

專論

感潮下水道幹線流況模擬之研究

Effects of Tidal Stage on Storm Sewer System Modeling

國立台灣大學土木工程學研究所碩士

林保宏  
Pao-Hung Lin

國立台灣大學農工系教授

許銘熙  
Ming-Hsi Hsu

國立台灣大學土木工程系教授

林國峰  
Gwo-Fong Lin

國立台灣大學農工系教授

王如意  
Ru-Yih Wang

摘要

本文考慮最高精度水力特性之動力波 (dynamic wave) 方程式, 亦即以完整的聖文南 (Saint-Venant) 方程式為理論基礎, 建立高精度之下水道排水系統模式, 以模擬排水幹、支線之水流動態。數值方法採用非線性四點隱式差分法, 並配合牛頓—拉福森法 (Newton-Raphson) 法疊代求解。於滿管流時則以卜里斯曼細縫 (Preissmann slot) 虛擬水面線。模式應用主要著眼於排水幹線系統受潮位頂托所引起之迴水效應之影響模擬。本模式上游邊界可為流量歷線或水位歷線; 下游邊界條件則有四種選擇: 一為水位歷線, 二為流量歷線, 三為自由流況, 四則為以上三者之混合歷線型式, 也就是可以模擬整個排水至閘門關閉之抽水過程。由模擬之結果與實驗驗證資料之比較, 可發現與實際之趨勢一致且合理。

關鍵詞: 下水道排水系統模式, 聖文南方程式, 數值方法, 迴水效應。

ABSTRACT

Based on the 4-point implicit finite difference formulation of the Saint-Venant equations, a highly accurate storm sewer system simulation model is developed. The model provides realistic simulations of flow in main and tributary pipes. For pressurized flows, the hypothetical Preissmann piezometric open slot is adopted. Both pressurized and free surface flows are simultaneously solved using the Newton-Raphson iteration. The focus of application is on the simulation of backwater due to the down-stream boundary influence. The upstream boundary conditions for the model can be either discharge or stage hydrographs. The downstream boundary condition can be chosen from the following: the water stage hydrograph, the discharge hydrograph, the rating curve, and the compound of the above three.

The model is successfully applied to a sewer system with backwater effects.

Keywords : Storm sewer system simulation model, Saint-Venant equation, Numerical method, Backwater effect.

## 一、前言

台北市區為一盆地，地勢低窪，周圍為新店溪、基隆河及淡水河三條水道所環繞，集水面積大。除了因降雨量超過設計標準、排水幹線堵塞或淤積為市區淹水之主要原因外，每年盛夏及颱風季節時，豪雨驟加，河川水位高漲，部份排水幹線出口地勢低窪，排水系統功能無法完全發揮，亦是造成市區淹水主因之一。

一般而言，夏季暴雨延時短而強度特大，易造成市區內局部積水；但暴雨之降雨強度有時並未達到台北市下水道幹線設計標準之五年重現期距降雨量78公厘/小時，卻造成市區之淹水現象。民國八十年六月十九日之暴雨，其最大之小時雨量僅68.5公厘/小時，卻造成市區內忠孝東路、南京東路、民生東路、林森北路、錦州街、濱江街、長安西路等處積水現象。經檢討發現，除了前述之幹線淤積或其他人為因素外，幹線出口迴水效應亦是造成積水之原因。因目前對於短延時暴雨，幹線排水設計係以重力排水為主，部分幹線出口高程較低，尤其如特三號幹線（雙園抽水站系統）、承德幹線、和中山抽水站系統（敦化、民族幹線）等大排水幹線，平時受迴水的影響在排水幹線出口段中已有積水現象，在漲潮時迴水現象更為嚴重。因此在暴雨期間若受下游迴水高漲之影響，將減少幹線之排水功能。

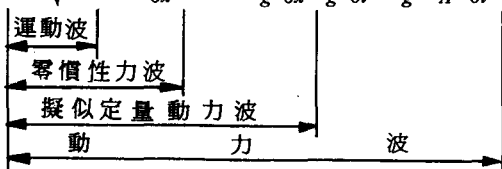
本研究之主要目的，在於藉由自行發展、建立的較高精度之排水幹、支線動力波模式，分析幹線出口處受潮位頂托造成之迴水影響，以裨作為檢討及改善低窪幹線淹水問題之對策。由於本研究之著眼點為迴水效應之影響，故排水幹線出口之河川潮位分析為重點之一；此外，所建立的模式對於下游邊界的處理具有較佳的能力，可以模擬水流從自由流況至下游潮位影響控制再至閘門關閉抽水機抽水之流量控制等之實際連續水流過程。本模式除了具主、支流水力演算之能力外，亦可在主、支流上任

意位置再加入類似側流點源之輸入歷線；模式也能對淤積断面加以考慮和處理，使得下水道管網之建立能更形實際與完備。本研究選定台北市受迴水影響較嚴重之特三號排水幹線系統（雙園抽水站排水系統）進行實際模擬。

## 二、文獻探討

### 2-1 下水道模式之理論背景

現有下水道模式大多基於明渠流之聖文南（Saint-Venant）方程式或其簡化而來。完整之動力波方程式（complete dynamic wave equation）中，包含了描述明渠變量流之動力影響的所有項。經過省略動力波方程式中之不同項，可得到不同等級之簡化式。若省略局部加速度項，稱為擬似定量動力波（quasi-steady dynamic wave）簡化；若同時省略局部和位變加速度項（local and convective acceleration terms），即為零慣性力波（noninertia wave）簡化；如果壓力項和慣性力項皆省略，此種簡化式即為運動波（kinematic wave）方程式。以上各種簡化式之省略項次情形如下：

$$Q = CA \sqrt{S_0 \cos \theta} \frac{\partial Y}{\partial x} - (2\beta - 1) \frac{V}{g} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\beta - 1}{g} \frac{VB}{A} \frac{\partial Y}{\partial t} \quad (1)$$


其中C相依於用以代表摩擦坡度的公式，例如曼寧公式（Manning's formula）公制時， $C = R^{2/3} / n$ ；達西-韋斯巴哈公式（Darcy-Weisbach formula）時， $C = (8gR/f)^{1/2}$ 。(1)式中各符號所代表之物理量意義如4-1節所示。各種不同等級的簡化式有其各別的特性與限制性，本研究著重於動力波模式之探討。

### 2-2 現有下水道模式之評估與分析

以下針對一些已發表過的動力波模式作概略之比較與評估：

(1)ISS模式（Sevuk et al., 1973）是以一階表示

式 (first-order scheme) 之特性方程式求解動力波方程式。ISS模式考慮匯合點之迴水影響至三段下水道，而解網路中水理則以疊段法 (overlapping segment method)。即在同時段中，一管一管地逐一求解。但此模式僅能處理明渠流。

(2)S11-S模式 (Hoff-Clausen et al., 1982) 使用 Abbott-Ionescu六點隱式法 (Abbott, 1979)，配合雙掃法同時解出流量及水深。在滿管流時，則以卜里斯曼細縫來模擬，此模式數值上尚稱穩定。

(3)Froise and Burges (1978) 模式以四點非中心隱式法求解Saint-Venant方程式，下游邊界以正常流 (Normal flow) 流況為邊界條件，但如此則不能考慮受迴水影響情形；且亦僅能模擬明渠流，無法處理滿管流況。

(4)法國的CAREDas模式 (Chevreau et al., 1978)，其數值方法也是以四點隱式差分法和採用卜里斯曼細縫模擬滿管。模式並會自動檢視渠道的坡度，以決定是否以簡化的運動式計算，或是在夠緩的坡度時，以動力波式進行演算。

(5)SURDYN模式 (Pansic, 1980) 是能處理明渠流與滿管流的模式中，唯一以壓力管流來模擬滿管流，並連同明渠流一齊解出流況。其計算水深時並考慮水頭損失，滿管方程式為省略局部加速度項之擬似定流量動力波式。但其模擬結果在過渡段常有振盪 (oscillation) 現象產生。

(6)SWMM (Metcalf & Eddy Inc., 1971) 模式為美國環保署持續支持發展。主要依據變量流理論，以一維連續方程式與運動方程式為基礎，依水流程之特性，將模式分成地表逕流 (runoff) 及排水幹線輸水 (transport) 兩部份 (block)。地表逕流部分 (runoff block) 是依據運動波理論，將集水區之降雨量經由逕流演算，計算匯入排水幹線之流流量歷線；幹線輸水部分 (transport block) 則利用疊代法求解運動波方程式，以計算排水幹線之流量及人孔溢水量。SWMM對於滿管的處理，是假設溢流水量皆存於上游人孔，不會對流體之力學行為造成影響，此點不甚合理。SWMM第三版加添了有處理動力波能力的EXTRAN部分 (extended transport block) (Roesner and Shubinki, 1982; Roesner et al., 1984)，其數值方法方法係採用顯式法 (explicit method)。EXTRAN為適應各種雨水下水道排列情

形，採用 Link-Node之觀念為求解方法；即在管線 (Link) 中流量不變且滿足動量方程式，在節點人孔 (Node) 處滿足連續方程式。

以上各種不同的模式，在處理亞臨界流及超臨界流間和滾波流況時，或是在明渠流及滿管之過渡段，都會由於其假設而遭遇不同的求解困難。

### 2-3 滿管流況之有關研究與分析

純粹單一滿管流狀況下，水流的通水斷面積為一常數，此時僅需將水深轉換為壓力水頭，並可對原Saint-Venant方程式作一簡化而得另一型態之控制方程式，並配合連續方程式即可進行求解，情形常屬單純，詳見陳(1985)。一般最主要的困難點在於明渠與滿管流之過渡流況銜續過程。大部分的模式於此問題的處理皆採用卜里斯曼細縫 (Preissmann slot) 的方法虛擬水面線 (Cunge and Wegner, 1964)。此種方法將滿管流況亦當作明渠流一齊處理，很技巧地避開了過渡流況處理的複雜性，更簡化了電腦程式撰寫的困難度。但相對地缺點則是由於虛擬細縫的引入，造成質量與動量式守恆的問題；細縫太寬會不符實際物理情形，太窄則又會造成數值不穩定的現象。Cunge et al. (1981) 建議寬度可在1公分或大一些，Sjoberg (1982) 建議當水深對管徑比 $h/D \geq 0.9999$ 時，細縫寬度 $b$ 可以下式表示

$$b/D = 10^{-6} + 0.05423 \exp [ -(h/D)^2 ] \dots\dots\dots (2)$$

他也進一步的建議滿管斷面積 $A$ 與水力半徑 $R$ 之計算式如下：

$$A = (\pi D^2/4) + (h-D)b \dots\dots\dots (3)$$

$$R = D/4 \dots\dots\dots (4)$$

一般相信平滑與漸變的表示式對程式處理上的穩定性有較佳的幫助。細縫曲線的模擬由於缺乏可信的資料，或僅能夠從一些過去的經驗，例如水錘現象與壓力管線的波速傳遞等方面，獲取一些間接的驗證。

## 三、河川潮位調和分析

潮位分析之目的主要係配合台大水工所發展之「河系變量流模式」，以計算各排水幹線出口的河川水位，作為下水道模式下游迴水邊界條件擬定之用。淡水河口的潮位係受潮汐影響，可用調和分析方法加以預測。

### 3-1 調和分析

調和分析方法係假定潮汐的升降為各分潮的綜合現象，每一個分潮是由一個假想天體所引起，且每一分潮都有固定的週期。影響潮汐變化的基本方程式如下（林，1967）：

$$H_t = H_0 + \sum_{i=1}^k A_i \cos(V_i + U_i + n_i t - \delta_i) \dots (5)$$

其中  $H_t$ ：t 時刻之預測潮位；

$H_0$ ：長期記錄資料所求得之平均水位；

$A_i$ ：分潮之振幅；

$V_i$ ：於起始點時，引起潮汐作用的引數（argument）；

$U_i$ ：預測期間，引起潮汐作用的引數的平均值；

$n_i$ ：分潮的角速度；

$t$ ：起始點至預測點之時間；

$\delta_i$ ：分潮的遲角（或相位差）。

(5)式中  $H_0$ 、 $A_i$  及  $\delta_i$  先經由預測站的長期潮汐水位記錄分析求得（本研究採用水利局所分析計算的淡水河口之  $H_0$ 、 $A_i$  及  $\delta_i$ ）。 $n_i$  則為定值，不因地點不同而改變。 $V_i$  及  $U_i$  則為時間的函數，可由天體曆查出某時刻之太陽黃徑  $h$ 、月球黃徑  $s$ 、月球近地點黃徑  $p$ 、月球昇交點黃徑  $N$  等計算得之。其中  $V_i$  與  $s$ 、 $p$ 、 $h$  有關， $U_i$  與  $N$  有關。將各值代入(5)式，即可將各分潮對潮汐作用值累加得出某一時刻的潮汐預測值。

本研究選用60個主要分潮以調和分析模式進行演算，然後將所得之推估潮位與淡水河口全潮觀測潮位比較，如圖1所示。由圖中可看出推估潮位在時間上稍有延遲，但最高潮位的誤差在10公分以內。據此，針對淡水河口從民國80年至84年五年的調和分析，找出最高潮位，並取其前後共48小時之模擬結果如圖2所示。最高潮位為1.83公尺，發生時間為民國81年7月30日12時。以上所模擬之潮位歷線，係做為河系變量流模式之邊界條件。

### 3-2 河系變量流模式

河系變量流模式（顏和許，1982）是根據一維緩變量流連續及運動方程式，模擬河川水理狀況之模式。河系變量流模式之模擬，係希望推估各排水幹線出口的河川水位。本模式為便於計算機之處理與儲存，需將自然河道斷面予以規則化，使其在相同水位下具有與原斷面相等之通水面積，而本研究

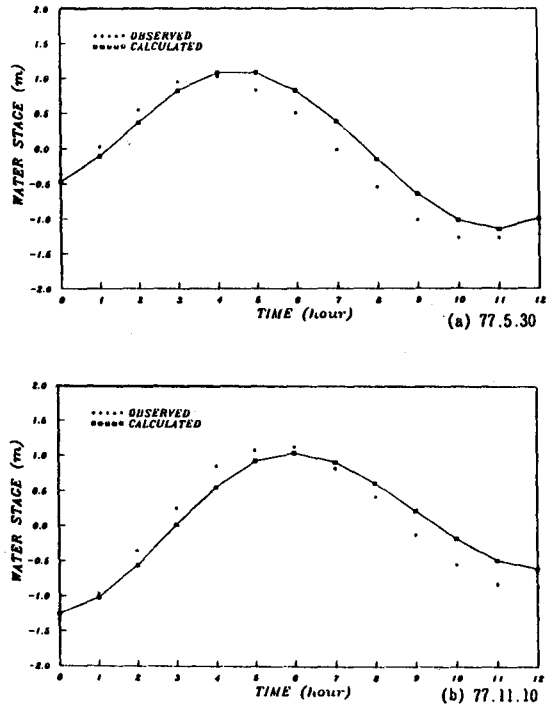


圖 1 淡水河口潮位調和分析驗證

係採用水利局於78年實測之河川斷面資料。

在參數的檢定及驗證中，以五堵水文站（基隆河）、新海橋（大漢溪）、中正橋（新店溪）上游邊界，輸入流量歷線，淡水河出海口為下游邊界，輸入水位歷線。輸入的邊界值中，新海橋、中正橋、淡水河口等根據水利局全潮測量時之實測記錄，五堵站則採用水利局水文年報中之日平均流量

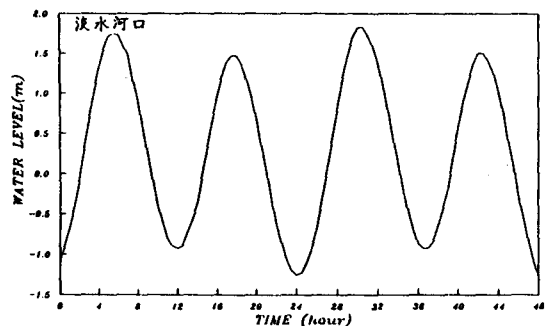


圖 2 淡水河口潮位調和分析模擬結果

做為流量歷線的輸入值（因五堵站於常流狀況時，一天內之流量變化很小）。但因五堵站屬基隆河上游，用日平均流量演算時會造成基隆河下游段的流量及水位的計算值偏低（在本研究中，將模式中之側流量 $q_i$ 假設為0，係造成偏低現象的主因），故本研究按基隆河五堵以上和全流域的集水面積之比例，對五堵之輸入流量做一修正（基隆河流域面積 $501\text{km}^2$ ，五堵站集水面積 $204.4\text{km}^2$ ，故將實際流量乘以2.45倍）。

在河系變量流模式中，須檢定及驗證之參數僅有曼寧係數 $n$ 。本研究係簡化成一個河段僅有一個 $n$ 值，並以「淡水河防洪治本計劃書」（水利局，1964）中之 $n$ 值為起始值，經調整各河段的 $n$ 值，得出一組最適宜的 $n$ 值組合如表1。

表 1 河系曼寧糙度表

河 段 名 稱	$n$ 值
大漢溪（新海橋—萬華）	0.023
新店溪（中正橋—萬華）	0.025
淡水河（萬華—關渡）	0.025
基隆河（五堵—關渡）	0.032
淡水河（關渡—河口）	0.030

對於各排水幹線出口的河川潮位模擬，上游邊界係採用「台北地區防洪計劃專案工作小組技術小組水工模型試驗報告」（水資會，1972）之基隆河五堵站、新店溪中正橋站、大漢溪新海橋站的二年重現期距洪水流量歷線，下游邊界採用3-1節調和分析所得之最高潮位前後48小時的潮位歷線。排水幹線出口處抽水站之河川潮位的模擬結果如圖3所示。

#### 四、數值模式之建立

本模式主要係以處理明渠流的變量流模式（顏和許，1982）為基礎，加添模擬壓力管效應的卜里斯曼法，並除主、支流外任意點的側流加入處理及下游各種不同邊界控制條件轉換的處理能力，使之成為能模擬下水道網路水流動態的數值模式。此外，為了能更精確掌握幹、支線匯流點的實際流況，本模式亦可針對匯流點的能量損失加以考量，

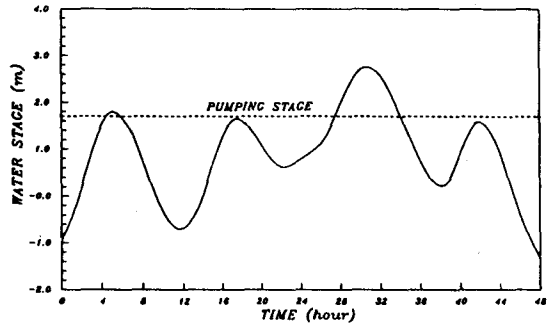


圖 3 以二年重現期距洪水模擬所得之雙園抽水站潮位歷線

更能真實模擬二維匯流點由於能量損失對流況的影響和變化程度。

#### 4-1 控制方程式

本模式關於管路的水理演算係採用一維變量流理論，根據Saint-Venant所導出之緩變量流基本方程式：

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} - q_i = 0 \dots\dots\dots (6)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{Q^2}{A} \right) - gA \left( S_0 - \frac{\partial Y}{\partial x} - S_f \right) - q_i V = 0 \dots (7)$$

式中：A：通水斷面積[L<sup>2</sup>]；

Q：流量[L<sup>3</sup>T<sup>-1</sup>]；

$q_i$ ：單位管線長度之側流量[L<sup>2</sup>T<sup>-1</sup>]；

t：時間座標[T]；

x：沿水流方向之距離座標[L]；

g：重力加速度[L<sup>2</sup>T<sup>-2</sup>]；

$S_0$ ：底床坡度[0]；

Y：水深[L]；

$S_f$ ：摩擦坡度= $n^2 Q |Q| / A^2 R^{4/3}$ [0]；

R：水力半徑[L]；

n：曼寧糙度係數[L<sup>1/3</sup>]；

V：側流平均速度在x方向之分量[L<sup>2</sup>T<sup>-1</sup>]。

以上控制方程式組係基於以下之假設：

- 1.通水斷面A上為靜壓分佈；
- 2.通水斷面為均勻流速分佈（動量校正係數 $\beta = 1$ ）；
- 3.內應力所造成的空間方向力梯度很小（即 $\frac{\partial T}{\partial x} = 0$ ，T為內應力）。

(6)式為不可壓縮流體連續方程式，(7)式為一維緩變量流之動量方程式，合稱Saint-Venant方程式。(6)式係表示在一單位長度控制體積中，通過該體積之淨入流量 $(-\frac{\partial Q}{\partial x} + q_1)$ 等於該控制體積內所含水體積之變化率 $(\frac{\partial A}{\partial t})$ ；(7)式表示在一控制體積中，沿x斜體方向之外力總和等於讓控制體積中動量對時間之變化率(單位質量)。在(7)式中，外力包括單位質量之重力 $(gS_0)$ 、壓力梯度 $(-g\frac{\partial Y}{\partial x})$ 與摩擦阻力 $(-gS_r)$ 等。

#### 4-2 數值方法

由於Saint-Venant方程式並無解析解存在(Yen, 1986)，所以(6)與(7)式須利用數值方法求解。本模式以非線性隱式差分法求解各時段及地點之水理變數。

對於一欲解之變數f，依四點隱式差分法(顏和許, 1982)寫成差分式如下：

$$\left. \begin{aligned} f &= \frac{\theta}{2}(f_{i+1}^j + f_{i+1}^{j+1}) + \frac{1-\theta}{2}(f_{i+1}^j + f_{i+1}^{j+1}) \\ \frac{\partial f}{\partial x} &= \theta \frac{f_{i+1}^{j+1} - f_{i+1}^j}{\Delta x} + (1-\theta) \frac{f_{i+1}^j - f_{i+1}^{j+1}}{\Delta x} \dots\dots\dots (8) \\ \frac{\partial f}{\partial t} &= \frac{1}{2\Delta t} [(f_{i+1}^j - f_{i+1}^{j+1}) + (f_{i+1}^{j+1} - f_{i+1}^j)] \end{aligned} \right\}$$

式中i和j分別代表時間及空間之座標指數； $\Delta x = x_{j+1} - x_j$ ，為河道相鄰兩斷面間之距離； $\Delta t = t^{j+1} - t^j$ ，為演算時距； $\theta$ 為權重因子，為求數值穩定起見， $\theta$ 通常介於0.6與1.0之間(顏和許, 1982)，差分關係如圖4所示；本模式採用 $\theta = 1.0$ ，寫如：

$$\left. \begin{aligned} f &= \frac{1}{2}(f_{i+1}^j + f_{i+1}^{j+1}) \\ \frac{\partial f}{\partial x} &= \frac{1}{\Delta x}(f_{i+1}^j - f_{i+1}^{j+1}) \\ \frac{\partial f}{\partial t} &= \frac{1}{2\Delta t} [(f_{i+1}^j - f_{i+1}^{j+1}) + (f_{i+1}^{j+1} - f_{i+1}^j)] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

將(8)式代入(6)及(7)式中，即可將任意兩斷面間 $(x_{j+1}, x_j)$ 之連續及動量方程式表示成前進時間段流量及水深之函數關係：

$$\left. \begin{aligned} F_1(Q_{j+1}^i, Y_{j+1}^i, Q_j^i, Y_j^i) &= F_1 + F_2 + F_3 = 0 \\ G_1(Q_{j+1}^i, Y_{j+1}^i, Q_j^i, Y_j^i) &= G_1 + G_2 + G_3 + G_4 + G_5 = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

j=1, 2, 3, ..., N-1

下水道管系統中，每相鄰兩個斷面皆可寫成

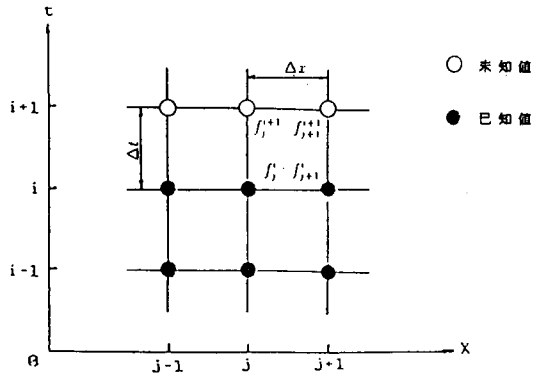


圖 4 有限差分演算示意圖

一組(10)式，假設某一管路共有N個斷面，則未知數有2N個，由(10)式可建立2(N-1)個差分式，故須再配合上、下游邊界條件，即可有2N個聯立方程式，可解2N個未知數。但(10)式所組成者為非線性聯立方程組，故須以疊代法求解，本模式採用牛頓-拉福森(Newton-Raphson)法逐次修正以逼近真解，即(10)式可表成(顏和許, 1982)

$$\left. \begin{aligned} [Q_j^{k+1}]_{k+1} &= [Q_j^{k+1}]_k + [\Delta Q_j]_k \\ [Y_j^{k+1}]_{k+1} &= [Y_j^{k+1}]_k + [\Delta Y_j]_k \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

上式中k表疊代次數， $\Delta Q_j$ 及 $\Delta Y_j$ 每次疊代修正量，則(11)式所組成之方程組表示如下：

$\frac{\partial F_1}{\partial Q_{j+1}}$	$\frac{\partial F_1}{\partial Y_{j+1}}$	$\frac{\partial F_2}{\partial Q_j}$	$\frac{\partial F_2}{\partial Y_j}$	$\frac{\partial F_3}{\partial Q_{j+1}}$	$\frac{\partial F_3}{\partial Y_{j+1}}$	$\Delta Q_1$	$-R_1$
$\frac{\partial G_1}{\partial Q_{j+1}}$	$\frac{\partial G_1}{\partial Y_{j+1}}$	$\frac{\partial G_2}{\partial Q_j}$	$\frac{\partial G_2}{\partial Y_j}$	$\frac{\partial G_3}{\partial Q_{j+1}}$	$\frac{\partial G_3}{\partial Y_{j+1}}$	$\Delta Q_2$	$-R_2$
$\frac{\partial F_4}{\partial Q_{j+1}}$	$\frac{\partial F_4}{\partial Y_{j+1}}$	$\frac{\partial F_5}{\partial Q_j}$	$\frac{\partial F_5}{\partial Y_j}$	$\frac{\partial F_6}{\partial Q_{j+1}}$	$\frac{\partial F_6}{\partial Y_{j+1}}$	$\Delta Q_3$	$-R_3$
						$\vdots$	$\vdots$
						$\vdots$	$\vdots$
						$\vdots$	$\vdots$
$\frac{\partial F_{N-1}}{\partial Q_{j+1}}$	$\frac{\partial F_{N-1}}{\partial Y_{j+1}}$	$\frac{\partial F_N}{\partial Q_j}$	$\frac{\partial F_N}{\partial Y_j}$	$\frac{\partial F_{N+1}}{\partial Q_{j+1}}$	$\frac{\partial F_{N+1}}{\partial Y_{j+1}}$	$\Delta Y_{N-1}$	$-R_{2N-2}$
$\frac{\partial G_{N-1}}{\partial Q_{j+1}}$	$\frac{\partial G_{N-1}}{\partial Y_{j+1}}$	$\frac{\partial G_N}{\partial Q_j}$	$\frac{\partial G_N}{\partial Y_j}$	$\frac{\partial G_{N+1}}{\partial Q_{j+1}}$	$\frac{\partial G_{N+1}}{\partial Y_{j+1}}$	$\Delta Q_N$	$-R_{2N-1}$
						$\Delta Y_N$	$-R_{2N}$

(12)式為一矩陣表示式，依次為係數矩陣、因變數、及殘餘值之行矩陣。其中係數矩陣為 $-2n \times 2n$ 之方矩陣。

本模式採樞紐列之高斯(Gauss)消去法解此矩陣。

進行演算時可先假設一組 $Q_j^{+1}$ 及 $Y_j^{+1}$ 值(本文中先假設分別等於 $Q_j$ 及 $Y_j$ )，將其代入(10)式中，並將邊界條件代入，即可得到一組殘餘值 $[R_j]$ ，再將 $[R_j]$ 代入(10)式，可計算得到一組疊代修正量，再檢驗每一次之 $\Delta Q_j/Q_j^{+1}$ 和 $\Delta Y_j/Y_j^{+1}$ 比值，若小於設定之允許誤差值(本模式設定為0.033)，即此時殘餘值 $[R_j]$ 接近於零，即 $Q_j^{+1}$ 和 $Y_j^{+1}$ 即為所求之解，否則須重新代入(10)式進行另一次疊代。

#### 4-3 邊界條件

本模式之上游邊界條件可有兩種選擇。一是水深與時間之關係，即水位歷線 $Y(t, x=0)=Y_u(t)$ ；一是流量與時間之關係，即流量歷線 $Q(t, x=0)=Q_u(t)$ 。

下游邊界由於為模擬整個排水幹線水流及抽水之連續過程，故除了單獨的水位歷線、流量歷線或率定曲線(流量與水深的關係)之型式可個別選擇外，亦可在模擬時段內輸入由以上三者任意組合之混合歷線型式。

#### 4-4 起始條件

模式之演算必須給定初始條件，如初始流量、初始水深。本模式先假設起始排水系統中之水流為定量流況，再根據上游邊界起始之流量和下游邊界起始之水深，以迴水演算法求得每一斷面之起始水深。為避免數值計算時的奇異(singularity)現象產生，本模式之起始流量至少給定為2至5cms，此法與實際狀況或有差距，常引起演算起始數個時間段之偏差，然此偏差很快即會隨著演算時間增大而減小。

#### 4-5 內部條件

下水道網路系統內部人孔匯流處，本模式為簡化處理及考量人孔能量損失估算之不確定性，所以內設採用水位連續的條件，也就是假設管線沒有甚大落差之情況。至於考慮匯流處之能量損失，則須特別選擇副程式處理。匯流處依水流之連續方程式：

$$(Q_N)_{u1} + (Q_N)_{u2} - (Q_1)_d = A \frac{dH}{dt} \dots\dots\dots (13)$$

式中H為匯流處平均水位；A為匯流處水面面積；u1及u2代表匯流處上游管道之相關值，d代表下游管路之相關值； $Q_1$ 及 $Q_N$ 分別表示任一管線之第一個斷面及最後一個斷面之流量。

#### 4-6 滿管流況

本模式之滿管流況係指水深超過下水道箱涵深度之謂，處理的方法是以卜里斯曼細縫來模擬明渠流。細縫的寬度為考慮數值穩定度的問題，選取指數函數的數學表示式，讓細縫的寬度隨著水深而變：

$$\frac{b_w}{2} = C \cdot \exp\left(-\frac{Y}{D}\right) \dots\dots\dots 01$$

式中 $b_w$ 表細縫寬度；C為控制數值穩定係數；D為滿管水深；Y為水深。本模式中關於滿管後斷面積之計算，除了原管渠之面積外尚須加上模擬卜里斯曼細縫之通水面積，而細縫面積之計算係以積分(14)式得之。當水深愈大，細縫寬度愈狹小，此時流況受壓力影響愈顯者與敏感。本模式經過試驗，發現細縫寬度為1.8cm時，數值穩定情形良好。

#### 4-7 程式設計

依前述之理論基礎，將其轉換成計算機程式以建構本模式。本模式係以FORTRAN V程式語言寫成，計包含一個主程式、十四個副程式及一個函數。模式演算流程以及主、副程式間之結構關係詳見林(1994)。

### 五、數值模式之應用

#### 5-1 降雨逕流之輸入

地表逕流歷線是本文所建立的幹線輸水模式不可或缺的輸入資料。由於降雨逕流模式的研究，並非是本文之重點，因此本文未自行建立降雨逕流模式。本文模式所須之地表逕流歷線係採用SWMM之中逕流演算部份(runoff block)的方法，根據輸入降雨強度組體圖模擬演算而得。SWMM之逕流演算主要是基於曼寧公式，以一非線性水庫的概念來代表次集水區，其中各參數之決定，有其一定之方法與限制，詳如SWMM使用手冊(Huber et al., 1984)。

#### 5-2 模式驗證

往昔關於下水道實測流況資料一直付之闕如，本模式之驗證資料係依台北市政府新工處甫於民國82年在承德幹線所裝設之水文觀測系統之記錄。

本研究從現有記錄中剔除明顯不合理偏差之資料，挑選兩場較為合理與適切的降雨記錄和流況資料，作為模式檢定與驗證之用。至於模式所須要的邊界條件，則皆以讓觀測系統於該時段之實測數據為輸入值。本模式之檢定是採用82年6月5日之一場

降雨，其雨型與降雨強度如圖5所示，檢定模式之曼寧n值為0.015，計算值與觀測值之流量歷線比較如圖6，可看出數值模擬結果隨雨型變化之敏感現象，而實測值則較穩定與漸變，但兩者整體歷線型式則趨一致，此結果十分符合數值與物理現象。而水位歷線之比較如圖7所示，其歷線型式亦相當吻合，水位差距約在10公分左右。以上述之n值對82年10月14日之一場降雨進行驗證，結果亦十分良好。從以上之模式檢定與驗證結果，可發現本模式之計算可充分反應出降雨逕流傳輸之特性，層次分明，具有良好之模擬能力。

除了上述以實測資料進行驗證外，本研究亦將模式應用於實際下水道網路之流況模擬，並與SWMM模擬結果做比較。應用的對象為特三號幹線系統（見圖8）。模式所用之降雨係重現期距為兩年、降雨延時為兩小時之設計降雨（design rainfall），此設計降雨之雨型（歷時分布圖）係採

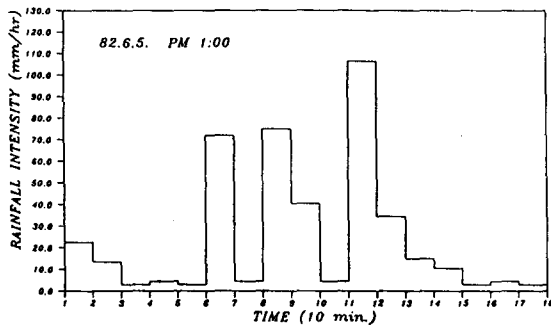


圖 5 數值模式檢定所用之雨型

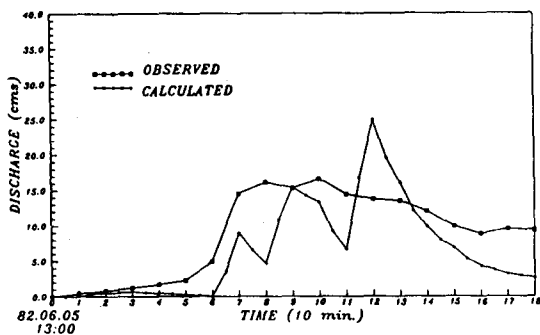


圖 6 數值模式檢定之流量歷線比較

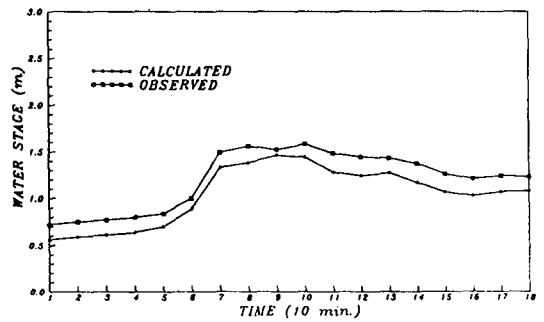


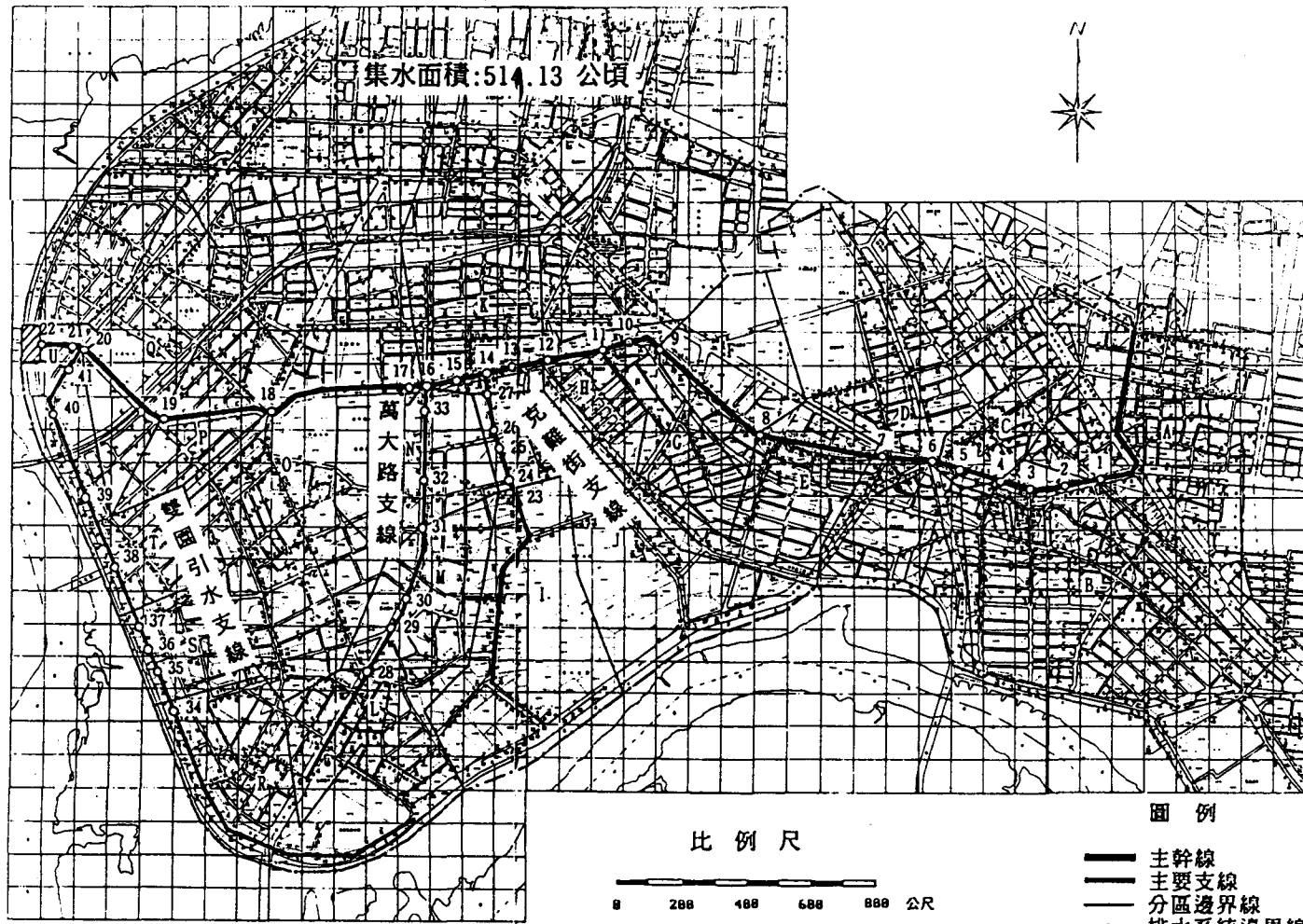
圖 7 數值模式檢定之水位歷線比較

用自顏等（1989）之研究成果，至於總降雨量則係應用表2之降雨強度計算公式（台北市政府新工處，1969）而得，此設計降雨之組體圖如圖9所示。圖10是兩模式模擬特三號幹線系統所得結果之比較（限於篇幅，僅提供兩人孔之歷線比較），其中本文模式所採用之下游邊界條件為恆定之水位歷線1.3公尺。由圖9中可看出兩模式模擬所得之各人孔處的出流歷線形狀非常相近，但本文模式所得之尖峰流量均較SWMM稍為高些，且本文模式所得之歷線退水較快。主要原因可能是本文模式為動力波模式，其滿管流時以卜里斯曼法進行模擬，壓力管流效應增加，流速也加大；而SWMM為運動波模式，忽略慣性力和壓力項，其對於滿管流的處理並不考慮壓力效應，僅是假設將多餘水量貯存於上游人孔中再慢慢消退，故會造成稽延時間較長與速度較小之差異現象。由以上之比較與驗證，可確信本模式對於下

表 2 台北市降雨強度計算公式表

重現期距(yr)	降雨強度(mm/hr)
1	$i = \frac{5226}{t+41.46}$
2	$i = \frac{6237}{t+38.96}$
3	$i = \frac{7453}{t+44.76}$
5	$i = \frac{8606}{t+49.14}$
10	$i = \frac{8745}{t+45.73}$





- 圖例
- 主幹線
  - 主要支線
  - 分區邊界線
  - 排水系統邊界線
  - C 分區編號
  - 8 人孔及其編號
  - ▨ 抽水站

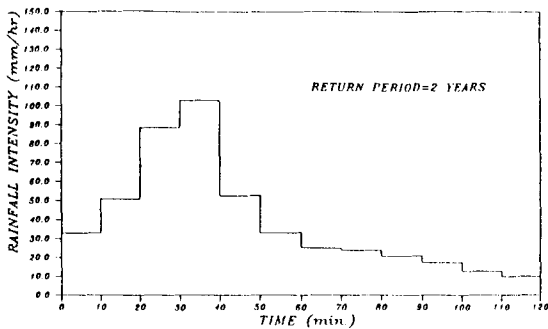


圖 9 特三號幹線系統二年二小時設計雨型

水道網路之流況有良好之模擬能力。

### 5-3 潮位頂托迴水影響之模擬

關於下水道系統排水幹線出口受潮位頂托所引起之迴水效應模擬，主要係考量在抽水站閘門未關閉前的水流動態；亦即不考慮抽水機效率、容量、功能等問題。所以本研究下游迴水邊界條件的擬定，即以河系變量流模式所執行之結果（如3-2節所述）作為感潮河段之水位歷線。若水位歷線值高於抽水站起抽水水位，則實際上於此時段閘門應已關閉，故本模式用以控制下游迴水邊界條件的水位歷線，原則上最高以起抽水水位為上限。本研究著眼於短延時暴雨之影響模擬，一場幾小時的降雨可能發生在下游感潮水位歷線（本模式為48小時）中的任何一段時距內，因之本研究以四種案例分別進行模擬，即假設降雨時段下游邊界潮位為：(1)小於起抽水水位且漸增、(2)恆定水位等於起抽水水位、(3)小於起抽水水位且漸減、(4)恆定水位等於起抽水水位再加一公尺，如此當可充分分析各種極端情況迴水效應之影響程度。排幹線系統於模擬時所用之各種邊界條件如圖11所示。模擬採用之設計降雨組體圖9所示。

圖12至圖14為特三號幹線系統之模擬結果，其中圖12為幹線中的一個人孔在各種不同邊界條件型式下的流量歷線比較圖。圖13為主幹線沿線於同一時刻（尖峰逕流時刻）流量之比較。從圖12與13可看出，不同下游邊界型式對於幹線中排水流量影響並不顯著；任意特定斷面流量變化差距較大時是在

尖峰時刻發生時，其餘模擬時刻出流歷線均甚為相近。圖14比較幹線在尖峰流量發生時及其前、後共3個時刻之水位（非滿管時）或管壓水頭（滿管時），從圖中可發現不同之下游迴水邊界對幹線中的水位有相當程度之影響，特別是在高潮位或處於漲潮狀態時，差異更為顯著。

### 5-4 綜合討論

針對以上之數值模擬結果，進行質量守恆之檢視。特三號幹線依SWMM模式得總降雨逕流體積為 $313188\text{m}^3$ ，而本模式之逕流量體積以梯形近似法得 $306576\text{m}^3$ ，損失率約為2.11%。究其原因，除了數值演算有其一定之誤差存在外，也可能是由於以梯形近似法估算逕流歷線下之面積與歷線最後微量稽延時段的估算誤差。此略估的流量損失率並不算太大，可再次證明本模式演算之精確度是相當可信的。

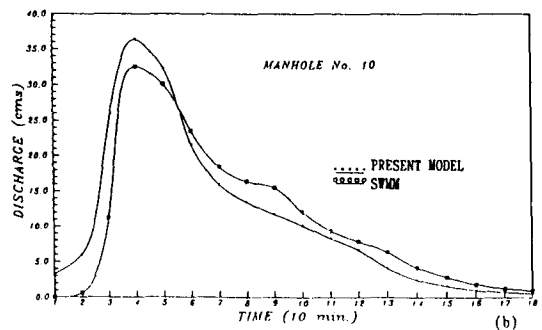
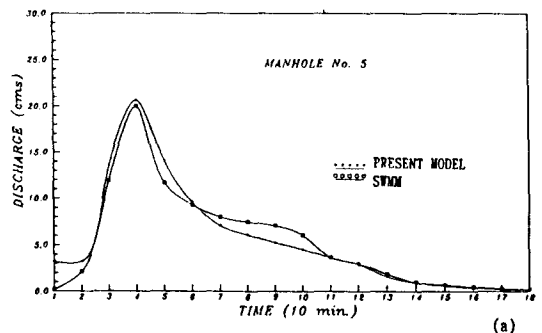


圖 10 本文模式與SWMM模擬所得流量歷線之比較

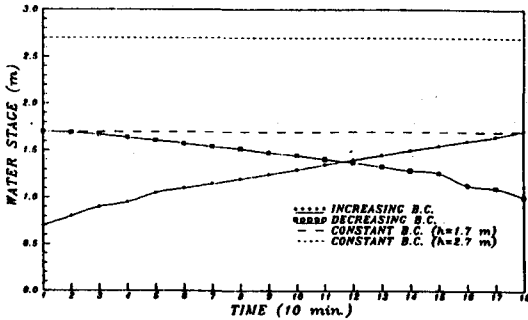


圖 11 特三號幹線系統於模擬時所用之各種邊界條件

由5-3節之模擬結果知，在下游邊界為起抽水位的條件下，特三號幹線系統遇二年重現期距降雨時，在尖峰雨量時間前後即有滿管現象發生，顯示迴水情況嚴重。其滿管時間和滿管原因推估如表3所列。除了因為地層沈陷或施工不良等人為因素所造成的逆坡段排水不良外，最主要的原因可能還在於排水系統部分地勢太低窪。如圖15所示，在不考慮降雨之單純下游迴水情形下，特三號幹線於平均潮位時，下游段已迴水約一千公尺；再至起抽水位時，則將近二分之一管線容量須提供容納迴水，更遑論高潮位時之迴水情形。由於高潮期間，河川水量不斷湧入排水管線，甚至超過起抽水位，此時若暴雨降臨，則排水幹線所能有效容納的逕流量可能不足原始設計排水量的二分之一，復又因抽水站的初始水深過高，負荷與因應不及，進而造成排水系統之滿管與市區水患問題之提前發生。本研究期間，曾數度前往幹線下游出口實地觀測並開啓適當

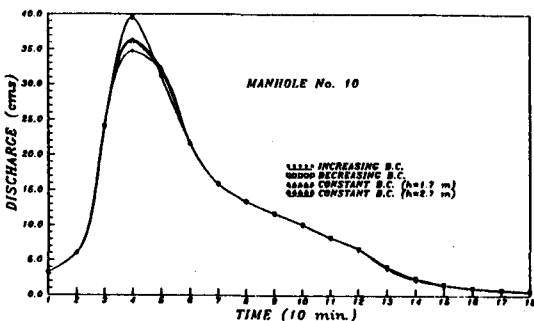


圖 12 特三號幹線於不同邊界條件型式下流量歷線之比較

之人孔，發現迴水湧入排水幹線系統現象十分顯著，迴流流速約0.1至0.2m/s間，水深常在1至2公尺間。且部分管線逆坡降情形嚴重，常會造成局部之積水現象。

關於SWMM與本模式結果之比較，SWMM於特三號幹線系統之滿管部份僅有2號管線（滿管時間從40至160分鐘）與33號管線（滿管時間從60至90分鐘）。以上之滿管位置經檢視後發現大多處於逆坡降段，由於SWMM為運動波模式，其程式設計下游邊界為自由流況並不考慮迴水影響，而且SWMM模式本身不能考慮管線逆坡降之情形，遇實際管線逆坡降時，只得以水平近於零坡降之斜率替代，所以其結果僅在逆坡段出現較易滿管之現象，且其稽延時間實在過長，這些都不太符合實際流況。但對照表3則可發現本模式之結果較合乎實際物理現象，更可充分反應出迴水對於排水系統之影響程度及位置。在實際的模擬過程中，有時可發現SWMM與本模式流量歷線之尖峰發生時刻並不一致，此主要是受數值計算時，演算時間間距大小之影響；亦即尖峰發生時刻並非絕對地，而是相對於數值模式計算時所設定之演算時間間距之大小，但大致上不會相差太遠。

另外一個值得注意的現象是各人孔在尖峰流量發生前，下游邊界水位愈高者其流量愈大，此顯示邊界水位愈高者似壓力管效應愈早出現；但過了尖峰時刻後，則發現下游邊界水位愈低者流量反而較大，顯示下游高水位者有較強之迴水效應。其轉變過程間，似乎也透露出壓力管效應與迴水效應彼此間某種之消長關係。

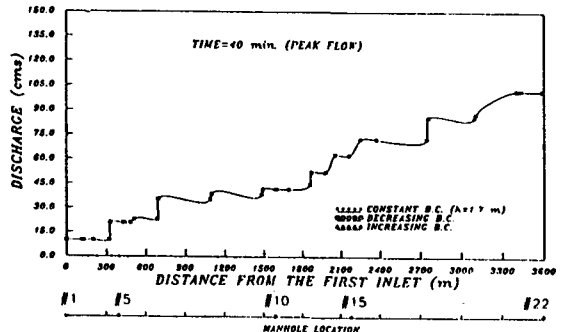


圖 13 特三號幹線於尖峰時刻沿線之流量比較

表 3 特三號幹線系統模擬之滿管時刻、位置及原因推測

時間(分)	滿管位置	滿管原因推測
30	管線1, 2, 3	管線逆坡降
	人孔14, 16	主要支線匯流處
	管線40, 人孔20	下游處迴水影響, 且為主要支線匯流處
40	管線系統全滿	迴水影響嚴重, 尖峰時刻排水系統無足夠容水量
50	管線1, 2, 3	管線逆坡降
	管線22, 23, 24, 25, 26	此克難街支線可能排水管線斷面積不足
	管線32, 人孔16	主要支線匯流處
	管線16, 17, 18, 19, 20, 21	下游段迴水影響嚴重
	管線33, 36	管線逆坡降
	管線38, 39, 40	此雙園引水支線可能排水管線斷面積不足
60	管線1	管線可能排水斷面積不足
	人孔14, 16	主要支線匯流處
	人孔20	主要支線匯流處, 且接近下游出口, 地勢低窪, 迴水嚴重
70	人孔20	主要支線匯流處, 且接近下游出口, 地勢低窪, 迴水嚴重
80	人孔20	主要支線匯流處, 且接近下游出口, 地勢低窪, 迴水嚴重
註： SWMM 模擬結果滿管處為管線2, 滿管時間自40分鐘至160分鐘		

## 六、結 論

本文建立一高精度之雨水下水道動力波輸水模式，以分析潮位頂托所造成之幹、支線迴水效應。經與實測資料驗證知，本模式對下水道流況有良好的模擬能力。另外，針對潮位頂托所造成迴水之模擬，比較本模式與SWMM之模擬結果知，本模式之

結果較合乎實際物理現象，本模式可充分反應出迴水對排水系統之影響情況。又根據本模式模擬結果知，不同之下游邊界條件（即幹線出口水位）對管線流量影響較小，但對水位或管壓水頭則有較顯著之影響。在恆定起抽水水位時，本研究探討之排水系統，約有原設計容量的二分之一為迴水所佔。

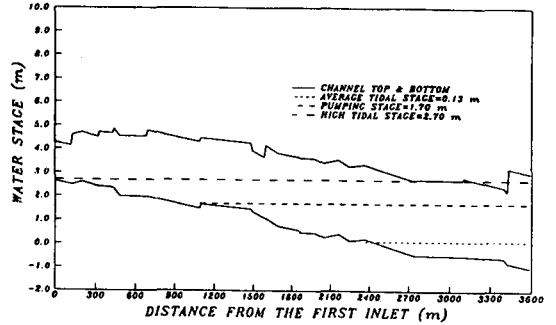
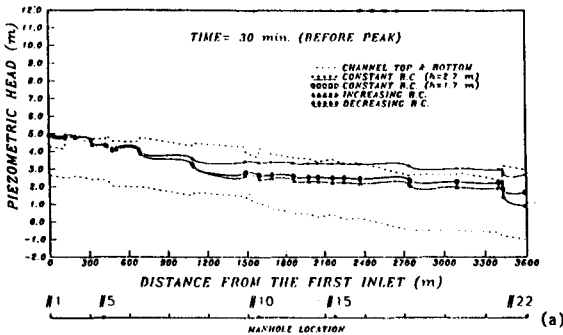


圖 15 特三號幹線於無降雨時之迴水情況

## 七、謝 誌

本研究承蒙台北市政府工務局新建工程處提供相關研究資料及研究經費，使本研究工作得以順利進行，謹致謝忱。

## 八、參考文獻

1. 台北市政府新工處，「台北市雨水下水道系統規劃報告」（1969）。
2. 臺灣省水利局，「台北地區防洪治本計劃書」（1964）。
3. 林茂生，「潮汐的理論和預測」，自印（1967）。
4. 林保宏，「動力波模式應用於受迴水影響下水道之數值模擬」，國立臺灣大學土木工程研究所碩士論文（1994）。
5. 陳昶憲，「雨水下水道滿管流之研究」，國立臺灣大學土木工程研究所碩士論文（1985）。
6. 經濟部水資源統一規劃委員會，「台北地區防洪計劃專案工作小組技術小組水工模型試驗報告」（1972）。
7. 顏清連、許銘熙，「河川體系變量流之數值模擬」，國立臺灣大學土木工程研究所水利組研究報告，水利7105號（1982）。

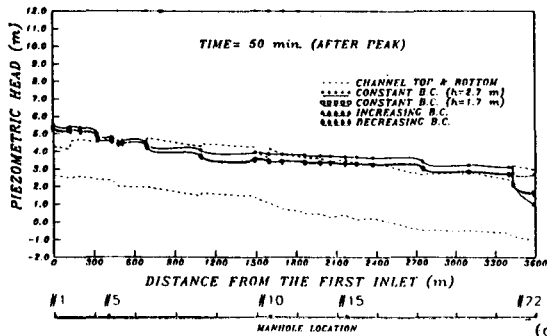
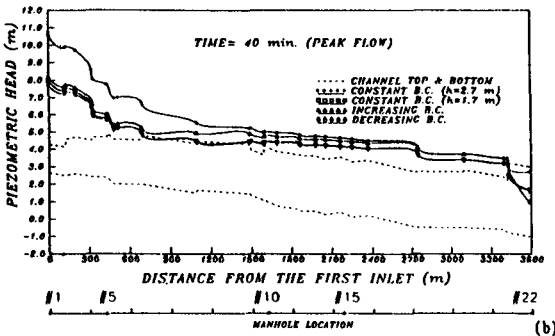


圖 14 特三號幹線於不同邊界條件型式不管壓水頭之比較

8. 顏清連、林國峰、許銘熙、黃良雄，「台北都會區大眾捷運系統防洪排水計之研究」，國立台灣大學水工試驗所研究報告第100號（1989）。
9. Abbott, M. B., *Computational Hydraulics: Elements of the theory of free surface flows*, Pitman, London (1979).
10. Chevereau, G., Holly, F., and Preissmann, A., "Can detailed hydraulic modeling be worthwhile when hydrologic data is incomplete?" *Urban Storm Drainage*, Proc. Int. Conf., 1st (P. R. Helliwell, ed.), Pentech, London and Wiley-Interscience, New York, 317-326 (1978).
11. Cunge, J. A., and Wegner, M., "Integration numerique des equation d'ecoulement de Barre de Saint-Venant par un schema implicite de differences finies: Application au cas d'une galerie tantot en charge, tantot a surface libre, *La Houille Blanche*, No. 1, 33-39 (1964).
12. Cunge, J. A., Holly, F. M., and Verwey, A., *Practical Aspects of Computational River Hydraulics*, Pitman, London (1981).
13. Froise, S., and Burges, S. J., "Least-cost design of urban drainage networks," *J. Water Resour. Plann. Manage. Div.*, ASCE, 104 (WR1), 75-92(1982).
14. Hoff-Clausen, N. E., Havno, K., and Kej, A., "System 11 sewer-A storm sewer model," *Urban Stormwater Hydraulics and Hydrology* (B. C. Yen, ed.), Water Resources Publ., Littleton, Colorado, 137-146 (1982).
15. Huber, W. C., Heaney, J. P., Nix, S. J., Dickinson, R. E., and Polmann, D. J., *Storm Water Management Model User's Manual Verual Verson III*, U. S. EPA (1984).
16. Metcalf & Eddy, Inc., Univ. of Florida, and Water Resources Engineers, Inc., *Stormwater Management Model*, U. S. EPA (1971).
17. Pansic, N., "Dynamic-wave modeling of storm sewers with surcharge," M. S. Thesis, Dept. Of Civ. Eng., Univ. of Illinois at Urbana-Champaign, Urbana, Illinois (1980).
18. Roesner, L. A., and Shubinski, R. P., "Improved dynamic routing model for storm drainage system," *Urban Stormwater Hydraulics and Hydrology* (B. C. Yen, ed.), Water Resources Publ., Littleton, Colorado, 146-173 (1982).
19. Roesner, L. A., Shubinski, R. P., and Aldrich, J. A., *Storm Water Management Model User's Manual Version III*, addendum I EXTRAN, U. S. EPA (1984).
20. Sjoberg, A., "Sewer network models DAGVLA-A and DAGVLA-DIFF," *Urban Stormwater Hydraulics and Hydrology* (B. C. Yen, ed.), Water Resources Publ., Littleton, Colorado, 127-136 (1982).
21. Yen, B. C., "Hydraulics of sewers," *Advances in Hydrosience*, Vol. 14, Academic Press (1986).

收稿日期：民國83年7月21日

修正日期：民國83年8月22日

接受日期：民國83年8月30日