由以下之關係式求得：

$$y^{(2)}(t) = y(t) - y^{(1)}(t) \quad (2-27)$$

上式之 $y^{(2)}(t)$ 亦表示為中間流出成分 $y^{(2)}(t)$ 與表面流出成份 $y^{(3)}(t)$ 之和。當降雨強度甚大時，可利用時間常數不同之數值濾波器，將 $y^{(2)}$ 再分解成中間流出成分 $y^{(2)}(t)$ 及地表流出成分 $y^{(3)}(t)$ 。

3. 數值濾波器之設計

(1) 逕流解析時間常數 T_{ch} 之決定

數值濾波器之設計中，首先要決定者為截止頻率 $f_c = 1/T_{ch}$ ，即需先決定時間常數 T_{ch} 。日本學者日野幹雄氏曾於1981年提出濾波分離法解析流量歷線，當時係以日流量為其解析對象。然應用於時流量序列解析時其結果並不理想，主要是因為時流量序列並不能視為定常序率歷程(stationary stochastic process)^[16]。故再提出修正之方法以應用於時流量序列之逕流解析時，已將截止頻率由逕流歷線衰退部分之斜率所替代。

此外，1939年Barnes氏^[12]及1949年Linsley氏^[22]均提出以下之主張：若將流量時間序列 $y(t)$ ，繪於以流量為對數座標、時間為算術座標之半對數紙上，則流量歷線退水之情形，一般是由2~3條直線部份所構成。其關係式如(2-28)式所示。

$$y(t) = y_0 e^{-t/T_a} = y_0 e^{-kt} = y_0 k^t \quad (2-28)$$

式中， T_{ch} ：歷線解析之時間常數；

k ：遞減係數 (depletion constant)；

k_r ：退水常數 (recession constant)，通常小於 1；

$y(t)$ ：距洪峰流量 t 時間之流量；

y_0 ：洪峰流量。

歷線解析之時間常數 T_{ch} 值越大，表示流出成分可長時間地維持，即較大之 T_{ch} 值可以維持河川流量較長之時間。由 (2-28) 式可知歷線解析之時間常數與遞減係數之關係為 $T_{ch} = 1/k$ ，又遞減係數與退水常數之關係為 $k = -\ln(k_r)$ 。

(2) 衰減係數 δ 之決定

數值濾波器之衰減特性非常明顯，其 $|W(f)|$ 不能超過 1，即濾波器輸出之振幅不能大於輸入之振幅。為滿足此條件，參考響應曲線 $|W(f)|$ 以選定無因次衰減係數 δ 較恰當。根據日本學者日野氏研究流出解析之經驗顯示，當 δ 值介於 2 ~ 3 之範圍較為合宜^[11]。若 δ 值之選定不恰當，則分離後剩餘之成分 $y^{(2)}(t)$ 會產生負值之情形，且所求出之響應函數，有時亦會有負值之情形產生。

(3) 濾波器係數 c_0 、 c_1 之決定

使用 (2-9) 式表示之系統輸入—輸出關係，若當 t 趨近於非常大時，輸入會逐漸消失，則輸出 y 之變化亦逐漸衰退，此時可將高次之微分項予以省略，如下式所示：

$$c \frac{dy(t)}{dt} + k_s y(t) = 0 \quad (2-29)$$

解 (2-29) 式，得：

$$\tilde{y}(t) = \tilde{y}_0 e^{-\frac{k_s}{c} t} \quad (2-30)$$

比較 (2-28) 式與 (2-30) 式，可求得分離時間常數 T_{ch} ，如 (2-31) 式所示：

$$T_{ch} = c/k_s = c_1/c_0 \quad (2-31)$$

因此，選定適當之 T_{ch} 與 δ 值後，再藉由 (2-23) 式及 (2-31) 式之計算，即可求出數值濾波器之係數 c_0 、 c_1 ，其與 T_{ch} 與 δ 值之關係，示如 (2-32) 式。

$$\begin{aligned} c_0 &= (\delta/T_{ch})^2 \\ c_1 &= \delta^2/T_{ch} \end{aligned} \quad (2-32)$$

三、具不同集流型態之逕流模式

本文中將集水區內降雨之集流情形，細分成為下七種不同之集流型態，分別為均等型、隨時間呈一至三次幂之遞增型與隨時間呈一至三次幂之遞減型。

由上述七種不同集流情形，配合其流經面積流出量之情形，即可推得不同集流型態之瞬時單位歷線。由此瞬時單位歷線，可轉換成不同有效降雨延時之單位歷線，此即以集流時間 T_c 與遞減係數 k 為參數之逕流函數，其代表集水區內各次降雨—逕流系統間之物理機制。利用上節所述之濾波分離法，將逕流解析成地表、中間及地下水逕流等三個次逕流因子，並利用 Φ 入滲指數、流域保留能 (retention capacity)、地下水分離常數及水體積平衡之觀念，將形成逕流之降雨量，解析成相應於地表、中間及地下水逕流之有效雨量，及未造成逕流之損失雨量及流域保留量。應用各次降雨—逕流系統之資料，可推求逕流函數之參數，而得以了解集水區內各次降雨—逕流歷程之水文特性。

(一) 具不同集流型態之瞬時單位歷線

1. 集流曲線 (Concentration Curve)

集流曲線之觀念，類似於等時線演算模式中之時間—面積直方圖 (time-area histogram)，或簡稱時間—面積曲線，如圖 1 所示。

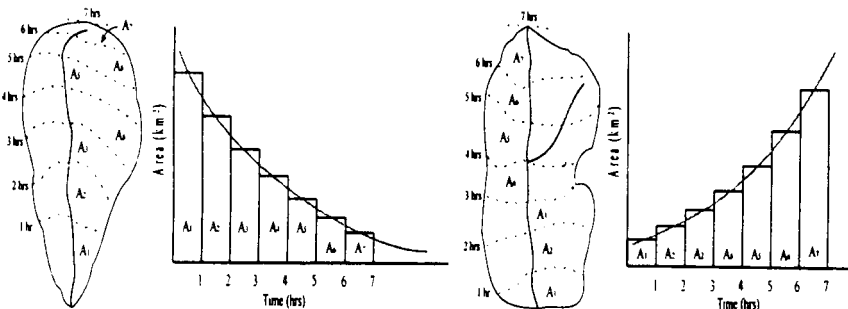


圖 1. 集流曲線示意圖

等時線演算方法係克拉克氏 (Clark) 最早倡議使用者^[13]，其概念係將集水區類比為一連串線性河渠，利用洪流演算方法得出一瞬時單位歷線。因克拉克氏提出等時線後，未再詳闡其推導，致使時區劃分含糊。莊士頓氏 (Johnston) 將原推演加以修正^[20]，利用等值長度 (equivalent length) 之概念，在原理上解決等時線不易劃分之困擾，然其利用流量反曲點以率定貯蓄係數及如何決定集流時間，又成為另新衍生之難題。因流量歷線之退水反曲點常不明顯，且推導集流時間雖有若干之經驗或半經驗公式可資應用，然其大部分皆需更詳盡之地文資料相佐證，始能較合理地加以運用。

1992 年日本學者涉谷氏 (Shibuya) 應用等時線演算模式中時間—面積曲線之觀念^[26]，定義集流曲線如下：假設有一瞬時之單位有效雨量，均勻地降於流域中，以降雨流經之時間 t 與不同時間所流經之面積來表示者，稱之為集流曲線 $g(t)$ 。集流曲線用以表示集水區內各種不同之降雨集流情形，並依其隨時間之變化關係，分成均等型、隨時間呈一至三次冪之遞增型與隨時間呈一至三次冪之遞減型，如下所示：

$$g_o(t) = 1/T_c \quad (3-1)$$

$$g_t(t) = 2t/T_c^2 \quad (3-2)$$

$$g_y(t) = 3t^2/T_c^3 \quad (3-3)$$

$$g_z(t) = 4t^3/T_c^4 \quad (3-4)$$

$$g_a(t) = 2(T_c - t)/T_c^2 \quad (3-5)$$

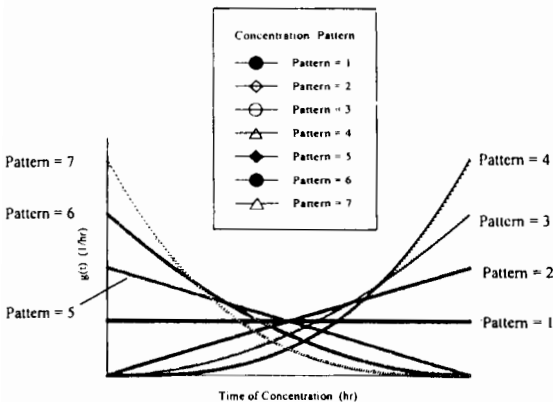


圖 2. 不同集流型態之集流曲線圖

$$g_b(t) = 3(T_c - t)^2/T_c^3 \quad (3-6)$$

$$g_c(t) = 4(T_c - t)^3/T_c^4 \quad (3-7)$$

(3-1) 式係表示均等型之集流，(3-2) ~ (3-4) 式則表示隨時間呈一至三次冪遞增型之集流，而 (3-5) ~ (3-7) 式是表示隨時間呈一至三次冪遞減型之集流。七種不同之集流型態如圖 2 所示。(3-1) ~ (3-7) 式中之 T_c 為流域之集流時間 (time of concentration)，其定義為一滴雨水由集水區最遠處流至控制測點所需之時間。另 $g_o(t)$ 、 $g_x(t)$ 等表示已經標準化後之集流曲線，其中， $0 \leq t \leq T_c$ ，並令 $T_c < t$ 時其值為 0。

2. 逕流曲線 (Runoff Curve)

水文學中，假設由流域各地點所形成之流出量與貯蓄成正比。此時，瞬時降雨產生後之流經時間 t 與由各個地點之流出量所繪成之曲線，稱之為逕流曲線 $q(t)$ ，如下式所示：

$$q(t) = k \times \exp(-kt) \quad (3-8)$$

式中， k ：遞減係數；

$q(t)$ ：已標準化之逕流曲線。

$q(t)$ 之假設為指數函數之型式，因為指數函數較適用於推估逕流歷線之形狀。遞減係數 k 之大小，將決定逕流曲線 $q(t)$ 之型式。圖 3 說明不同 k 值所產生不同型式之遞減曲線。遞減係數 k 之值，亦可反應集水區之排水特性，如幾何特性、坡度及渠道橫斷面等；較高之遞減係數，表示集水區較快之排水反應，而較低之遞減係數則代表集水區排水較緩慢之情形^[27]。

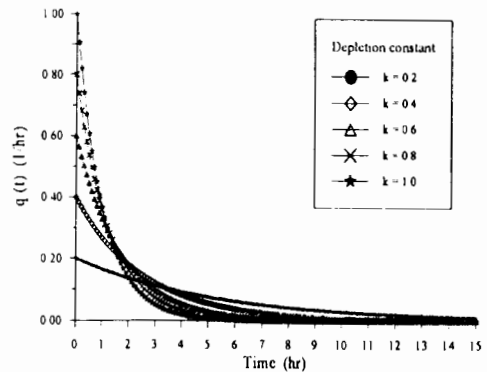


圖 3. 不同遞減係數之逕流曲線圖

3. 瞬時單位歷線之推導

假設一單位有效降雨，在極短時間內均勻落於集水區內，則於集水區出口處所量得之直接逕流歷線，即為瞬時單位歷線。若依上述假設並考量降雨之集流情形及其流經面積之流出量，則於集水區出口處所量得者亦為瞬時單位歷線。此即將集水區視為一系統，以集流曲線 $g(t)$ 為輸入，並以逕流曲線 $q(t)$ 為響應函數，則系統之輸出即為瞬時單位歷線 $u(t)$ [26]，以數學式表示如下：

$$u(t) = \int_0^t g(\tau) k \times \exp(-k(t-\tau)) d\tau \quad (3-9)$$

將 (3-1) 式～(3-7) 式不同型態之集流曲線代入 (3-8) 式，可得如下七種不同集流型態之瞬時單位歷線：

$$\begin{aligned} u_{01}(t) &= \int_0^t (1/T_i) k \times \exp(-k(t-\tau)) d\tau \\ &= (1/T_i) \{1 - \exp(-kt)\} \quad , \\ &0 \leq t \leq T_i \end{aligned} \quad (3-10-a)$$

$$\begin{aligned} u_{02}(t) &= \int_0^t (1/T_i) k \times \exp(-k(t-\tau)) d\tau \\ &= (1/T_i) \{1 - \exp(-kT_i)\} \times \exp(-k(t-T_i)) \quad , \\ &T_i \leq t \end{aligned} \quad (3-10-b)$$

$$\begin{aligned} u_{03}(t) &= \int_0^t (2\tau/T_i^2) k \times \exp(-k(t-\tau)) d\tau \\ &= (2\tau/T_i^2) \{t - 1/k + \exp(-kt)/k\} \quad , \\ &0 \leq t \leq T_i \end{aligned} \quad (3-11-a)$$

$$\begin{aligned} u_{04}(t) &= \int_0^t (2\tau/T_i^2) k \times \exp(-k(t-\tau)) d\tau \\ &= (2/T_i^2) \{T_i - 1/k + \exp(-kT_i)/k\} \times \exp(-k(t-T_i)) \quad , \\ &T_i \leq t \end{aligned} \quad (3-11-b)$$

$$\begin{aligned} u_{05}(t) &= \int_0^t (3\tau^2/T_i^3) k \times \exp(-k(t-\tau)) d\tau \\ &= (2/T_i^3) \{t^2 - 2t/k + 2/k^2 - 2 \times \exp(-kt)/k^2\} \quad , \\ &0 \leq t \leq T_i \end{aligned} \quad (3-12-a)$$

$$\begin{aligned} u_{06}(t) &= \int_0^t (3\tau^2/T_i^3) k \times \exp(-k(t-\tau)) d\tau \\ &= (3/T_i^3) \{T_i^2 - 2T_i/k + 2/k^2 - 2 \times \exp(-kT_i)/k^2\} \\ &\quad \times \exp(-k(t-T_i)) \quad , \\ &T_i \leq t \end{aligned} \quad (3-12-b)$$

$$\begin{aligned} u_{07}(t) &= \int_0^t (4\tau^3/T_i^4) k \times \exp(-k(t-\tau)) d\tau \\ &= (4/T_i^4) \{t^3 - 3t^2/k + 6t/k^2 - 6/k^3 + 6 \times \exp(-kt)/k^3\} \quad , \\ &0 \leq t \leq T_i \end{aligned} \quad (3-13-a)$$

$$\begin{aligned} u_{08}(t) &= \int_0^t (4\tau^3/T_i^4) k \times \exp(-k(t-\tau)) d\tau \\ &= (4/T_i^4) \{T_i^3 - 3T_i^2/k + 6T_i/k^2 - 6/k^3 \\ &\quad + 6 \times \exp(-kT_i)/k^3\} \times \exp(-k(t-T_i)) \quad , \\ &T_i \leq t \end{aligned} \quad (3-13-b)$$

$$\begin{aligned} u_{09}(t) &= \int_0^t (2/T_i^2) (T_i - \tau) k \times \exp(-k(t-\tau)) d\tau \\ &= (2/T_i^2) \{T_i - t + 1/k - (T_i + 1/k) \times \exp(-kt)\} \quad , \\ &0 \leq t \leq T_i \end{aligned} \quad (3-14-a)$$

$$\begin{aligned} u_{02}(t) &= \int_0^t (2/T_i^2) (T_i - \tau) k \times \exp(-k(t-\tau)) d\tau \\ &= (2/T_i^2) \{-T_i + \exp(kT_i)/k - 1/k\} \times \exp(-kt) \quad , \\ &T_i \leq t \end{aligned} \quad (3-14-b)$$

$$\begin{aligned} u_{01}(t) &= \int_0^t (3/T_i^3) (T_i - \tau)^2 k \times \exp(-k(t-\tau)) d\tau \\ &= (3/T_i^3) \{t^3 - (2T_i + 2/k)t + T_i^2 + 2T_i/k + 2/k^2 \\ &\quad - (T_i^2 + 2T_i/k + 2/k^2) \times \exp(-kt)\} \quad , \\ &0 \leq t \leq T_i \end{aligned} \quad (3-15-a)$$

$$\begin{aligned} u_{02}(t) &= \int_0^t (3/T_i^3) (T_i - \tau)^2 k \times \exp(-k(t-\tau)) d\tau \\ &= (3/T_i^3) \{-T_i^2 - 2T_i/k - 2/k^2 + 2 \times \exp(kT_i)/k^2\} \\ &\quad \times \exp(-kt) \quad , \\ &T_i \leq t \end{aligned} \quad (3-15-b)$$

$$\begin{aligned} u_{11}(t) &= \int_0^t (4/T_i^4) (T_i - \tau)^3 k \times \exp(-k(t-\tau)) d\tau \\ &= (4/T_i^4) \{-t^4 + 3(T_i + 1/k)t^3 - 3(T_i^2 + 2T_i/k + 2/k^2)t \\ &\quad + T_i^3 + 3T_i^2/k + 6T_i/k^2 + 6/k^3 - (T_i^4 + 3T_i^3/k + 6T_i^2/k^2 \\ &\quad + 6/k^3) \times \exp(-kt)\} \quad , \\ &0 \leq t \leq T_i \end{aligned} \quad (3-16-a)$$

$$\begin{aligned} u_{12}(t) &= \int_0^t (4/T_i^4) (T_i - \tau)^3 k \times \exp(-k(t-\tau)) d\tau \\ &= (4/T_i^4) \{-T_i^4 - 3T_i^3/k - 6T_i^2/k^2 - 6/k^3 \\ &\quad + 6 \times \exp(kT_i)/k^3\} \times \exp(-kt) \quad , \\ &T_i \leq t \end{aligned} \quad (3-16-b)$$

(二) 對應於單位歷線之逕流函數

1932 年 Sherman 氏發展出單位歷線之觀念，從有效降雨組體圖來決定直接逕流歷線，此觀念已被廣泛使用於應用水文學 [1]。一集水區之單位歷線可定義為：在一單位期距內，以均勻速率、均勻降於整個集水區之一單位有效降雨所造成之直接逕流歷線，此單位期距並不一定只等於單位時間，它可以是不超過集流時間之任何有限之延時。 T_r 延時之單位歷線，記為 $UH(T_r, t)$ 。

單位歷線因延時不同所產生之不便，可藉著將延時 T_r 取至趨近於無窮小來消除，所得之歷線稱為瞬時單位歷線。瞬時單位歷線是一種由於有效降雨之延時趨近於零所得之假想歷線，但其降雨體積仍維持一單位。很明顯地，瞬時單位歷線與有效降雨之延時無關，其可以數學方式表示如下：

$$IUH(t) = UH(0, t) = \lim_{T_r \rightarrow 0} UH(T_r, t)$$

且

$$\delta(t) = \lim_{T_r \rightarrow 0} I(T_r, t) \times T_r$$

式中， $I(T_r, t)$ ：延時為 T_r 之有效降雨強度；

$\delta(t)$ ：Dirac delta 函數，定義為

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$$

$$\text{且 } \delta(t) = 0 \quad \text{當 } t \neq 0$$

由單位歷線與瞬時單位歷線之定義，可以找

出兩者之關係^[35]

$$UH(T_r, t) = \frac{1}{T_r} \int_{t-T_r}^t IUH(s) ds \quad (3-17)$$

式中， T_r ：單位歷線之延時。

T_r 延時之單位歷線，可由(3-17)式之轉換及考慮降雨延時 T_r 與集流時間 T_c 之關係，以(3-18)式～(3-21)式表示之^[26]；其中，有效降雨延時 T_r 不能夠大於流域之集流時間 T_c 。以下，將單位歷線 $UH(t)$ 簡單地以 $U(t)$ 表示之，瞬時單位歷線 $IUH(t)$ 簡單地以 $u(t)$ 表示之。

$$U_1(t) = \int_0^t u_1(t-\tau)(1/T_r) d\tau \quad , \quad 0 \leq t \leq T_r \quad (3-18)$$

$$U_2(t) = \int_0^{t-T_r} u_1(t-\tau)(1/T_r) d\tau \quad , \quad T_r \leq t \leq T_c \quad (3-19)$$

$$U_3(t) = \int_{t-T_r}^{t-T_c} u_1(t-\tau)(1/T_r) d\tau + \int_0^{t-T_r} u_2(t-\tau)(1/T_r) d\tau \quad , \quad T_c \leq t \leq T_r + T_c \quad (3-20)$$

$$U_4(t) = \int_0^{t-T_r} u_2(t-\tau)(1/T_r) d\tau \quad , \quad T_r + T_c \leq t \quad (3-21)$$

式中， $u_1(t)$ ： $0 \leq t \leq T_c$ 時之瞬時單位歷線；

$u_2(t)$ ： $T_c \leq t$ 時之瞬時單位歷線。

(3-10)～(3-16)式代表不同集流型態之瞬時單位歷線，與其對應之 T_r 延時單位歷線，可用(3-18)～(3-21)式來計算，而得到不同集流型態之 T_r 時間單位歷線，此即對應於 T_r 延時單位歷線之逕流函數，表示如(3-22)～(3-28)式所示：

$$U_{a1}(t) = \{1/(T_r T_c k)\} \{kt - 1 + \exp(-kt)\} \quad , \quad 0 \leq t \leq T_r \quad (3-22-a)$$

$$U_{a2}(t) = \{1/(T_r T_c k)\} \{kT_r - \exp(-k(t-T_r)) + \exp(-kt)\} \quad , \quad T_r \leq t \leq T_c \quad (3-22-b)$$

$$U_{a3}(t) = \{1/(T_r T_c k)\} \{kT_r - kt + kT_r + 1 - \exp(-k(t-T_r)) - \exp(-k(t-T_r)) + \exp(-kt)\} \quad , \quad T_c \leq t \leq T_r + T_c \quad (3-22-c)$$

$$U_{a4}(t) = \{1/(T_r T_c k)\} \{\exp(kT_r) - 1\} \{\exp(kT_r) - 1\} \times \exp(-kt) \quad , \quad T_r + T_c \leq t \quad (3-22-d)$$

$$U_{a5}(t) = \{2/(T_r^2 T_c k^2)\} \{k^2 t^2 / 2 - kt + 1 - \exp(-kt)\} \quad , \quad 0 \leq t \leq T_r \quad (3-23-a)$$

$$U_{a6}(t) = \{2/(T_r^2 T_c k^2)\} \{k^2 T_r t - k^2 T_r^2 / 2 - kT_r + \exp(-k(t-T_r)) - \exp(-kt)\} \quad , \quad T_r \leq t \leq T_c \quad (3-23-b)$$

$$U_{a7}(t) = \{2/(T_r^2 T_c k^2)\} \{-k^2 t^2 / 2 + k(1+kT_r)t + k^2 T_r^2 / 2 - k^2 T_r^2 / 2 - kT_r - 1 + (1-kT_r) \times \exp(-k(t-T_r)) - \exp(-kt) + \exp(-k(t-T_r))\} \quad , \quad T_c \leq t \leq T_r + T_c \quad (3-23-c)$$

$$U_{a8}(t) = \{2/(T_r^2 T_c k^2)\} \{\exp(kT_r) - 1\} \{kT_r - 1 + \exp(-kT_r)\} \times \exp(-k(t-T_r)) \quad , \quad T_r + T_c \leq t \quad (3-23-d)$$

$$U_{11}(t) = \{3/(T_r^3 T_c k^3)\} \{k^3 t^3 / 3 - k^2 t^2 + 2kt - 2 + 2 \times \exp(-kt)\} \quad , \quad 0 \leq t \leq T_r \quad (3-24-a)$$

$$U_{12}(t) = \{3/(T_r^3 T_c k^3)\} \{k^3 T_r t^2 - (k^3 T_r^2 + 2k^2 T_r)t + k^3 T_r^3 / 3 + k^2 T_r^2 + 2kT_r - 2 \times \exp(-k(t-T_r)) + 2 \times \exp(-kt)\} \quad , \quad T_r \leq t \leq T_c \quad (3-24-b)$$

$$U_{13}(t) = \{3/(T_r^3 T_c k^3)\} \{k^3 T_r^2 - 2kT_r + 2 - 2 \times \exp(-kT_r)\} \{1 - \exp(-k(t-T_r))\} - k^3 t^3 / 3 + (k^3 T_r + k^2) t^2 + (-k^3 T_r^2 - 2k^2 T_r - 2k) t + k^3 T_r^3 / 3 + k^3 T_r^2 / 3 + k^2 T_r^2 + 2kT_r + 2kT_r - 2 \times \exp(-k(t-T_r)) + 2 \times \exp(-kT_r)\} \quad , \quad T_c \leq t \leq T_r + T_c \quad (3-24-c)$$

$$U_{14}(t) = \{3/(T_r^3 T_c k^3)\} \{\exp(kT_r) - 1\} \{k^3 T_r^2 - 2kT_r + 2 - 2 \times \exp(-kT_r)\} \times \exp(-k(t-T_r)) \quad , \quad T_r + T_c \leq t \quad (3-24-d)$$

$$U_{21}(t) = \{4/(T_r^4 T_c k^4)\} \{k^4 t^4 / 4 - k^3 t^3 + 3k^2 t^2 - 6kt + 6 - 6 \times \exp(-kt)\} \quad , \quad 0 \leq t \leq T_r \quad (3-25-a)$$

$$U_{22}(t) = \{4/(T_r^4 T_c k^4)\} \{k^4 T_r t^3 - (3k^4 T_r^2 / 2 + 3k^3 T_r) t^2 + (3k^3 T_r^2 + k^4 T_r^3 + 6k^2 T_r) t - k^4 T_r^4 / 4 - k^4 T_r^3 - 3k^2 T_r^2 - 6kT_r + 6 \times \exp(-k(t-T_r)) - 6 \times \exp(-kt)\} \quad , \quad T_r \leq t \leq T_c \quad (3-25-b)$$

$$U_{23}(t) = \{4/(T_r^4 T_c k^4)\} \{k^3 T_r^3 - 3k^2 T_r^2 + 6kT_r - 6 + 6 \times \exp(-kT_r)\} \{1 - \exp(-k(t-T_r))\} - k^4 t^4 / 4 + (k^4 T_r + k^3) t^3 - (3k^4 T_r^2 / 2 + 3k^3 T_r + 3k^2) t^2 + (k^4 T_r^3 + 3k^3 T_r^2 + 6k^2 T_r + 6k) t - k^4 T_r^4 / 4 + k^4 T_r^3 / 4 - k^4 T_r^3 - k^3 T_r^2 - 3k^2 T_r^2 + 3k^2 T_r^2 - 6kT_r - 6kT_r + 6 \times \exp(-k(t-T_r)) - 6 \times \exp(-kT_r)\} \quad , \quad T_c \leq t \leq T_r + T_c \quad (3-25-c)$$

$$U_{24}(t) = \{4/(T_r^4 T_c k^4)\} \{k^3 T_r^3 - 3k^2 T_r^2 + 6kT_r - 6 + 6 \times \exp(-kT_r)\} \{\exp(kT_r) - 1\} \times \exp(-k(t-T_r)) \quad , \quad T_r + T_c \leq t \quad (3-25-d)$$

$$U_{a1}(t) = \{2/(T_r^3 T_c k^3)\} \{-k^2 t^2 / 2 + (k^2 T_r + k)t - kT_r - 1 + (kT_r + 1) \times \exp(-kt)\} \quad , \quad 0 \leq t \leq T_r \quad (3-26-a)$$

$$U_{a2}(t) = \{2/(T_r^3 T_c k^3)\} \{k^2 T_r^2 / 2 - k^2 T_r t + k^2 T_r T_c + kT_r - \{kT_r \times \exp(kT_r) + \exp(kT_r) - kT_r - 1\} \times \exp(-kt)\} \quad , \quad T_r \leq t \leq T_c \quad (3-26-b)$$

$$U_{a3}(t) = \{2/(T_r^3 T_c k^3)\} \{k^2 t^2 / 2 - (k^2 T_r + k^2 T_r + k)t + k^2 T_r^2 / 2 + k^2 T_r^2 / 2 + k^2 T_r T_c + kT_r + 1 + \{kT_r + 1 - \exp(kT_r) - kT_r \times \exp(kT_r) - \exp(kT_r)\} \times \exp(-kt)\} \quad , \quad T_c \leq t \leq T_r + T_c \quad (3-26-c)$$

$$U_{a4}(t) = \{2/(T_r^3 T_c k^3)\} \{-kT_r - 1 + \exp(kT_r)\} \times \{\exp(kT_r) - 1\} \times \exp(-kt) \quad , \quad T_r + T_c \leq t \quad (3-26-d)$$

$$U_{a5}(t) = \{3/(T_r^3 T_c k^3)\} \{k^3 t^3 / 3 - k^3 T_r t^2 - k^2 t^2 + k^3 T_r^2 t + 2k^2 T_r t - k^2 T_r^2 - 2kT_r - 2 + (k^3 T_r^2 + 2k^2 T_r + 2) \times \exp(-kt)\} \quad , \quad 0 \leq t \leq T_r \quad (3-27-a)$$

$$U_{a6}(t) = \{3/(T_r^3 T_c k^3)\} \{k^3 T_r t^2 - k^3 T_r^2 t - 2k^3 T_r T_c t - 2k^2 T_r t + k^3 T_r^3 / 3 + k^3 T_r T_c^2 + k^3 T_r^2 T_c + 2k^2 T_r T_c + 2kT_r - (k^3 T_r^2 + 2k^2 T_r + 2) \times \exp(kT_r) - 1\} \times \exp(-kt) \quad , \quad T_r \leq t \leq T_c \quad (3-27-b)$$

$$U_{s1}(t) = \{3/(T_1^3 T_s k^3)\} \{-k^3 t^3 / 3 + (k^3 T_s + k^3 T_s + k^3) \times t^2 - (k^3 T_s^2 + 2k^3 T_s T_s + 2k^3 T_s^2 + k^3 T_s^2 + 2k + 2k^3 T_s) \times t + k^3 T_s^3 / 3 + k^3 T_s^3 / 3 + k^3 T_s T_s^2 + k^3 T_s^3 T_s + k^3 T_s^3 + k^3 T_s^2 + 2k^3 T_s T_s + 2k T_s + 2k T_s + 2 + [k^3 T_s^2 + 2k T_s + 2 - 2 \times \exp(k T_s) - k^3 T_s^2 \times \exp(k T_s) - 2k T_s \times \exp(k T_s) - 2 \times \exp(k T_s)] \times \exp(-k t)\} , \\ T_s \leq t \leq T_s + T_s \quad (3-27-c)$$

$$U_{s2}(t) = \{3/(T_1^3 T_s k^3)\} \{-k^3 T_s^2 - 2k T_s - 2 + 2 \times \exp(k T_s)\} \{ \exp(k T_s) - 1 \} \times \exp(-k t) , \\ T_s + T_s \leq t \quad (3-27-d)$$

$$U_{s3}(t) = \{4/(T_1^4 T_s k^4)\} \{-k^4 t^4 / 4 + (k^4 T_s + k^4 T_s) t^3 + (-3k^2 - 3k^4 T_s^2 / 2 - 3k^4 T_s T_s + (k^4 T_s^3 + 3k^4 T_s^3 + 6k^4 T_s + 6k) t - (k^4 T_s^3 + 3k^4 T_s^2 + 6k T_s + 6) + [k^4 T_s^3 + 3k^4 T_s^2 + 6k T_s + 6] \times \exp(-k t)\} , \\ 0 \leq t \leq T_s \quad (3-28-a)$$

$$U_{s4}(t) = \{4/(T_1^4 T_s k^4)\} \{-k^3 T_s^3 t^3 + (3k^3 T_s^3 / 2 + 3k^4 T_s T_s + 3k^3 T_s) t^2 - (k^3 T_s^3 + 3k^3 T_s T_s^2 + 3k^3 T_s^2 T_s + 3k^3 T_s^2 + 6k^3 T_s T_s + 6k^3 T_s) t + k^3 T_s^3 / 4 + k^4 T_s T_s^3 + 3k^4 T_s^2 T_s^2 / 2 + k^4 T_s^3 T_s + k^3 T_s^3 + 3k^3 T_s^2 T_s^2 + 3k^3 T_s^2 T_s + 6k^3 T_s T_s + 6k T_s - (k^3 T_s^3 + 3k^3 T_s^2 + 6k T_s + 6) \{ \exp(k T_s) - 1 \} \times \exp(-k t)\} , \\ T_s \leq t \leq T_s \quad (3-28-b)$$

$$U_{s5}(t) = (4/(T_1^4 T_s k^4)) \{k^4 t^4 / 4 - (k^4 T_s + k^4 T_s + k^3) \times t^3 + (3k^4 T_s^3 / 2 + 3k^4 T_s^2 / 2 + 3k^4 T_s T_s + 3k^4 T_s + 3k^3 T_s + 3k^3 T_s^2 - (k^4 T_s^3 + k^4 T_s^3 + 3k^4 T_s T_s^2 + 3k^4 T_s^2 T_s + 6k^4 T_s T_s + 6k^4 T_s + 6k^3 T_s + 6k) t + k^4 T_s^4 / 4 + k^4 T_s^3 / 4 + k^4 T_s^3 + k^3 T_s^3 + k^3 T_s^3 + 3k^4 T_s^2 T_s^2 / 2 + 3k^4 T_s T_s^2 + 3k^3 T_s^2 + 3k^3 T_s^2 + k^4 T_s T_s + 3k^3 T_s T_s + 6k^3 T_s T_s + 6k T_s + 6 + [k^3 T_s^3 + 3k^3 T_s^2 + 6k T_s + 6 - 6 \exp(k T_s) - k^3 T_s^3 \times \exp(k T_s) - 3k^3 T_s^2 \times \exp(k T_s) - 6k T_s \times \exp(k T_s) - 6 \times \exp(k T_s)] \times \exp(-k t)\} , \\ T_s \leq t \leq T_s + T_s \quad (3-28-c)$$

$$U_{s6}(t) = \{4/(T_1^4 T_s k^4)\} \{-k^3 T_s^3 - 3k^3 T_s^2 - 6k T_s - 6 + 6 \times \exp(k T_s)\} \{ \exp(k T_s) - 1 \} \times \exp(-k t) , \\ T_s + T_s \leq t \quad (3-28-d)$$

(三) 逕流模式之構造

一般總逕流乃由地表逕流、中間逕流及地下水逕流等三個次逕流因子所構成，而相應之降雨亦可區分為形成地表逕流、中間逕流以及地下水逕流等三部份之有效雨量，及未形成逕流之損失雨量與流域保留量。藉由以集流時間與遞減係數為參數之逕流函數，可將形成地表逕流、中間逕流及地下水逕流之有效雨量，轉換成地表逕流量、中間逕流量以及地下水逕流量。

由初始流量遞減後之流量稱為基流，其假設若本場降雨並無發生，則初始流量會呈指數遞減，而形成基流，其為不屬於本場降雨事件所產生之逕流量。其遞減情形，係假設其具有與地下水逕流相同之遞減係數，亦為指數遞減函數，如下式所示：

$$Q_0(t) = Q_0(0) \times \exp(-k_g t) \quad (3-29)$$

式中， $Q_0(0)$ ：初期流量；

$Q_0(t)$ ：初期流量經時間 t 遞減後之數值；

k_g ：地下水逕流之遞減係數。

根據上述觀念，總逕流量即為表面逕流、中間逕流、地下水逕流各成份與初期流量遞減後流量之和，此即構成整個降雨－逕流模式。

四 雨量之成份分離

1. 形成地表逕流之有效雨量分離

造成地表逕流之有效雨量，係為從超過地表入滲強度之降雨中扣除入滲部分而得。此法相當於以荷頓氏 (Horton) [1] 入滲曲線估算有效雨量；由於荷頓氏入滲曲線在缺乏相關資料時，較不易求取。因此，通常使用已簡略之 Φ 入滲指數 (infiltration index)，以求取在不同降雨強度中損失雨量之均勻分佈狀況。本模式亦使用 Φ 入滲指數進行形成地表逕流之有效雨量分離。

Φ 入滲指數之求取法為由降雨組體圖 (rainfall hyetograph) 上，繪出一水平直線，使線上之超滲雨量 (rainfall excess) 等於地表逕流，將該直線與橫座標 (時間 t) 之距離，以單位時間水深表示，即為 Φ 入滲指數。可用下式以計算出地表逕流之有效雨量：

$$i_{ES} = i - \Phi, \quad i > \Phi \quad (3-30)$$

$$i_{ES} = 0, \quad i \leq \Phi \quad (3-31)$$

式中， i ：降雨強度；

i_{ES} ：地表逕流部份之有效降雨強度；

Φ ： Φ 入滲指數。

2. 形成中間逕流之有效雨量分離

用以分離中間逕流有效雨量之保留能觀念，係由涉谷氏於 1982 年所倡議者 [25]。保留能為流域之損失雨量上限值或特性值，其代表該流域最大势能保留量 (potential maximum retention) [14]。基於流域之保留能觀念，針對連續降雨之雨量及損失雨量之關係，提出一個基本方程式再針對其解，而推導出一系列之雨量－損失雨量關係式，即降雨損失樣式，選擇適當之降雨損失樣式，並將扣除掉形成地表逕流之有效雨量後之雨量後之雨量視為輸入，即可分離出中間逕流部分之有效雨量。

(1) 基本方程式

在降雨－逕流歷程中，土壤先達到飽和，繼而有地表逕流之產生。對於未飽和部分狀況，已降下之雨量稱之為損失雨量，而飽和部分所降下之雨量則屬於有效雨量。此意義從流域整體之觀點而言，即對流域之不飽和度，會產生所謂之損失雨量。

假設降雨－逕流歷程中，損失雨量（微分量）與流域之不飽和度及雨量（微分量）之乘積成比例。其可推導出如下之關係式^[25]：

$$dR_L = \left(\frac{R_{LU} - R_L}{R_{LU}} \right)^m dR \quad (3-32)$$

式中， R ：累積雨量(cumulative rainfall)；

R_L ：累積損失雨量(cumulative lost rainfall)；

R_{LU} ：累積損失雨量上限值(upper limitation of cumulative rainfall)；

m ：參數。

損失雨量之發生為流域不飽和度漸趨飽和之過程；因此，隨著不同流域之特性，此過程中會存在各種不同之差異。故基本方程式中， m 值是可將其考慮成除了1以外之正值。

(2)雨量－損失雨量關係式

在考慮 m 值之各種情況下，將(3-32)式予以積分，則其關係式如下所列：

A. 當 $0 < m < 1$

$$R_L = R_{LR} \left\{ 1 - \left(\frac{R_{LU}}{(m-1)R + R_{LU}} \right)^{\frac{1}{1-m}} \right\}, R < \frac{R_{LU}}{1-m}$$

$$R_L = R_{LU}, R \geq \frac{R_{LU}}{1-m} \quad (3-33-a)$$

B. 當 $m = 1$

$$R_L = R_{LU} \{ 1 - \exp(-R/R_{LU}) \} \quad (3-33-b)$$

C. 當 $m > 1$

$$R_L = R_{LU} \left\{ 1 - \left(\frac{R_{LU}}{(m-1)R + R_{LU}} \right)^{\frac{1}{m-1}} \right\} \quad (3-33-c)$$

D. 當 $m \rightarrow \infty$ 之情況

當 $m \rightarrow \infty$ 時，定義 $R_{LU}/m = R_{LC}$ ，此時可得以下之關係式：

$$dR_L = \exp(-R/R_{LC}) dR \quad (3-33-d)$$

式中， R_{LC} ：損失雨量特性值。在本文中，其與損失雨量上限值 R_{LU} 均稱為保留能。

將上式積分之，可得以下之關係式：

$$R_L = R_{LC} \ln(1 + R/R_{LC}) \quad (3-33-e)$$

E. 當 $m \rightarrow 0$

在(3-33-a)式中，若假設 $m \rightarrow 0$ ，可得下式：

$$R_L = R, R < R_{LU}$$

$$R_L = R_{LU}, R \geq R_{LU} \quad (3-33-f)$$

(3-33-f)式類似於以 Φ 入滲指數法所求之損失雨量計算方法。

流域之保留能（損失雨量上限值 R_{LU} 或 R_{LC} ），類似於SCS方法中之截蓄參數(retention parameters)^[6]，即勢能最大保留 S 。保留能包括逕流開始前所發生之截留、入滲、地表貯蓄與逕流開始後所發生之入滲，後者係受土壤表面入滲率、土壤剖面之滲流率(rate of transmission)或剖面內水之貯蓄容量所控制，無論何者均屬限制之因素。一場連續性暴雨（如一星期中每天一次）會減少每天保留能之大小，因為此限制因素沒有機會經由天氣、蒸散量或排水而完全回復其原有之比率或是容量，但是可依土壤覆蓋之複合性質而有足夠之回復力來限制此減少量。所謂水文土壤覆蓋複合性質(hydrologic soil-cover complex)^[6]為水文土壤類型群(soil group)與土地使用及處理等級（覆蓋）之組合。在土壤覆蓋之複合性質有足夠之回復力來限制減少量之情況下，一場暴雨期間，即使發生很大之雨量，但在第二或第三天之後，保留能仍為相同。因此從實際之觀點而言，對某一特定之土壤覆蓋複合性質而言，保留能具有一個較低之限制。同樣地，保留能亦具有一個實際之上限，其仍與土壤覆蓋複合性質有關。此外，除非此土壤覆蓋複合性質改變，否則回復力不可能取代保留能。

(3)降雨損失樣式之選定

形成中間逕流之有效雨量之分離步驟，首先需決定採用那一種雨量－損失雨量關係式，即設定(3-32)式之參數 m 。前述推求保留能（ R_{LU} 或是 R_{LC} ）及參數 m 之方法，由於缺乏有效降雨之實測資料，故很難決定 m 值，因此，基本方程式(3-32)式中，令 $m = 2$ ，再積分之，所得之雨量－損失雨量關係式為最簡單型式之數學式，若從實用之觀點來看，亦屬比較有利之選擇。另以SCS方法佐證之。

A.SCS方法之簡介

1972年美國土壤保持署 (Soil Conservation Service) 發展出一種從暴雨降雨中計算雨量損失 (abstraction) 之方法^[14]。若將暴雨視為整體，則有效降雨之深度 P_e 會小於或等於總降雨深度 P ；同樣地，逕流開始發生後，集水區中雨水保留之增加深度 F_a ，會小於或等於勢能最大保留量 S 。若有若干量之降雨初始扣除量 I_a (initial abstraction) 並不會產生逕流，所以勢能逕流 (potential runoff) 等於 $P - I_a$ 。SCS 方法之假設為二個實際量與勢能量之比值相同，如下所示：

$$\frac{F_a}{S} = \frac{P_e}{P - I_a} \quad (3-35)$$

從連續性原理可得：

$$P = P_e + I_a + F_a \quad (3-36)$$

聯立 (3-35) 式與 (3-36) 式，可解出 P_e ：

$$P_e = \frac{(P - I_a)^2}{P - I_a + S} \quad (3-37)$$

上式為以 SCS 方法從暴雨中計算有效降雨之方程式。當 $I_a = 0$ 時，(3-37) 式可改寫成：

$$P_e = \frac{P^2}{P + S} = P - \frac{PS}{P + S} \quad (3-38)$$

B. 基本方程式與 SCS 方法之比較

若令下列之關係成立：

$$\begin{cases} m = 2 \\ R = p \\ R_{LU} = S \end{cases}$$

則 (3-33-c) 式可改寫為：

$$R_L = R_{LU} \left\{ 1 - \left(\frac{R_{LU}}{(m-1)R + R_{LU}} \right)^{\frac{1}{m-1}} \right\} = S \left\{ 1 - \frac{S}{P + S} \right\} = \frac{PS}{P + S} \quad (3-39)$$

將上述降雨損失樣式（即 (3-39) 式），與 SCS 方法中計算有效降雨之方程式（即 (3-38) 式）作一比較，可發現兩式代表之意義相同。即當降雨損失樣式之參數 m 值等於 2 時，其與 SCS 方法中，當初期損失為 0 之情況相同，故採用 $m = 2$ 以計算損失雨量實屬合理^[25]。

(4) 形成中間逕流之有效雨量分離方式

首先將總雨量扣除形成地表逕流部分之有效雨量，將此量視為降雨損失樣式（ $m = 2$ 時之雨量－損失雨量關係式，即 (3-33-c) 式）之輸入^[25]，以計算出屬於中間逕流部分之損失雨量（即形成地下水逕流之有效雨量、流域之損失雨量與

保留能之和），再由輸入之雨量減去此損失雨量而算出形成中間逕流之有效雨量。

3. 形成地下水逕流之有效雨量分離

總雨量扣除形成地表及中間逕流部分之有效雨量後，剩下雨量中即為形成地下水逕流部分以及流域保留部分之分割，在水文學上較為少見。為方便起見，依體積平衡之觀念，採用一固定之分割率^[26]，再利用下式算出形成地下水逕流部分之有效雨量：

$$i_{EC} = b_r(i_{EIG} - i_{EI}) \quad (3-40)$$

式中， i_{EG} ：形成地下水逕流部分之有效雨量；

b_r ：地下水逕流分割之百分比，或稱為地下水逕流分離常數；

i_{EIG} ：總雨量扣除掉地表逕流部分之有效雨量；

i_{EI} ：形成中間逕流部分之有效雨量。

地下水分離常數，可由水體積平衡之觀念求出，即由地下水逕流之總體積，除以扣除地表及中間逕流之有效雨量後所剩下之雨量（即地下水逕流、流域保留能及損失雨量之和）即可求出。

(五) 逕流函數之推求

水文分析中常以降雨為系統之輸入，逕流為系統之輸出，則可用褶合積分表示輸入與輸出間之關係。本研究中以逕流函數來代表其間之響應函數。褶合過程 (convolution process) 可以應用於連續 (continuous) 或離散 (discrete) 型式之分佈函數^[28]，

1. 連續型式：

直接逕流之時間分佈可以下列連續型式加以表示：

$$Q(t) = \int_0^t I(\tau) UH(t - \tau) d\tau \quad (3-41)$$

式中， $Q(t)$ ：直接逕流之時間分佈；

$I(t)$ ：超滲降雨之時間分佈；

$UH(t)$ ：單位歷線之時間分佈；

τ ：超滲降雨起始時間與單位歷線起始時間之時間稽延。

2. 離散型式：

直接逕流之時間分佈可以下列離散型式表示之：

$$Q(t) = \sum_{\tau=0}^t I(\tau) UH(t - \tau) \quad (3-42)$$

式中， $Q(t)$ ：直接逕流；

$I(t)$ ：超滲降雨；

$UH(t)$ ：單位歷線。

本文採用離散型式之褶合過程，並將(3-42)式改寫成為下列之計算型式：

$$Q(t) = \begin{cases} \sum_{j=1}^t I(j)UH(t-j+1) & \text{if } t \leq n_p \\ \sum_{j=1}^{n_p} I(j)UH(t-j+1) & \text{if } n_p < t \leq n_u \end{cases} \quad (3-43)$$

式中， n_p ：超滲降雨 $I(t)$ 離散型式之持續時間；

n_u ：單位歷線 $UH(t-j+1)$ 離散型式之基期。

其使用限制為：

$$UH(i) = 0 \quad \text{for} \quad i < 1 \text{ and } i > n_u \quad (3-44)$$

藉由濾波分離法，可將逕流歷線解析成地表、中間及地下水逕流等三個次逕流因子，另由上述之雨量分離法亦可將降雨解析成地表、中間及地下水逕流等三個次降雨因子。由於各降雨成分是經由逕流函數（即單位歷線）而轉換成各次逕流因子，該逕流函數即代表降雨－逕流歷程中之物理機制（響應函數），故由解析後之各次逕流因子及其對應之有效降雨資料，可藉由參數優選法，找出該逕流函數之參數－集流時間與遞減係數。

對應於中間逕流及地下水逕流之逕流函數，其遞減係數已由濾波分離法中求出。因此，只需作一個參數之優選工作；而對應於地表逕流之逕流函數，仍有集流時間與遞減係數二個參數，故需進行二個參數之優選工作。

四、參數優選

(一)參數優選法之簡介

一般於求解複雜之決策或分配等之最佳化問題時，可以針對待處理問題之目標，以數學函數型態訂定一目標函數 F (objective function)。不同優選法可依據所設定之目標函數，適當地選擇所擬解決問題之限制範圍，以求得最佳目標函數時之合適參數值。優選法雖為一種頗具效用之方法，但依各種求解法之不同及其特性，可能會遇到許多複雜之問題，例如變數間之交互作用、具限制式及許多接近整體最佳值(global optimum)之區域最佳值(local optimum)。此情況下，有關特殊技巧

及判辨最符合問題點之最佳點是相當重要的。目標函數一般可以表示如下之型式：

$$\text{Optimize max } F(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (4-1)$$

或

$$\text{Optimize min } F(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (4-2)$$

$$\text{Subject to } G_k \leq x_k \leq H_k, \quad k = 1, 2, \dots, M \quad (4-3)$$

式中， F ：目標函數， x_i ：參數， N ：參數個數。隱性變數(implicit variables) $x_{N+1}, \dots, x_M$ ，為顯性獨立變數(explicit independent variable)之相依函數。上限 H_k 與下限 G_k 可以是常數或是獨立變數之函數。

參數優選法若依其有無限制式之區別，則可將其區分為無限制式之優選法(unconstrained method of optimization)及有限制式之優選法(constrained method of optimization)。本文將採用有限制之羅森布洛克優選法以求取模式所需之參數，但因有限制式羅森布洛克優選法，係以無限制式羅森布洛克優選法為基礎，故首先概略介紹無限制式羅森布洛克優選法之理論，再詳加介紹有限制式羅森布洛克之優選方法。

(二)無限制式羅森布洛克(Rosenbrock's method)優選法之簡介^[10, 21]

Rosenbrock 氏於 1966 年針對傳統之座標轉換法作改進而提出此法，因此稱為羅森布洛克法，亦稱為旋轉座標軸法。此法於水文模擬之應用上頗為常見，亦為效果較佳之一種參數優選法^[24]。羅森布洛克優選法之執行步驟如下：

1. 給定起始點 $x^{(0)}$ 及初始步長 $h_i, i = 1, 2, \dots, n$ ，計算目標函數值 F 。

2. 取第一個變量，在平行於該座標軸之方向上加一步長 h_i ，計算其目標函數值 F 。若 F 值有改善，則該方向試探成功，並加大步長 $h_1 = \alpha h_1$ ，其中 $\alpha > 1.0$ ，於下一輪搜尋時依原方向進行試探；若 F 值無改善，則該方向試探失敗，應該減小步長相反進行試探。

3. 對其它變量 $x_i, i = 1, 2, \dots, n$ ，依次加上相對應之步長 h_i ，按步驟 2. 分別進行探索。

4. 反覆進行上述之探索，直到所有方向上都分別出現過探索成功或探索失敗為止，此時將對座

標軸進行旋轉。

5.按下式對座標軸進行旋轉，且座標軸每旋轉一次被定義為一個階段。

$$M_{i,j}^{(k+1)} = \frac{D_{i,j}^{(k)}}{\left(\sum_{i=1}^N (D_{i,j}^{(k)})^2 \right)^{1/2}} \quad (4-4)$$

其中，

$$\begin{aligned} D_{i,j}^{(k)} &= A_{i,j}^{(k)} \\ D_{i,j}^{(k)} &= A_{i,j}^{(k)} - \sum_{i=1}^{j-1} \left(\left(\sum_{n=1}^i M_{n,i}^{(k+1)} \cdot A_{n,i}^{(k)} \right) M_{i,i}^{(k+1)} \right), \quad j = 2, 3, \dots, N \\ A_{i,j}^{(k)} &= \sum_{i,j} d_{i,j}^{(k)} \cdot M_{i,j}^{(k)} \end{aligned}$$

式中，i：變量下標，i = 1, 2, ..., N；

j：方向下標，j = 1, 2, ..., N；

k：階段指數；

$d_{i,j}$ ：自最近一次旋轉座標軸以來，在j方向上所移動距離總和；

$M_{i,j}$ ：標準化方向向量之分量。

6.在新的座標軸上對每一個變量 x_i 進行重新搜索

$$x_{i,new}^k = x_{i,old}^{(k)} + h_j^{(k)} M_{i,j}^{(k)} \quad (4-5)$$

7.重覆上述之試探及座標軸旋轉過程，直至滿足所給定之精度要求為止，此時始完成參數優選之過程。

(二) 有限制式之羅森布洛克優選法

本方法前面之步驟與無限制式羅森布洛克優選法相同，直到達到收斂或是限制式附近之邊界層遭到破壞為止。邊界層定義如下^[21]：

$$\text{Lower Zone} : G_k \leq x_k \leq (G_k + (H_k - G_k) \cdot 10^{-1}) \quad (4-6)$$

$$\text{Upper Zone} : H_k \geq x_k \geq (H_k - (H_k - G_k) \cdot 10^{-1}) \quad (4-7)$$

$$k = 1, 2, \dots, M$$

上述過程需要有一個滿足限制式之起始點，且不能位於邊界層之內，搜尋之計算方法與無限制式之羅森布洛克優選法相同，直到計算完每一個函數值後，改採用以下之步驟來進行：

1.定義滿足限制式上一點之現在最佳目標函數值 F^0 ，與滿足限制式且沒有侵犯邊界層之點之現在最佳目標函數值 F^1 ； F^0 與 F^1 之初始值均令其等於起始點上目標函數值。

2.如果目前點上之目標函數計算值F，是比 F^0 效

果更差或限制式遭破壞，則此試驗值為失敗，此時繼續執行無限制式羅森布洛克優選法之步驟。

3.若現在之點位於邊界層內，則目標函數修正如下^[26]：

$$F(\text{new}) = F(\text{old}) - [F(\text{old}) - F^1] (3\lambda - 4\lambda^2 + 2\lambda^3) \quad (4-8)$$

式中，

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{G_k + (H_k - G_k) \cdot 10^{-1} - x_k}{(H_k - G_k) \cdot 10^{-1}} \quad (\text{lower zone}) \\ &= \frac{x_k - (H_k - (H_k - G_k) \cdot 10^{-1})}{(H_k - G_k) \cdot 10^{-1}} \quad (\text{upper zone}) \end{aligned} \quad (4-9)$$

在邊界層內部之邊緣， $\lambda = 0$ ，即目標函數沒有改變，($F(\text{new}) = F(\text{old})$)；在限制式上， $\lambda = 1$ ，此時 $F(\text{new}) = F^1$ 。如此目標函數值是由位於可行區域之現行目標函數值所取代，而不是由邊界層內現行目標函數值所取代，當趨近於限制式時目標函數值有所改善，此修正之目標函數在邊界層內具有最佳值。

4.若目標函數獲得改善，且沒有達到邊界層或限制式，此時 F^1 設定等於 F^0 ，並繼續執行下一步驟。

5.當滿足收斂標準時，即結束搜索程序。

(四) 模式之目標函數

本文著重於整體流量之全面最佳擬合，故以實測流量與計算流量差之最小平方和為目標函數，即：

$$\min \quad \left\{ \sum_{i=1}^n [Qobs(i) - Qest(i)]^2 \right\} \quad (4-10)$$

其中，Qobs(i)：i時刻之觀測流量(cms)；

Qest(i)：i時刻之計算流量(cms)；

n：觀測流量延時。

五、參數之檢定與驗證

參數檢定與驗證為任何模式應用前之基本步驟。所謂檢定，乃是找出一組模式參數，使得模式產生之結果儘可能地與觀測值相近。經過檢定後之模式參數應與實際降雨—逕流記錄作比較，以驗證模式及參數之可靠性，因此，參數檢定與驗證為模式建立之必要程序。為驗證本模式之精確性及應用限制式羅森布洛克優選法從事模式中參數選取之合適性，本文選擇曾文溪流域上游水庫集水區及下游平原集水區為研究對象。曾文溪

表 1. 曾文溪流域各雨量站控制面積表

項 目	分 區 名	上 游 水 庫 集 水 區					下 游 平 原 集 水 區		
		馬頭山	樂 野	水 山	里 佳	表 湖	曾文新村	西阿里關	南 化
控制面積 (km^2)		181.4	42.4	44.3	128.7	84.3	110.3	122.7	367.3
權 重		0.38	0.09	0.09	0.27	0.17	0.18	0.20	0.62

表 2. 研析颱風事件表

分 區	項 目 風 名 稱	發 生 日 期	類 別	分 區	項 目 風 名 稱	發 生 日 期	類 別
上 游 水 庫 集 水 區	畢 莉 (Billie)	65.08.09	檢 定	下 游 平 原 集 水 區	歐 敏 (Irving)	68.08.16	檢 定
	薇 拉 (Vera)	66.07.31	檢 定		茱 迪 (Judy)	68.08.22	驗 證
	愛 美 (Amy)	66.08.22	驗 證		諾瑞斯 (Norris)	69.08.27	檢 定
	歐 敏 (Irving)	68.08.14	檢 定		安 迪 (Andy)	71.07.29	驗 證
	艾 貝 (Abby)	75.09.19	檢 定		亞力士 (Alex)	73.07.02	檢 定
	歐菲莉 (Ofelia)	79.06.23	檢 定		艾 貝 (Abby)	75.09.19	檢 定
	楊 希 (Yancy)	79.08.18	驗 證				

流域之河流分布，如圖 4 所示。

(一) 水文資料處理

曾文溪流域上游水庫集水區內設有馬頭山、樂野、水山、里佳與表湖等五個自記雨量站，其各別所控制之集水區範圍如圖 5 所示，並以曾文水庫壩址為水文站。

下游平原集水區內除曾文溪流量外，尚有烏山頭及鏡面水庫，因其溢洪道均採用自然溢流方式，至目前為止尚無可資利用之自計水位記錄，故暫不予考慮。於本區中選取西阿里關、南化及

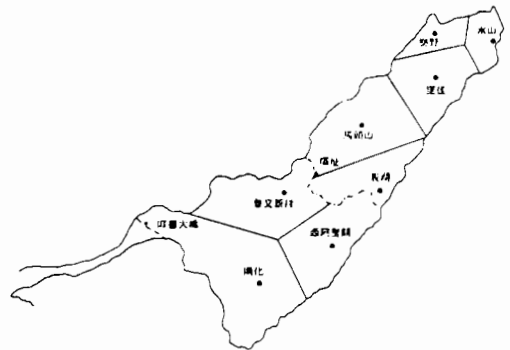


圖 5. 曾文溪流域徐昇氏雨量站面積控制圖

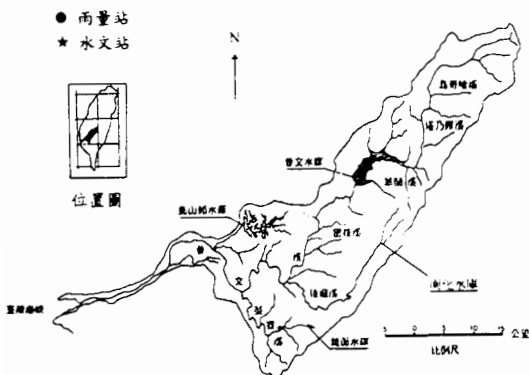


圖 4. 曾文溪流域及集水區地形圖

曾文新村等三個自計雨量站之雨量記錄作為模式之輸入值，以西港站及麻善大橋流量站之流量記錄作為模式驗證之依據。

為進行集水區降雨－逕流之推估，首先須由雨量站之記錄推算該區之平均雨量。平均雨量之推求，及引用目前普遍採用之徐昇氏多邊形 (Thiessen's polygons) 法，本文探討之上游水庫集水區及下游平原集水區等二區域，各雨量站控制面積分別列於表 1，並示如圖 5。

(二) 模式參數校正與驗證之水文資料

本文中選取民國 65 年至 79 年間發生之 13 場颱風事件，作為水文模擬及驗證之基本資料。屬於上游水庫集水區者有 7 場，其中 5 場用作模式參數檢定，2 場用於驗證模式之精確程度；屬於下游平原集水區者有 6 場，其中 4 場用於檢定，2 場用於驗證。所研析資料分別列於表 2。

(一) 模式驗證之指標

為探討模式之適用性，本研究分別以效率係數、體積誤差、洪峰到達時刻誤差、洪峰流量誤差等為校驗標準，以驗證模式之精確性。

1. 效率係數 (Coefficient of Efficiency，簡寫為 CE)：

$$CE = 1 - \frac{\sum(Q_{est} - Q_{obs})^2}{\sum(Q_{obs} - \bar{Q})^2} \quad (5-1)$$

2. 體積誤差 (Error of Volume，簡寫為 VER)：

$$VER = \frac{(\sum Q_{est} - \sum Q_{obs})}{\sum Q_{obs}} \times 100\% \quad (5-2)$$

3. 洪峰流量誤差 (Error of Peak Discharge，簡寫為 EQP)：

$$EQP = \frac{(Q_{p,est} - Q_{p,obs})}{Q_{p,obs}} \times 100\% \quad (5-3)$$

4. 洪峰到達時刻誤差 (Error of Time to Peak，簡寫為 ETP)：

$$ETP = T_{p,est} - T_{p,obs} \text{ (hours)} \quad (5-4)$$

上諸式中之參數定義如下：

- N：觀測流量延時；
- Q_{est} ：模式推估流量；
- Q_{obs} ：實測流量；
- $\bar{Q}$ ：實測流量之平均值；
- $Q_{p,est}$ ：模式推估之洪峰流量；
- $Q_{p,obs}$ ：實測之洪峰流量；
- $T_{p,est}$ ：模式推估之洪峰到達時間；
- $T_{p,obs}$ ：實測之洪峰到達時間。

六、結果與討論

1. 於濾波分離法中，逕流歷線解析之權重係數 α 應小於且趨近於 1。若 α 值出現非常小之值時，即表示解析程序未能反應濾波器之特性，其原因可能是分離時間定數 T_{ch} 或係數 δ 之假設值不恰當、計

算過程錯誤或流量資料信賴度較低之故。

2. 於一般情況下，降雨初期之入滲率較大，但隨時間之增長而趨於一穩定值。然而，雖 Φ 入滲指數有未能考慮降雨之初期損失，且尚易造成降雨初期高估、降雨末期低估之現象。然於實際應用上，由於詳細之入滲情況不易獲知，故本文仍採用平均之 Φ 入滲指數，以求取各不同降雨強度中入滲率之均勻分佈狀況而分離形成地表逕流之有效雨量。其各場次研析颱風事件之 Φ 入滲指數，如表 3 所列。

3. 流域之保留能係代表該流域之雨水保留狀況或損失雨量之上限值。保留能較高者，顯示損失雨量上限值較高，臨前水文條件較乾燥；較低者，則表示損失雨量上限值較低，臨前水文條件較濕潤。本文所採用各場次研析颱風事件之流域保留能，亦如表 3 所示。

表 3. 雨量解析之參數值表

分區	颱風名稱	項目	入滲指數 Φ (mm/hr)	保留能 R_t (mm)	地下水 分離常數 b_r
上游 集水 區		Abby	8.29	1042.1800	0.2226
		Billie	2.48	189.9934	1.1906
		Irving	5.92	782.3699	0.2058
		Ofelia	6.76	244.9366	0.6907
		Vera	2.90	128.6346	1.6987
下游 集水 區		Abby	9.45	982.0873	0.1629
		Alex	19.54	2219.5780	0.1471
		Irving	8.35	602.8247	0.3340
		Norris	6.89	732.1729	0.1663

4. 地下水分離常數 b_r 為地下水逕流與流域保留量、損失雨量之分割百分率。理論上，其值應小於或等於 1；但就總逕流量較總降雨量為大之颱風事件而言，如上游水庫集水區之畢莉 (Billie) 及薇拉 (Vera) 颱風， b_r 值會大於 1，而此時之 b_r 值即為一假設值，其目的係為可滿足水體積平衡之觀念。在 $b_r \leq 1$ 之情況下，其值愈小乃顯示流域之保留量及損失雨量較大，臨前水文條件較為乾旱；若其值愈大，則表示流域之保留量及損失雨量較小，臨前水文條件較為濕潤。本文所採用各場次研析颱風事件之地下水分離常數，亦列如表 3。

5. 本文所研析颱風事件之各次逕流量解析歷線，示如圖 6 及圖 7，而雨量解析組體圖，則如圖 8 所示。以目前現有之資料而言，仍無法精確地驗算所

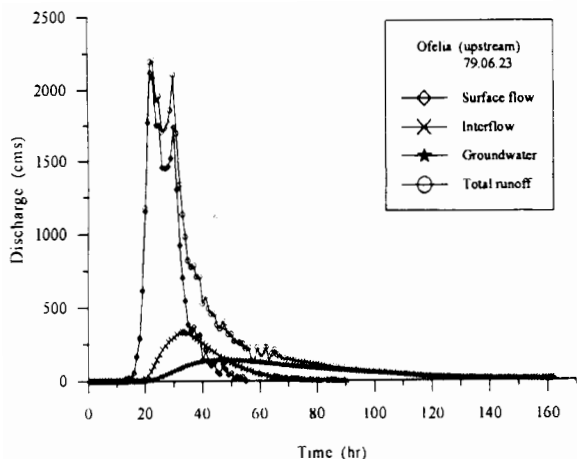


圖 6. 總逕流及各次逕流解析歷線圖
(上游水庫集水區, 以 Ofelia 颱風為例)

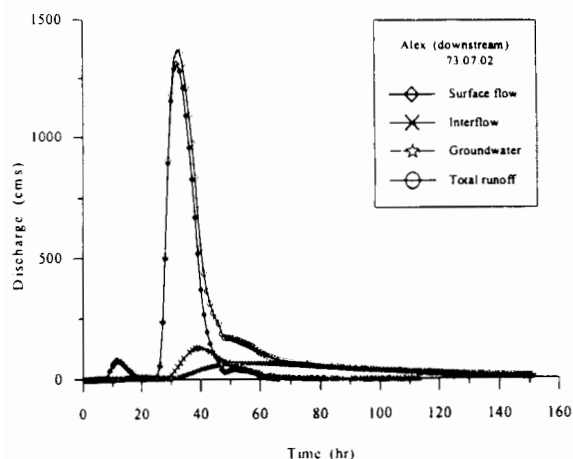


圖 7. 總逕流及各次逕流解析歷線圖
(下游平原集水區, 以 Alex 颱風為例)

得地下水逕流、中間逕流及地表逕流等各次逕流歷線，與相應於形成各次逕流有效雨量之可靠性；然根據理論演繹之過程予以推論，其趨勢及結果皆尙屬合理。

6. 曾文溪流域上游水庫集水區，研析颱風事件各次降雨—逕流歷程之模擬結果，如圖9所示。其結果顯示：(1)地表逕流：集流型態為第4類型；(2)中間逕流：集流型態為第4類型；(3)地下水逕流：集流型態為第3類型。曾文溪流域下游平原集水區，研析颱風事件各次降雨—逕流歷程之模擬結果，其結果顯示：(1)地表逕流：集流型態為第2類型；

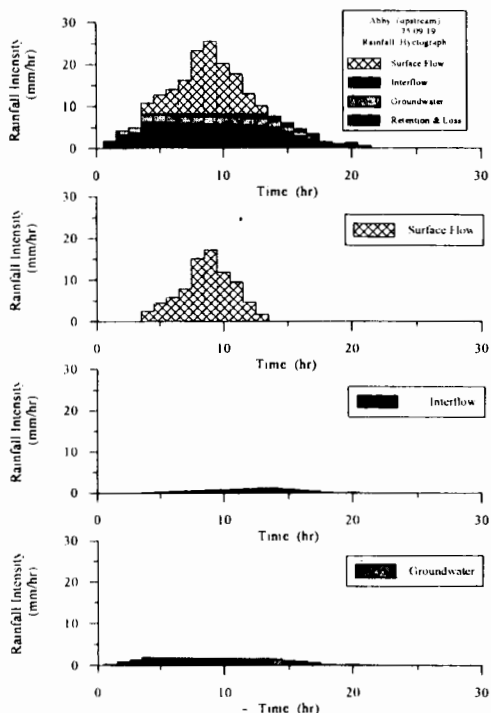


圖 8. 曾文溪流域上游水庫集水區之雨量解析組體圖
(以 Abby 颱風為例)

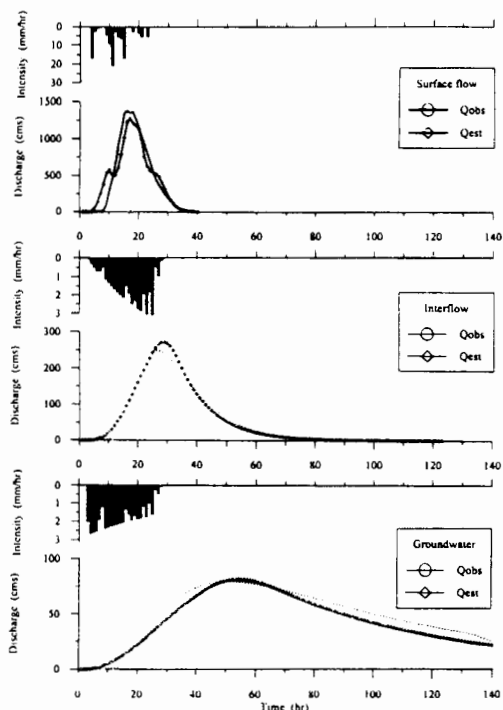


圖 9. 曾文溪流域上游水庫水區各次降雨—逕流歷程模擬圖 (以 Abby 颱風為例)

表 4. 經參數優選所求得之參數值及次逕流因子平均降雨強度表

分區風次項 區名稱逕流項目			集流時間 T_c (hour)	遞減係數 k (1/hour)	平均降雨強度 (mm/hr)	集流型態 (Pattern)
上游水庫集水區	Abby	地表逕流	5.76	.03919	8.03	4
		中間逕流	6.48	-	0.60	4
		地下水逕流	29.81	-	5.16	1
	Billie	地表逕流	4.00	0.2068	9.49	4
		中間逕流	6.56	-	0.70	3
		地下水逕流	30.91	-	1.69	3
	Irving	地表逕流	4.45	0.1213	8.45	2
		中間逕流	7.82	-	0.38	1
		地下水逕流	27.30	-	2.36	2
	Ofelia	地表逕流	3.19	0.2387	12.15	4
		中間逕流	6.46	-	1.46	4
		地下水逕流	2.67	-	2.67	4
	Vera	地表逕流	6.38	0.1767	6.62	4
		中間逕流	15.94	-	1.05	3
		地下水逕流	35.37	-	1.73	3
下游平原集水區	Abby	地表逕流	6.82	0.1863	5.62	1
		中間逕流	9.09	-	0.70	3
		地下水逕流	37.03	-	4.80	1
	Alex	地表逕流	8.08	0.3420	3.19	2
		中間逕流	12.03	-	0.43	2
		地下水逕流	30.41	-	5.02	2
	Irving	地表逕流	6.09	0.3442	5.25	2
		中間逕流	8.27	-	1.43	1
		地下水逕流	40.76	-	4.86	1
	Norris	地表逕流	7.55	0.2334	3.23	4
		中間逕流	12.18	-	0.65	4
		地下水逕流	3.55	-	3.55	4

(2)中間逕流：集流型態為第1類型；(3)地下水逕流：集流型態為第1類型。

7.以參數優選法求取各次降雨－逕流歷程間之參數時，由於地下水逕流及中間逕流之遞減係數已於濾波分離法解析過程中求得。因此，對應於地下水逕流及中間逕流之逕流函數中，只有集流

時間一個參數需加以率定。此外，因濾波分離法未使用地表逕流之遞減係數，且地表逕流遞減流量部分之斜率，尤其是在歷線呈現多峰之情況，較不易求取，故本文乃將地表逕流之遞減係數與集流時間二個參數，以參數優選法求取最佳值。因此，由參數優選法所求得之各次降雨－逕流歷

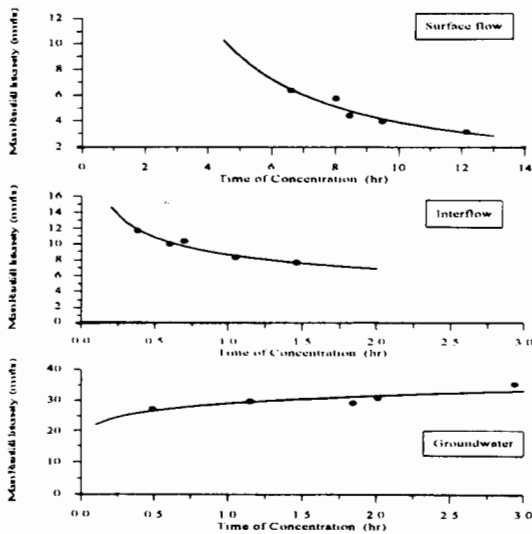


圖 10. 曾文河流域上游水庫集水區各次逕流之迴歸分析圖

表 6. 不同次逕流因子下遞減係數之平均值及代表性集流型態表

分區	次逕流項目	遞減係數	集流型態
		平均值	
上游	地表逕流	0.22710	4
	中間逕流	0.08872	4
	地下水逕流	0.02208	3
下游	地表逕流	0.27650	2
	中間逕流	0.10530	1
	地下水逕流	0.02100	1

表 7. 模式驗證之結果表

分區	颱風名稱	模式驗證結果			
		體積誤差百分比 (%)	效率係數 (CE)	洪峰流量誤差 (%)	洪峰到達時刻誤差 (hr)
上游	Amy	-1.43	0.976	-3.61	0
	Yancy	-0.16	0.928	-8.96	2
下游	Andy	10.76	0.959	-9.26	0
	Judy	2.37	0.904	14.15	1

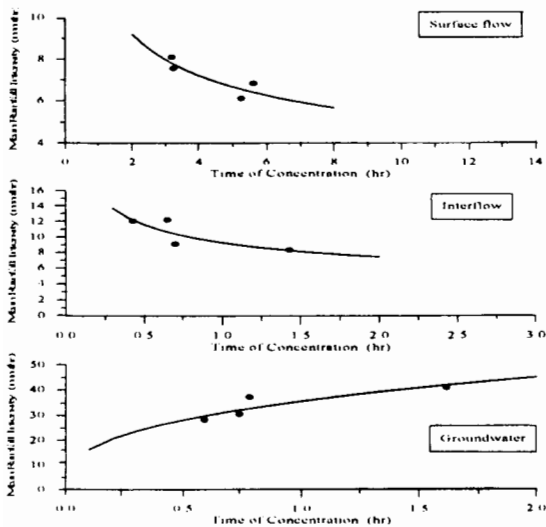


圖 11. 曾文溪流域下游平原集水區各次逕流之迴歸分析圖

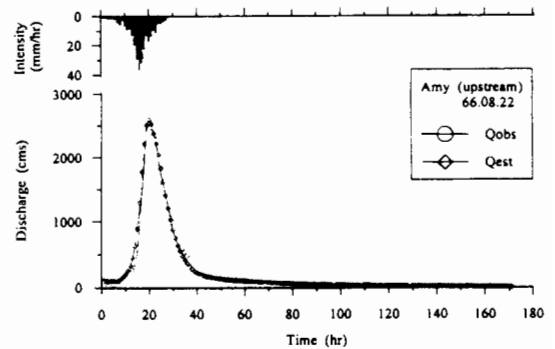


圖 12. 曾文溪流域上游水庫集水區 Amy 颱風之模擬驗證圖

表 5. 不同次逕流因子下平均降雨強度與集流時間之迴歸公式表

分區	次逕流項目	迴歸公式	相關係數
上游	地表逕流	$T_c = 62.4453 \times r_c^{1.2062}$	-0.9625
	中間逕流	$T_c = 8.7000 \times r_c^{0.5722}$	-0.9749
	地下水逕流	$T_c = 29.1743 \times r_c^{0.1185}$	0.8609
下游	地表逕流	$T_c = 11.7004 \times r_c^{0.1490}$	-0.8653
	中間逕流	$T_c = 9.2300 \times r_c^{0.1265}$	-0.8282
	地下水逕流	$T_c = 35.4487 \times r_c^{0.1402}$	0.8662

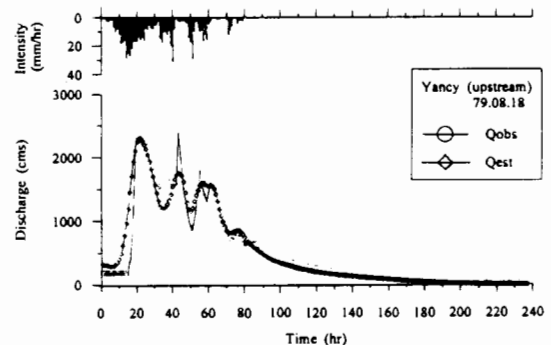


圖 13. 曾文溪流域上游水庫集水區 Yancy 颱風之模擬驗證圖

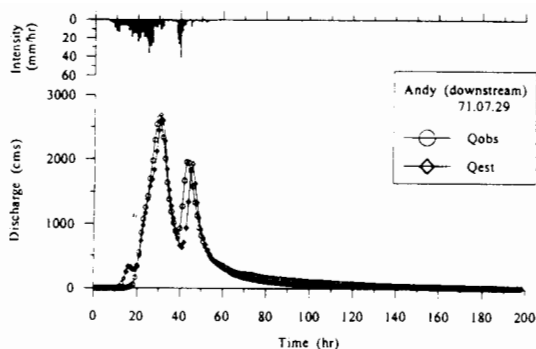


圖 14. 曾文溪流域下游平原集水區 Andy 颱風之模擬驗證圖

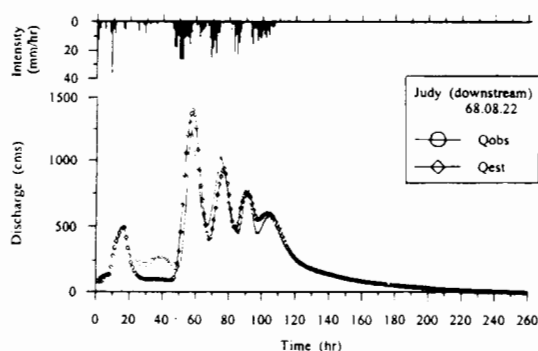


圖 15. 曾文溪流域下游平原集水區 Judy 颱風之模擬驗證圖

程參數值，即集流時間 T_c 及遞減係數 k ，列如表 4，另形成各次逕流因子之有效雨量平均強度及集流型態，亦如表 4 所示。

8. 由於集流時間與氣象（如降雨強度）及地文（如集水區面積）等因子有關，故本文由各次逕流因子之平均降雨強度與經優選後所得之集流時間進行迴歸分析，以尋求其間之定量關係；但因研析之颱風事件均位於相同集水區內，因此，本文只考量集流時間與平均降雨強度間之定量關係。由所得結果顯示，其具有良好之相關性，如表 5 所示，並示如圖 10 及圖 11。此外，由於歷線退水段在降雨停止後，其特性全視集水區本身之特性而定，與氣象因子無關。因此，於研析時乃將各颱風事件之退水遞減係數予以平均，以為該集水區之代表值。至於集水區之遞減係數平均值及代表性集流型態，則如表 6 所示。

9. 為驗證本文研析方法之適用性，乃以集水區內地下水逕流及中間逕流之遞減係數平均值，藉

濾波分離法將逕流歷線解析成各次逕流因子，再將雨量分離成相應之有效降雨量，並代入研析所得之迴歸公式中，以求取其相應之集流時間。然後，將相應於各次逕流因子之有效雨量藉由已求得參數之逕流函數，轉化成各次逕流因子。最後，將各次逕流因子加上基流量而成推估逕流量，並與總觀測流量相比較。本模式之驗證結果，如表 7 所列，並示如圖 12 至圖 15。

七、結 論

1. 一般研究流域之降雨－逕流歷程時，大多僅偏重於地表逕流及形成地表逕流有效雨量之分析。本研究更深入將逕流及降雨之機制分別予以解析成地表、中間及地下水逕流等三個次逕流因子及其有效雨量，並建立具不同集流型態之逕流模式，以闡釋及模擬各次降雨－逕流之歷程。不惟其分析方法與傳統方法迥異，且經以曾文溪流域為模擬驗證區，證實其具有良好之精確度。

2. 本文將集水區內降雨之集流情形區分為七種不同型態，並經曾文溪流域之記錄流量模擬驗證得知，曾文溪流域上游水庫集水區地表逕流、中間逕流及地下水逕流之降雨集流型態，分別為隨時間呈三次方遞增型、隨時間呈三次方遞增型與隨時間呈二次方遞增型；而下游平原集水區則為隨時間呈一次方遞增型、均等型與均等型等三種。因此，藉由對集水區內降雨集流型態之解析，不惟可闡釋水文系統內複雜之物理機制，並瞭解各水文因子對水文系統之影響程度。

3. 本文採用濾波分離法進行歷線之解析，除可顧及各次逕流因子於逕流量中所扮演之角色及影響程度外，亦可於其解析過程中由逕流歷線之斜率決定地下水逕流及中間逕流之遞減係數，並將各次逕流之集流時間及地表逕流遞減係數均視為參數進行優選，以求得客觀且合理之參數值。

4. 藉由雨量之解析，可知形成各次逕流因子之有效降雨分佈狀況，並可得知集水區內之雨水保留情形，使本省水資源潛能更充分且有效地予以規劃利用。

5. 由集流時間與降雨集流型態可瞭解集水區內降雨之集流狀況；且由遞減係數大小，可知集水區內流出量之變化情形。因此，以集流時間與遞

減係數推演所得之逕流函數，配合考慮不同降雨之集流型態，可提供本省流域水資源規劃、防洪工程及灌溉排水設計之參考與應用。

謝 誌

本研究承蒙行政院農業委員會提供經費補助，謹致謝忱。

研究期間，多蒙行政院農業委員會水利科蔡科長明華與胡技正文章之指導及贊助，曾文水庫管理局林課長嘉榮及水利局黃工程司月娟提供資料與意見，謹表由衷之謝意。

參考文獻

1. 王如意、易任：應用水文學，上、下冊，國立編譯館出版，茂昌圖書公司發行，民國 79 年 1 月。
2. 王如意：「瞬時單位洪水歷線動差之數理研究」，台灣水利第 18 卷第 4 期，民國 59 年 11 月。
3. 王如意：「台灣集水區瞬時單位歷線之研究」，台灣水利第 19 卷第 4 期，民國 60 年 11 月。
4. 王如意：「台灣主要集水區水文系統最佳模式之研究」，台灣水利第 23 卷第 4 期，民國 64 年 11 月。
5. 王如意、李如晃：「水文系統反向推估模式之研究及其應用於台灣主要流域之洪水預測」，行政院農業委員會研究計畫報告，民國 77 年 11 月。
6. 王秦生譯：水文學，國立編譯館出版，民國 80 年 11 月。
7. 水新猷：「應用單位流量過程曲線演算溢洪壩最大設計洪水量」，台灣水利，氣象與水文專輯，台灣水利出版委員會出版，民國 57 年 6 月。
8. 吳建民：「台灣洪水單位過程線之研究」，水利復刊第 2 期，民國 55 年 10 月。
9. 易任：「台灣洪水單位過程線之研究」，水利復刊第 2 期，民國 55 年 10 月。
10. 袁作新：流域水文模型，大陸水力電力出版社，1988 年。
11. 日野幹雄、長谷部正彥：水文流出解析，日本森北出版株式會社發行，1985 年 7 月。
12. Barnes, B. S., "Discussion of Analysis of Runoff Characteristics," Trans. Am. Soc. Civ. Eng., Vol. 105, pp. 106, 1940.
13. Clark, C. O., "Storage and the Unit Hydrograph", Tran. ASCE, 110 (2261), pp. 1419-1446, 1945.
14. Chow, V. T., Maidment, D. R. and Mays, L. W., *Applied Hydrology*, McGraw Hill Book Company Inc., New York, 1988.
15. Hino, M. and Hasebe, M., "Analysis of Hydrologic Characteristics from Runoff Data-A Hydrologic Inverse Problem," J. of Hydrology, Vol. 49, pp. 287-313, 1981.
16. Hino, M. and Hasebe, M., "Identification and Prediction of Nonlinear Hydrologic System by the Filter-Separation Autoregressive (AR) Method: Extension to Hourly Hydrologic Data," J. of Hydrology, Vol. 68, pp. 181-210, 1984.
17. Hino, M. and Hasebe, M., "Separation of a Storm Hydrograph into Runoff Components by Both Filter-Separation AR Method and Environmental Isotope Tracers," J. of Hydrology, Vol. 85, pp. 251-264, 1986.
18. Hino, M. and Kim, Chi Hong, "Nonlinear Flood Forecasting by the Filter Separation AR Method," J. of Hydrology, Vol. 88, pp. 165-184, 1986.
19. Hino, M. and Kim, Chi Hong, "Explanatory Report on Nonlinear Flood Forecasting by the Filter-Separation AR Method and Kalman Filter," Proceedings of R. O. C. - Japan Joint Seminar on Water Resources Engineering, pp. 191-203, Taipei, R. O. C., 1987.
20. Johnston, D., Cross, W. P., *Elements of Applied Hydrology*, pp. 226-235, 1949.
21. Kuester, J. L. and Mize, J. H., *Optimization Techniques with Fortran*, 1973.
22. Linsley Jr., R. K., Kohler, M. A. and Paulhus, J. L. H., *Applied Hydrology*, McGraw-Hill Book Co., New York, USA, 1949.
23. Prasad, R., "A Nonlinear Hydrologic System Response Model," J. of Hydraul. Div., Proc. Am. Soc. Civ. Eng., 93 (HY4), pp. 201-221, 1967.
24. Rosenbrock, H. H., and C. Storey. *Computational Techniques for Chemical Engineers*, Pergamon Press, New York, USA, 1966.
25. Shibuya, Kinjiro, "A New Method for Formulating Rainfall-Effective Rainfall Relationship based on Retention Capacity of a Watershed", Bull. Natl. Res. Inst. Argic., No. 22, pp. 1-14, Japan, Jan. 1982.
26. Shibuya, Kinjiro, "Runoff Model Based on Runoff Functions with Typical Concentration Pattern," Trans. JSIDRE., No. 168, pp. 77-86, Japan, Dec. 1993.
27. Singh, V. P., *Elementary Hydrology*, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, USA, 1992.
28. Wanielista, M. P., *Hydrology and Water Quantity Control*, John Wiley & Sons, Inc. New Jersey, USA, 1990.

收稿日期：民國 85 年 4 月 28 日

接受日期：民國 85 年 5 月 25 日