

坡地多層土壤滲流行為之實驗研究

The Experimental Study of Seepage Behavior on the Incline of Multilayer Soils

國立台灣大學農業工程研究所教授

國立台灣大學農業工程研究所碩士

國立中央大學應用地質研究所教授

暨國立台灣大學水工試驗所研究員

賴世寶

陳家洵

譚義績

Shih-Pao Lai

Chia-Shyun Chen

Yih-Chi Tan

摘 要

本研究主要目的在探討坡地多層土壤之滲流行為，由於滲流點不易量測，必須藉由理論方式解析後配合邊界條件，再利用 Boussinesq 方程式推算自由水面，同時利用滲流理論來計算坡地多層土壤之滲流量。由於坡地土層分佈相當複雜，所以計算其滲流量則相當困難，因此本研究則以簡化土層之流況，並以一維假設來計算坡地多層土壤之滲流量。利用一維之假設來計算坡地多層土壤之滲流量，由本研究之結果，在單層、雙層土壤時是可行，但在三層土壤時，從實驗當中有很明顯之垂直流現象，以一維之假設會產生相當大之誤差，主要因為有垂直滲漏現象之產生。

關鍵詞：坡地，滲流，追蹤劑。

ABSTRACT

The objective of this study is to discuss the behavior of seepage on the incline of multilayer soils. Since it is difficult to measure the seepage point, the problem is analyzed theoretically with appropriate boundary condition and then the free surface can be estimated using Boussinesq equation. By simplifying the flow conditions in soil layers, the amount of seepage is calculated using one-dimensional assumption. Results show that it is possible to calculate the amount of seepage using one-dimensional assumption for the case of one or two layer aquifer system and it will have significant errors for three-layers soils. The phenomenon of vertical flow has been observed in the laboratory experiment.

Keywords: Incline, Seepage, Tracer.

一、前 言

本省工商業發達，人口逐漸向都市集中，在大

都會區的平地開發已達極限。因此在山坡地上開發成住宅區日益增多，然而經由開墾，需建造一些邊坡設施工程，所以對排水措施的設計和運用，例如

排水暗管、排水滲層等，滲流量的大小還直接影響排水斷面設計及排水效果的分析。因此如何以滲流理論來計算坡地多層土壤之滲流量，做為設計排水時之參考。

本研究主要目的在探討坡地多層土壤之滲流行為，由於滲流點不易量測，必須藉由理論方式解析後配合邊界條件再行利用 Boussinesq 方程推算自由水面，同時利用滲流理論來計算坡地多層土壤之滲流量。由於坡地土層分佈相當複雜，所以計算其滲流量則相當困挫，因此本研究則以簡化土層之流況，並以一維假設來計算坡地多層土壤之滲流量，利用理論解析與實驗來比較量否可行。

研究方法擬分二部份進行：(1)實驗室砂箱實驗 (2)理論解析。分述如下：

實驗室砂箱實驗部份，為自行設計製做之大小砂箱模型，長度為 160 公分，砂樣之選擇以石英砂為主，以不同滲透係數之石英砂模擬不同之土層，並利用自然重力沉降方式放置於砂箱模型中，以達到均質的效果，依所要模擬之狀況築好砂樣之形狀。並在砂箱模型後面選定 48 個觀測點，經由橡皮軟管連接銅管及 L 型玻璃管測壓管做為量測水頭之工作。在砂箱模型之上方有一小蓄水箱，來裝追蹤劑之用，染料之加入以注射管來控制追蹤劑之多少，做為觀測滲流線之變化情形，並觀察出滲流點大概位置。

理論解析利用一維之假設，利用分段法將坡地分為若干段，分別建立各段滲流方程式聯立求解，求得滲流點及滲流量，再利用一維包西方程式求得自由水面線。

二、文獻回顧

在國外研究滲流問題最早溯至 Casagrande (1937) 利用流網研究壩滲流之問題。前人對滲流之研究，依研究方法可分為解析法、模型試驗、數值法等三種，對滲流相關研究文獻列示於表 (2.1)，其中本文與劉長齡等 (1989) 及 Rulon (1985) 不同之處在於兩篇均以降雨入滲為主，而本文不探討此方面之研究而在分析出滲位置之理論分析，另外本文所用邊界條件與劉氏及 Rulon 等完全不同。

表 2.1 前人研究滲流問題回顧

人 名	年 代	研 究 方 向
Casagrande	1937	利用流網研究壩滲流之問題
Warrick Lomen	1974	利用保角映像法計算穩定狀態下坡面滲流水面線
Marei Tower	1975	Hele-Shaw 試驗分析斜坡地下水問題
Siva Basu	1977	應用薛瓦茲-克利斯多夫轉換計算異向性土層之滲流問題
Rulon Freeze Rodway	1985	砂箱模型試驗斜坡多層地下水問題
Potter Gburek	1987	解坡地降雨滲流自由水位面之問題
劉長齡 許榮庭 許志方	1989	砂箱模型試驗斜坡多層地下水問題

三、坡地地下水砂箱實驗

3-1 砂箱模型

本實驗所用砂箱模型之尺度為長 160 公分，高 60 公分，寬 10 公分之砂箱模型如圖 (3-1)，模型之製仿係由厚 2.0 公分之壓克力板組合而成。模型箱之右邊為長 30 公分，高 60 公分，寬 10 公分之蓄水箱，但距模型箱 20 公分處有一抽取式壓克力板當做定水頭之用。距蓄水箱 2.5 公分處，於高 2.5 公分，每隔 5 公分處鑽 10 小孔，直徑為 0.2 公分，做為放染料之用。為防止模型中之砂土避免流入水箱之中，於水箱與模型箱之間放置不織布。水面線及壓力的測定方面，於砂箱後面鑽 48 個直徑為 0.5 公分之小孔如圖 (3-2)，並以 AB 膠黏接直徑 0.5 公分之銅管於其上，連接測壓管之用，在模型箱內壁為防止土壤顆粒阻塞測壓管上之小孔，影響測壓管量測結果，因此利用小孔通氣膠布 (Micropore) 貼於模型內壁。

3-2 試驗準備工作

甲、砂樣之填放

砂模之填放為實驗之先前作業，亦是實驗中最重要的過程，試驗過程中最困難之部份在於砂樣的填放部份，為達到完全飽和狀態亦即孔隙介質中無任何空氣存在，填放過程須注意均勻問題，以符合

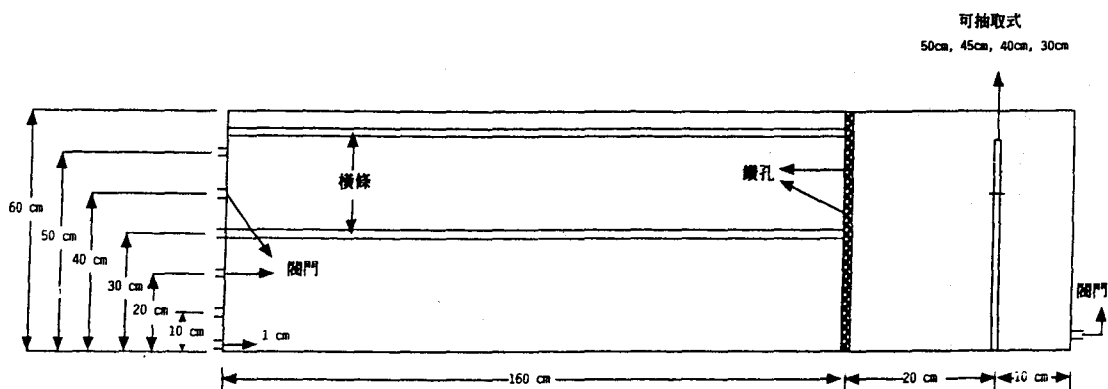


圖 3-1. 砂箱模型之示意圖

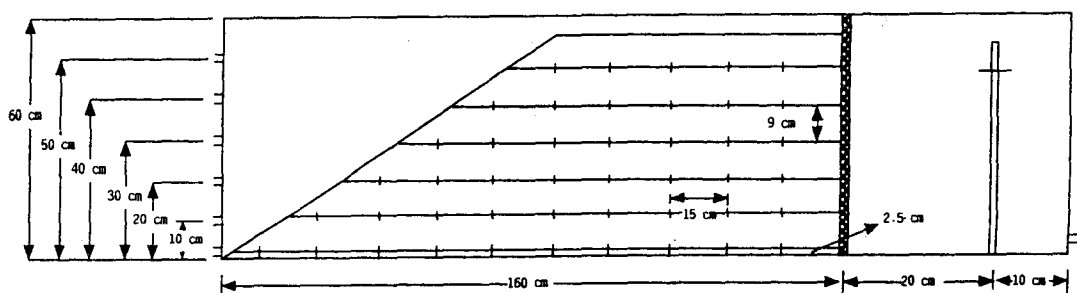


圖 3-2. 測驗點之設置圖

推導的基本假設。將砂樣放至水桶中加以攪拌並浸泡一天，使其土壤顆粒達到完全飽和狀態，再將飽和的砂樣徐徐的放入模型箱中，利用砂樣顆粒的重力自然沉降至所需的位置，使其達到自然壓密的狀態。

乙、測壓管之裝設

試驗點的選擇在水平方向係取距離模型箱右邊每隔 15 公分設置一測點，另外在垂直方向係取距離每隔 9 公分設置一測點，並計 48 個測點。測壓管係採用 0.5 公分的 L 型玻璃管與模型箱銅管之間以內徑 0.4 公分之橡皮管連接。

丙、邊坡處理

為考慮邊坡穩定，避免有斜坡下滑的現象，實驗中斜坡部份採特殊的處理在不影響排水的情況下以礫石覆蓋其上使斜坡固定，如此便可解決斜坡因地下水之突漲而有下滑的現象。

丁、追蹤劑之加入

在水平方向距離模型箱右邊 3 公分處，垂直方向距底部 2.5 公分，在每隔 5 公分鑽一直徑 0.2 公分，共有十點，在砂箱上方 150 公分處放置一小蓄

水箱，並在蓄水箱底部鑽直徑 0.5 公分十孔，與砂箱之間以注射管連接，當做施放追蹤劑之用，注射管有一控制閥，可調放追蹤劑量之大小，追蹤劑是採用紅色墨汁，主要易於清洗且溶於水。

戊、定水頭之模擬

定水頭水箱利用蠕動抽水馬達不斷抽水進入，利用溢流方式維持定水頭。將溢流出來之水回收到水箱，在利用蠕動抽水馬達將水補注進入定水頭水箱中，循環使用節省用水量。

己、水量之量測

水量之量測乃抽水進行時同時以量杯蒐集，並由碼表計時以計算單位時間之水量。

庚、資料讀取

由於邊界在剛受到干擾時，水位變動較為劇烈，剛開始以二分鐘為一時，待勢能梯度變化較緩時，每隔 5 分鐘讀一次數據，由於測管有 48 個無法一次在短時間內讀取完備，因此，為能準確的讀取數據資料，故採用照像方法讀取數據。

辛、水力傳導係數之測定

利用砂箱試驗模型箱內砂樣來做水力傳導係

數，利用第一與第二組之實驗測壓管水頭及出流量之數據，以砂箱前面段所量測到之測壓管水頭來推求水力傳導係數，利用流速法測定水力傳導係數結果如表 3.1，3.2 所示。

3-3 試驗方法

表 3.1 砂箱試驗模型箱內砂樣一水力傳導係數之實驗結果

高水頭 H (cm)	低水頭 h (cm)	長度 L (cm)	砂樣面積 A (cm ²)	滲流量 Q (cm ³ /sec)	水力傳導係數 K (cm/sec)
44.6	41.8	15	432.0	2.122	0.0263
47.3	44.6	15	459.5	2.122	0.0257
41.8	38.6	15	402.0	2.122	0.0247
平均水力傳導係數：0.0256(cm/sec)					

表 3.2 砂箱試驗模型箱內砂樣二水力傳導係數之實驗結果

高水頭 H (cm)	低水頭 h (cm)	長度 L (cm)	砂樣面積 A (cm ²)	滲流量 Q (cm ³ /sec)	水力傳導係數 K (cm/sec)
46.5	43.1	15	448.0	23.17	0.227
49.8	46.5	15	481.5	23.17	0.218
39.9	36.0	15	379.5	23.17	0.235
平均水力傳導係數：0.228(cm/sec)					

層、三層土壤，總共做了七組實驗。單層土壤實驗做二組試驗，以二種不同水力傳導係數之砂樣做試驗，雙層土壤做三組試驗，則利用不同水力傳導係數之砂樣交換使用及不同邊界條件，三層土壤做二組試驗，利用二種不同水力傳導係數之砂樣，上、下層以同一種砂樣，中層以另一種砂樣。實驗之邊界條件，土層之厚度如表 (3.3) 所示。

試驗方法為自行設計一台砂箱試驗模型，模型的尺寸視使用的需要而定，一但砂箱試驗模型製作完成，首先須對砂箱模型做校正的工作，檢視完畢後將砂箱模型放置於實驗室內，此時必須注意模型箱的放置是否水平，是非常重要的，因為在試驗地下水流動完全依賴兩邊水頭梯度所造

表 3.3 七組實驗之邊界條件及土層厚度

組別	土層分佈	水力傳導係數			土層厚度 (cm)			上聯定水頭 (cm)	下聯定水頭 (cm)
		上	中	下	上	中	下		
一	單層	K ₁			55			50	10
二	單層	K ₂			55			50	10
三	雙層	K ₂		K ₁	27.5		27.5	50	10
四	雙層	K ₂		K ₁	27.5		27.5	50	20
五	雙層	K ₁		K ₂	27.5		27.5	50	10
六	三層	K ₁	K ₂	K ₁	25.0	5.0	25.0	50	10
七	三層	K ₂	K ₁	K ₂	25.0	5.0	25.0	50	10

成，砂箱放置不平，則會影響整個試驗結果。測壓管之製作，測壓管的材質應儘量採用黏滯係數較小的材料，且連接於模型箱與測壓管間的橡皮軟管長度不可太長，以防止水頭因黏滯效應而產生誤差。不同土層砂樣之填放方法，將浸泡飽和之砂樣徐徐放入模型箱中，以自然重力沉降方式放入至所需要之垂直高度以後，將水放掉再以抹

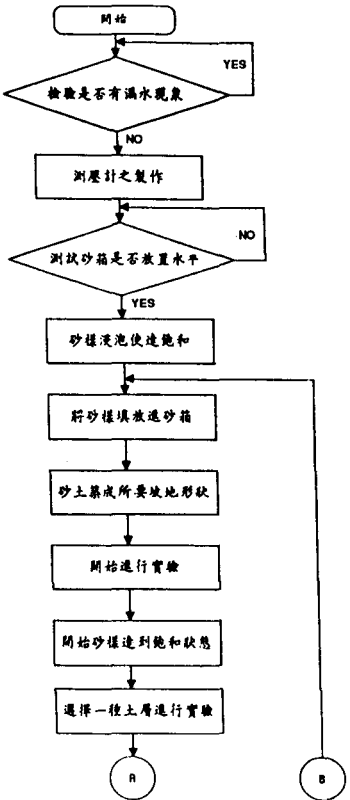


圖 3-3. 砂箱模型試驗流程圖 (共二頁)

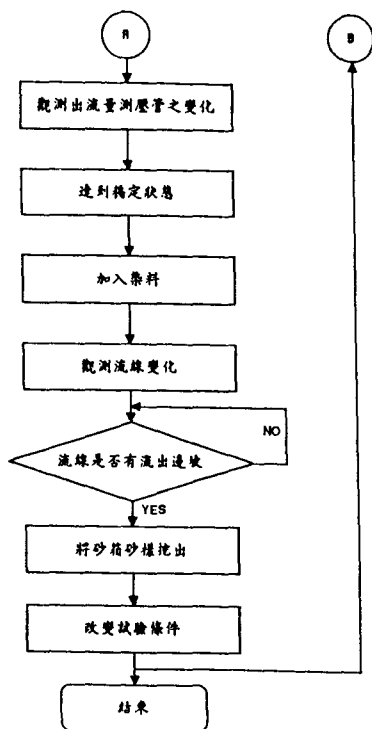


圖 3-3 砂箱模型試驗流程圖(續)

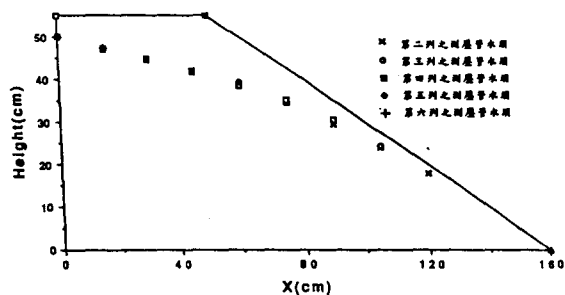


圖 3-4. 第一組實驗測壓管水頭之圖示

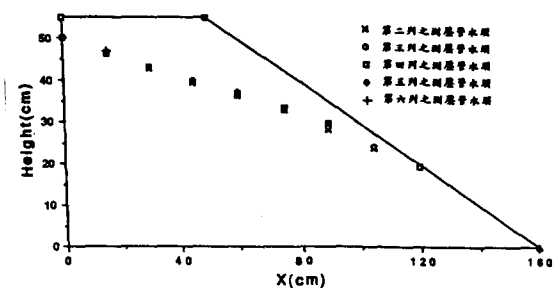


圖 3-5. 第二組實驗測壓管水頭之圖示

刀將土層抹平，將水加入後再填放砂樣至所需要之高度，使砂樣填築成矩形之形狀，再依實驗所模擬之坡度，將砂樣築好成需要之形狀。

實驗開始進行時應注意測壓管的準確度，必

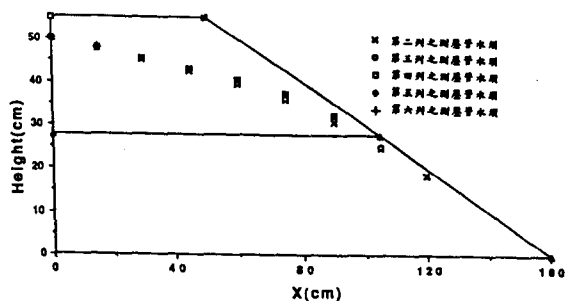


圖 3-6. 第三組實驗測壓管水頭之圖示

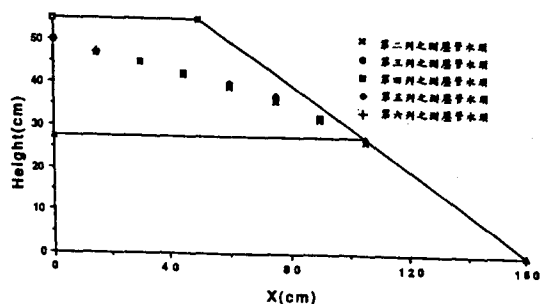


圖 3-7. 第四組實驗測壓管水頭之圖示

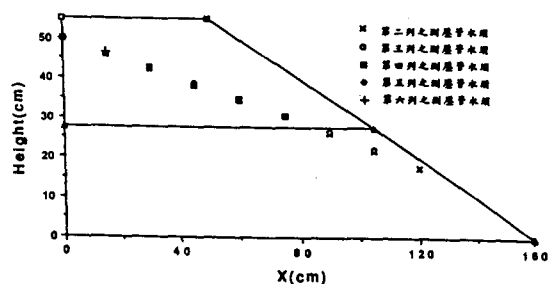


圖 3-8. 第五組實驗測壓管水頭之圖示

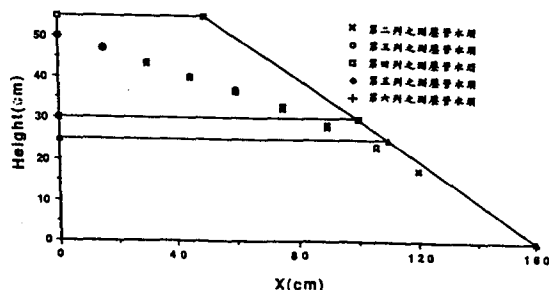


圖 3-9. 第六組實驗測壓管水頭之圖示

須對測壓管進行校正的工作，以確保測壓管的準確性，為避免砂樣堵塞測壓管，於模型箱內部以小孔通氣膠帶黏貼，由於砂樣有小顆粒會阻塞通氣膠帶之小孔中，因此必須經常對其打氣將小顆粒打散。在依所選定的邊界條件開始進行實驗之模擬，在以照像方法在選定時間讀取數據，一

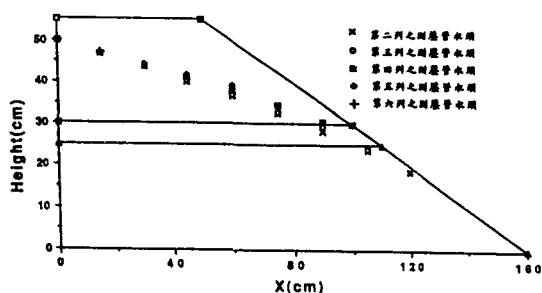


圖 3-10. 第六組實驗測壓管水頭之圖示

直到連續幾個時間段所讀取的數據不再有變化時，即判定達到穩定狀態。再將追蹤劑加入，並控制追蹤劑之加入，由控制閥來控制，如加入追蹤劑太多，則流線之寬度會很大，如太少則流線可能會無法看清楚，因此追蹤劑之加作必須加以控制，直至追蹤劑完全跑出邊坡以後即可停止實驗。砂箱模型試驗的流程圖如圖 3-3 所示。

3-4 實驗結果與分析

由圖 (3-4) 至圖 (3-10) 為七組實驗測壓管水頭之結果，由於實驗當中第一列測壓管鑽的太低，以致量測產生很大誤差，因此第一列測壓管水頭不採用。由圖可知道第四組實驗測壓管水頭為最高，由於下游定水頭邊界定在 20 公分處。且上層之砂樣 K 值較大，產生較快之流速，使大部份之水流經由上層流出，在下層有很大垂直梯度，因下層 K 值較小，滲漏量較小，至使觀測到測壓管水頭最高。第五組實驗其測壓管水頭最低，由於下層砂樣 K 值較大，使大部份之水流經此層土壤，使上層之水流會往下層土壤流，量測到之測壓管水頭最低。

表 3.4 實驗之單位面積滲流量 單位(cm^2/sec)

組別	一	二	三	四	五	六	七
實驗排水量	0.2122	2.317	0.7369	0.6734	1.4267	0.4213	1.920

壓管水頭最低。

圖 (3-4) 為單層土壤之情形，其測得之測壓管水頭之高度是介於各種情形中間，可以明確了解，因為不會有上層往下層流之情形，使測得之水頭較實驗 2、5、6、7 組為高，較實驗 3、4 組低。圖 (3-9) 為三層土壤之情形，由於上、下兩層 K 值較小，中間一層 K 值較大，使之上層水流會往中層土壤流，但中間土壤之水流只有一小部

份之水往下層流，使測得之測壓管水頭較第一組實驗低，但較第五組實驗高。圖 (3-10) 為三層土壤之情形，由圖上可知有非常明顯的垂直梯度，由於上、下兩層 K 值較大，中間一層 K 值較小，使大部份水流從上層流出，但中間有一層 K 值較小之土壤，會阻絕上層之水流往下層流，使測得之測壓管水頭較第二組實驗低，但較第六組實驗高。

表 (3.4) 為實驗所量得之排水量，利用實驗達到穩定以後，量測出水量，以第二組所測得之排水量最高，第一組測得之排水量最低，由於土壤水力傳導係數，以第二組最大，第一組最小。其它各組所量測到排水量是介於第一，二組之間。

四、數學模式之解析解

本研究所考慮有二方面，一為均質土壤，只考慮單層情形，基本假設土壤為等向性且均質、一維、穩定、不考慮毛細現象。二為非均質土壤，包括雙層、三層土壤，基本假設各層土壤為等向性且均質、一維、穩定、不考慮毛細現象。

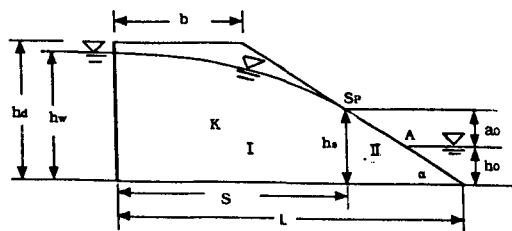


圖 4-1. 單層土壤之邊界狀況示意圖

就以上之情況加以探討。

4-1 單層土壤

此情形為兩邊皆為定水頭，一邊定水頭固定在 h_w 處，另一邊之變水頭固定在 h_0 處，如圖 (4-1) 所示。分為二部份來探討，第一部份自由水面下以土層， $0 \leq x \leq S$ ，第二部份自滲流點以下之三角形面積， $S \leq x \leq L$ 。圖上之 S_p 點即滲流點， h_s 滲流點之水頭， S 滲流點之水平距離， a_0 滲流點至水面之距離，滲流點以下和水面以上的一段邊界，叫做滲流面。 h_0 下游定水頭之高度， L 土體之長度， h_d 土體之高度， h_w 上游定水頭之高度， b 堤頂之長度， α 斜坡之角度。利用連續性定理，

由上游定水頭流進第一部份之流量等於第二部份流出之流量。

第一部份利用 Harr(1962, 頁 56, 式 13)

$$\frac{q}{K} = \frac{h_w^2 - (a_0 + b_0)^2}{2S} \dots\dots\dots (4-1)$$

第二部份利用 Harr(1962, 頁 56, 式 15)

$$\frac{q}{K} = \frac{a_0}{m_1} (1 + \ln \frac{a_0 + h_0}{h_0}) \dots\dots\dots (4-2)$$

其中：

$$m_1 = \cot \alpha$$

$$S = b + m_1 [h_d - (a_0 + b_0)]$$

利用第一組實驗之資料, $h_d=55$ 公分, $h_w=50$ 公分, $h_0=10$ 公分, $b=50$ 公分, $\alpha=26.56$ 度, $m_1=2$, $K=0.0256(\text{cm/sec})$, 利用 (4-1) 式等於 (4-2) 式, 可解得 a_0 等於 10.45 公分, 滲流面流量等於 0.1338 (cm^2/sec), 總滲流量等於 0.2237 (cm^2/sec), 再利用一維 Boussinesq 方程式, 解得自由水面線。

利用第二組實驗之資料, $h_d=55$ 公分, $h_w=50$ 公分, $h_0=10$ 公分, $b=50$ 公分, $\alpha=26.56$ 度, $m_1=2$, $K=0.228(\text{cm/sec})$, 利用 (4-1) 式等於 (4-2) 式, 可解得 a_0 等於 10.45 公分, 滲流面流量等於 1.190 (cm^2/sec), 總滲流量等於 1.990 (cm^2/sec), 再利用一維 Boussinesq 方程式, 解得自由水面線。

4-2 雙層土壤

雙層土壤, 由實驗得知第三、四組實驗, 其滲流點在上層土壤, 由實驗得知第五組實驗, 其

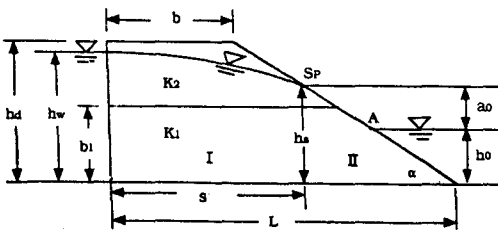


圖 4-2. 雙層土壤之邊界狀況示意圖

滲流點在下層土壤。

滲流點在上層

此情形為兩邊皆為定水頭, 一邊定水頭固定在 h_w 處, 另一邊之變水頭固定在 h_0 處如圖 (4-2) 所示, 分為二部份來探討, 第一部份自自由水面下以土層, $0 \leq \chi \leq S$, 第二部份自滲流點以下之三角形面積, $S \leq \chi \leq L$ 。 b_1 下層土壤之厚度, 其他符號如單層土壤所示。

第一部份利用 Bear(1972, 頁 370, 式 8.1.31)

$$q = \frac{k_2}{2s} (h_s - h_w) [h_s + h_w - 2b_1 + 2\frac{K_1}{K_2} b_1] \quad (4-3)$$

第二部份利用單層求三角形面積流量之觀念可求得

$$q = \frac{K_2}{m_1} (h_0 + a_0 - b_1) + \frac{K_1}{m_1} (b_1 - h_0) + \frac{K_1}{m_1} a_0 \ln \frac{a_0 + h_0}{a_0} \dots\dots\dots (4-4)$$

利用第三組實驗之資料, $h_d=55$ 公分, $h_w=50$ 公分, $h_0=10$ 公分, $b=50$ 公分, $b_0=27.5$ 公分, $\alpha=26.56$ 度, $m_1=2$, $K_1=0.0256(\text{cm/sec})$, $K_2=0.228(\text{cm/sec})$, 利用 (4-3) 式等於 (4-4) 式, 可解得 a_0 等於 20.86 公分, 滲流面流量等於 0.607 (cm^2/sec), 總滲流量等於 0.7116 (cm^2/sec), 再利用一維 Boussinesq 方程式, 解得自由水面線。

利用第四組實驗之資料, $h_d=55$ 公分, $h_w=50$ 公分, $h_0=20$ 公分, $b=50$ 公分, $\alpha=26.56$ 度, $m_1=2$, $K_1=0.0256(\text{cm/sec})$, $K_2=0.228(\text{cm/sec})$, 利用 (4-3) 式等於 (4-4) 式, 可解得 a_0 等於 21.59 公分, 滲流面流量等於 0.562 (cm^2/sec), 總滲流量等於 0.667 (cm^2/sec), 再利用一維 Boussinesq 方程式,

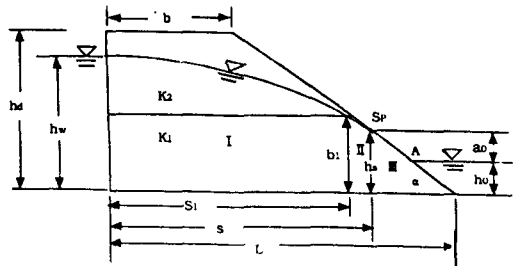


圖 4-3. 雙層土壤之邊界狀況示意圖

解得自由水面線。

滲流點在下層

此情形為兩邊皆為定水頭, 一邊定水頭固定在 h_w 處, 另一邊之變水頭固定在 h_0 處, 如圖 (4-3) 所示, 分為三部份來探討, 第一部份自自由水面下以土層, $0 \leq \chi \leq S_1$, 第二部份, 自自由水面與土層交界至滲流點, $S_1 \leq \chi \leq S$ 。 b_1 下層土壤之厚度, S_1 自由水面與土層交界之水平距離, 其他符號如單層土壤所示。

第一部份利用 Bear(1972, 頁 371, 式 8.1.33)

$$qS_1 = b_1 (K_1 - K_2) (h_w - b_1) - \frac{K_2}{2} (b_1^2 - h_w^2) \quad (4-5)$$

第二部份利用 Harr(1962, 頁 56, 式 13) 觀念可求得

$$qS = qS_1 - \frac{K_1}{2}((a_0 + h_0)^2 - b_1^2) \quad (4-6)$$

第三部份利用單層求三角形面積流量之觀念可求得

$$q = \frac{a_0 K_1}{m_1} (1 + \ln \frac{a_0 + h_0}{h_0}) \quad (4-7)$$

利用第五組實驗資料, $h_d = 55$ 公分, $h_w = 50$ 公分, $h_0 = 10$ 公分, $b = 50$ 公分, $b_1 = 27.5$ 公分, $\alpha = 26.56$ 度, $m_1 = 2$, $K_1 = 0.228$ (cm/sec), $K_2 = 0.0256$ (cm/sec), 利用 (4-5) 式, (4-6) 式, (4-7) 式, 可解得 a_0 等於 7.57 公分, 滲流面流量等於 0.863 (cm²/sec), 總滲流量等於 1.589 (cm²/sec), 再利用一維 Boussinesq 方程式, 解得自由水面線。

4-3 三層土壤

三層土壤, 由實驗得知第六組實驗其滲流點大概在中層土壤位置, 由實驗得知第七組實驗其

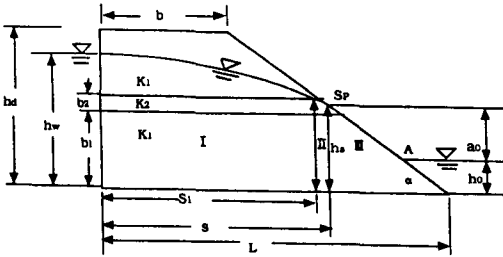


圖 4-4. 三層土壤之邊界狀況示意圖

滲流點在下層土壤位置。

滲流點在中層

此情形為兩邊皆為定水頭, 一邊定水頭固定在 h_w 處, 另一邊之變水頭固定在 h_0 處, 如圖 (4-4) 所示, 分為三部份來探討, 第一部份自自由水面以下以土層, $0 \leq \chi \leq S_1$, 第二部份, 自自由水面與土層交界至滲流點, $S_1 \leq \chi \leq S$, 第三部份自滲流點以下之三角形面積, $S \leq \chi \leq L$. b_1 下層土壤之厚度, b_2 中層土壤之厚度. S_1 自由水面與土層交界之水平距離, 其他符號如單層土壤所示。

第一部份

$$q = \frac{K_1}{2S} (h_w - b_1)^2 + \frac{K_2}{Sb_1} (h_w - b_1) + \frac{K_2}{S} \frac{b_1^2 - (b_1 + b_2)^2}{2} \quad (4-8)$$

第二部份

$$qS = \frac{K_2}{2} ((b_1 + b_2)^2 - h_s^2) - b_1 (K_2 - K_1)$$

$$(b_1 + b_2 - h_s) + qS_1 \quad (4-9)$$

第三部份利用單層求三角形面積流量之觀念可求得

$$q = \frac{K_2}{m_1} (a_0 + h_0 - b_1) + \frac{K_1}{m_1} (b_1 - h_0) + \frac{K_1}{m_1} a_0 \ln \frac{a_0 + h_0}{a_0} \quad (4-10)$$

利用第六組實驗之資料, $h_d = 55$ 公分, $h_w = 50$ 公分, $h_0 = 10$ 公分, $b = 50$ 公分, $b_1 = 25$ 公分, $b_2 = 5$ 公分, $\alpha = 26.56$ 度, $m_1 = 2$, $K_1 = 0.0256$ (cm/sec), $K_2 = 0.228$ (cm/sec), 利用 (4-8) 式, (4-9) 式, (4-10) 式, 可解得 a_0 等於 16.99 公分, 滲流面流等於 0.4189 (cm²/sec), 總滲流量等於 0.5195 (cm²/sec), 再利用一維 Boussinesq 方程式, 解得自由水面線。

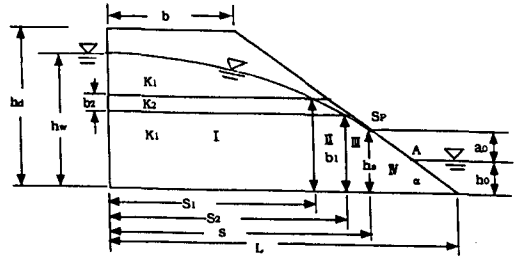


圖 4-5. 三層土壤之邊界狀況示意圖

滲流點在下層

此情形為兩邊皆為定水頭, 一邊定水頭固定在 h_w 處, 另一邊之變水頭固定在 h_0 處, 如圖 (4-5) 所示, 分為四部份來探討, 第一部份自自由水面以下以土層, $0 \leq \chi \leq S_1$, 第二部份, 自自由水面以下至下層土層交界處, $S_1 \leq \chi \leq S_2$, 第三部份, 自自由水面與下層土壤交界處至滲流點, $S_2 \leq \chi \leq S$, 第四部份自滲流點以下之三角形面積, $S \leq \chi \leq L$. b_1 下層土壤之厚度, b_2 中層土壤之厚度, S_1 自由水面與中層土壤交界處之水平距離, S_2 自由水面與下層土壤交界處之水平距離, 其他符號如單層土壤所示。

第一部份

$$q = \frac{K_1}{2S} (h_w - b_1)^2 + \frac{K_2}{S} b_1 (h_w - b_1) + \frac{K_2}{S}$$

$$\frac{b_1^2 - (b_1 + b_2)^2}{2} \dots\dots\dots (4-11)$$

第二部份

$$qS_2 = \frac{K_2}{2}((b_1 + b_2)^2 - b_1^2) - K_1 b_1 b_2 - K_2 b_1 h_1 + qS_1 \dots\dots\dots (4-12)$$

第三部份

$$qS_2 = qS + \frac{K_1}{2}(h_1^2 - b_1^2) \dots\dots\dots (4-13)$$

第四部份利用單層求三角形面積流量之觀念可求得

$$q = \frac{K_1}{m_1} a_0 (1 + \ln \frac{a_0 + h_0}{a_0}) \dots\dots\dots (4-14)$$

利用第七組實驗之資料， $h_d = 55$ 公分， $h_w = 50$ 公分， $h_0 = 10$ 公分， $b = 50$ 公分， $b_1 = 25$ 公分， $b_2 = 5$ 公分， $\alpha = 26.56$ 度， $m_1 = 2$ ， $K_1 = 0.228$ (cm/sec)， $K_2 = 0.0256$ (cm/sec)，利用 (4-11) 式、(4-12) 式、(4-13) 式，(4-14) 式，可解得 a_0 等於 12.43 公分，滲流面流量等於 0.9007 (cm²/sec)，總滲流量等於 1.736 (cm²/sec)，再利用一維 Boussinesq 方程式，解得自由水面線。

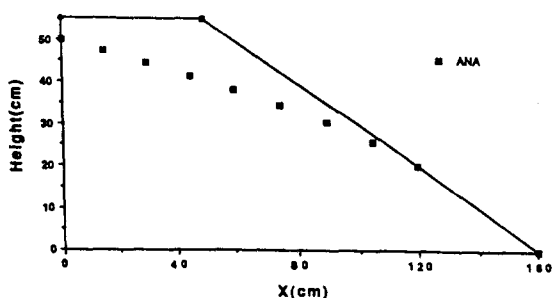


圖 4-6. 第一組解析解之自由水面線圖

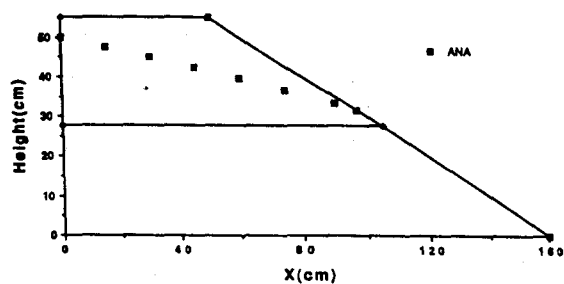


圖 4-9. 第四組解析解之自由水面線圖

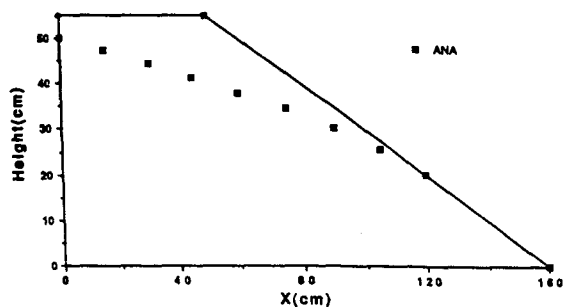


圖 4-7. 第二組解析解之自由水面線圖

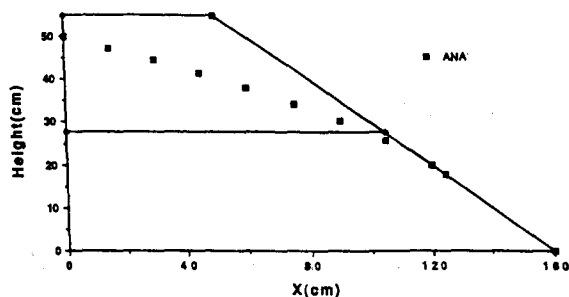


圖 4-10. 第五組解析解之自由水面線圖

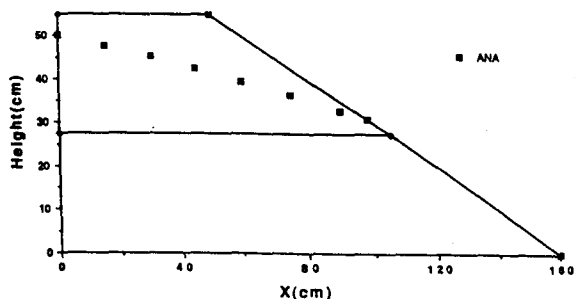


圖 4-8. 第三組解析解之自由水面線圖

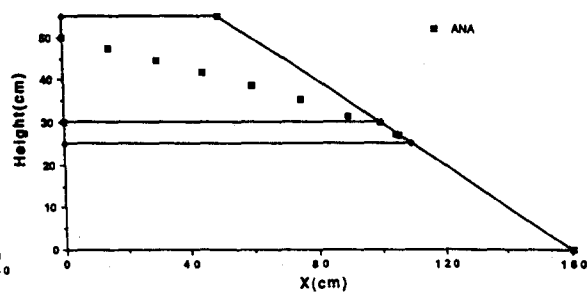


圖 4-11. 第六組解析解之自由水面線圖

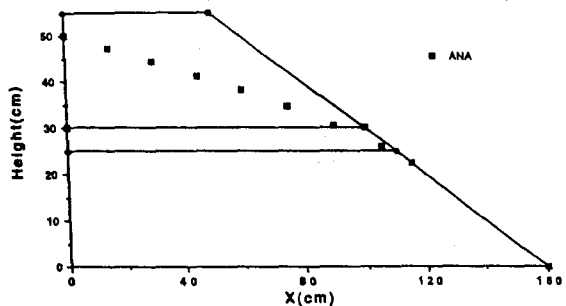


圖 4-12. 第七組解析解之自由水面線圖

表 4.1 解析之滲流點位置 單位 (cm)

組別	一	二	三	四	五	六	七
滲流點位置	20.45	20.43	30.86	31.59	17.57	26.99	22.05

表 4.2 解析之單位面積滲流量 單位 (cm^2/sec)

組別	一	二	三	四	五	六	七
滲流量	0.1338	1.190	0.607	0.562	0.8630	0.4189	1.3737
水面下之流量	0.0899	0.800	0.1046	0.1051	0.7260	0.1006	0.8300
全部排水量	0.2237	1.990	0.7116	0.667	1.5890	0.5195	2.204

4.4 理論解析之結果

圖 4-6 至圖 4-12 為七組解析計算之自由水面線，可知第四組之自由水面線最高，第五組之自由水面線最低。第一、二組為單層情形，解析所得之自由水面是介於其它情況之間，是合乎常理。情況三是兩層土壤，解析所得自由水面線較高，由於下層土壤水力傳導係數 K 值較小，上層土壤水力傳導係數 K 值較大，使大部份水從上層流，使得算得自由水面線較高。第四組解析所得自由水面線最高，主要是下游定水頭邊界條件定在 20 公分處，水流流況與第三組類似。第五組所解析得之自由水面線最低，由於下層土壤水力傳導係數 K 較大，上層土水力傳導係數 K 值較小，產生上層水流往下層流之現象，使算得之水頭為最低。第六組解析所得之自由水面線，比第一組低，由中間一層 K 較大，使上層之水流會往下層流，所得之自由水面線比第一組為低。第七組解析所得之自由水面線較第二組高是正確，由於中

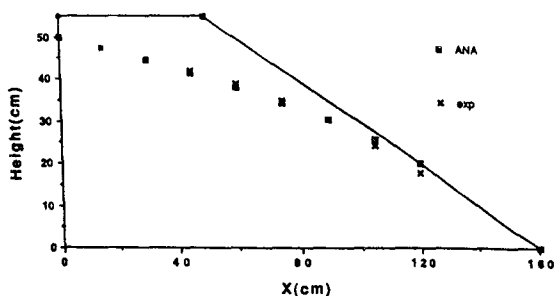


圖 5-1. 第一組實驗值與解析解之自由水面線比較圖

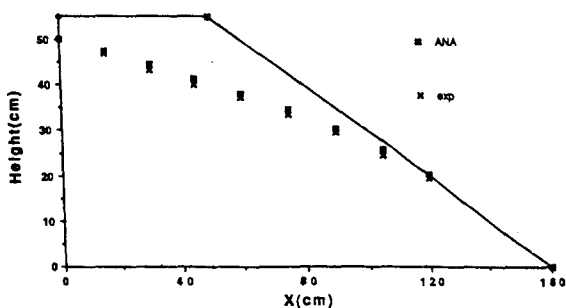


圖 5-2. 第二組實驗值與解析解之自由水面線比較圖

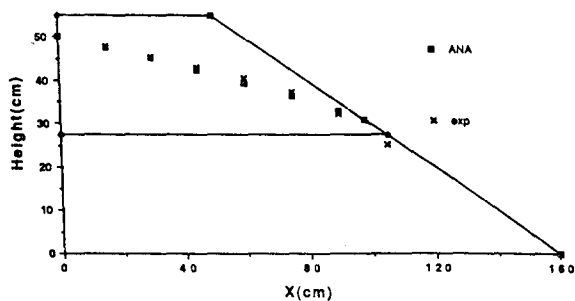


圖 5-3. 第三組實驗值與解析解之自由水面線比較圖

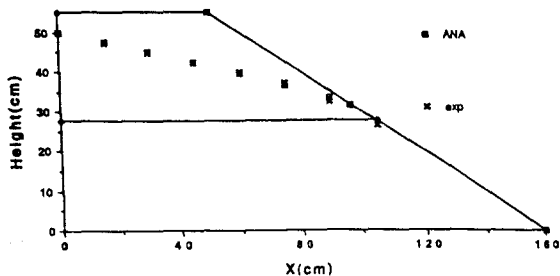


圖 5-4. 第四組實驗值與解析解之自由水面線比較圖

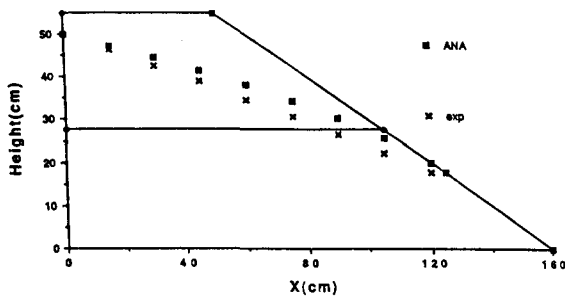


圖 5-5. 第五組實驗值與解析解之自由水面線比較圖

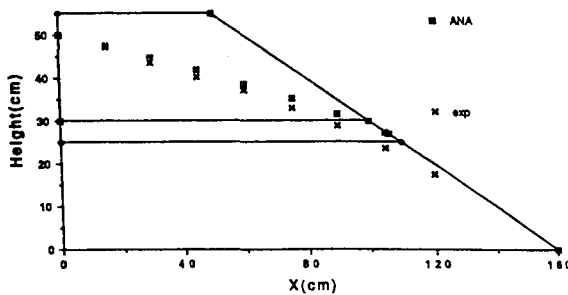


圖 5-6. 第六組實驗值與解析解之自由水面線比較圖

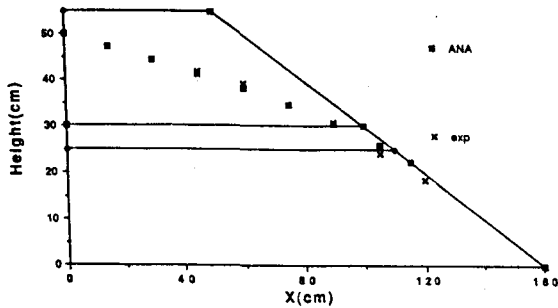


圖 5-7. 第七組實驗值與解析解之自由水面線比較圖

間一層 K 值較小，具有阻絕層之水流往下層流使自由水面線得到較第二組為高。

表 (4.1) 是各情形解析所得滲流點之位置，主要根據實驗流線之結果，判斷滲流大概位置，利用理論解析求得滲流點之位置，在估算滲流量，以第四組計算所得之滲流點最高，第三組之滲流點最低。表 (4.2) 是解析所得之滲流量，第一、二組都是單層土壤，以第一組所得之滲流量為最低，因第一組土壤水力傳導係數較小，第二組與

第一組剛好相反，土壤水力傳導係數較大，因此所求得之滲流量最高。其它情況所求得之滲流總量是介於第一、二組之間。第三組與第四組是相同之土壤放置情形，只是下游定水頭邊界條件不同，求得之結果以第三組所得之滲流量較第四組高，可由表知，在定水頭以下之滲流量兩者差不多，但由滲流面流出之流量有所差異，大部份水流都由滲流面流出。

五、實驗與理論解析結果之比較

圖 (5-1) 至圖 (5-7) 為實驗值與解析自由水面線之比較圖，實驗之自由水面線是利用測壓管所量得之水頭，利用外插方法求得壓力等於零得位置，即自由水面線。比較結果顯示，第一組所得之自由水面線非常吻合，只是在斜坡出口有一點

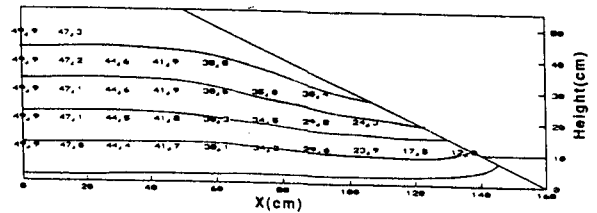


圖 5-8. 第一組實驗之測壓管水頭與流線圖

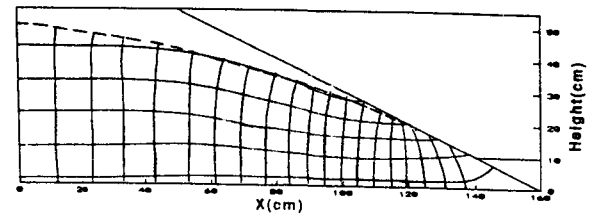


圖 5-9. 第一組之流網圖

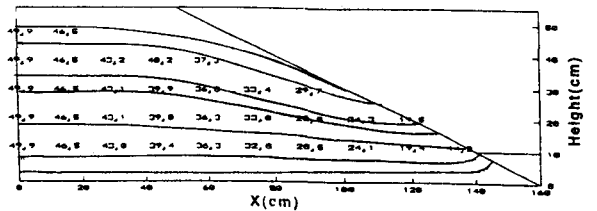


圖 5-10. 第二組實驗之測壓管水頭與流線圖

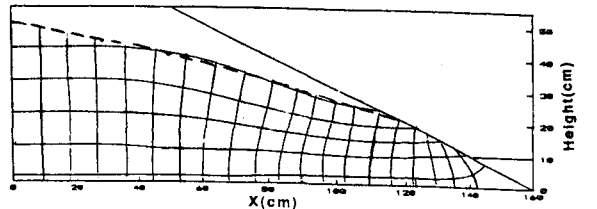


圖 5-11. 第二組之流網圖

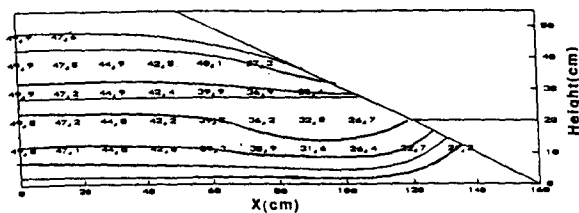


圖 5-12. 第三組實驗之測壓管水頭與流線圖

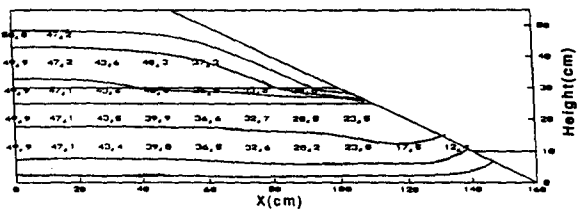


圖 5-18. 第六組實驗之測壓管水頭與流線圖

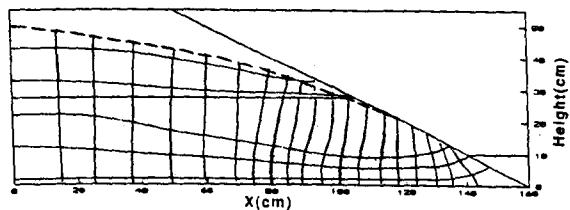


圖 5-13. 第三組之流網圖

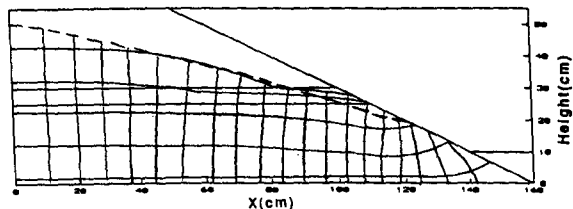


圖 5-19. 第六組之流網圖

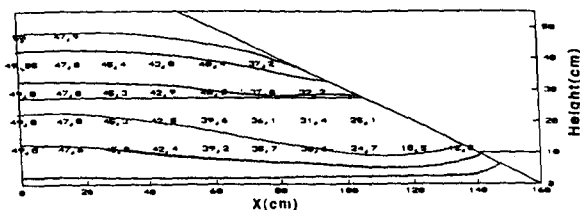


圖 5-14. 第四組實驗之測壓管水頭與流線圖

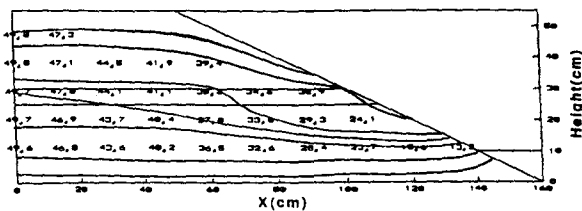


圖 5-20. 第七組實驗之測壓管水頭與流線圖

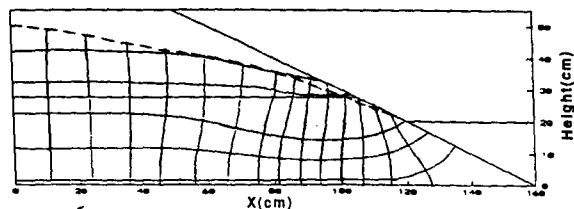


圖 5-15. 第四組之流網圖

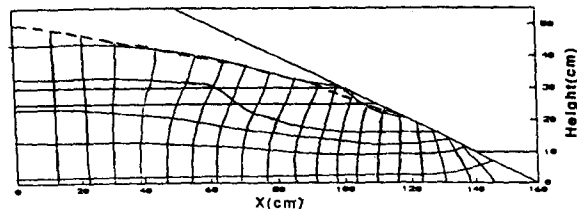


圖 5-21. 第七組之流網圖

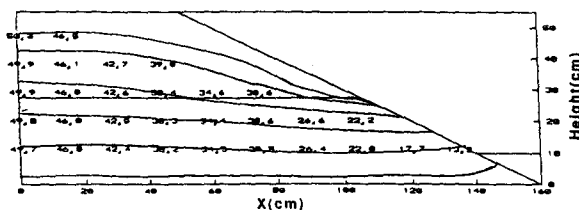


圖 5-16. 第五組實驗之測壓管水頭與流線圖

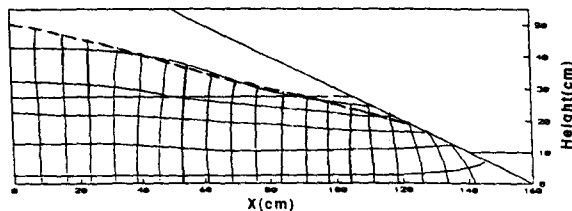


圖 5-17. 第五組之流網圖

的差異。第二組所測得實驗值與解析自由水面線結果，大致上是吻合，但測得之結果較第一組低。第三組由實驗計算所得之自由水面線較解析所算出之值低，由於實驗當中無法在斜坡面上測得水頭，致無法觀測到滲流點之位置，以至產生誤差。第四組所測得實驗與理論之自由水面線所產生之原因與第三組一樣。第五組由實驗與解析之自由水面結果有所差異，由於第五組之 K 值大在下層，以致上層之水流會往下層流，產生較大垂直流之現象。由於解析之計算，是考慮一維的模式，但此現象是二維之現象，才會產生較大誤差之因素。第六組實驗與解析計算之自由水面線結果差異較大，此情形也與第五組所產生之原因一樣，因中層為 K 值較大之土壤使上層水流會往

中層流，會產生垂直流之現象，所以必須考慮二維的因素。第七組由實驗與解析計算之自由水面線結果，幾乎沒有差異，由於中層為 K 值較小，所以滲漏量較小，以致所測得到之自由水面線較第五組高。

圖 5-8 及 5-21 實驗觀測出之流線描繪流網圖。其中虛線為自由水面線，由圖上知觀測出之流線會比自由水面線，因此無法定出最上面那一條流線。流網繪製之自由水面線定出主要利用實驗觀測出測壓管水頭，以外插方法求得壓力等零的位置，即自由水面線，再利用網繪製方法繪成流網。由第一組、第二組實驗為單層情形，其流場會一致，由圖 5-9 及圖 5-11 所繪出之流網可得此結果，由於穩定時利用拉普拉斯方程式可知流場都一致。圖 5-12 及圖 5-13，從實驗觀測出之流線在上層之流線不會經由下層，但由理論繪製之流網會有上層經由下層之現象，產生這麼大之差異主要是砂樣放置時，土層分界必須抹平，在此處有稍微壓實以致產生此結果。圖 5-20 及 5-21，可由流網得知有非常明顯垂直流現象。由圖可得知，在 42.5 公分處所施放之流線比實驗所觀測出之測壓管水頭，以外插所得之自由水面線高，主要當穩定時在非飽和區域，因重力排水使水流慢慢流至飽和區域，因此使流線被非飽和區域往上帶，以致產生較大之差異。

由理論解析所求得之滲流點位置比實驗所觀測到流線之位置低，主要流線施放時受到非飽和之影響，使流線觀測到較實際測得之水頭高，因此所求得之滲流點較流線低是正確。表 (5.1) 是實驗與解析所得之排水量，由表上得知，在單層、雙層時其相對誤差 5-10 百分比左右，在三層時相對誤差在 10-20 百分比左右，因此利用理論解析時假設一維來計算，在三層時不適合須以三維來計算滲流量，才符合實際狀況。

六、結論與建議

6-1 結論

(1) 本研究利用理論解析一維假設所求得之滲流量與實驗所量得之流量比較結果，在單層、雙層時其相對誤差 5-10 百分比左右，以此假設來計

算滲流量是可行，在三層時相對誤差在 10-20 百分比左右，因此三層土壤利用理論解析時假設一維來計算是誤差較大，必須以二維來計算滲流量，才符合實際狀況且比較合理。

表 5.1 解析與實驗之單位滲流量單位 (cm^2/sec)

組別	一	二	三	四	五	六	七
滲流面	0.1338	1.190	0.607	0.562	0.8630	0.5195	1.3737
水面下之流量	0.0899	0.800	0.1046	0.1051	0.7260	0.1006	0.8300
全部排水量	0.2237	1.990	0.7116	0.667	1.5890	0.5195	2.204
實驗排水量	0.2122	2.317	0.7369	0.6734	1.4267	0.4213	1.920
相對誤差	5.0	14.0	3.4	1.0	11.4	23.3	14.7

(2) 本研究之流網乃利用染色追蹤劑施放所觀測出之流線描繪而得，在繪製流網時均以實驗觀測為主，因為實際砂樣放置可能有異值性的情形，且會產生分層之效應。還有另一因素就是受到毛細現象之影響，將流線往上提昇，以致施放之最高流線會比自由水面線高。

(3) 由於實驗無法真正測到滲流點之位置，只能從流線來推估大概滲流點之位置，輔以理論的方式來求得滲流點之位置然後再利用解析方式推求自由水面之位置。

(4) 由理論解析與實驗觀測之水頭在自由水面之比較。在單層土壤時幾乎沒有差異，雙層土壤時， K 值大在上層， K 值小在下層，其自由水面線是沒有差異，但當 K 值小在上層， K 值大在下層，自由水面差異較大，主要上層有垂直流之現象，但理論計算時假設一維，以致產生誤差。三層土壤時，上、下二層 K 值較小，中層 K 值大，自由水面產生較大之誤差，上層之水流會往中層流，由中層流出，會產生垂直流之現象，理論計算時假設一維，以致產生誤差。當上、下二層 K 值較大，中層 K 值較小，自由水面沒有太大之差異。

6-2 建議

(1) 本研究試驗部份還沒考慮降雨方面，主要

觀看流線變化情形，以及滲流點與降不降雨時之滲流點有所差異。

(2)改善砂樣放置方法，達到土層均質性，不會產生分層之效應，使實驗更符合假設，利用滑動式之漏斗快速將砂樣加入砂箱內，達到均質性。

(3)利用數值方法來計算滲流量與各測點之水頭，主要利用二維之控制方程式計算滲流量，然後與實驗觀測之結果來互相比較是否相吻合。

(4)利用張力計來量測水頭，來觀看受毛細作用所影響之高度有多大，且可判斷施放追蹤劑是否有受毛細現象之影響。

參考文獻

1. 曹以松，1989，地下水，中國土木水利工程學會。
2. 劉長齡、許榮庭、陳志方，1988，坡地地下水流出及入滲數學模式之研究(1)，國立成功大學水利及海洋工程研究所。
3. 洪堅仁，1992，坡地滲漏含水層系統自由水面線之研究，國立台灣大學農業工程學研究所碩士論文。
4. 洪堅仁、譚義續，1992，坡地滲漏含水層自由水面線之研究，地下水調查分析與保育管理研討會論文集，pp.239-258。
5. 張博文，1991，地下水滲漏含水層滲漏量之理論分析及砂箱試驗之研究，國立台灣大學農業工程學研究所碩士論文。
6. 張博文、譚義續、洪堅仁，1991，地下水滲漏含水層系統之砂箱模型研究，農工學報第三十七卷第三期 pp.48-66。
7. Bear, J., *Hydraulics of Groundwater*, McGraw-Hill, 1979.
8. Bear, J., *Dynamics of Fluids in Porous Media*, American Elsevier, New York, 764pp., 1972.
9. Casagrande, A. *Seepage Through Dams*, Harvard University Pub. 209, Journal of the New England Water Works Association, 1937.
10. Harr. M. E., *Groundwater and seepage*, McGraw-Hill, 1962.
11. Marci, S. M. and Towner. G. D. A Hele-Shaw Analog Study of the seepage of groundwater resting on a sloping bed, *Water Resour. Res.*, 11(4) pp. 589-594. 1975.
12. Potter, S. T. and W. J. Gburek, *Seepage Face Simulation Using PLASM*, *Groundwater*, Vol. 25, No. 6, pp. 722-732, 1987.
13. Rulon, J. J. R. Rodway and R. A. Freeze, The development of multiple seepage faces on slopes, *Water Resour. Res.*, 21(11), pp. 1625-1636, 1985.
14. Siva, R. A., and Basu, U., Flow Under a Weir With A Sloping Step on Anisotropic Soil of Finite Depth, *Soils and Foundations*, Vol. 17, pp 43-48, 1977.
15. Todd, D. K., *Groundwater Hydrology*, John Wiley, Sons, 1980.
16. Warrick, A. W. and D. O. Lomen, *Seepage Through a Hillside: The Steady Water Table*, *Water Resour. Res.*, 10(2), pp. 279-283. 1974.

收稿日期：民國 84 年 4 月 12 日

修正日期：民國 84 年 9 月 6 日

接受日期：民國 84 年 9 月 19 日