

防砂壩梯形溢流口之流量公式研究

Discharge Formula on Trapezoidal Spillway of Sabo Dam

國立台灣大學農業工程學系教授兼水工試驗所研究員

黃 宏 斌
Hung-Pin Huang

摘 要

本研究經公式推導知，目前水土保持手冊使用之防砂壩梯形溢流口流量公式乃梯形銳緣堰公式，不僅與理論不合，而且，其所估算之水頭高度會較小，安全性較低。經過渠槽試驗之驗證，在本研究之試驗條件下，流量公式建議為梯形寬頂堰公式乘上一流量修正係數：

$$Q = 0.7 \left(0.5 + \frac{0.5}{1 + 2my_c} \right)^{0.5} (1 + my_c) \sqrt{g} b y_c^{3/2}$$

$$\text{其中，} y_c = \frac{-(3 - 4mh) + \sqrt{(3 - 4mh)^2 + 40mh}}{10m}$$

$$m = z / b$$

關鍵詞：防砂壩，梯形溢流口，流量公式。

ABSTRACT

This study, by process of deriving formula, understood that the discharge formula on trapezoidal spillway of sabo dam used by Handbook of Soil and Water Conservation nowadays was trapezoidal thin-plate weir formula. This selection not only was unsuitable to theoretical work but got smaller water head resulting in lower security. After the verification of flume experiment associated with experimental conditions of this study, discharge formula would be suggested as trapezoidal broadcrested weir formula multiplied by correction coefficient.

$$Q = 0.7 \left(0.5 + \frac{0.5}{1 + 2my_c} \right)^{0.5} (1 + my_c) \sqrt{g} b y_c^{3/2}$$

$$\text{Where, } y_c = \frac{-(3 - 4mh) + \sqrt{(3 - 4mh)^2 + 40mh}}{10m}$$

$$m = z / b$$

Keywords : Sabo dam, Trapezoidal spillway, Discharge formula.

一、前言

台灣上游集水區爲了攔蓄河道泥砂，穩定河岸、河床及防止縱橫向侵蝕，常構築防砂壩以竟其功。目前，已有數千座防砂壩散佈在台灣各處之上游集水區內，其中，有關防砂壩斷面設計所使用之流量公式則以行政院農委會和水土保持局編印之水土保持工程手冊爲準。自使用該式以來，現場工作人員常有計算所得之溢流口高度是否會不足之猶豫現象。因此，本研究以理論推導爲基礎，輔以渠槽試驗，期能得出一較合乎防砂壩水理特性之流量公式，供設計規劃時之參考。

二、模式介紹

目前壩流公式之推導大體上仍以矩形和三角形兩種型式爲主。以其水理特性又可分銳緣壩、寬頂壩和臨界水深渠槽三大類。另外，再依其側縮程度、壩板高度和水深等參數加以分類。因此，壩流公式不僅種類繁多，依特殊情況所設計之壩板亦有其各別適用之流量公式，形成數量極多，難以選擇之情況。

以全寬矩形銳緣壩而言，常見之壩流公式有下列七種：

1. Francis, J. B. (1855)

Francis 自威斯巴哈公式 (Weisbach formula 導得)

$$Q_1 = 3.33bh^{3/2} \dots\dots\dots (1)$$

式(1)爲英制，改爲公制，可得

$$Q_1 = 1.836bh^{3/2} \dots\dots\dots (2)$$

其中， Q = 流量 (cms)； b = 壩板寬 (m)； h = 壩板水頭高度 (m)

2. Boussinesq, J. V. (1907)

Boussinesq 依伯努利方程式 (Bernoulli equation) 導得無摩擦損失之一維壩流方程式

$$Q_2 = 0.81 \frac{2}{3} \sqrt{2gb} h^{3/2} \dots\dots\dots (3)$$

其中， g = 重力加速度

3. Swiss S. I. A. (Schweizerischen Ingenieur und Architekten-Vereins, 1926)

$$Q_3 = (0.615 + \frac{0.000615}{h+0.0016}) [1 + 0.5(\frac{h}{h+p})^2] \frac{2}{3} \sqrt{2gb} h^{3/2} \dots\dots (4)$$

其限制條件爲

$$0.025m < h < 0.8m$$

$$b > 0.3m$$

$$p > 0.3m$$

$$h/P < 1.0$$

式中， P 爲壩板高度 (如圖 1)

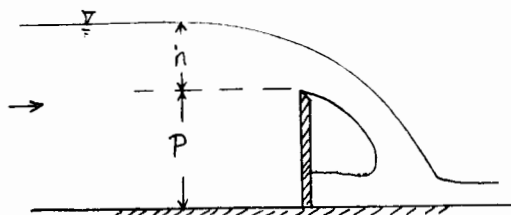


圖 1. 銳緣壩示意圖

此式乃根據 6000 個實驗數據歸納而得。其中部份來自蘇黎世工業大學 (Technical University at Zurich) 之 0.8m 寬水槽；其餘則來自阿克森工廠 (Ackersand plant) 之 3.5m 寬渠道。

4. Rehbock, T. (1929)

根據在德國 Karlsruhe 之 Technische Hochschule 多年對全寬壩之研究心得，Rehbock 提出：

$$Q_4 = (0.602 + 0.0832 \frac{h}{p}) \frac{2}{3} \sqrt{2gb} (h + 0.00125)^{3/2} \dots\dots (5)$$

其限制條件爲

$$0.03m < h < 0.75m$$

$$b > 0.3m$$

$$p > 0.3m$$

$$h/P < 1.0$$

5. Kindsvater, C. E. and Carter, R. W. (1957)

根據在美國喬治亞工業技術學院 (Georgia Institute of Technology) 之 250 個試驗，其大部份試驗渠寬爲 0.82m，水頭高度自 0.03 至 0.21m，得出下式：

$$Q_4 = (0.602 + 0.075 \frac{h}{p}) \frac{2}{3} \sqrt{2gb} (b - 0.001)(h + 0.001)^{3/2} \dots\dots (6)$$

其限制條件爲

$$h > 0.03m$$

$$b > 0.15m$$

$$p > 0.10m$$

$$h/P < 2.0$$

6. I. M. F. T. (Institut de Mecanique des Fluides de Toulouse, 1969)

$$Q_6 = (0.627 + 0.0180 \frac{h}{p}) \frac{2}{3} \sqrt{2g} b h^{3/2} \dots\dots\dots (7)$$

其限制條件為

- $h > 0.03\text{m}$
- $b > 0.2\text{m}$
- $p > 0.1\text{m}$
- $h / P < 2.5$

其試驗渠長 8m，渠寬 0.3m，水頭高度自 0.1 至 0.5m； h / p 自 0.03 至 2.5。

7.H. R. S. (Hydraulics Research Station, 1978)

鑑於許多堰流公式各自不同之應用限制條件，以及準備度不一，模式選取困難之情況，英國之水利研究站以 0.4m 堰寬做了 67 組試驗，並檢討相關之堰流模式，得到模式如下

$$Q_7 = 0.564 (1 + \frac{0.150h}{p}) \sqrt{g} b (h + 0.001)^{3/2} \dots\dots\dots (8)$$

其限制條件為

- $h > 0.02\text{m}$
- $p \geq 0.15\text{m}$
- $h / P \leq 2.2$

這七個公式中，以式 (3) 最簡潔，因其不考慮任何摩擦損失，而其餘者則在考慮側縮寬度、摩擦損失、表面張力、有效寬度和有效水頭之情形下造成模式係數不一之結果。如果以式 (3) 代表理論式之型態，亦即

$$Q = C \frac{2}{3} \sqrt{2g} b h^{3/2} \dots\dots\dots (9)$$

且在忽略有效寬度和有效水頭之情形下，式 (2) 至式 (8) 之 C 可分別為

$$C_1 = 0.622 \dots\dots\dots (10a)$$

$$C_2 = 0.81 \dots\dots\dots (10b)$$

$$C_3 = (0.615 + \frac{0.000615}{h+0.0016}) [1 + 0.5(\frac{h}{h+p})^2] \dots\dots\dots (10c)$$

$$C_4 = 0.602 + 0.0832 \frac{h}{p} \dots\dots\dots (10d)$$

$$C_5 = 0.602 + 0.075 \frac{h}{p} \dots\dots\dots (10e)$$

$$C_6 = 0.627 + 0.0180 \frac{h}{p} \dots\dots\dots (10f)$$

$$C_7 = 0.598 + (1 + \frac{0.150h}{p}) \dots\dots\dots (10g)$$

由式 (9) 和式 (10) 可知，除常數項外，堰流量公式之流量係數和 h / p 參數有極大之相關。將這些流量係數在不同 p 之情況下與水頭高度 h 之關

係可藉點繪於圖上清楚了解各公式間之關係，圖 2 為 $p = 0.24$ 之情形。由圖上各曲線之分布情形了解，除 Boussinesq 和 Francis 公式之流量係數為常數外，其餘公式者均有隨水頭高度增加而增加之趨勢，其中，除了 IMFT 公式偏離較大且其值較小外，其餘四個公式有極相近之性質。

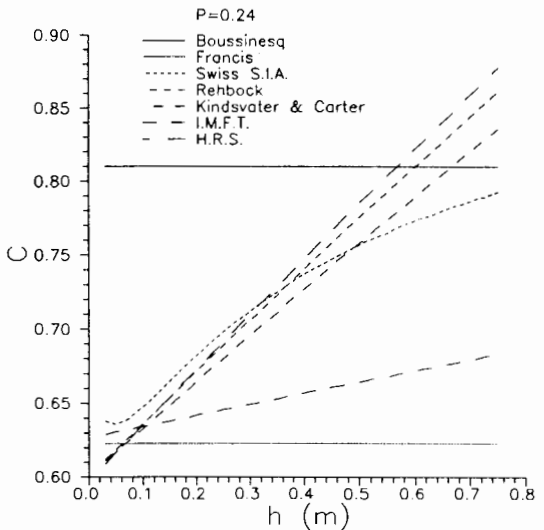


圖 2. 各流量公式之流量係數與水頭高度關係 (銳緣堰)

為了解 p 參數對流量係數之影響，圖 3 以 H.R.S. 公式為例，選取 0.24、0.30 和 0.50 三個數值，繪如圖 3。由圖 3 知，在相同水頭高度下，流量係數具有隨 p 值增加而降低之趨勢。

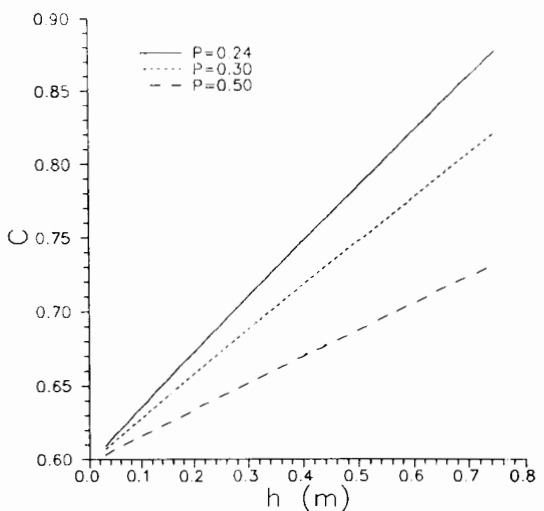


圖 3. 不同堰高之流量係數與水頭高度關係 (H.R.S)

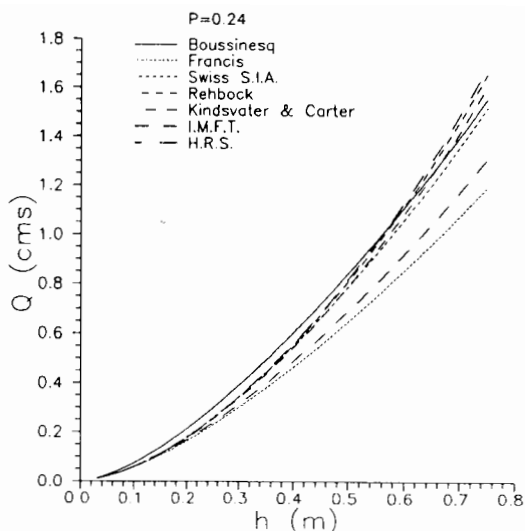


圖 4. 各流量公式之流量與水頭高度關係 (銳緣堰)

將七個流量公式在 $p = 0.24$ 之相關資料點繪於圖 4 知，在同一水頭高度時，Francis 公式所得之流量乃七個公式中最低者；在 $h > 0.55\text{m}$ 時，Boussinesq 公式所求得之流量為最大，水頭大於 0.55m 時，則以 H.R.S. 所得者最大。也由此可知，堰流公式因不同堰板高度、寬度和側縮寬度、磨擦損失、表面張力之有無納入考慮而不同，並使得公式之型式更形複雜。

三、公式推導

由於有關梯形堰之堰流公式資料很少，本研究假設在無摩擦損失下，推導梯形銳緣堰之堰流公式。如圖 5，則通過梯形堰板之流量

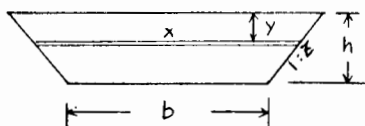


圖 5. 梯形溢流口示意圖

$$dQ = u dA = \sqrt{2gy} x dy \quad \dots\dots\dots (11)$$

又依據相似三角形定理，有

$$\frac{\frac{x-b}{2}}{z-h} = \frac{h-y}{h} \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\rightarrow \frac{x-b}{2zh} = \frac{h-y}{h}$$

$$\rightarrow x = 2zh\left(\frac{h-y}{h}\right) + b$$

$$= 2z(h-y) + b \quad \dots\dots\dots (13)$$

將式 (13) 代入式 (11)，得

$$\begin{aligned} Q &= \int_0^h \sqrt{2gy} [2z(h-y) + b] dy \\ &= \sqrt{2g} \int_0^h [2z(h-y)y^{1/2} + by^{1/2}] dy \\ &= \sqrt{2g} \left(\frac{2}{3}bh^{3/2} + \frac{8}{15}zh^{5/2} \right) \\ &= \frac{2}{15} [3b + 2(b+2zh)] \sqrt{2g} h^{3/2} \quad \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

式 (14) 與水土保持手冊所列之梯形断面防砂壩流量公式相同，後者且增加一流量修正係數 ($C_c = 0.6$)

以材料而言，銳緣 (薄板，Thin-Plate) 堰常由直立之金屬板所構成；而寬頂 (長底，Long-base) 堰則以混凝土或石塊疊砌而成。兩者之主要區別在於寬頂堰在水流方向上存在一個長度。由此可知，防砂壩之梯形溢流口流量公式如採用銳緣堰之公式可能會產生與一般學理不合之情形出現。另外，林傳茂和黃宏斌 (1994) 在從事防砂壩之水槽試驗中發現，當防砂壩壩後接近淤滿時，亦即堰高愈來愈小時，不僅堰流公式無法適用，而且，在陡坡狀況時，堰頂亦不再有臨界水深發生。所以，本研究在假設堰高足夠之情況下，由圖 6 推導梯形断面寬頂堰公式。

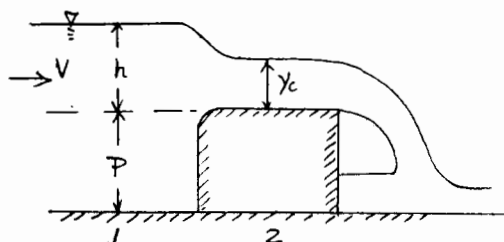


圖 6. 寬頂堰示意圖

假設無能量損失，由伯努利公式得 1，2 断面之能量關係

$$\frac{v^2}{2g} + h = \frac{v_c^2}{2g} + y_c \quad \dots\dots\dots (15)$$

由於梯形断面渠道發生臨界流況時，水力深度 (hydraulic depth)

$$D = \frac{(b+zy)y}{D+2zy} \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$V_c = \sqrt{gD} = \left\{ \frac{(b+zy_c)gy_c}{b+2zy_c} \right\}^{1/2} \quad \dots\dots\dots (17)$$

將式 (17) 代入式 (15)，且假設接近速度為零，可得

$$y_c = \frac{-(3-4mh) + \sqrt{(3-4mh)^2 + 40mh}}{10m} \dots\dots\dots(18)$$

式中， $m = z/b$

所以，梯形寬頂堰之流量

$$Q = \sqrt{gDA} \\ = (0.5 + \frac{0.5}{1+2my_c})^{0.5} (1 + my_c) \sqrt{gby_c^3} \dots\dots\dots(19)$$

四、渠槽試驗

渠槽試驗藉由台大水工所之多功能水槽完成。該水槽長 36 公尺、寬 1 公尺、深 1.2 公尺。以 SW-301 波高式水位計、DCU-10 聲波測距儀和水位勾尺配合量測水面剖線。水槽中段置梯形防砂壩模型一座，該壩溢流口底寬 0.7 公尺、邊坡斜率 1：0.5、長度（水流方向長度）0.1 公尺；最大溢流水深 0.15 公尺；壩高 0.246 公尺；壩體上、下游面斜率為 1：0.2；壩底寬 0.2 公尺、長 1 公尺。

壩後淤積狀況為空庫狀態，壩後底床坡度為零，流量範圍為 0.0066 ~ 0.0579cms。

五、結果與討論

為探討梯形銳緣堰與梯形寬頂堰流量與水頭高度關係之差異。將式 (14) 與式 (19) 繪如圖 7，其中之 z 與 b 值採用與模形相同之參數值。由圖中兩條曲線之關係知，同一水頭高度時，銳緣堰公式之流量較寬頂堰大；亦即同一流量時，以銳緣堰公式估算所得之溢流口高度會較寬頂堰者小，也就是其安全性較差。

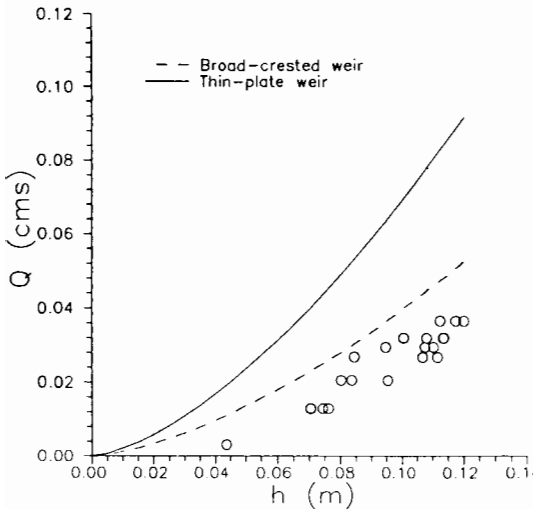


圖 7. 梯形寬頂堰與銳緣堰之流量與水頭高度關係

如果將 19 組試驗資料點繪於圖 7，發現試驗點在圖中全位於兩條曲線之下。此乃式 (14) 與式 (19) 為無任何能量損失之堰流公式，其流量高估之現象十分正常。現在，將流量修正係數 0.6 與 0.7 分別置入式 (14) 與式 (19) 中，如圖 8 所示，修正後兩公式同水頭高度之流量值降低許多，而且，亦發現此種設定之 b 與 z 情況下，修正後之銳緣堰公式流量仍較未修正前之寬頂堰者高，也就是以修正後之銳緣堰公式估算所得之水頭高度仍會較未修正前之寬頂堰者小。

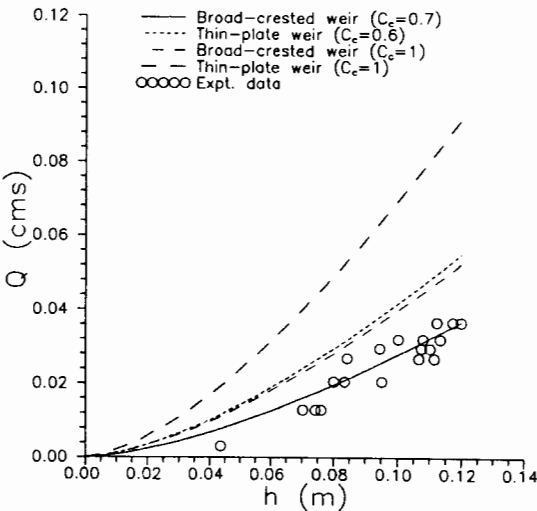


圖 8. 修正後之梯形寬頂堰與銳緣堰之流量與水頭高度關係

而修正後之寬頂堰公式在圖 8 中可看出與試驗點極為吻合。由於流量修正係數包含側縮寬度、摩擦損失、表面張力等能量損失，因此，不同材質與不同規模尺寸之防砂壩所適用之修正係數亦不同，但大致上均會位於同一數值範圍內。為了求取準確度和適用性較高之流量公式，不同側縮寬度、溢口長度與材質之防砂壩渠槽試驗是有其必要的。

六、結 論

經過公式推導和渠槽試驗之結果分析得知，目前水土保持手冊上所列之防砂壩溢流口流量公式乃梯形銳緣堰流公式，其所估算之水頭高度會較小，安全性較低。所以，防砂壩之梯形溢流口使用梯形寬頂堰公式估算流量和水頭高度關係會

較合宜；另外，在本研究之渠槽條件下，流量修正係數採 0.7 會使流量公式之計算結果和試驗點吻合效果較佳。所以，防砂壩之梯形溢流口之流量公式建議為

$$Q = 0.7(0.5 + \frac{0.5}{1 + 2my_c})^{0.5}(1 + my_c)\sqrt{gby_c^3/2}$$

$$\text{其中, } y_c = \frac{-(3 - 4mh) + \sqrt{(3 - 4mh)^2 + 40mh}}{10m}$$

$$m = z / b$$

謝 誌

本研究承蒙行政院農委會補助經費，本校水工所提供場地、試驗設備，使試驗得以進行，於此敬表謝忱。試驗期間，農委會水保科吳輝龍科長、張三郎技正、台灣大學陳教授信雄、中興大學何教授智武、段教授錦浩和游教授繁結之惠賜卓見，使本研究增色不少，另外，研究生林傳茂和潘建中等之全力協助試驗佈置操作，謹致上由衷之感謝。

參考文獻

1. 行政院農委會、山地農牧局 (1988)，水土保持工程手冊，43-44 頁。
2. 林務局 (1991)，台灣省早期防砂壩現況調查報告。
3. 林傳茂、黃宏斌 (1994)，防砂壩之水理特性研究，中華水土保持學報 25(4)：231-237。
4. 黃宏斌 (1994)，連續防砂壩群之水理特性研究，國立台灣大學水工試驗所研究報告第 183 號。
5. Ackers, P. et al. (1978), Weirs and Flumes for Flow Measurement, John Wiley & Sons Ltd., p.7, PP. 49-57.
6. White, F. M. (1979), Fluid Mechanics, McGraw-Hill Book Company, PP. 624-626.

收稿日期：民國 84 年 7 月 25 日

修正日期：民國 84 年 10 月 3 日

接受日期：民國 84 年 10 月 17 日

(上接第 55 頁)

- Geostatistics" Oxford University Press, New York.
20. Lebel, T., Bastin, G., Obled, C. and Creutin, D. J. (1987) "on the Accuracy of Rainfall Estimation: a Case Study" Water Resources Research Vol. 23. No. 11. pp 2123-pp2134.
 21. Rouhani, S. and Cargile, K. A. (1989) "Geostatistical Tool for Drought Management", Journal of Hydrology Vol. 1, No. 1, pp257-pp266.
 22. Shaw, E. M. (1989) "Hydrology in Practice" Second Edition, Van Nostrand Reinhold, London.
 23. Yevjevich, V. (1967) "An Objective Approach to Definitions and Investigation of Continental Hydrologic Droughts" Colorado State University Hydrology Paper No. 23.

收稿日期：民國 84 年 8 月 10 日

接受日期：民國 84 年 11 月 3 日