

運用碎形幾何分析地下水於非飽和層 之傳輸試驗研究

A Study of Fractal Analysis on Groundwater Transport in the Unsaturate Zone

國立中央大學土木工程研究所副教授

吳 瑞 賢

Ray-Shyan Wu

農業工程研究中心助理研究員

吳 祚 任

Tsuo-Rn Wu

摘要

本研究分為兩大部份：未飽和層傳輸試驗與碎形分析。在試驗方面，依照未飽和層結構與注入水流方式的不同，有三種不同的實驗方式模擬地下水水流況。發現水進入砂層中後，是以分支的方式向下延伸，形成一支支的滲流路徑，即所謂的指頭流 (fingering flow)。就滲流的速度而言，可以發現以寬度較大者會有較快的滲流速度。

在碎形分析方面，以角規法與理查森圖分析實驗所得之水與砂層之接觸界面，本研究在分析實驗所得之指頭流外緣接觸界面時，提出對於理查森圖中維度取捨之建議，並提供一套由低精度推求高精度之方式，以解決因影像精度不足所發生資料分析上之困難，並可大量節省在高精度儀器上所需之開支。

關鍵詞：指頭流，地下水，碎形，角規法，理查森圖。

ABSTRACT

This study can be categorized into two major parts: infiltration experiment of unsaturated zone and fractal analysis of the interface. Three types of experiment, according to different structures of unsaturated zone sources of water, are conducted to model infiltration flow. Noting that water moves downward into the sand zone in various shapes, forming a path of infiltration, known as the fingering flow. Infiltration rate of a wider finger is relatively faster.

As a test of the suitability of divided method and Richardson plot in the fractal analysis, we apply the analysis to the interface between experimental fingering flow and dry sand zone. In the analysis of interface between fingering flow and dry sand zone, we propose the guidelines in the selection of fractal dimension from Richardson plot, and suggest the method of deriving the high precision measurements from low precision measurements. We can reduce the cost in purchasing high precision instruments, since this method improves the precision of measurements.

Keywords : Fingering flow, Groundwater, Fractal, Divider method, Richardson plot.

一、前 言

近年來台灣地區地下水污染已經相當嚴重。絕大多數的地下水污染來自地表污染物由未飽和層傳輸至地下水飽和層，因此防治地下水污染的最有效且經濟的方法即是防止地表污染物到達地下水層。探討此類有關地下水層受污染的可能嚴重程度，便是從事環境影響評估的重要理論之一。

由於野外試驗在觀測的技術上有其困難存在，本研究主要是著重於在實驗室中摹擬未飽和層，觀測未飽和層的傳輸行為。在觀測技術上以連續拍攝傳輸行為的影像，再利用影像處理 (image processing) 的技巧分析未飽和層傳輸行為的模式。其中包括對擷取之影像分析土層的含水量分佈，推算出流率與流徑資料等。

本研究以碎形幾何理論來分析未飽和層的流徑，以水與土壤之外緣界面線為分析重點。將實驗所得之數據以碎形理論中之「角規法」配合「理查森圖」對指頭流之外緣加以分析，並討論其維度值的物理意義。本研究更提出運用碎形幾何理論增加量度精度的演算法，以解決因量測精度不足所發生之困擾。同時探討理查森圖所產生之各種特殊的狀況。

二、碎形理論

2-1 碎形法則之數學架構

碎形最主要的特徵為其維度。Mandelbrot (1983)^[3] 定義碎形為具有自我位似本質，且其豪斯道夫 (Hausdorff) 維度， D_H 通常為分數。Falconer (1990)^[4] 則指出 Mandelbrot 的這項定義不能包括所有可視為碎形的集合。並認為較佳的定義為將碎形所表現的特色加以條列如下 [吳、賴]^[1]：

1. 在任何尺度下碎形的細微結構依然存在。因此不論在何種尺度下圖形都因為過於複雜而無法以傳統的幾何來加以描述。
2. 具有自我位似性，可為統計上的自我位似 (Statistical self-similarity)。
3. 通常其維度 (fractal dimension) 大於其拓樸維度。
4. 通常可用很簡單的步驟重複建構而成，如三角

卡區曲線的建構過程。

2-2 維度的定義

數學上所謂的「維度」 (dimension)，即是觀察以趨近於零的尺度，對一集合做量測 (measurement) 時，此集合所表現的行為。Mandelbrot (1983)^[3] 指出所謂碎形維度即是當量測尺度縮小時，物體會增加多少新的部份的描述。由於碎形的本質為自我位似，所以維度可經由比較物體兩種不同尺度下的性質而得 [Liebovitch and Toth (1989)]^[5]。

由此，合於維度性質的數學定義非常多，甚至對同一集合而言，不同的定義會產生不同的維度值並且具有極不相同的特性 [Falconer (1990)]^[4]。使用不同的定義的維度值可能因此造成極大的困擾。因此聲明所使用的維度定義非常重要。在大部分的情況下，在實際上的應用只有利用相同定義進行量測所得的維度值才可以進行比較。而欲確定用同一程序所量得的維度值為同一數值，則每次所量的值之間的誤差不可超過 0.005 [Boshoff (1992)]^[6]。

2-3 拓樸維度

拓樸維度恆其值為一非負整數。其計算方法為：若一集合中任一點的任意小鄰接 (neighborhood) 與此集合交於一具有 $K-1$ 維的集合，則稱原集合為拓樸 k 維。若與原集合沒有交集則為拓樸零維。舉例而言，圖 2-1 說明三角卡區曲線的拓樸維度計算，三角卡區曲線上任一點的小鄰接 (以圓圈表示) 與此圖形交於一有限的點集合 (其拓樸維度為零維，即 $k = 1$)，因此稱三角卡區曲線為拓樸一維。

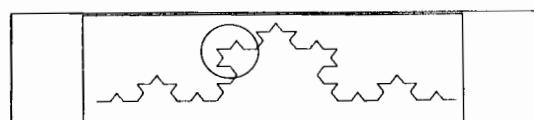


圖 2-1. 三角卡區曲線之拓樸維度計算，卡區曲線上任一點的小鄰接 (以圓圈表示) 與此圖形交於一有限的點集合

2-4 角規維度

角規維度 (divider dimension) 只適用於曲線的描述。在數學上的定義為使用一長度趨近於零的線段蓋滿整段曲線時所需數目與線段長乘積，亦即所量得曲線總長度與所使用線段長度間的關係。

同理，角規法 (divider walking algorithm) 亦以比較兩個不同尺度下的性質為其在實際應用上的根據。應用交規法的步驟為每次使用不同開幅長度的角規量得曲線的總長 (如圖 2-2)，再將角規開幅 (divider open length) 及所量得總長度各取對數繪於直角座標圖上。求得圖上斜線之斜率 d_s 。則碎形維度，或稱角規維度。其維度值為：

$$D_s = 1 - d_s \quad \dots \dots \dots \quad (2-1)$$

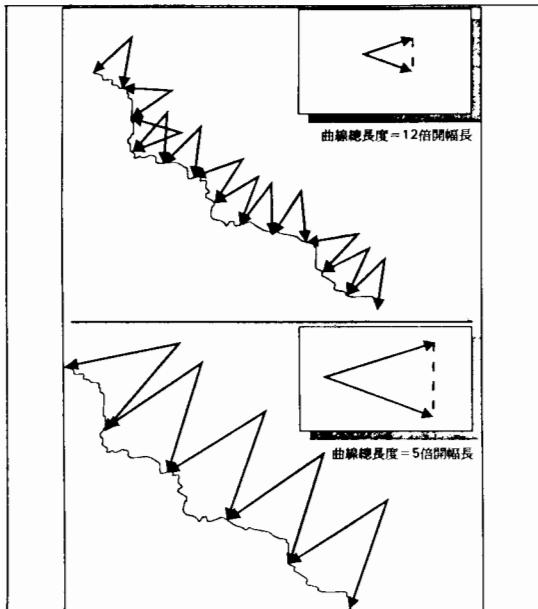


圖 2-2. 角規法量測方式，不同開幅所量得之曲線總長度不同，其中下圖之開幅為上圖開幅之 2 倍，假設上圖開幅為 1 單位，則以上圖開幅所量得之曲線總長為 12，而下圖開幅所量得之總長為 $5 \times 2 = 10$ ，很明顯地，不同開幅所量得之曲線總長度不同。

角規法的應用只侷限於拓樸一維的曲線上，應用範圍相當有限。但其優點在能夠在資料精度所允許的尺度範圍中使用一系列開幅差距非常小的角規量取全長，因此可以很詳盡的表現曲線在各個差距很小的尺度間的細微性質變化。這個細微的變化可能隱含很重要的物理意義。

由理查森圖中可知在尺度小於下界尺度時將呈現一條水平線，而此水平線即表示河川長度趨向定值。自然界物體最主要的特徵在於當尺度範圍界於上、下界間時才具有碎形特性。亦即在此上、下界之外的量測尺度下，可能即再度由歐氏幾何主導，或表現另一種碎形特性。因此進行碎形分析時必須特別注意所選擇的尺度範圍是否落於上下界之間以確保結果的可信度 (圖 2-3)。

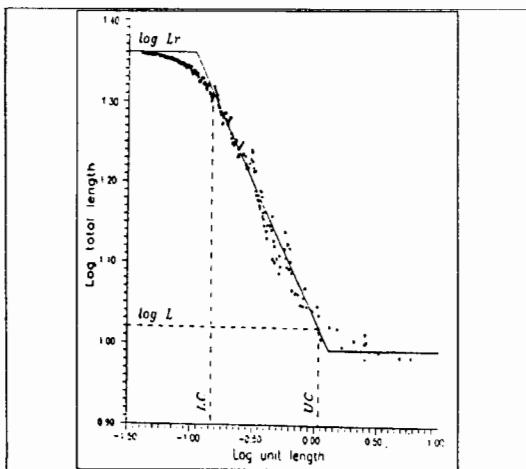


圖 2-3. 雙對數圖又稱為「理查森圖」(Richardson plot)：整個圖形是 S 形，亦即在某兩個特定的上、下界尺度外，碎形特性即不存在。在上、下界間存在一具有斜率 d_s 的斜線，此段區域的碎形維度，定義為 $D_d = 1 - d_s$ 。

三、指頭流試驗

3-1 試驗介紹

本研究首先提供一套完整的試驗模型，以模擬未飽和層水的傳輸，推估污染物到達地下水的時間與量。本研究配合運用影像分析技術，在實驗室中觀察土層中之橫向流與流徑分布。相關的實驗 [Chang, Biggar, Nielsen (1994)]^[7] [陳、張 (1992)]^[2] 有類似之發表，但本研究著重於非飽和層之傳輸試驗，並以角規維度分析。

在本研究中共執行八次試驗。依照未飽和層結構與注入水流方式的不同，有三種不同的試驗方式模擬地下水水流況 (圖 3-1)：

1. 渗透儀填裝粒徑介於 NO.10 ~ NO.30 號篩之間，平均粒徑為 $850 \mu m$ 之渥太華標準砂 (Ottawa

Sand)，以一定流量注入水流。

2. 滲透儀內裝填兩種不同性質的砂層。上層使用石門水庫淤泥(二公分厚)以模擬地表覆土，下層則使用與(方式一)相同的標準砂，並且以一定的流量強制注入水流。
3. 未飽和層以三種不同性質的材料構成。上層使用吸水性強的紙層以模擬地表覆土，使水不致直接進入下層的砂層。下層中包括兩種不同粒徑的砂層，其中粒徑小者形成一個帶狀，以25度的斜角填裝，帶狀砂層上方及下方使用粒徑較大的砂。注入水流的方式是以一定的水頭高度(3公分)注入滲透儀內，使水能先潤溼上層後，再經由兩層的介面，自然滲透進入下層的砂層。



圖 3-1. 三種實驗方式的示意圖

由處理後的流況圖中可以發現，水進入砂層中後，是以分支的方式向下延伸，形成一支支的滲流路徑，即所謂的指頭流(fingering flow)。但在滲流的過程中，發生分歧的狀況，也就是由一支分成數支滲流路徑的情形並不多。通常的情形是一但滲流的路徑發生分歧之後，便會再度合併成為一支。並且滲流的方向改變也不大，是以垂直向下的方向為主，而水平方向的滲流，這是由於滲流的過程受到重力的影響較大因而分歧的現象較不易發生。就滲流的速度而言，每一支滲流前端的速度平均而言相差並不大，但是在小尺度的範圍內速度則有震盪變化的情形，即其前端會有小幅度的時快時慢的現象。另外可以觀察到寬度比較大者會有較快的滲流速度。

當未飽和層的砂受到水分溼潤後，由於含水量的不同，使得未飽和對光的反射率發生改變，因而，隨著含水量改變，在影像上便具有相應的灰階變化。所以只要能建立起灰階與單位含水量之間的關係，便能夠在影像上，根據某一點的灰階值推測該點的含水量。如下圖是灰階與單位含水量之間的關係，可以發現之間大致是呈一線性關係，而低含水量與飽和狀態時的灰階變化漸不

明顯(圖 3-2)。

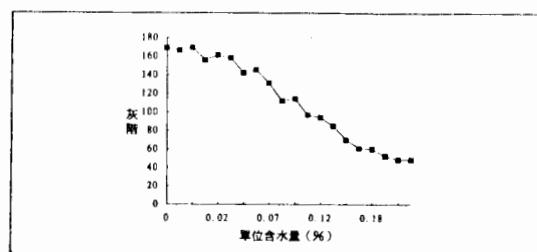


圖 3-2. 灰階與單位含水量之間的關係

想要知道兩時段之間地下水入滲的變化時，可以把實驗時取得的連續影像，將每一張影像的灰階值與其前一時段的影像灰階值作減法運算，便可得到每一時段的入滲增量。下面是處理影像的數學表示式：

$$\Delta f_k(x,y) = f_k(x,y) - f_{k-1}(x,y) \dots \dots \dots \quad (3-1)$$

其中 f_k 是第 K 時段擷取的影像

影像上若一位置沒有入滲水進入時，該點的灰階差值應為零。但是處理影像時可以發現，由於雜訊的干擾使得影像的灰階值有誤差，而其灰階值誤差約在 0 ~ 35 的範圍。根據灰階差影像，計算每一時段入滲所增加的面積，計算公式如下：

$$\Delta A_k = r \times \sum_i \sum_j H_k(x_i, y_j) \dots \dots \dots \quad (3-2)$$

$$H_k(x_i, y_j) = \begin{cases} 1 & \text{when } \Delta f_k(x_i, y_j) > threshold \\ 0 & \text{others} \end{cases} \dots \dots \quad (3-3)$$

其中

$H_k(x_i, y_j)$ 是透過影像的二值化處理 (binary process) 達成。

$r(cm^2/pixel)$ 是一個 pixel 的解析度。

門限值 threshold 則反應雜訊 (noise) 的大小。

四、結果與討論

4-1 實驗結果

本節報告具代表性的試驗結果，內容包括五部份：A 圖為每隔 30 秒的滲透流況，以對流況作全盤性的了解；B 圖為每 10 秒鐘增加的滲流面積，以對流況發展作了解；C 圖為位移與時間，以了解前緣流況；D 圖為速度與時間，以了解指頭流流速發展；E 圖為含水量分布，以了解指頭流各處含水量之情形(圖 4-1 A-E)。

就滲流的速度而言，每一支滲流前端的平均速度相差並不很大，但是在小尺度的範圍內速度則有震盪變化的情形，即其前端會有小幅度的時快

時慢的現象。另外可以觀察到寬度比較大者會有較快的滲流速度，但是根據 Richards equation 在一維非飽和之垂直入滲中之公式推演：

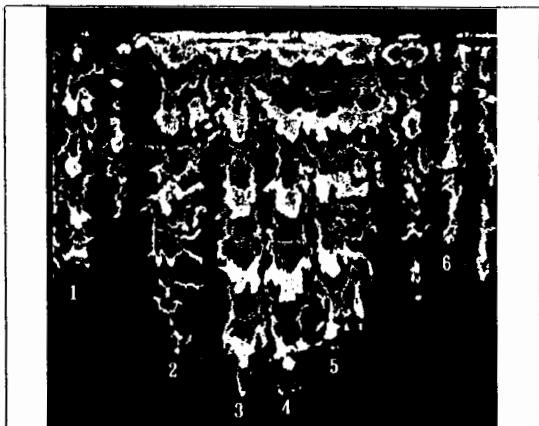


圖 4-1A. 第三次實驗(方式一)每隔 30 秒的滲流流況

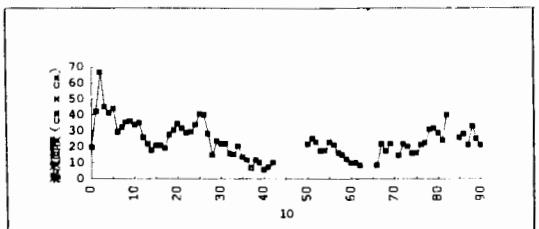


圖 4-1B. 第三次實驗(方式一)每 10 秒鐘增加的滲流面積

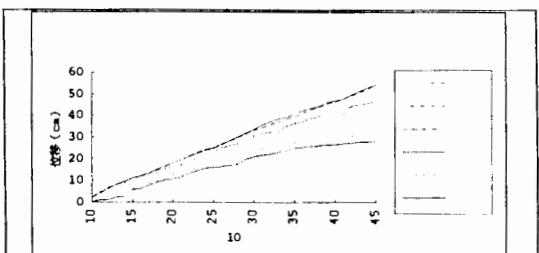


圖 4-1C. 第三次實驗(方式一)位移與時間

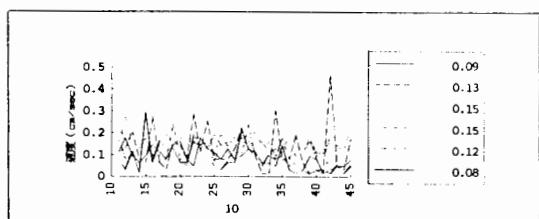


圖 4-1D. 第三次實驗(方式一)速度與時間



圖 4-1E. 第三次實驗(方式一)含水量

$$K_s = K_s e^{-\alpha t} \quad \dots \dots \dots \quad (4-1)$$

其中

K_s : unsaturated hydraulic conductivity

K_s : saturated hydraulic conductivity

α : soil pore-size distribution parameter

ϕ : moisture content

(Rajesh, 1991^[8])

亦即當邊界條件理想的狀態下，各指頭之寬度應該相同，而實驗之指頭粗細相差甚多，其原因推測有兩個，其一為有些較粗之指頭是由數支較細之指頭所構成，因此實驗上指頭寬度仍應為類似；其二為實驗所造成之誤差，最主要之誤差來源應為填砂時沒有造成完美之均勻狀態所致。

觀察實驗七(圖 4-2)可以發現當滲流進入細粒徑的砂層之中時，由於細粒徑的砂層具有較大的毛細力量，並不會立即穿越帶狀的細粒徑砂層，而會隨著傾斜的方向滲流，直到延伸一段長度之後，才會繼續依原路徑繼續向下滲透，滲流的路徑如圖 4-3 之所示 1 至 2 至 3 而 4 的滲流路逕，而且穿越細粒徑砂層之後似乎不會發生偏移，依然沿著垂直的方向進行著。可能是因細粒徑的砂層厚度與傾斜角度不大等因素影響不大，因而不會影響滲流的路徑。

4-2 碎形維度

在傳統的理查森圖中分析的圖形若是單純的河川網路或是沒有回轉的曲線時，其在大多數的時候圖形會呈現倒 S 形，如圖 2-3。但若是為單支指頭的情況時，圖形便不再如同一般情況，反而出現具有正斜率的斜線，同時各個斜線之間有著

相當大幅的跳動，且在傳統的所謂碎形特性明顯的區域很難判定。在本文中將討論決定維度的區域，並且對其做解釋。



圖 4-2. 第七次實驗(方式三)每隔 30 秒的滲流流況



圖 4-3. 穿過細粒徑砂層時的路徑

首先，檢視實驗五的單一指頭分時接觸面之理查森圖(圖 4-4)，由圖中可發現除了起始第十秒的理查森圖較不規則外，其餘各時段之理查森圖發生不規則跳動之發生處幾乎一致。由圖中可看出是在 X 軸之 0.6 處， $X = 0.6$ 其實際開幅為 4.0cm，亦即開口寬度之 27.2 %。產生正斜率之斜線與各斜線之間的跳躍主要是因為 U 字形與類 Sin 曲線之關係，由實際情況可了解該五個時段皆有相當類似的情況發生。

本文認為在這個理查森圖中，大於 $X = 0.6$ 之量測尺度時已不再具有物理意義，且探討指頭流之接觸面之維度不應討論大於 $X = 0.6$ 之量測尺度，原因是若包含指頭 U 形底部之轉折時，將會影響接觸面尺度之正確性，基於上述之理由，本文在考慮各指頭之理查森圖時僅考慮尺度小於 $X = 0.6$ (這裡僅以實驗五為例，各個實驗所決定之 X 值當視各個實驗的情況而定)，並將放大該尺度以

下之圖形加以研究。

由圖 4-4 與表 4-1 中可以看出，實驗五的各時段之理查森圖與其角規維度除了前 100 秒之外，維度值幾乎保持一定值，而第 100 秒有較大變化之原因可推測如下，前 100 秒指頭尚未發展成熟，因此發生較大誤差。

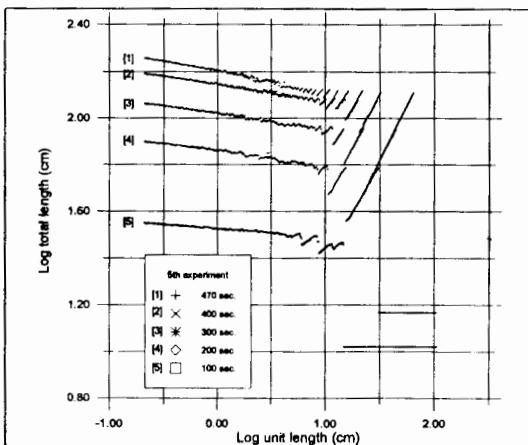


圖 4-4. 實驗五的單一指頭分時接觸面之理查森圖

表 4-1. 實驗五各時段第二指之角規維度與實際接觸線長度

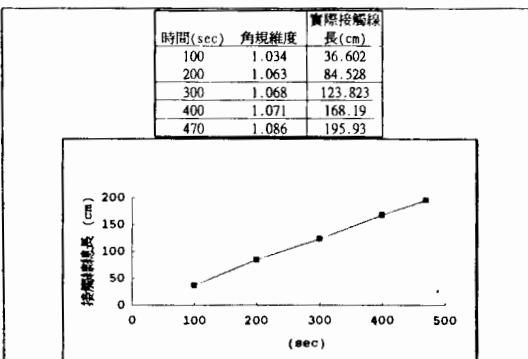


表 4-2. 第八次實驗各時段之實際接觸線長(cm)

時間(sec)	角規維度	實際接觸線長(cm)
100	1.109	207.348
150	1.131	337.443
200	1.126	445.554
250	1.113	535.797
300	1.113	629.506
350	1.105	702.749
400	1.115	765.773
450	1.108	832.914
500	1.117	887.769
550	1.105	934.114

圖 4-4 與圖 4-5 為各實驗分時之單一指頭與全圖之理查森圖，表 4-1 與表 4-2 為對應之角規維度值。

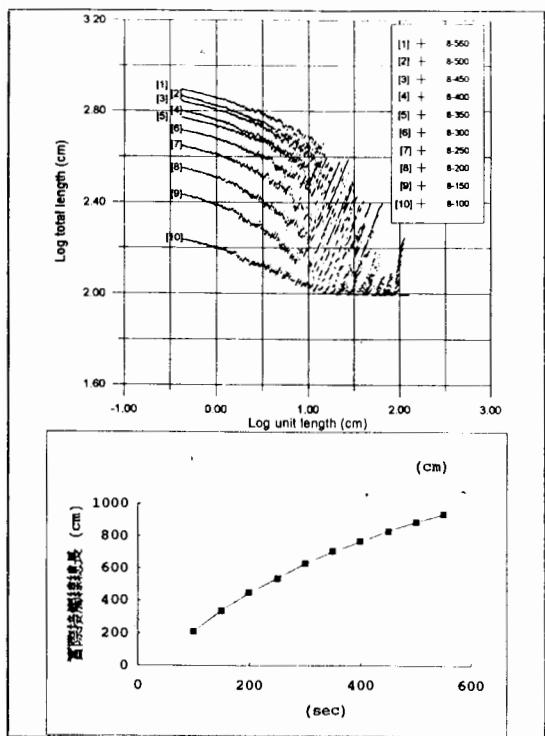


圖 4-5. 實驗八之全接觸面之分時理查森圖

4-3 維度與接觸表面積之關係

指頭流與土壤之接觸表面積很難直接由儀器量得，同時若須量得較精確之數值，其需花費之費用將隨精度的提升而成指數的成長，但是指頭流與土壤的接觸表面積卻是研究地表水入滲污染的重要參數，因此發展出一套簡單量測接觸表面積的方法已刻不容緩，本文將利用土壤與水接觸面曲線的自我相似性之性質及與尺度無關的特性，發展出簡易量測接觸表面積之方法。

理論上，若是量測儀器的精度非常良好，可精確至每粒土壤顆粒皆可得出其粒徑大小，則水與土壤的接觸表面積就可以被量測出來。但是這在實際情況下幾乎是不太容易做到，目前能夠精確到土壤顆粒的精確度之儀器只有顯微鏡才能做到，但是顯微鏡的視野範圍相當小，對於指頭流的觀測幫助不大。但是透過碎形理論則可輕易獲得所需之資料。

首先研究第五次實驗第 400 秒時段的指頭流圖形。假設這是所能觀測到最精確的精度，則我們運用影像處理技術將精度不斷降低，以模擬一般儀器所能達到之精度。由圖 4-6 可以看出，不論精度如何降低，其理查森圖皆有著非常明顯的類似性，也就是其在我們所用來決定維度的範圍內其線段幾乎是重疊著的，也就是說不管精度如何縮小，只要在一定限度的範圍內，其維度值幾乎是完全相同的。亦即，可用較差的精度，推求在具有高精度時之接觸面積。舉例而言，假設目前所量得之總長是開幅為 $10^{0.55} \text{ cm}$ (0.3mm) 時所量得之總長，在圖 4-6 中只有 1×1 之精度才可以達到如此之要求，而此時量得曲線總長度為 $10^{2.180} \text{ cm}$ ($-0.0708 \times -0.5 + 2.145 = 2.180$)，即 151.008 cm 。但假設這是儀器所無法達到之精度，儀器所能達到之精度今假設為圖中 8×8 者，即較所需精度模糊 64 倍，此時可用碎形觀念加以推算至所需精度， 8×8 之理查森圖中其維度之推求為 $1.078 (1 - (-0.078))$ 其整個點群可由 $Y = -0.078 X + 2.140$ 之公式表示，推求 $10^{-0.5}$ 之精度時，令 $X = -0.5$ ，則 $Y = -0.078 \times (-0.5) + 2.140 = 2.17$ ；即由此法推求出當開幅為 $10^{-0.5} \text{ cm}$ 時，曲線總長度為 $10^{2.179} \text{ cm}$ (151.008 cm) 較 1×1 所量得之總長度 151.356 cm 相差 0.348 cm ，換算成百分比只有 0.23% 之誤差，可以算是相當精確，也同時證實此法之精確度。

吾可由較差之精度推求回較高之精度而無問題，自然，也可由目前最高之精度 (1×1) 推求所須之精度，亦即實際與砂粒接觸之接觸面總長，運用此法只須由理查森圖算出其代表該點群之斜線方程式，再代入砂粒之平均粒徑即可。由此可以克服因精度不足所造成之困擾。

此法同時也應證了碎形的兩大特色：自我相似及與尺度無關。

五、結論與建議

1. 在本次的試驗研究中，依照未飽和層結構與注入水流方式的不同，有三種不同的實驗方式模

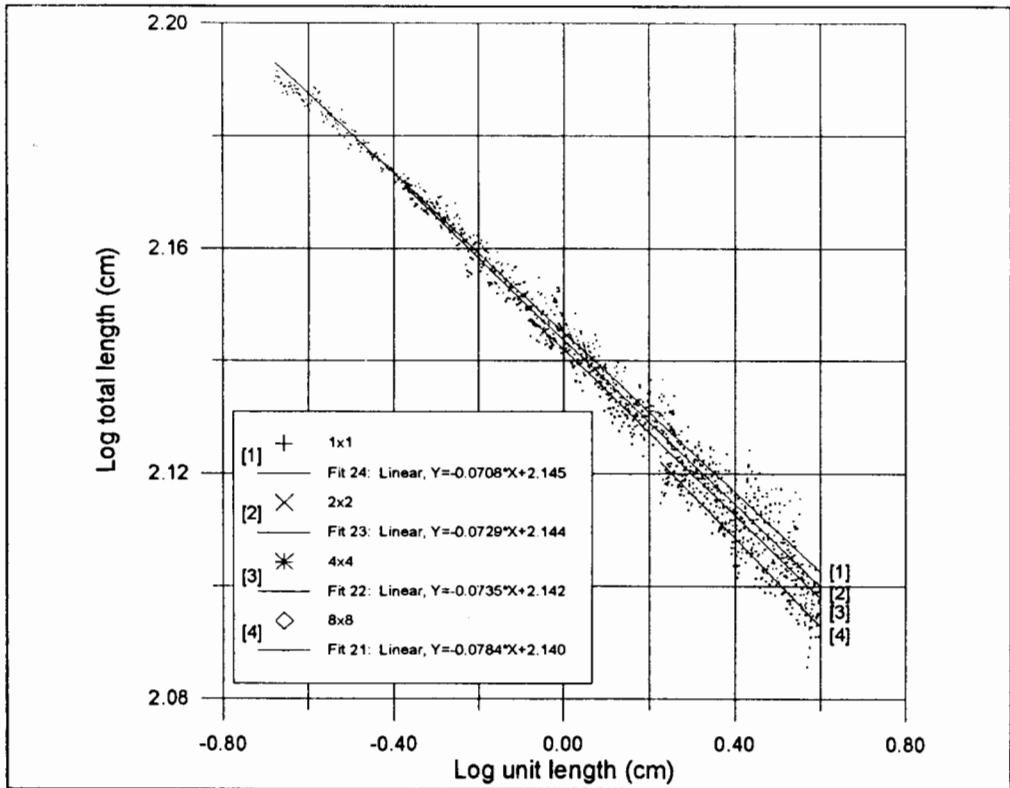


圖 4-6. 不同精度下，實驗五單一指頭之理查森圖

擬地下水水流況。由處理後的流況圖中可以發現，水進入砂層中，是以分支的方式向下延伸，形成一支支的滲流路徑，即所謂的指頭流 (fingering flow)。但在滲流的過程中，發生分歧的狀況，也就是由一支分成數支滲流路徑的情形並不多。通常的情形是一但滲流的路徑發生分歧之後，便會再度合併成為一支。並且滲流的方向改變也不大，是以垂直向下的方向為主，而水平方向的滲流，這是由於滲流的過程受到重力的影響較大，因而分歧的現象較不易發生。就滲流的速度而言，可以發現以寬度比較大者會有較快的滲流速度。

2. 目前實驗採用的未飽和層是以砂層地質為主，尚不是一般的地質材料，因此應觀測更一般性

的地質材料，才能對未飽和層的傳輸行為作更進一步的了解。

3. 指頭流的滲流速度通常保持均一，而其對砂層接觸面積之增量亦極均一。
4. 指頭流在發展過程中，其與砂層之接觸界面之角規維度幾乎保持一常數。
5. 自然界物體之碎形結構普遍存在，指頭流正是其一，以往分析指頭流常受限於非飽和層之特性不易掌握。而碎形分析正提供了一條解決困難之途徑。
6. 不論任何量測儀器皆有其精度之極限，而利用自然碎形可將其精度提升數倍，大大節省經費與時間。在精度不足時可以利用理查森圖推求高精度時所需之數值，運用此法可大量節省在儀器上所需之開支。

六、參考文獻

1. 吳瑞賢，賴逸少，碎形法則在分析單一河川平面流徑上之應用，台灣水利，四十一卷二期，民國八十二年六月，75-85。
2. 陳東鉅，張文亮，指狀流在層狀土壤之入滲分析，台大農工所碩士論文，民國八十一年六月。
3. Mandelbrot, B. B., *The Fractal Geometry of Nature*, W. H. Freeman and Company, New York(1983).
4. Falconer, K. J., *Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications*, New York: John Wiley & Sons, 1990.
5. Liebovitch, L. S., and T. Toth, A Fast Algorithm to Determine Fractal Dimensions by Box Counting Phy. Lett. A, 141, 386-390, 1989.
6. Boshoff, H. F. V., personal communication, Department of Electronic Engineering, UNiversity of Stellenbosch, Stellenbosch 7600, South Africa, 1992.
7. Wen-Lian Chang, J. W. Biggar and D. R. Nielsen, Fractal description of front instability in layered Soils, Water Resources Research. 30(1), 125-132, Jan., 1994.
8. Rajesh Srivava and T. -C. Jim Yeh, Analytical Solutions for One-dimensional, Transient Infiltration Toward the Water Table in Homogeneous and Layered Soils, Water Resources Research, 27(5), 753-762, May 1991.

收稿日期：84年12月8日

修正日期：85年3月1日

接受日期：85年3月6日

(上接第98頁)

- 1: Planning the experimental. In "Instrumental and Measurement for Environmental Sciences". 3rd. Ed., eds. Henry, Z. A., G. C. Zoerb and G. S. Birth. St. Joseph, MI: ASAE.
- Mitchell, B. 1985. Selecting and interfacing commerical air moisture transducers for microcomputer-based environmental control in dusty environments. ASAE Paper No. 85-4544. St. Joseph, MI: ASAE.
- Penman, H.L. 1958. Humidity. New York: Reinhold Publishing Corp.
- Randall, J.M. 1983. Humidity and water vapour transfer in finishing piggeries. J. Agric. Engng. Rees. 28: 451-461.
- Ross, C.C., W.D.R. Daley and M. S. Smith. 1988. Sensor performance in monitoring and control systems for animal housing. In *Livestock environment III*. Publ. No. 01-88. St. Joseph, MI: ASAE.
- Stanghellini C. and T. D. Jong. 1995. A model of humidity and its applications in a greenhouse. Agricultural and Forest Meteorology 76:129-148.
- Veit, h.P., E.T. Jornegay and E. R. Collins, Jr. 1985. Air quality, pig health and performance in triple deck nurseries. Trans. of the ASAE 28(4): 1259-1264.
- Weiss, A. 1977. Algorithms for the calculation of moist air properties on a hand calculator. Trans. of the ASAE 20: 1133-1136.
- White, F.M. and I.J. Ross. 1991. Chap. Humidity. In : Instrumental and Measurement for Environmental Sciences". 3rd. Ed., eds. Henry, Z.A.,G.C. Zoerb and G.S. Birth. St. Joseph, MI: ASAE.
- World Meteorological Organization. 1971. Guide to meteorological instrument and observing practices. WMO-No.8. TP.3. Geneva: WMO.

收稿日期：84年10月24日

修正日期：84年11月24日

接受日期：84年11月27日