

孔隙介質板阻力對於非飽和導水係數測定的影響

Effect of Resistance from Porous Plate on Measurement of Unsaturated Hydraulic Conductivity

國立台灣大學農業工程學系副教授

張 文 亮

Wen-Lian Chang

摘 要

孔隙介質板是測定非飽和土壤水所必需的實驗裝置，無論是壓力盒、張力計皆用孔隙介質板維持負壓下水分的移動，不受負壓產生氣泡中斷水分移動的影響。孔隙介質板有標準型，並且有標準步驟測定導水係數，也有標準公式可以計算結果。

本文的目的是提出一般標準公式，如Gardner's公式或Bruce and Klute公式，基本的假設是不考慮孔隙介質板的阻力，視為零阻力，這與真實狀況不符合。因此本文假設孔隙介質板的阻力有影響，而重新推導公式，計算阻力的影響有多少。再以實驗配合，證明孔隙介質板阻力影響的顯著。

實驗係採屏東台拓的壤質沙土，與永安的粉質黏壤土，二種不同質地的土壤，實驗用負壓跌水頭的方法，結果發現在壤質沙土，於小於-200cm的負壓下，介質板阻力減少導水係數19%，在-300cm以下才3%，方可忽略之。另外在粉質黏壤土，則小於-30cm負壓下有20%的影響，在-200cm負壓下有2.5%的影響，方可忽略之。因此阻力的影響依土壤質地與所施負壓的不同而異。在粗質土壤與低負壓的情況下，孔隙介質板的阻力不可以忽略之。

關鍵詞：孔隙介質板，導水係數。

ABSTRACT

In order to prevent air bubbles moving into the soil, porous plate becomes a must to measure unsaturated soil water movement under the negative pressure condition. Thus, a standard instrument, such as using the pressure cell to measure unsaturated and tensiometer always contains a porous plate to maintain water passing through soil column. The Soil Analysis Handbook always specify the standard size of porous plate, procedures of measurement, and equations to calculate experimental result.

The purpose of this paper is to point out the traditional equations, such as Gardner, Bruce and Klute, have neglected the resistance of the porous plate and treated it as zero. Which is not true in the measurement.

Therefore, equations were derived and experiments were conducted to prove that resistance of porous plate existed in the unsaturated flow.

Two types of soil were used in this study. One was loamy sand of Tai-Tou, another was silty loamy clay of Yung-An. Constant falling head method was found the resistance of the

porous plate reduced 19% of the hydraulic conductivity during-200cm pressure, but only contributed 3% of reduction at-300cm pressure for loamy sand soil. It also contributed 20% of reduction during-30cm pressure, but only 2.5% at -200cm pressure. Therefore, resistance effect of porous plate is dependent on type of soil and the degree of negative pressure. It become more significant in coarse material and cannot be neglected under low negative pressure condition.

Keywords : Porous Plate, Hydraulic conductivity.

一、前 言

非飽和土壤水分移動不僅是大自然水分循環的一部份，對於農業用水與生態環境都非常的重要。例如降雨或灌溉水的入滲作用進入土壤，作物根系自土壤的吸水作用，土壤水分進入排水管或水井的滲漏作用，地面水對於地下水的補助，地下水上升到表土的毛管作用，地表土壤水分的蒸發引起的土壤水分再分佈現象，土壤污染質隨著水分的傳輸等，這些現象或作用，都是自然界不斷的在非飽和情況下進行。

非飽和土壤水分的研究非常的早，自從十九世紀就開始，主要的研究以土壤水分的變化為主，直到二十世紀初期，才由Buckingham (1907) 提出以水分能量的觀念，解釋水分的移動，使非飽和土壤水分移動，進入物理能量的領域。Gardener et al., (1922)開始以陶磁顆粒加壓成形的孔隙介質板 (porous plate)，作為土壤水分能量的量測工具，以後更發展成土壤水分能量測定的主要儀器，如張力計 (tensiometer)、壓力板 (pressure plate)，壓力盒 (pressure cell) 的必要裝備。孔隙介質板內的均勻細小孔隙，具有非常大的水分張力，使的放置在上面的土壤在承受負壓力下進行水分移動時，空氣氣泡不會經過孔隙介質板進入土壤，祇有水分能夠連續性的進入孔隙介質板。如果氣泡能夠經過孔隙介質板，那施於土壤的負壓就迅速中斷，而成大氣壓，這時負壓管中的水分，反而吸回土壤中，實驗就失敗，因此孔隙介質板多會由廠商 (如 Soilmoisture Equipment Corp.) 標明所能承受的負壓力。

不僅土壤水分與能量的關係測定需要依賴多孔隙介質板的裝置，非飽和導水係數的測定也需要多孔隙介質板，根據美國農藝學會 (The American Society of Agronomy) 的土壤分析法 (1985)，在實

驗室測定非飽和導水係數最常用的方法，是Bruce and Klutes (1956)、Gardner (1956) 所提出的 sorptivity method，這個方法是忽略重力影響下，在恆溫狀態由一定負壓力下土壤的累積排水量，先測定出擴散係數 (diffusivity coefficient)，再換算成導水係數。這個方法，以後廣被土壤水分學者，如 Jackson (1963)、Dirksen (1975)、Clothier et al., (1983) 等所採用，直到如今幾乎被視為土壤的非飽和導水係數測定的標準。

用 sorptivity method 測定非飽和導水係數也有誤差，例如土壤底面與孔隙介質板的接觸不均勻時，容易產生局部的大孔隙，造成在近飽和水分時，有氣泡的在接觸面的滯留，以致降低導水係數 (張文亮、張麗秋 1993)。土壤水分的遲滯效應 (hysteresis effect) 也會影響非飽和導水係數的測定 (張文亮 1993)。另外有一個更大的誤差，可能會來自多孔隙介質板本身。如果孔隙介質板的導水係數遠小於土壤的導水係數，則整個方法所測定出來的導水係數偏小，而起始引用此實驗方法的 Gardner (1956) 在理論推導上卻假設孔隙介質板的導水係數影響可以忽略不計。這個不合真實實驗狀況的假設，曾被 Miller and Elrick (1958)、Kunze and Kirkham (1962) 提出質疑，但是以後三十年來就未被再深入，反而一直接受為標準的實驗方法與理論。

在長期的進行土壤非飽和實驗與觀測，發現孔隙介質板的阻力，對於水流阻力具有不可忽略的影響，尤其在粗質地的土壤，在孔隙介質板的影響下，土壤水分在接近飽和時，所測定的導水係數，常有偏小的現象，因此懷疑早期的測定理論有不正確的假設存在。因此本研究的目的有二部份，一是不用傳統的 Gardner (1956) 理論假設，而改採用假設孔隙介質板的導水係數對土壤導水係數的影響，重新推導理論；二是用實驗證明新的假設是否具有顯著的影響，以期使非飽和導水係數測定的理論與

實驗之精確。

二、理論分析

根據質量守衡，單位時間 (t) 土壤含水量 (θ) 的變化，等於土壤水分通量 (flux q) 流經單位距離 (X) 的變化量，故

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\partial q}{\partial X} \dots\dots\dots (1)$$

根據達西定律 (Darcy's Law)，水流通量是與總水頭梯度成正比，

$$\begin{aligned} q &= -K \frac{\partial h_T}{\partial X} \\ &= -K \frac{\partial h_p}{\partial X} - K \frac{\partial X}{\partial X} \\ &= -K \frac{\partial h_p}{\partial X} - K \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

h_T 是總水頭 (total water head)， h_p 是壓力水頭 (pressure head)，K 是導水係數。負號代表水流向下的方向。根據 sorptivity method (Gardner, 1956) 的實驗裝置，放在孔隙介質板上方的土柱承受負壓，每次負壓的改變都非常小，以致不同壓力下的水分移動，祇考慮壓力頭梯度 (pressure head gradient)，因此重力梯度的影響很小，故(2)式可改寫為

$$q = -K \frac{\partial h_p}{\partial X} \dots\dots\dots (3)$$

將(3)式代入(1)式，可得

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial t} &= \frac{-\partial(-K \frac{\partial h_p}{\partial X})}{\partial X} \\ &= \frac{\partial}{\partial X} (K \frac{dh_p}{d\theta} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial X}) \\ &= \frac{\partial}{\partial X} (D \cdot \frac{\partial \theta}{\partial X}) \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

上式 $D = K \frac{dh_p}{d\theta}$ ，D 稱為擴散係數 (diffusivity coefficient)。根據微分公式，(4)式可表示為

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial t} &= \frac{\partial D}{\partial X} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial X} + D \cdot \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} \\ &= \frac{dD}{d\theta} \cdot (\frac{\partial \theta}{\partial X})^2 + D \cdot \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

當土壤在負壓下排水，土壤的水分的改變，以殘餘水分百分比 (f) 示之。

$$f = \frac{\theta - \theta_2}{\theta_1 - \theta_2} \dots\dots\dots (6)$$

θ_1 是時間 $t=0$ 時的含水量， θ_2 是 $t \rightarrow \infty$ 時土壤的含水量。對(6)式微分

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{1}{\theta_1 - \theta_2} \frac{\partial \theta}{\partial t} \dots\dots\dots (7)$$

$$\frac{\partial f}{\partial X} = \frac{1}{\theta_1 - \theta_2} \frac{\partial \theta}{\partial X} \dots\dots\dots (8)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial X^2} = \frac{1}{\theta_1 - \theta_2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} \dots\dots\dots (9)$$

將(7)、(8)與(9)式代入(5)式得

$$\begin{aligned} (\theta_1 - \theta_2) \frac{\partial f}{\partial t} &= \frac{dD}{d\theta} (\theta_1 - \theta_2)^2 (\frac{\partial f}{\partial X})^2 + \\ &D \cdot (\theta_1 - \theta_2) \frac{\partial^2 f}{\partial X^2} \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

將(10)式的左右兩端除去 $(\theta_1 - \theta_2)$ ，得

$$\frac{\partial f}{\partial t} = (\theta_1 - \theta_2) \frac{dD}{d\theta} (\frac{\partial f}{\partial X})^2 + D \frac{\partial^2 f}{\partial X^2} \dots\dots\dots (11)$$

依照 Gardner (1956) 的假設，當土壤外界的所承受負壓力變化小時，土壤含水量的變小也很小，因此 $\theta_1 - \theta_2 \cong 0^\circ$ 因此(11)式可以改寫為

$$\frac{\partial f}{\partial t} = D \frac{\partial^2 f}{\partial X^2} \dots\dots\dots (12)$$

為解(12)式，邊界條件

$$X=0, t>0, \frac{\partial f}{\partial X} = 0 \dots\dots\dots (13)$$

表示在實驗進行期間，放在孔隙介質板上方的土柱，其土壤的表面沒有水分的經過，為滿足這一個條件，實驗期間土柱上方必須緊密覆蓋，防止土壤水分的蒸發進入空氣。

解(12)式的另一個邊界條件

$$X=L, t>0, -K \frac{\partial f}{\partial X} = \frac{f}{Z_m} \dots\dots\dots (14)$$

解(12)式的另一個邊界條件

(14)式的 L 是土柱的高度， Z_m 是孔隙介質板的輸水阻力，表示孔隙介質板通過單位水流通量 (q)，所遞減或損耗的壓力 (p)。根據 Z_m 的定義，知

$$Z_m = \frac{P}{q} \dots\dots\dots (15)$$

壓力遞增與土壤含水量遞減成正比，故

$$P = f \cdot \frac{dP}{df} \dots\dots\dots (16)$$

又根據達西定律，

$$\begin{aligned} q &= -K \frac{dP}{dX} \\ &= -K \frac{dP}{df} \cdot \frac{\partial f}{\partial X} \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

將(16)與(17)，代入(15)可改寫成

$$-K \frac{dP}{df} \cdot \frac{\partial f}{\partial X} = \frac{f}{Z_m} \cdot \frac{dP}{df} \dots\dots\dots (18)$$

(18)式的左右兩端除去dP/df，即得(14)式。代表在實驗進行期間，土柱的底端所接觸的孔隙介質板，會使的水流通量通過產生壓力的遞減。這個假設是起初的Gardner(1956)研究所不同的，他認為孔隙介質板的阻力可以忽略不計。

(14)式的初始條件是

$$0 \leq X \leq L, t=0, f=1 \dots\dots\dots (19)$$

表示任何負壓施於土壤以前，土柱內不同深度的土壤水分均一，或是 $\theta = \theta_1$ 。

用分離變數方法，可以解(12)式得

$$f(X, t) = A \exp\left(-\frac{a^2}{L^2}Dt\right) \left[B \cos\left(\frac{aX}{L}\right) + C \sin\left(\frac{aX}{L}\right) \right] \dots\dots\dots (20)$$

(20)式a, A, B, C為常數。

將邊界條件(13)式，代入(20)式，可以解得

$$f(X, t) = A \exp\left(-\frac{a^2}{L^2}Dt\right) \cos\left(\frac{aX}{L}\right) \dots\dots\dots (21)$$

將(21)式微分

$$\frac{\partial f(X,t)}{\partial X} = A \exp\left(-\frac{a^2}{L^2}Dt\right) \left(-\frac{a}{L}\right) \sin\left(\frac{aX}{L}\right) \dots\dots\dots (22)$$

將(21)與(22)式，代入另一邊界條件(14)式得

$$-K A \exp\left(-\frac{a^2}{L^2}Dt\right) \left(-\frac{a}{L}\right) \sin\left(\frac{aX}{L}\right) = \frac{A}{Z_m} \exp\left(-\frac{a^2}{L^2}Dt\right) \cos\left(\frac{aX}{L}\right) \dots\dots\dots (23)$$

(23)式的兩邊消除 $A \exp\left(-\frac{a^2}{L^2}Dt\right)$ 項，得

$$K \left(\frac{a}{L}\right) \sin\left(\frac{aX}{L}\right) = \frac{1}{Z_m} \cos\left(\frac{aX}{L}\right) \dots\dots\dots (24)$$

當 $X=L$ 時，(24)式又可化簡為

$$\frac{Z_m}{L/K} = \left(\frac{\cos a}{\sin a}\right) \cdot \frac{1}{a} = \frac{\cot a}{a} \dots\dots\dots (25)$$

(25)式的左端 Z_m 是孔隙介質板對水流的阻力， L/K 是土壤對於水流的阻力，所以定義一新變數 W ， W 為孔隙介質板與土壤對於水分流動的阻力比。 W 值愈大，孔隙介質板的阻力對於水流通量愈不容忽視。 W 值又可表示為

$$W = \frac{\cot a}{a} \dots\dots\dots (26)$$

將初始條件(19)式，代入(21)式，得 n 組解

$$f(X,0) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos\left(\frac{a_n X}{L}\right) = 1 \dots\dots\dots (27)$$

為解 A_n ，以orthogonal方式知 $n \neq m$ 時

$$A_n \int_0^L \cos\left(\frac{a_n X}{L}\right) \cos\left(\frac{a_m X}{L}\right) dX = \int_0^L A_n \cos\left(\frac{a_n X}{L}\right) \cos\left(\frac{a_n X}{L}\right) dX \dots\dots\dots (28)$$

將(27)代入(28)式

$$A_n \int_0^L \cos\left(\frac{a_n X}{L}\right) \cos\left(\frac{a_m X}{L}\right) dX = \int_0^L \cos\left(\frac{a_n X}{L}\right) dX \dots\dots\dots (29)$$

若是 $m=n$ ，

$$\begin{aligned} A_n \int_0^L \cos\left(\frac{a_n X}{L}\right) \cos\left(\frac{a_n X}{L}\right) dX &= \int_0^L A_n \cos\left(\frac{a_n X}{L}\right) \cos\left(\frac{a_n X}{L}\right) dX \\ &= \int_0^L \cos\left(\frac{a_n X}{L}\right) dX \\ &= \frac{L}{a_n} \sin\left(\frac{a_n X}{L}\right) \Big|_0^L \\ &= \frac{L}{a_n} \sin a_n \dots\dots\dots (30) \end{aligned}$$

又

$$\begin{aligned} A_n \int_0^L \cos\left(\frac{a_n X}{L}\right) \cos\left(\frac{a_n X}{L}\right) dX &= A_n \int_0^L \cos^2\left(\frac{a_n X}{L}\right) dX \\ &= \frac{A_n}{2} \int_0^L (1 + \cos \frac{2a_n X}{L}) dX \\ &= \frac{1}{2} A_n L + \left(\frac{A_n}{2} \cdot \frac{L}{2a_n} \sin \frac{2a_n X}{L}\right) \Big|_0^L \\ &= \frac{1}{2} A_n L + \frac{A_n L}{4a_n} \sin(2a_n) \\ &= \frac{1}{2} A_n L + \frac{A_n L}{4a_n} (2 \sin a_n \cos a_n) \dots\dots\dots (31) \end{aligned}$$

因為(30)式與(31)式相等，所以

$$\frac{1}{2} A_n L + \frac{A_n L}{2a_n} \sin a_n \cos a_n = \frac{L}{a_n} \sin a_n \dots\dots\dots (32)$$

由(32)式， A_n 可得如下

$$\begin{aligned} A_n &= \frac{2 \sin a_n}{a_n + \sin a_n \cos a_n} \\ &= \frac{2}{\frac{a_n}{\sin a_n} + \cos a_n} \\ &= \frac{2}{a_n \sin a_n \cdot \left(\frac{1}{\sin^2 a_n} + \frac{\cos a_n}{a_n \cdot \sin a_n}\right)} \end{aligned}$$

$$= \frac{2}{a_n \sin a_n (\csc^2 a_n + \frac{\cot a_n}{a_n})} \dots\dots\dots (33)$$

因爲 $W = \cot a_n / a_n$ ，故

$$A_n = \frac{2}{a_n \sin a_n (\csc^2 a_n + W)} \dots\dots\dots (34)$$

將(34)代入(21)式，n組解的 $f(X, t)$ 可表示爲

$$f(x, t) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\exp(-\frac{a_n^2 Dt}{L^2}) \cos(\frac{a_n X}{L})}{a_n \sin a_n (W + \csc^2 a_n)} \dots\dots\dots (35)$$

因爲土壤負壓的排水試驗，祇能測土柱內的平均殘餘含水量，令後者以 \bar{f} 示之，由平均值的定義

$$\bar{f} = \frac{1}{L} \int_0^L f(x, t) dx \dots\dots\dots (36)$$

將(35)代入(36)式得，

$$\begin{aligned} \bar{f} &= \frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\exp(-\frac{a_n^2 Dt}{L^2})}{a_n \sin a_n (W + \csc^2 a_n)} \int_0^L \cos(\frac{a_n x}{L}) dx \\ &= \frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\exp(-\frac{a_n^2 Dt}{L^2})}{a_n^2 \sin a_n (W + \csc^2 a_n)} \cdot \frac{L}{a_n} \sin a_n \\ &= 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\exp(-\frac{a_n^2 Dt}{L^2})}{a_n^2 (W + \csc^2 a_n)} \dots\dots\dots (37) \end{aligned}$$

根據起初Gardner (1956) 在推導非飽和水分的擴散運動，他取 $n=1$ ，代表忽略孔隙介質板的阻力影響。所以在 $t=0$ 時，採 $n=1$ 的土壤平均殘餘含水量，表示爲 f_{10} 。由(37)式知

$$f_{10} = 2 \cdot \frac{1}{a_1^2 (W + \csc^2 a_1)} \dots\dots\dots (38)$$

令

$$\begin{aligned} \bar{f}^* &= \bar{f} / f_{10} \\ &= \frac{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\exp(-\frac{a_n^2 Dt}{L^2})}{a_n^2 (W + \csc^2 a_n)}}{\frac{1}{a_1^2 (W + \csc^2 a_1)}} \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_1}{a_n} \right)^2 \frac{(W + \csc^2 a_1)}{(W + \csc^2 a_n)} \cdot \\ &\quad \exp \left[- \left(\frac{a_n}{a_1} \right)^2 \cdot \frac{a_1^2 Dt}{L^2} \right] \dots\dots\dots (39) \end{aligned}$$

如果不考慮孔隙介質板的阻力，則 $W=0$ ，這是傳統的Gardner (1956) 假設由於

$$\begin{aligned} \frac{\cot a_n}{a_n} &= W \\ &= 0 \dots\dots\dots (40) \end{aligned}$$

故

$$a_n = \frac{(2n-1)\pi}{2} \dots\dots\dots (41)$$

將(41)代入(39)式，又 $a_1 = \frac{\pi}{2}$ ，故

$$\begin{aligned} \bar{f}_{10} &= \frac{2}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 (0 + \csc^2 \cdot \left(\frac{\pi}{2}\right))} \\ &= \frac{2}{\pi^2 / 4} \\ &= 0.81 \dots\dots\dots (42) \end{aligned}$$

又將(41)代入(39)式，已知 $a_1 = \frac{\pi}{2}$ ，

$$\begin{aligned} \bar{f}^* &= \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{\pi/2}{(2n-1)\pi} \right]^2 \frac{\sin^2 \left[\frac{(2n-1)\pi}{2} \right]}{\sin^2(\pi/2)} \cdot \\ &\quad \exp \left\{ - \left[\frac{(2n-1)\pi}{2} \right]^2 \cdot \frac{\pi^2 Dt}{L^2} \right\} \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \exp \left[- \frac{(2n-1)^2 \pi^2 Dt}{4L^2} \right] \dots (43) \end{aligned}$$

由(42)與(43)式，知

$$\begin{aligned} \bar{f} &= \bar{f}_{10} \cdot \bar{f}^* \\ &= \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \exp \left[- \frac{(2n-1)^2 \pi^2 Dt}{4L^2} \right] \dots (44) \end{aligned}$$

(44)式相當於不考慮孔隙介質板阻力，不同時間 t 與土壤殘餘含水量的關係，這個式子當 $n=1$ 時，與Gardner (1956) 的推導結果相同，雖然本文推導的步驟與Gardner (1956) 不同。在此證明出多年來國際常用的Gardner (1956) 公式計算非飽和導水係數，其實祇是一種極端情況，在一般的實驗狀況 $W > 0$ 。

當 $t=0$ ，(43)式知

$$\begin{aligned} \bar{f}^* &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \\ &= 1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \dots\dots \\ &= 1.233 \\ &= \frac{\pi^2}{8} \dots\dots\dots (45) \end{aligned}$$

此時由(44)與(45)知 $\bar{f} = 1$ 。

若考慮另一種極端的情形，是孔隙介質板有無窮大的阻力，故 $W \rightarrow \infty$ 。此種情況

$$\frac{\cot a_n}{a_n} \rightarrow \infty \dots\dots\dots (46)$$

故

$$a_n = (n-1)\pi \dots\dots\dots (47)$$

而n=1時， $a_n=0$ 。代入(39)式得

$$\bar{f}^* = \exp\left(-\frac{a_1^2 Dt}{L^2}\right) + \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a_1}{a_n}\right)^2 \left(\frac{1 + \csc^2 a_1}{1 + \frac{\csc^2 a_n}{W}}\right) \exp\left[-\left(\frac{a_n}{a_1}\right)^2 \cdot \frac{a_1^2 \cdot D \cdot t}{L^2}\right] \dots\dots\dots (48)$$

因為 $W \rightarrow \infty$ ，故除了n=1項外，(47)式n>1項者皆為0，

$$\bar{f}^* = \exp(-a_1^2 Dt/L^2) \dots\dots\dots (49)$$

這時候，孔隙介質板使的水分不能由土壤流出。當t=0時，(49)式的 $\bar{f}^*=1$ 。

由此可知 \bar{f}^* 受W值，與 $a_1^2 Dt/L^2$ 的值所影響。在實驗上為求得在孔隙介質影響下D與K值，首先需要決定W值。因為未知變數太多，故令 $a_1^2 Dt/L^2 = 1$ ，為參考點 (reference point，以RP示之) 所相對應的時間，稱為參考時間，以 t_{RP} 示之。根據W的定義，在(46)式的兩端乘以 a_1^2 得

$$W \cdot a_1^2 = \frac{\cot a_1}{a_1} \cdot a_1^2 = \frac{a_1}{\tan a_1} \dots\dots\dots (50)$$

將(50)代入(50)式

$$\frac{Zm}{L/K} \cdot a_1^2 = \frac{a_1}{\tan a_1} \dots\dots\dots (51)$$

在參考點時， $L^2/a_1^2 Dt_{RP} = 1$ ，在(51)式左端改寫為

$$\frac{Zm}{L} \cdot K \cdot a_1^2 \cdot \frac{L^2}{a_1^2 \cdot D \cdot t_{RP}} = \frac{a_1}{\tan a_1} \dots\dots\dots (52)$$

由定義知 $D=K \frac{dhp}{d\theta}$ ，代入(52)式左端得

$$\frac{Zm \cdot L}{\frac{dhp}{d\theta} \cdot t_{RP}} = \frac{a_1}{\tan a_1} \dots\dots\dots (53)$$

以理論的推導，在實驗的設計上，要求得孔隙介質板影響下真正的D與K值，而非傳統Gardner (1956) 忽略介質板阻力的D與K值。

其計算步驟如下：

(一)用已知長度(L)的壓力盒 (pressure cell) 做定負壓下的落水頭試驗。

(二)當 $t \rightarrow \infty$ 時，由落水頭的壓力差 ΔP ，可知土壤含水量的變化 ($\Delta \theta$)。 $\frac{dhp}{d\theta} = \frac{\Delta P}{\Delta \theta}$ 。

(三)用標準型孔隙介質板 (如Soilmoisture公司

製)，由兩端的水頭落差，由(5)式可以測知Zm，單位(T)。

(四)由 $\frac{a_1^2 Dt}{L^2} \sim f$ 的實驗曲線，根據斜率 $\frac{a_1^2 Dt}{L^2}$ ：f=

1：1曲線尋求 t_{RP} 值。

(五)再根據(53)式，計算 a_1 值。

(六)再根據(50)式，計算W值。

(七)再由(43)式，計算土壤真實的D值。

(八)再由 $D=K \frac{dhp}{dz}$ ，計算土壤真實的K值。

三、試驗與方法

試驗土壤採自屏東水利會萬丹地區，台拓圳與永安圳灌區的土壤。主要種植以水稻為主。在田間以採土器，每10公分深度為一層，自表土採至120公分深，將土樣置於塑膠袋內，攜回實驗室，將土壤置於鋁盤上放於室外風乾，以木槌敲碎土壤後，取出稻根，後置於2mm篩盤上過篩。將每一深度的壤取相同重量，放於塑膠袋內，均勻混合。

台拓圳土壤係屬壤質沙土，含沙量86.29%，坩粒11.52%，黏土2.19%。永安圳土壤屬於坩質壤土，含沙量15.8%，粉粒49.9%，黏土34.3%。

將土壤分層置於壓力盒 (Pressure cell，美國Soilmoisture Equipment Corp.) 內。圓環置於1 Bar的孔隙介質板 (Cell Cat. No.1400) 上，孔隙介質板厚度1.07cm，其阻力是 3.23×10^{-7} / sec，是經過Soilmoisture Equipment Corp.標準檢定過的。

當土壤放入壓力盒後，控制盒面略低定水頭的出氣管1cm，打開水閥，使水緩緩由下向上濕潤土壤，維持供水24hr，使壓力盒內的土壤充分達到飽和。

當土壤飽和後，給壓力盒表面加蓋，防止水分蒸發。移去定水頭管，但是壓力盒底排水孔仍接滿水的水管。控制滿水管距多孔板的距離，相當給土壤一定的負壓，所排出的水量相當負壓下土壤含水量的變化。不同時間的排水量，以量筒量測。

台拓圳土壤以負壓水頭-50、-100、-150、-200、-250、-300cm測定之。永安圳土壤以負壓水頭-10、-30、-50、-100、-150、-200、-250、-300cm測定之。實驗進行的時候，每日最大的溫差4°C。

表1 台拓圳土壤在不同負壓水頭與延時下土壤殘留水分百分比

負壓水頭 (cm)	-50		-100		-150		-200		-250		-300	
	\bar{f} (10^2)	t (10^4)	\bar{f} (10^2)	t (10^4)	\bar{f} (10^2)	t (10^4)	\bar{f} (10^2)	t (10^4)	\bar{f} (10^2)	t (10^4)	\bar{f} (10^2)	t (10^4)
0.47	1.08	0.47	1.08	0.50	1.08	0.63	0.72	0.39	2.16	0.47	0.72	
0.37	2.52	0.30	3.60	0.30	2.16	0.28	2.52	0.17	3.24	0.12	1.44	
0.35	3.60	0.11	5.76	0.10	5.76	0.18	3.24	0.03	6.84	0.06	6.12	
0.34	3.96	0.06	8.28	0.05	7.56	0.14	5.04	0.02	7.92	0.00	6.84	
0.25	7.56	0.04	9.00	0.00	9.72	0.03	9.00	0.01	10.08			
0.12	11.80	0.03	9.72			0.01	9.72	0.00	10.80			
0.07	12.96	0.01	12.60			0.00	13.68					
0.02	16.92	0.00	14.76									
0.00	18.00											

\bar{f} : 土壤殘留水分百分比 (%)

t: 時間 (單位秒)

表2 永安圳土壤在不同負壓水頭與延時下土壤殘留水分百分比

負壓水頭 (cm)	-10		-30		-50		-70		-100		-150		-200		-250		-300	
	\bar{f} (10^2)	t (10^4)	\bar{f} (10^2)	t (10^4)	\bar{f} (10^2)	t (10^4)	\bar{f} (10^2)	t (10^4)	\bar{f} (10^2)	t (10^4)	\bar{f} (10^2)	t (10^4)	\bar{f} (10^2)	t (10^4)	\bar{f} (10^2)	t (10^4)	\bar{f} (10^2)	t (10^4)
0.41	0.36	0.86	0.36	0.87	5.04	0.82	1.08	0.81	1.08	0.70	2.16	0.86	0.72	0.80	0.72	0.75	1.08	
0.26	0.72	0.73	1.08	0.67	10.08	0.58	3.60	0.72	2.16	0.55	3.24	0.71	1.08	0.77	1.44	0.62	2.16	
0.11	1.08	0.62	1.80	0.58	13.32	0.41	8.28	0.42	5.76	0.37	6.84	0.54	4.68	0.34	10.80	0.37	6.12	
0.06	4.32	0.56	2.52	0.41	22.68	0.25	9.72	0.17	11.16	0.27	7.92	0.29	9.00	0.00	18.00	0.25	7.20	
0.03	4.68	0.51	3.24	0.25	28.08	0.18	12.60	0.12	14.04	0.21	10.08	0.29	13.68			0.00	15.12	
0.01	5.04	0.38	6.12	0.18	31.32	0.07	17.64	0.10	19.08	0.12	10.80	0.14	21.96					
0.00	6.84	0.22	11.16	0.02	44.28	0.01	21.60	0.02	23.04	0.05	15.12	0.06	29.16					
		0.14	20.52	0.01	53.64	0.00	24.12	0.01	27.72	0.00	17.28	0.04	34.56					
		0.07	28.44	0.00	61.56			0.00	31.68			0.00	35.28					
		0.04	37.08															
		0.00	45.72															

四、結果與討論

非飽和土壤水分移動的測定是時間漫長的實驗，台拓壤質沙土由-50cm至-300cm的負壓水頭，所需時間是19天，永安坊質黏壤土由-10cm至-300cm的負壓水頭，耗費時間更長，是41天。緩慢是非飽和土壤水份流動的特性，各負壓水頭所花的測定時間在表1與表2示之。水分在細質地的坊質黏壤土移動，顯然比粗質地的壤質沙土中的移動緩慢。在-300cm的負壓力水頭下，這個結果是合理的，粗質地土壤有較多的大孔隙，水分在近飽和情況時，移動較在小孔隙中移動迅速。

因為在一定負壓水頭下，土壤平均殘留含水量，根據本文的公式(3)知是時間的函數。對二種不

同質地的土壤，其土壤殘留含水量與時間的關係，以圖1與圖2示之。此兩個圖的數據來自表1與表2中-50cm負壓水頭下，時間與土壤平均殘留水分比的數據。由圖1與圖2顯示，不同負壓水頭下，實驗結果皆可劃出近似平滑的曲線，其他負壓水頭的時間與土壤殘留水分比的關係亦如-50cm的情況，這個結果與Clothier et al., (1983)的實驗結果相同。雖然所試驗的土壤不同，但是在非穩態 (unsteady state) 下進行脫水實驗，水分與時間的數據可表示為平滑曲線，這證明水分移動的實驗，符合非飽和達西公式的理論，而且顯示標準型的壓力盒 (pressure cell) 是理想的試驗裝置，能使得土壤填充至壓力盒內，土壤顆粒能充份與底座的孔隙介質板接觸良好，減少底部大氣泡可能存在大孔隙，又

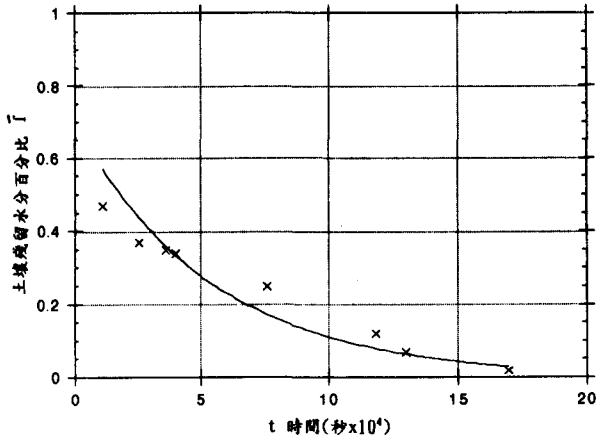


圖1 屏東台拓圳土壤在-50m負壓水頭下不同時間的土壤殘留水分百分比關係

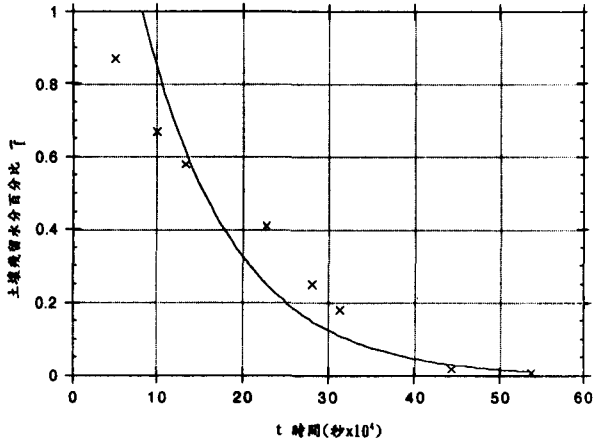


圖2 屏東永安圳土壤在-50m負壓水頭下不同時間的土壤殘留水分百分比關係

孔隙介質板透水均勻，這些良好的實驗狀況，才使的實驗結果如此接近平滑曲線。

表3與4顯示兩種土壤在不同負壓下的排水量，發現排水量的多寡與負壓水頭並沒有一定的關係，例如台拓圳土壤的最大排水量36ml，是在-100cm時發生，而永安圳土壤的最大排水量45.6ml，是在-50cm時發生，兩者都不是在最低負水頭產生，這種現象在別的學者的實驗中也有提到（Gardner 1956）。主要的原因與土壤團粒曲率半徑有關，排水量最大代表孔隙含水有多數比例是在這曲率範圍之內。這種在某一負壓之下，土壤會大量排水，不僅在實驗以前無法預知，而且造成與理論的基本假設不符。在本文的公式(12)中，是假設任何負壓的增加

表3 同負壓下台拓圳土壤的排水

台拓圳土壤

負壓水頭 (cm)	-50	-100	-150	-200	-250	-300
排水量 (ml)	8	36	10	11	7	3.4
排水體積百分比 (%)		5.7	1.6	1.7	1.1	0.5
P_r (cm/%)	15.4	8.8	31.3	29.4	45.5	100.0

總體積=636.2 ml

P_r : 單位排水體積百分比的負壓水頭

表4 不同負壓下永安圳土壤的排水

永安圳土壤

負壓水頭 (cm)	-10	-30	-50	-70	-100	-150	-200	-250	-300
排水量 (ml)	2.02	13.02	45.60	6.65	7.75	8.0	7.0	3.0	1.6
排水體積百分比 (%)	0.3	2.05	7.17	1.1	1.2	1.3	1.1	0.5	0.3
P_r (cm/%)	33.3	9.8	2.8	18.2	25.0	38.5	45.5	100.0	166.7

下，土壤水分的遞減很小，但是在這裡水分是急劇的減少，因此在計算非飽和導水係數時，這一段的實驗結果會有誤差。這種現象的發生，在以後的實驗很難去提防誤差產生，因為不曉得每次增加的負壓多少，才能使水分的排出分段緩慢的增加，而非在一個壓力下大量出來，在過去的研究學者（如Dirksen,1975）也祇能將這現象歸於實驗誤差，直到近代也無理論能提供最佳負壓增加量，這有待日後在理論或實驗技術上的突破。

根據理論推導的結果公式(3)，如果在一定壓力下排水量激增情況產生時， $dhp/d\theta$ 的值（或是 P_r ）降低，在一定的孔隙板板阻力（ Z_m ），壓力盒高度（ L ）與參考點時間（ t_{RP} ）下， a_1 值會增加。再根據公式(8)， a_1 值增加，即增加 w 值，或孔隙介質板阻力對於土壤非飽和導水係數（ K ）與擴散係數（ D ）的影響增加，即相對的減少 K 與 D 值。因此由表1與表6顯示台拓圳土壤在-100cm壓力水頭，與永安圳土壤在-50cm壓力水頭時，孔隙介質板阻力對於非飽和水分傳導影響最大，分別是30%

$$\left(\frac{1.04 \times 10^{-5}}{8.00 \times 10^{-6}} - 1 \right) \times 100\% \text{ 與 } 120\%$$

表5 孔隙介質板對台拓圳土壤非飽和導水係數之影響

負壓水頭(cm)	-50	-100	-150	-200	-250	-300
t_{RP} (sec)	8.51×10^4	3.98×10^4	3.55×10^4	5.01×10^4	4.17×10^4	5.62×10^4
$a_1 / \tan a_1$	0.36	1.32	0.42	0.32	0.25	0.083
a_1	0.21	0.30	0.25	0.19	0.15	0.03
D (cm ² /sec)	1.11×10^{-4}	9.12×10^{-5}	2.67×10^{-4}	1.89×10^{-4}	2.27×10^{-4}	1.11×10^{-4}
Dm (cm ² /sec)	9.17×10^{-5}	7.01×10^{-5}	2.14×10^{-4}	1.59×10^{-4}	1.97×10^{-4}	1.08×10^{-4}
K (cm/sec)	7.22×10^{-6}	1.04×10^{-5}	8.50×10^{-6}	6.42×10^{-6}	4.99×10^{-6}	1.11×10^{-6}
Km (cm/sec)	5.97×10^{-6}	8.00×10^{-6}	6.80×10^{-6}	5.39×10^{-6}	4.34×10^{-6}	1.08×10^{-6}

表6 孔隙介質板阻力對永安圳土壤非飽和導水係數之影響

負壓水頭(cm)	-10	-30	-50	-100	-150	-200	-250	-300
t_{RP} (sec)	3.63×10^4	1.41×10^5	2.19×10^5	1.00×10^5	8.13×10^4	1.58×10^5	1.48×10^5	6.17×10^4
$a_1 / \tan a_1$	0.38	0.34	0.75	0.19	0.15	0.065	0.031	0.043
a_1	0.22	0.20	1.20	0.084	0.065	0.025	0.012	0.017
D (cm ² /sec)	2.61×10^{-4}	6.71×10^{-5}	11.41×10^{-5}	7.11×10^{-5}	8.75×10^{-5}	3.96×10^{-5}	4.22×10^{-5}	1.01×10^{-4}
Dm (cm ² /sec)	2.14×10^{-4}	5.59×10^{-5}	5.19×10^{-5}	6.56×10^{-5}	8.21×10^{-5}	3.86×10^{-5}	4.17×10^{-5}	9.93×10^{-5}
K (cm/sec)	7.80×10^{-6}	6.85×10^{-6}	4.07×10^{-5}	2.80×10^{-6}	2.27×10^{-6}	8.70×10^{-7}	4.22×10^{-7}	6.08×10^{-7}
Km (cm/sec)	6.42×10^{-6}	5.71×10^{-6}	1.85×10^{-5}	2.58×10^{-6}	2.13×10^{-6}	8.49×10^{-7}	4.17×10^{-7}	5.98×10^{-7}

t_{RP} : 參考點之時間

a_1 : 孔隙介質板阻力的影響係數

D : 除去孔隙介質板阻力影響的擴散係數

K : 除去孔隙介質板阻力影響的導水係數

Dm : 孔隙介質板影響的擴散係數

Km : 孔隙介質板影響的導水係數

($= \frac{4.08 \times 10^{-5}}{1.85 \times 10^{-5}} - 1$) $\times 100\%$ 。這代表土壤水分排出量最大時，孔隙介質板的阻力影響也最大，這個合理的推論與實驗的結果是相符合的。但是正如前所述，排出水量太多時，與理論的基本假設不符合，因此在表5與表6，所計算出來-100cm的台拓圳土壤與-50cm的永安圳土壤，導水係數與擴散係數都偏高，不能視為正確的結果。

由表5可以看出，非飽和導水係數(K)值隨著負壓力水頭的增加而減少，相對的土壤含水量愈低，非飽和導水係數也愈少，這符合早期的Rickards假設，即導水係數是土壤水分的函數。愈乾的土壤，土壤水分的移動大都在小孔隙的水膜進行，大孔隙的水分已成覆蓋顆粒的吸著水，因此移動愈緩。表5亦顯示孔隙介質板的阻力在低負壓水頭時其值較大，在-200cm以前有25~19%的阻力影響，在-300cm時，阻力的影響很小，祇有3%。這個結果證明早期Miller and Elrick (1958)的顧慮是正確的，在使用孔隙介質板時，尤其在低負壓的情況下，其阻力對於土壤水分傳導有顯著的影響，

可惜Miller and Elrick (1958)在當時沒有以土壤作實驗來證實。本文在此以土壤為試驗材料，證實Miller and Elrick的正確，也證明現今的標準試驗方法，在粗質土壤可能有20%左右的誤差。祇有在較大的-300cm負壓下，這種誤差才低於3%。負壓力愈大，水分在土壤間的流動阻力也愈大，相對的孔隙介質板的阻力就較小。這個結果使在大於1bar負壓的壓力鍋下進行非飽和水分實驗，可以忽略孔隙介質板阻力的影響是可以確定的。

表6顯示永安圳的細質土壤，孔隙介質板阻力的影響在-100cm時之就祇有8.4%，在-300cm時更小到祇有1.7%，由此可知孔隙介質板的影響對於細質土比粗質土不顯著。細質土的孔隙小，孔隙彎曲度大，水分移動的阻力大，相對的介質板阻力影響就較小。不過在-10與-30cm負壓力水頭時，介質板阻力仍有20% ($\frac{1.04 \times 10^{-5}}{8.00 \times 10^{-6}} - 1$) $\times 100\%$ 與22%

($\frac{4.08 \times 10^{-5}}{1.85 \times 10^{-5}} - 1$) $\times 100\%$ 的影響。

永安圳土壤的質地細，因此非飽和導水係數也

較台拓圳土壤小，在-300cm負壓水頭約小於1.8倍（ $=1.11 \times 10^{-6} / 6.08 \times 10^{-7}$ ），在-150cm時負壓水頭時則約3.7倍（ $=8.50 \times 10^{-6} / 2.80 \times 10^{-6}$ ）。這表示水分愈少，非飽和係數相差愈小。如果負壓更大，粗質地的非飽和導水係數可能會小於細質土。

五、結 論

用孔隙介質板裝置，可以測定土壤水分在張力情況下的導水係數。在其操作方法有二個基本假設，忽視孔隙介質板本身的阻力；每一個負壓力的漸增，土壤水分的改變都很小，這二個假設的根據是傳統達西理論的推導而出。本研究也是根據相同達西理論，祇是改變假設，認為孔隙介質板的阻力需要考慮，再以理論推導結果，以本省二種不同性態的土壤作實驗，證明在低負壓的情況下，孔隙介質板阻力對於非飽和導水係數的測定有影響，大約減少了20%。

對於最佳的負壓力漸增大小，土壤水分才不會有顯著的改變，這個假設，實驗本身發現在操作的結果仍有不符合起初假設的地方，這有待日後的研究改進。

六、誌 謝

本文的完成，感謝農委會陳益榮技正在研究經費上的支持。屏東水利會郭茂川先生的現場幫助，農業工程研究中心劉玉雪技師、李寶鍾副技師、吳浚霖先生的現場協助採樣，致上感謝。感謝U.C. Davis的Nielsen教授的理論教導，他曾多次提醒我，目前被國際認為標準非飽和土壤水分實驗，仍有可以改進的地方，使我有個正確的研究方向。台大農工系徐玉標教授在研究期間，惠與實驗經驗。農工系博士班學生何信賢在實驗上的長期協助，在此一併致謝。

七、參考資料

1. 張文亮、張麗秋，1993，壓縮土壤空氣減緩污染入滲速率之研究，第四屆土壤污染防治研討會，153-161頁。
2. 張文亮，1993，遲滯效應對土壤非飽和導水係數

測定之影響，台灣水利，第42卷第1期，38-44頁。

3. Bruce, R.R., and A. Klute. 1956. The measurement of soil moisture diffusivity. Soil Sci. Soc. Am. Proc. Vol. 20, p.458-462.
4. Clothier, B.E., D.R. Scotter, and A.E. Green. 1983. Diffusivity and one-dimensional absorption experiments. Soil Sci. Soc. Am. J. Vol.47, p.641-644.
5. Dirksen, C. 1975. Determination of soil water diffusivity by sopitivity measurements. Soil Sci. Soc. Am. Proc. Vol.39, p.22-27.
6. Gardner, W., D. W. Israelesn, N.E. Edlesfsen, and D. Clyde. 1922. The capillary potential function and its relation to irrigation practice. Phys.Rev. Vol. 20. p.196.
7. Gardner, W.R. 1956. Calculation of capillary conductivity from pressure plate outflow data. Soil Sci. Am. Proc. Vol.20, p.317-320.
8. Jackson, R.D. 1963. Porosity and soil water diffusivity relations. Soil Sci. Soc. Am. Proc. Vol.27, p.123-126.
9. Kunze, R.J. and D. Kirkham. 1962. Simplified accounting for membrane impedance in capillary conductivity determinations. Soil Sci. Soc. Am, Proc.Vol. 26, p.421-426.
10. Miller, E.E. and D.E. Elrick. 1958. Dynamic determination of capillary conductivity extended for non-negligible membrane impedance. Soil Sci. Soc.Am. Proc. Vol.22, p.483-486.
11. Methods of Soil Analysis. Part. 1. Physical and Mineralogical Methods. Second Edition. 1986. The American Society of Agronomy and Academic Press.

收稿日期：民國83年5月3日

接受日期：民國83年5月26日