農業工程學報 第40卷第1期
中華民國83年3月出版

Journal of Chinese Agricultural Engineering
Vol. 40, No. 1, March 1994

台灣地區三角形單位歷線參數之研究

A Study on the Parameters of Triangular Unit Hydrographs in Taiwan Area

水利局副工程司

黃 月 娟

Yueh-Chain Huang

摘 要

本研究主要探討三角形單位歷線各重要參數（基期Tb，洪峰時間Tp，洪峰流量Qp）與流域地文因子之關係。首先由台灣地區平均無因次單位歷線推導得Tb＝3.277Tp。進而由43個測站之資料分析得Tb、Qp和Tp分別與地文因子之代表性迴歸公式如下：

$Tb=2.61A^{0.224}/S^{0.104}$

$Tp=0.5Tr+T_{plag}$

$T_{plag}=0.569A^{0.187}/S^{0.201}$

$Qp=2.133A^{0.776}S^{0.104}$

其中，A：流域面積，平方公里

S：流域坡度

Tr：單位降雨延時，小時

T_{plag}：洪峰稽延，小時

最後本文探討三種推導合成三角形單位歷線的方法：(1)由Tp和Tb公式推導；(2)由Tp和Qp公式推導；(3)由Tp公式及台灣地區平均Tb＝3.277Tp推導。由43站驗證比較結果顯示1法與2法所得三角形單位歷線完全相同。而1法（或2法）與3法比較之結果各有21站優於對方（較接近測站原有之單位歷線），有1站極爲接近。因此，優劣不相上下。建議規劃者可分別採用1法（或2法）和3法兩種方法求三角形單位歷線，再擇一使用。

關鍵詞：三角形單位歷線，基期，洪峰時間，洪峰流量，洪峰稽延。

ABSTRACT

The objective of this paper is to relate the parameters of the synthetic triangular unit hydrograpgh (namely base time Tb, time to peak Tp and peak discharge Qp) to the basin characteristics. First,based on the average dimensionless unit hydrograph in Taiwan area, it is found that Tb=3.277 Tp.

Furthermore, the study of 43 watersheds gives the relationships for T_b, Tp and Qp as follows :

$T_b = 2.61\ A^{0.224}/S^{0.104}$

$Tp = 0.5Tr + T_{plag}$

$T_{plag} = 0.569\ A^{0.187}/S^{0.201}$

$Qp = 2.133\ A^{0.776}S^{0.104}$

where A is basin area, Tr is excess rainfall duration and T_{plag} is time lag to peak discharge. Finally, three methods are used to derive the synthetic triangular unit hydrographs of the 43 watersheds. Equations (33) and (3) are used in the first method, equations (3) and (35) in the second method and equations (2) and (3) in the third method. The results show that the unit hydrographs obtained from the first and the second methods, respectively, are the same. The first (or second) and the third methods have the equivalent performance in agreement with the observed data. Hence, anyone of the proposed methods is suggested to develop the synthetic triangular unit hydrograph.

Keywords：Triangular unit hydrograph, Base time, Time to peak, Peak discharge, Time lag to peak discharge.

一、前　　言

過去國內在合成一個無測站地區的三角形單位歷線時，多採用美國土壤保持局建議的公式求得三角形單位歷線之重要參數：基期Tb、洪峰時間Tp和洪峰流量Qp。對於合成單位歷線，美國又以Snyder所提最著名。由於台灣地區與美國地區之水文特性不盡相同，遽以引用，並不恰當。本研究因此參攷美國有關理論，將台灣地區已有流域面積53～3077平方公里之43個測站無因次單位歷線及單位歷線，簡化爲三角形單位歷線，求得Tb、Qp、Tp實測值，並與流域地文因子求相關，以建立本土性之三角形單位歷線公式。

二、三角形單位歷線理論

一般單位歷線多呈曲線形狀，爲方便計簡化爲三角形狀，稱之爲三角形單位歷線，如圖1所示。經簡化之三角形單位歷線，洪峰前後體積比及洪峰時間Tp均保持不變，但基期Tb和洪峰流量Qp，由於必須攷慮保持一單位降雨逕流體積，因此三角形單位歷線之Tb和Qp與原單位歷線之Tb和Qp不同。茲就Tb、Tp、Qp等有關理論說明如下。

*1.*基期Tb

關於單位歷線的基期，Snyder分析美國Applachian 高地 25～25000km^2 之許多流域 [1]，得到單位歷線之 Tb＝3＋3（T_{plag}/24），在此 Tb 和T_{plag}以日爲單位，T_{plag}爲洪峰稽延即單位降雨延時中心至洪峰之時間。若換算以小時爲單位，則Tb＝72＋3T_{plag}。Taylor與Scwartz分析美國大西洋岸中部及北部各州面積50～4000km^{2}之20個流域，得到單位歷線之Tb＝5Tp，其中Tp爲洪峰時間。

至於三角形單位歷線之基期Tb，美國土壤保持局採用Mockus分析許多集水區得Tb＝2.67Tp[2]。若以Tm表示三角形單位歷線洪峰以後至逕流結束之時間，則Tm＝1.67 Tp 。由三角形幾何定律知Tp：Tm之比值恰與三角形單位歷線洪峰前逕流體積與洪峰後逕流體積之比值。Mockus係由無因次單位歷線（以Q/Qp和T/Tp爲縱、橫座標）求得累積率曲線（參見圖2），進而由曲線知，逕流開始至洪峰時間以前之累積逕流量占總逕流量的0.375（＝1/2.67），此表示洪峰前後之逕流體積比恰爲1: 1.67，所以：

Tb＝2.67 Tp ； Tm＝1.67 Tp ………………… (1)

根據上法，本研究將文獻[3]所得全省無因次單位歷線，計算其累積體積率，並繪如圖2。由圖可知，洪峰前累積逕流體積占總逕流體積的0.3052；換言之，由台灣地區平均無因次單位歷線轉換成三角形單位歷線時，其Tp: Tb＝0.3052: 1＝1: 3.277，Tp: Tm＝1:2.277，因此可寫成：

Tb＝3.277 Tp ；Tm＝2.277 Tp ……………… (2)

(2)式可說是全台灣地區的一個平均值。然則，若由全省43個無因次單位歷線及單位歷線[3～6]，推導各站之三角形單位歷線，則Tb／Tp之比值，由最小2.26至最大8.70，差異頗大，故本研究另以該43站無因次單位歷線之Tb/Tp比值乘以各測站原單位歷線之Tp值，求得各站三角形單位歷線之Tb值，以此作爲

實測值，與流域地文因子求相關，使基期Tb成爲流域地文因子之因變數，希望能適當反應流域特性，並與(2)式之固定比例方式作比較。

2.洪峰時間Tp

欲求洪峰時間Tp，需先求洪峰稽延T_{plag}，其關係如下：

$$T_p = Tr/2 + T_{plag} \qquad (3)$$

其中Tr爲單位降雨延時。Snyder分析Applachian高地25～25000km^2許多流域得在標準單位降雨延時：

$$Tr = T_{plag}/5.5 \qquad (4)$$

情況之T_{plag}經驗公式[1]：

$$T_{plag} = C_t(L.Lca)^{0.3} \qquad (5)$$

其中：

T_{plag}：洪峰稽延，小時

C_t：經驗常數，通常0.2至2.2視流域特性而定。

L：由測站（出口控制點）至其流域最上游邊界最遠點之距離，英里

Lca：由測站（出口控制點）沿主流至流域面積重心至主流垂直交點之距離，英里

若實際單位降雨延時T'r不等於Tr時，洪峰稽延可修正爲T'_{plag}：

$$T'_{plag} = T_{plag} + (T'r - Tr)/4 \qquad (6)$$

1952年，Taylor和Scwartz分析美國大西洋岸北部及中部諸州20個集水區，得合單位歷線之T_{plag}公式如下：

$$\left.\begin{array}{l} Ct = 0.6/\sqrt{S} \\ m = 0.212/(L \cdot Lca)^{0.36} \\ T_{plag} = C_t e^{m} Tr \end{array}\right\} \qquad (7)$$

其中S爲流域坡度，L和Lca均以英里爲單位。

1958年，Linsley、Kohler及Paulhus將合成單位歷線洪峰稽延T_{plag}表示如下[1,7]：

$$T_{plag} = C_t(L \cdot Lca/\sqrt{S})^{n} \qquad (8)$$

其中：

S：流域坡度

n=0.38

L,Lca：定義如前，單位皆爲英里

Ct：經驗常數，山區爲1.2，山腳爲0.72，山谷爲0.35。

美國土壤保持局分析500個大小集水區得[7]：

$$Tr = 2\sqrt{Tc} \qquad (9)$$

$$T_{plag} = 0.6Tc \qquad (10)$$

其中：

Tc：集流時間，小時。

(9)和(10)式代入(3)式得：

$$Tp = \sqrt{Tc} + 0.6Tc \qquad (11)$$

1971年，美國土壤保持局[1]由許多地區得到之無因次單歷線推導得：

$$Tc + Tr = 1.7Tp \qquad (12)$$

(10)式代入(3)式可得：

$$Tp = Tr/2 + 0.6Tc \qquad (13)$$

解(12)和(13)式可得Tr=0.133Tc (14)

(14)式代入(12)式得：

$$Tp = (Tc + 0.133Tc)/1.7 \qquad (15)$$

綜合上述，欲求某一降雨延時Tr之洪峰時間Tp，必需先求洪峰稽延T_{plag}，再利用公式(3)得Tp值。一般而言，用於合成單位歷線或三角形單位歷線之洪峰稽延 T_{plag}經驗公式多採用以下之形式[8]：

$$T_{plag} = (CA^{a})/S^{b} \text{或} C(LLca)^{a}/S^{b} \qquad (16)$$

其中：A爲流域面積。

本研究針對可能之形式均加以檢定比較，而檢定所需之T_{plag}實測值，均由文獻[4]所採用之測站單位歷線實測而來。以此實測值與各測站上游地文因子(A,S,L,Lca等)求相關，即得台灣地區之T_{plag}公式。

3.洪峰流量Qp

Snyder合成單位歷線在(4)和(5)兩式情況下，洪峰流量Qp可示如下[1]：

$$Qp = Cp \cdot A / T_{plag} \qquad (17)$$

其中：

A：流域面積，平方公里

Cp：經驗常數（Cp≈2～6.5，視流域特性而定）

T_{plag}：洪峰稽延，小時

Qp：洪峰流量，cms

美國土壤保持局分析500個大小集水區，在(1)及(11)式條件下，三角形單位歷線之洪峰流量Qp可得如下[1,7]：

$$Qp = 2V/Tb \qquad (18)$$
$$= 2V/2.67Tp$$

表1. 三角形單位歷線基期 (T_b) 與流域地文因子相關檢定表

相關方程形態	檢定方程式形態	係				數	標準誤差	R^2	R_a^2	成果方程式	備註
		a (t-ratio)	b (t-ratio)	c (t-ratio)	d (t-ratio)	e (t-ratio)					
①$T_b=10^c A^a S^b$	$\log T_b=c+a\cdot\log A+b\cdot\log S$	0.224 (3.68)	−0.104 (−1.99)	0.416 (2.39)	—	—	0.1665	0.332	0.299	$T_b=10^{0.416}\cdot A^{0.224}/S^{0.104}$ $=2.61\cdot A^{0.224}/S^{0.104}$	本研究以本式爲代表式。
②$T_b=10^c(L.\,Lca)^a\cdot S^b$	$\log T_b=c+a\cdot\log(L.Lca)+b\cdot\log S$	0.122 (2.05)	−0.0925 (−1.55)	0.648 (3.59)	—	—	0.1833	0.191	0.150	$T_b=10^{0.648}\cdot(L.Lca)^{0.122}/S^{0.0925}$	
③$T_b=10^c L^a S^b$	$\log T_b=c+a\cdot\log L+b\cdot\log S$	0.262 (2.37)	−0.0878 (−1.50)	0.585 (3.16)	—	—	0.1804	0.216	0.177	$T_b=10^{0.585}\cdot L^{0.262}/S^{0.0878}$	
④$T_b=10^{c+a\cdot\log A+b(\log A)^2+d\cdot\log S+e(\log S)^2}$	$\log T_b=c+a\cdot\log A+b(\log A)^2+d\cdot\log S+e(\log S)^2$	0.842 (1.56)	−0.105 (−1.02)	0.670 (0.83)	1.11 (2.84)	0.306 (3.13)	0.1492	0.490	0.436	$T_b=10^{0.670+0.842\log A-0.105(\log A)^2+1.11\log S+0.306(\log S)^2}$	d, e爲正値，不符物理意義，c可視爲0.
⑤$T_b=10^{a\cdot\log A+b(\log A)^2+d\cdot\log S+e(\log S)^2}$	$\log T_b=a\cdot\log A+b(\log A)^2+d\cdot\log S+e(\log S)^2$	1.25 (5.34)	−0.182 (−4.19)	—	0.951 (2.80)	0.266 (3.13)	0.1487	0.986	0.985	$T_b=10^{1.25\log A-0.182(\log A)^2+0.951\log S+0.266(\log S)^2}$	d, e爲正値，不符物理意義。
⑥$T_b=10^{a(\log A)^2+b\cdot\log S+d\cdot(\log S)^2}$	$\log T_b=a(\log A)^2+b\cdot\log S+d(\log S)^2$	0.0423 (2.98)	−0.794 (−6.71)	—	−0.160 (−4.15)	—	0.1931	0.976	0.974	$T_b=10^{0.0423(\log A)^2-0.794\log S-0.16(\log S)^2}$	
⑦$T_b=10^{a\cdot\log A+b\cdot\log S+d(\log S)^2}$	$\log T_b=a\cdot\log A+b\cdot\log S+d(\log S)^2$	0.299 (4.28)	−0.297 (−1.53)	—	−0.0388 (−0.74)	—	0.1768	0.980	0.978	$T_b=10^{0.299\log A-0.297\log S-0.0388(\log S)^2}$	d可視爲0.
⑧$T_b=10^{a\cdot\log A+b(\log S)^2}$	$\log T_b=a\cdot\log A+b(\log S)^2$	0.400 (17.76)	0.0389 (2.85)	—	—	—	0.1797	0.979	0.978	$T_b=10^{0.4\log A+0.0389(\log S)^2}$	
⑨$T_b=c+a\cdot\log A+b\cdot\log S$	$\log T_b=c+a\cdot\log A+b\cdot\log S$	7.40 (3.47)	−3.83 (−2.09)	−9.38 (−1.54)	—	—	5.84	0.320	0.286	$T_b=-9.38+7.4\log A-3.83\log S$	
⑩$T_b=c+a\cdot\log A+b\cdot\log S+d\cdot\log L$	$\log T_b=c+a\cdot\log A+b\cdot\log S+d\cdot\log L$	12.6 (2.86)	−4.81 (−2.46)	−8.09 (−1.32)	−9.92 (−1.34)	—	5.78	0.350	0.300	$T_b=-8.09+12.6\log A-4.81\log S-9.92\log L$	d爲負値，不符物理意義。

表2. 洪峰稽延 (T_{plag}) 與流域地文因子相關檢定表

相關方程形態	檢定方程式形態	係數 a (t-ratio)	係數 b (t-ratio)	係數 c (t-ratio)	係數 d (t-ratio)	係數 e (t-ratio)	標準誤差	R^2	R_a^2	成果方程式	備註
① $T_{plag}=\frac{10^c A^a}{S^{-b}}$	$\log T_{plag}=c+a\cdot\log A+b\cdot\log S$	0.187 (2.96)	−0.201 (−3.70)	−0.245 (−1.35)	—	—	0.1733	0.394	0.363	$T_{plag}=\frac{10^{-0.245}\cdot A^{0.187}}{S^{0.201}}$ $=0.569\ A^{0.187}/S^{0.201}$	本式標準誤差最小，成果最佳，本研究採用作代表公式。
② $T_{plag}=\frac{A^a}{S^{-b}}$	$\log T_{plag}=a\cdot\log A+b\cdot\log S$	0.118 (3.18)	−0.168 (−3.42)	—	—	—	0.1750	0.931	0.927	$T_{plag}=\frac{A^{0.118}}{S^{0.168}}$	
③ $T_{plag}=\frac{10^c(L\cdot Lca)^a}{S^{-b}}$	$\log T_{plag}=c+a\cdot\log(L\cdot Lca)+b\cdot\log S$	0.127 (2.15)	−0.184 (−3.11)	−0.11 (−0.62)	—	—	0.1811	0.337	0.304	$T_{plag}=\frac{10^{-0.11}\cdot(L\cdot Lca)^{0.127}}{S^{0.184}}$	係數 c 未通過檢定，∵ | −0.62 | <1.0 (1.0 爲70%信賴界限值)。
④ $T_{plag}=\frac{(L\cdot Lca)^a}{S^{-b}}$	$\log T_{plag}=a\cdot\log(L\cdot Lca)+b\cdot\log S$	0.0979 (2.73)	−0.172 (−3.10)	—	—	—	0.1798	0.927	0.923	$T_{plag}=\frac{(L\cdot Lca)^{0.0979}}{S^{0.172}}$	
⑤ $T_{plag}=\frac{10^c\cdot A^a\cdot L^d\cdot Lca^e}{S^{-b}}$	$\log T_{plag}=c+a\cdot\log A+d\cdot\log L+e\cdot\log Lca+b\cdot\log S$	0.199 (1.32)	−0.205 (−3.40)	−0.241 (−1.28)	0.043 (0.10)	−0.084 (−0.26)	0.1775	0.396	0.332	$T_{plag}=\frac{10^{-0.241}\cdot A^{0.199}\cdot L^{0.043}}{Lca^{0.084}\cdot S^{0.205}}$	不合物理現象，且 d，e 兩係數未通過檢定。
⑥ $T_{plag}=10^c\left(\frac{L\cdot Lca}{S^{1/2}}\right)^a$	$\log T_{plag}=c+a\cdot\log(L\cdot Lca/S^{1/2})$	0.189 (4.12)	—	−0.126 (−0.69)	—	—	0.1848	0.293	0.276	$T_{plag}=10^{-0.126}\left(\frac{L\cdot Lca}{S^{1/2}}\right)^{0.189}$	係數 c 未通過檢定。
⑦ $T_{plag}=\left(\frac{L\cdot Lca}{S^{1/2}}\right)^a$	$\log T_{plag}=a\cdot\log(L\cdot Lca/S^{1/2})$	0.157 (22.27)	—	—	—	—	0.1837	0.922	0.920	$T_{plag}=\left(\frac{L\cdot Lca}{S^{1/2}}\right)^{0.157}$	
⑧ $T_{plag}=\frac{10^c\cdot A^a(L\cdot Lca)^d}{S^{-b}}$	$\log T_{plag}=c+a\cdot\log A+d\cdot\log(L\cdot Lca)+b\cdot\log S$	0.216 (1.93)	−0.207 (−3.54)	−0.238 (−1.29)	−0.0306 (−0.31)	—	0.1753	0.395	0.349	$T_{plag}=\frac{10^{-0.238}\cdot A^{0.216}}{(L\cdot Lca)^{0.0306}\cdot S^{0.207}}$	係數 d 未通過檢定。
⑨ $T_{plag}=\frac{A^a\cdot(L\cdot Lca)^d}{S^{-b}}$	$\log T_{plag}=a\cdot\log A+d\cdot\log(L\cdot Lca)+b\cdot\log S$	0.164 (1.56)	−0.179 (−3.27)	—	−0.0470 (−0.47)	—	0.1767	0.931	0.926	$T_{plag}=\frac{A^{0.164}}{(L\cdot Lca)^{0.047}\cdot S^{0.179}}$	係數 d 未通過檢定。
⑩ $T_{plag}=A^a\left(\frac{L\cdot Lca}{S^{1/2}}\right)^b$	$\log T_{plag}=a\cdot\log A+b\cdot\log\left(\frac{L\cdot Lca}{s^{1/2}}\right)$	0.0241 (0.27)	0.142 (2.4)	—	—	—	0.1857	0.922	0.918	$T_{plag}=A^{0.0241}\left(\frac{L\cdot Lca}{S^{1/2}}\right)^{0.142}$	係數 a 未通過檢定。

$=0.208AR/Tp$

$=0.208AR/\sqrt{Tc}+0.6Tc$ ························ (19)

其中：

Qp：洪峰流量，cms

V：逕流總體積，cms-hr

A：流域面積，km^2

R：單位歷線一單位降雨量，在此爲1mm

Tc：集流時間，小時

若採用(15)式之Tp公式取代(11)式，則(19)式可寫爲：

$Qp=0.208AR/Tp$

$=0.208AR/[(Tc+0.133Tc)/1.7]$

$=0.3536AR/1.133Tc$

$=0.312AR/Tc$ ································· (20)

對三角形單位歷線而言，若基期Tb與洪峰時間Tp已知，則Qp可利用三角形幾何原理由公式(18)求得，進而可繪出三角形單位歷線。由於(19)(20)兩式是以美國地區之Tp、Tb公式代入(18)式所得。不一定適用於台灣，且台灣目前並無本身之Tc公式，引進國外公式繁多，不易判定。Tc公式基本上也是以流域地文因子爲自變數。故本研究嘗試用已分析43個測站之單位歷線及無因次單位歷線得三角形單位歷線之Tp和 Tb實測值，推估出Tp和Tb與流域地文因子相關公式，代入(18)式即可求Qp，而(18)式亦可另改寫如下：

$Qp=48V/Tb$ ·· (21)

其中：

Qp：洪峰流量，cms

V：三角形單位歷線總逕流體積，cms-day

Tb：三角形單位歷線基期，小時。

除了由(21)式利用Tb和Tp公式決定Qp並推出三角形單位歷線外，本研究亦嘗試以43個測站單位歷線經簡化爲三角形單位歷線之洪峰流量Qp當作三角形單位歷線之實測Qp值，與流域地文因子，直接求相關，如此，即可直接以流域地文因子求得三角形單位歷線之Qp值，利用此Qp值，可推得基期Tb如下：

$Tb=48V/Qp$ ·· (22)

若再配合Tp與流域地文因子之相關式求Tp，則三角形單位歷線即可求得。

綜合上述，本研究對於合成一個三角形單位歷線共採用三種方法：(一)、由Tp和Tb公式推估。(二)、由Tp和Qp公式推估。(三)、由Tp公式及$Tb=3.277Tp$推估。第一種方法必需先利用Tp和Tb與流域地文因子之相關公式，以流域地文因子分別推估Tp和Tb，再利用公式(21)求得Qp。第二種方法是利用Tp和Qp與流域地文因子之相關式，分別推估出Tp和Qp；再利用(22)式求得Tb。第三種方法是利用Tp與流域地文因子相關公式由流域地文因子推估出Tp，再利用全省平均公式$Tb=3.277Tp$求得Tb，並將Tb代入(21)式求得

表3. 洪峰稽延 (T_{plag})檢定方程式①與②之R^2及R_a^2值計算過程說明

方程式編號	來　源	自由度	殘差平方和	殘差均方	R^2	R_a^2
① 式	SSR	2	0.77962	0.38981	0.394 $(=\frac{0.77962}{1.98053})$	0.363
	SSE	40	1.20091	0.03002		
	SST	42	1.98053			
② 式	SSR	2	16.8855	8.4428	0.931 $(=\frac{16.8855}{18.1414})$	0.927
	SSE	41	1.2558	0.0306		
	SST	43	18.1414			

Qp。以上三種方法所得三角形單位歷線本文均予以驗證比較，以了解何種方法較佳。

三、線性複相關 (Multiple Linear Regression)

本研究爲求得三角形單位歷線各參數與流域地文因子之相關，必須藉用線性複相關之理理與方法[9,10]。茲簡單摘述線性複相關之理論如后。

1.基本假設

對於多種不同紀錄間之線性複相關問題，一個線性複相關程式，只有一個因變數 (the dependent variable) y；卻可有K個自變數 (the independent variable)，X_1，X_2，……X_k。其關係式可寫爲：

$$Y=a+b_1X_1+b_2X_2+\cdots\cdots+b_kX_k+e \cdots\cdots\cdots (23)$$

式中，b_1，b_2，……b_k爲常數，而e爲一變數，用以描述y觀測值和x觀測值間之關係，假設e之算術平均期望值爲0，且無論X_1，X_2……，X_k之係數爲何值，e之變方 (variance) 不變，並假設e爲一常態分布，所有的e值都是獨立的。

因此，若已知b_1，b_2……b_k值，則對於Y之理論值可以表示爲$Y_{ideal}=a+b_1X_1+\cdots\cdots+b_kX_k$，因此，e可以說是Y觀測值與理論值之差值。

2.基本方法

對 n 組資料紀錄 (Y_1，X_{11}，X_{21}，…X_{k1})，(Y_2，X_{12}，X_{22}，…… X_{k2})，……，(Y_n，X_{1n}，X_{2n}，…… X_{kn})而言，(23)式可重寫爲：

$$Y_i=a+b_1X_{1i}+b_2X_{2i}+\cdots\cdots+b_kX_{ki}+e_i(i=1,2,\cdots\cdots n) \cdots\cdots (24)$$

(24)式又可重寫爲：

$$Y_i=\alpha+\beta_1(X_{1i}-\overline{X}_1)+\beta_2(X_{2i}-\overline{X}_2)+\cdots\cdots+\beta_k(X_{ki}-\overline{X}_k)+e_i \cdots\cdots (25)$$

其中：$\overline{X}_1=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_{1i}$，……$\overline{X}_k=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_{ki}$。

再比較(24)和(25)兩式可知，$b_j=\beta_j(j=1,2,\cdots\cdots k)$；$a=\alpha-\beta_1\overline{X}_1-\beta_2\overline{X}_2-\cdots\cdots-\beta_k\overline{X}_k$。

關於e_i之估值e_i，可用第 i 個殘差 (residual) 表示如下：

$$\hat{e}_i=Y_i-\hat{\alpha}-\hat{\beta}_1(X_{1i}-\overline{X}_1)-\hat{\beta}_2(X_{2i}-\overline{X}_2)-\cdots\cdots-\hat{\beta}_k(X_{ki}-\overline{X}_k) \cdots\cdots (26)$$

對於$\hat{\beta}_1$，$\hat{\beta}_2$，……$\hat{\beta}_k$之推求，可以簡化之矩陣表示如下：

$$\begin{bmatrix} Sx_1y \\ Sx_1y \\ \vdots \\ Sx_ky \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} Sx_1x_1 & Sx_1x_2\cdots\cdots & Sx_1x_k \\ Sx_1x_2 & Sx_2x_2\cdots\cdots & Sx_2x_k \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ Sx_1x_k & \cdots\cdots\cdots & Sx_kx_k \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ \vdots \\ \hat{\beta}_K \end{bmatrix}$$

$$\text{或}S_{xy}=S_{xy}\hat{\beta} \cdots\cdots (27)$$

因此估值$\hat{\beta}_1$，$\hat{\beta}_2$，……$\hat{\beta}_K$可由下式得到：

$$\hat{\beta}=S_{xx}^{-1}S_{xy} \cdots\cdots (28)$$

其中：$Sx_jy=\sum_{i=1}^{n}(X_{ji}-\overline{X}_j)(Y_i-\overline{Y}),j=1,2,\cdots\cdots k$

$$Sx_jx_l=\sum_{i=1}^{n}(X_{ji}-X_j)(X_{li}-\overline{X}_l),j=1,2,\cdots\cdots k$$

$$l=1,2,\cdots\cdots k$$

就上述(25)式而言，若β_1，β_2，……β_k中有某些爲零，例如：$\beta_2=\beta_4=0$，則表示Y值與X_2，X_4均無相關，X_2，X_4可由式子中刪除。如果假說$\beta_1=\beta_2=\cdots\cdots=\beta_k=0$成立，則方程式成爲$Y_i=\alpha+e_i$，因$\hat{\alpha}=\overline{Y}$，此假說之殘差平方和 $SST=\sum_{i=1}^{n}(Y_i-\overline{Y})^2$，若再另以(26)式全模式（不省略$X_1$，$X_2$，……$X_k$項）計算殘差平方和，以SSE表示。則用以表示Y與$X_1$，$X_2$，……$X_k$相關程度之$R^2$ (Coef. of multiple determination) 和R_a^2 (Adjusted Coef. of multiple determination) 可表示如下：

$$R^2=\frac{SST-SSE}{SST}=\frac{SSR}{SST} \cdots\cdots (29)$$

$$R_a^2=1-(\frac{n-1}{n-k-1})\frac{SSE}{SST}=1-\frac{MSE}{(\frac{SST}{n-1})}$$

其中：$SST=\sum_{i=1}^{n}(Y_i-\overline{Y})^2$，$MSE=SSE/(n-k-1)$

$$SSE=S_{yy}-\sum_{j=1}^{k}Sx_jy\hat{\beta}_j$$

$$S_{yy}=\sum_{i=1}^{n}Y_i^2-(\sum_{i=1}^{n}Y_i)^2/n$$

$$SSR=\sum_{j=1}^{k}Sx_jy\hat{\beta}_j$$

$$Sx_jy=\sum_{i=1}^{n}Y_iX_{ji}-(\sum_{i=1}^{n}Y_i)(\sum_{i=1}^{n}X_{ji})/n$$

對於$\beta_1=\beta_2=\cdots\cdots=\beta_k=0$之假說是否成立，可以下式判定：

$$(\frac{SSR}{k})/(\frac{SSE}{n-k-1})<F(k,n-k-1,1-\alpha) \cdots\cdots (30)$$

式中：n＝資料數，k＝自變數個數。α＝顯著水準，$1-\alpha$＝信賴界限

如果符合上式，則通過100α%顯著測驗，假說成立。否則可謂在100α%之顯著水準下，假說被推

表4. 洪峰流量 (Q_p) 與流域地文因子相關檢定表

相關方程形態	檢定方程式形態	係數				標準誤差	R^2	R_a^2	成果方程式	備註
		a (t-ratio)	b (t-ratio)	c (t-ratio)	d (t-ratio)					
①$Q_p=10^c\ A^a\ S^b$	$\log Q_p=c+a\cdot\log A+b\cdot\log S$	0.776 (12.77)	0.104 (1.99)	0.329 (1.89)	—	0.1664	0.803	0.793	$Q_p=10^{0.329}\cdot A^{0.776}\cdot S^{0.104}$ $=2.133\cdot A^{0.776}\cdot S^{0.104}$	採用本式
②$Q_p=10^c\ A^a$	$\log Q_p=c+a\cdot\log A$	0.759 (12.19)	—	0.176 (1.09)	—	0.1723	0.784	0.778	$Q_p=10^{0.176}\cdot A^{0.759}$ $=1.50\cdot A^{0.759}$	
③$Q_p=a+bA$	同 左	40.4 (2.89)	0.252 (16.49)	—	—	70.02	0.869	0.866	$Q_p=40.4+0.252A$	
④$Q_p=aA$	同 左	0.280 (22.21)	—	—	—	75.9	0.922	0.920	$Q_p=0.280A$	
⑤$Q_p=a\ A+bA^2$	同 左	0.338 (10.89)	−0.000026 (−2.03)	—	—	73.24	0.929	0.925	$Q_p=0.338A-0.000026A^2$	
⑥$Q_p=a\sqrt{S}$	同 左	1,041 (4.57)	—	—	—	221.4	0.332	0.316	$Q_p=1041\sqrt{S}$	
⑦$Q_p=10^{a\sqrt{S}}$	$\log Q_p=a\sqrt{S}$	12.57 (11.25)	—	—	—	1.086	0.751	0.745	$Q_p=10^{12.57\sqrt{S}}$	
⑧$Q_p=aL$	同 左	3.78 (14.76)	—	—	—	108.9	0.838	0.834	$Q_p=3.78L$	
⑨$Q_p=a(L\cdot Lca)$	同 左	0.0806 (11.70)	—	—	—	131.3	0.765	0.759	$Q_p=0.0806(L\cdot Lca)$	
⑩$Q_p=aL+bL^2$	同 左	2.12 (3.63)	0.0164 (3.10)	—	—	99.26	0.869	0.862	$Q_p=2.12L+0.0164L^2$	
⑪$Q_p=aL+bL^2+cL^3$	同 左	4.00 (3.04)	−0.0302 (−1.01)	0.000233 (1.59)	—	97.47	0.877	0.867	$Q_p=4.0L-0.0302L^2+0.000233L^3$	
⑫$Q_p=aL+bL^2+cL^3+dL^4$	同 左	4.98 (1.84)	−0.071 (−0.69)	0.0007 (0.62)	−0.000002 (−0.42)	98.5	0.877	0.864	$Q_p=4.98L-0.071L^2+0.0007L^3-0.000002L^4$	係數 b，c，d 未通過檢定，可視爲 0。
⑬$Q_p=aL+bL^2+cA$	同 左	1.25 (2.83)	−0.00615 (−1.18)	0.246 (6.34)	—	70.98	0.935	0.930	$Q_p=1.25L-0.00615L^2+0.246A$	
⑭$Q_p=aL+bA$	同 左	1.03 (2.56)	0.214 (7.55)	—	—	71.33	0.932	0.929	$Q_p=1.03L+0.214A$	

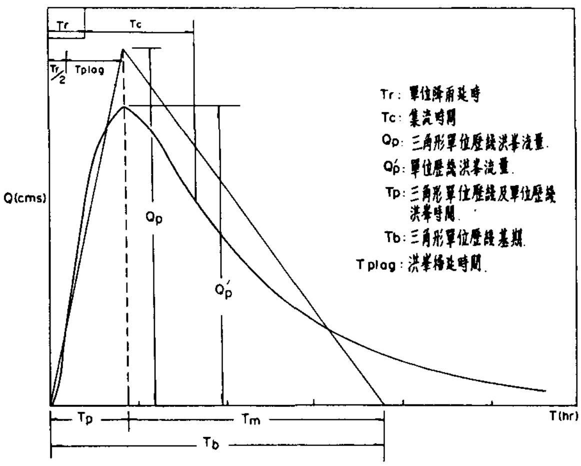

圖1. 三角形單位歷線示意圖

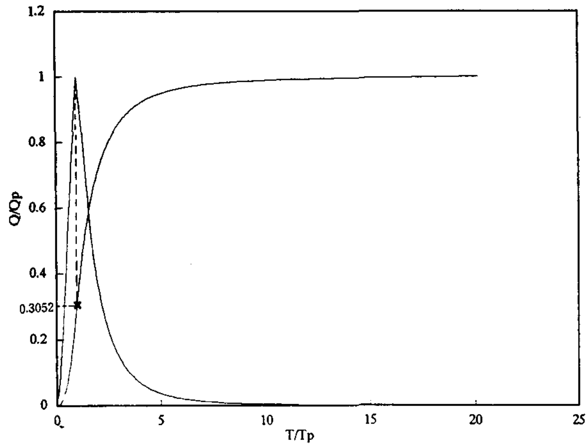

圖 2. 臺灣地區平均無因次單位歷線(1)及其累積體積率

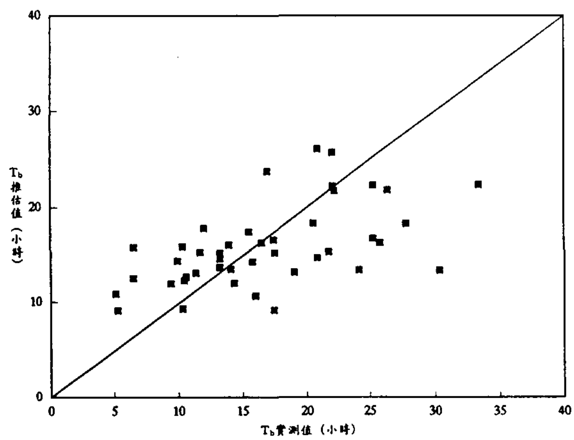

圖3. T_b 實測值與推估值比較圖（推估公式；$T_b=2.61\cdot A^{0.224}/S^{0.104}$）

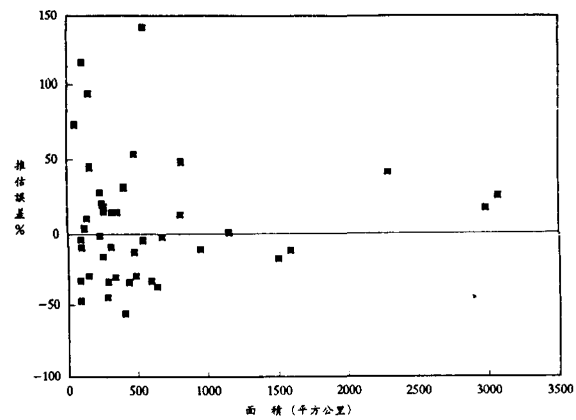

圖4. T_b 推估誤差與面積之關係圖

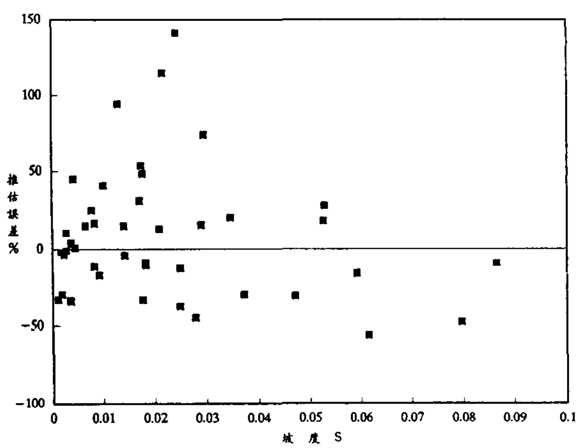

圖5. T_b 推估誤差與坡度之關係圖

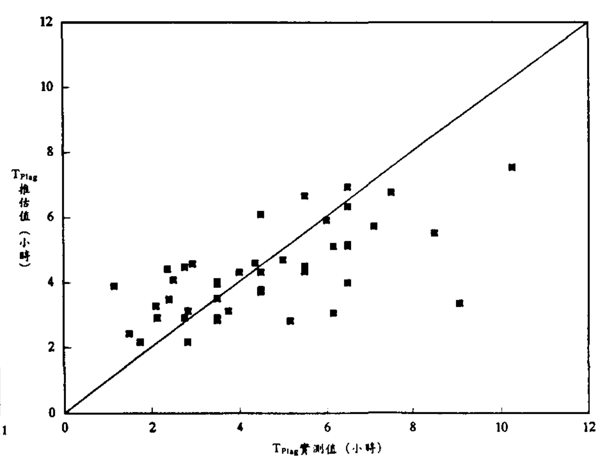

圖 6. T_{plag} 實測值與推估值比較圖（推估公式：$T_{plag}=0.569A^{0.187}/S^{0.201}$）

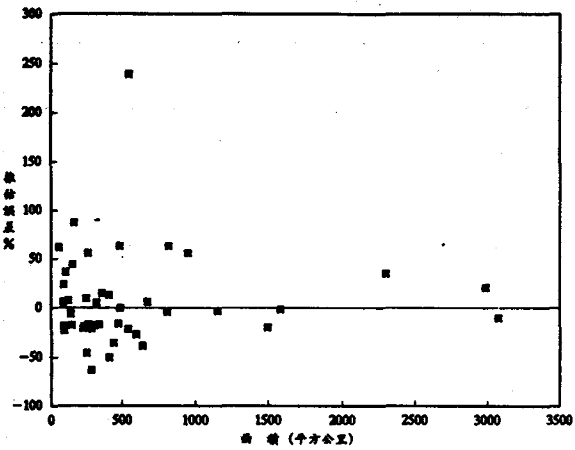

圖7. T_{plag} 推估誤差與面積之關係圖

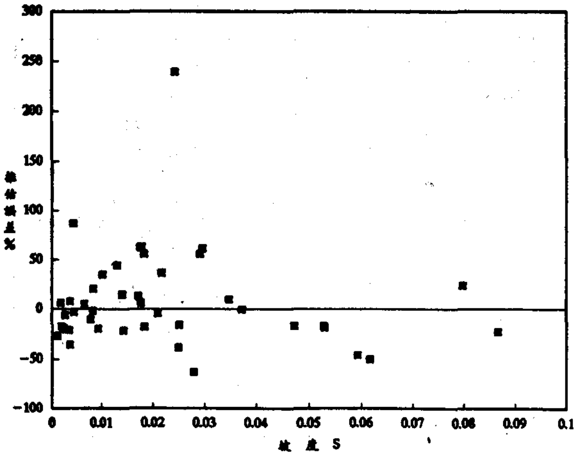

圖 8. T_{plag} 推估誤差與坡度之關係圖

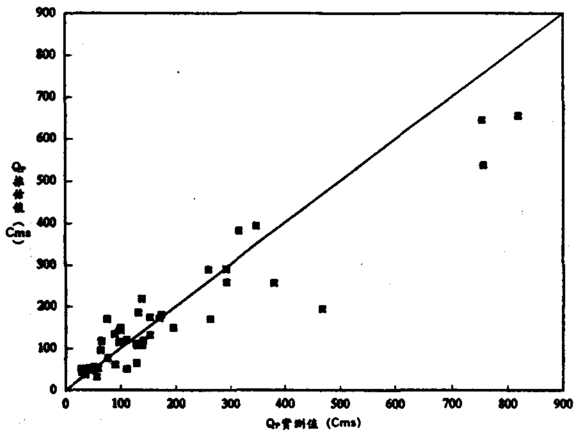

圖9. Q_p 實測值與推估值比較圖（推估公式 $Q_p=2.133A^{0.776}\ S^{0.104}$）

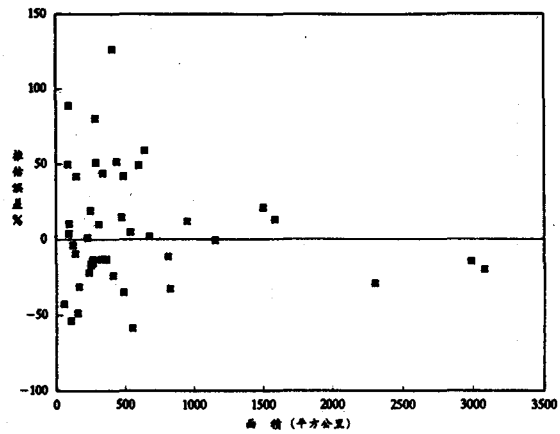

圖 10. Q_p 推估誤差與面積之關係圖

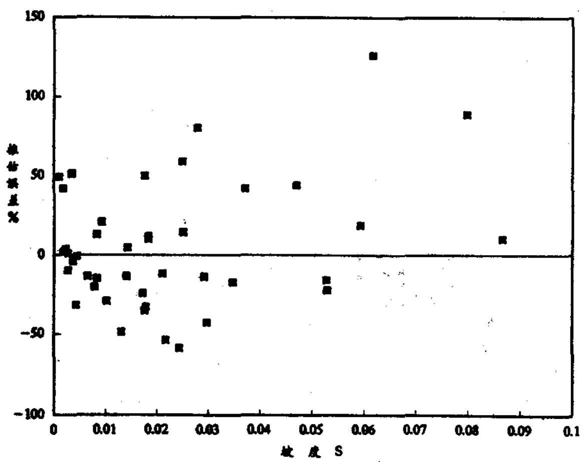

圖11. Q_p 推估誤差與坡度之關係圖

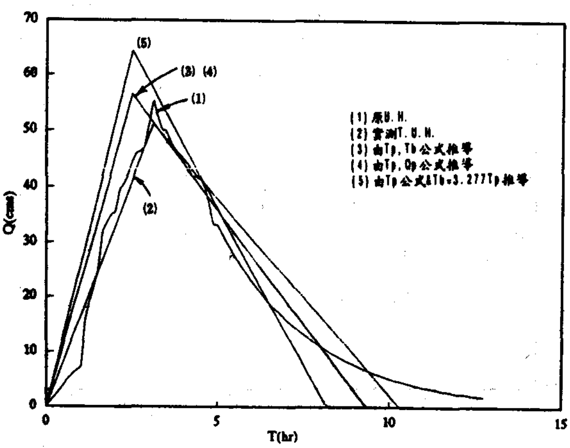

圖 12. 介壽橋三角形單位歷線比較圖

翻。

欲測試各別係數β_j是否爲零，可是先假設$\beta_j=0$，如果此假說爲真，則β_j之估值$\hat{\beta}_j$必符合：

$$\left|\frac{\hat{\beta}_j}{\sqrt{\hat{\beta}_j \text{變方之估值}}}\right| < t(n-k-1, 1-\alpha/2) \cdots\cdots (31)$$

$\hat{\beta}_j$若符合上式，則表示在$100\alpha\%$顯著水準之下，β_j與零無異，可視爲0，亦即X_j與Y無關，可自相關方程式中刪除。以此方法，可以判斷一線性複相關式中是否有多餘的自變數，以簡化並求得更正確之相關式。本報告以70%顯著水準作爲β_j是否與0無異之根據；在此水準之t值爲1（本研究n=43），若(31)式左邊之值小於1，則$\hat{\beta}_j$視爲0，X_j項即自方程式中刪除。

四、三角形單位歷線參數與流域地文因子之相關檢定與驗證

*1.*基期Tb與流域地文因子之相關檢定與驗證

根據上述三角形單位歷線之理論方法等內容可知，台灣地區三角形單位歷線之平均基期Tb是洪峰時間Tp的3.277倍，比美國的2.67倍大。如果根據此平均值直接由Tp乘以3.277得Tb值，則三角形單位歷線之合成只需知道Tp值，則Tb確定，再由單位體積之理論利用三角形面積的幾何定律，由Tb決定求得洪峰流量Qp，完成三角形單位歷線，可說既簡單又方便。但因43站之實測三角形單位歷線，Tb/Tp之比值卻由最小的2.26變化至最大的8.70。本研究因此保留此平均值之方式，除(2)式之外，再由43站流域地文因子與基期Tb求相關，此類地文因子包括：流域面積A，流域坡度S，測站至上游流域邊界最遠之距離L，及重心距Lca。將地文因子以數種可能之組合，與Tb建立複相關之形式，其中，某些式子必須將變數取對數，再以線性複相關之形態作檢定。假如：若相關式原爲$Tb=10^c A^a S^b$，經取對數後，可寫成 $\log Tb = c + a\log A + b\log S$ 之檢定形態，呈現線性複相關之關係，再利統計原理，將 Tb 及地文因子 A，S 之實測值當作樣本值輸入程式求得係數 c，a，b，爲了解係數 c、a 和 b 是否與 0 無異，並計算各係數（以β_j作通稱）之 $t_{ratio}=\hat{\beta}_j/\sqrt{\hat{\beta}_j \text{變方之估值}}$，利用(31)式之理論，採用樣本數爲43，70%信賴界限之標準，則$|t_{ratio}|<1$ 時，該係數可視爲與0無異，且其對應之變數可予刪除；反之，則係數不爲0，變數必須保留。

本研究Tb相關式共選取10種可能的組合形態予以檢定（詳見表6），爲判定何種形態較佳，表1列出各檢定方程式之R^2、Ra^2及標準誤差等數據以供比較，表1.①式～⑧式均取對數轉換，⑨和⑩兩式Tb不取對數，僅A、S和L等取對數，故需分開比較，其中①式～⑧式中以⑤式標準誤差最小，Ra^2最大，但因係數d和e之值爲正值，由公式看，即表示當坡度S愈大時Tb愈大，此與實際物理現象不符，不予採用，④式亦有相同現象故不予採用；其餘六式，以①式標準誤差最小。再由Ra^2觀之，由(29)式及實際運算知：當檢定方程式常數項爲0時（表1之常數項以c表示），表中第⑤～⑧式的c=0，因爲$\bar{Y}$理論值爲0（通過原點），使SST值增大，造成SSR與 SST值相當接近，故無常數項方程式之Ra^2值常比有常數項方程式之Ra^2高很多，但從推估值與觀測值比較，卻不一定有較佳的推估精度，此現象將在T_{plag}檢定式①和②中再列表詳細說明，因此，以Ra^2作爲方程式優劣判定時，本研究先將有常數項與無常數項者分開歸類，同類間再作比較；對於不同類的，則比較標準誤差。因此，表1中①～⑧式扣除④和⑤兩式後，以①式最佳。而⑨和⑩兩式，形態相似，以⑩式較佳，但L項之係數d爲負值，表示當L愈大Tb愈小，不符物理意義，故只能選⑨式。，將①式與⑨式再以成果方程式之推估誤差%繪圖列表比較（限於篇幅，不予列出）。推估誤差%定義如下：

$$\text{推估誤差\%}=\frac{(\text{推估值}-\text{實測值})}{\text{實測值}}\times 100\% \cdots\cdots (32)$$

⑨式之推估誤差%平均值是14.9%，均方是2338×10^{-4}，(1)式之推估誤差%平均值是7.6%，均方是1856×10^{-4}，故以①式爲Tb代表公式，茲列該式如下：

$$Tb=\frac{2.61\cdot A^{0.224}}{S^{0.104}} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (33)$$

其中：

Tb：三角形單位歷線基期，小時

A：流域面積，平方公里

S：流域坡度

圖3爲以公式(33)推估Tb與實測Tb之比較。圖4和圖5爲推估誤差分別與流域面積和坡度之關係圖，大

致而言，誤差之大小與面積及坡度大小無明顯之關係。

2.洪峰時間Tp之推求

(1)Tp與T_{plag}之關係

洪峰時間Tp與洪峰時間稽延T_{plag}之關係如(3)式所示，因此欲由無因次單位歷線求某一降雨延時Tr之三角形單位歷線之洪峰時間 Tp 時，應先求得T_{plag}，再利用(3)式求得Tp

(2)T_{plag}與流域地文因子之相關檢定與驗證

本研究將三角形單位歷線之T_{plag}實測值與流域地文因子予以組合成可能之相關式，加以檢定如表2所示。表2共有10個檢定方程式，以標準誤差來看以①式最佳，②式次之，而①式之R^2爲0.394，Ra^2爲0.363，②式之R^2爲0.931，Ra^2爲0.927，在上一節Tb檢定一文中曾提及相關式有常數項（如①式）與無常數項者（如②式）之Ra^2不可遽以作爲優劣之比較，而宜由標準誤差判定，由表2知①式之標準誤差爲0.1733，②式標準誤差0.1750，兩者相差不大，但R^2值與R_a^2值卻差很多，將兩式R^2及Ra^2值之計算過程列於表3，可知②式的SST、SSR分別爲18.1414及16.8855均比①式的1.98053及0.77962大很多，但②式SST、SSR之數值接近，故由公式(29)求得之R^2值及Ra^2值高達0.931及0.927，這並不能表示②式比①式好。爲證明此點，再比較①、②式成果方程式之推估誤差，成果方程式①之推估誤差百分比平均值爲8.3%，均方爲2520×10^{-4}，②式推估誤差百分比平均值爲10.4%，均方爲2767×10^{-4}，顯見①式較佳，證明以檢定方程式之標準誤差大小判斷優劣是正確的。本研究乃取用 ① 式作爲由地文因子推估T_{plag}之代表公式，茲列如下：

$$T_{plag}=0.569\cdot A^{0.187}/S^{0.201} \quad \cdots\cdots (34)$$

其中：

T_{plag}：洪峰稽延，小時

A：流域面積，平方公里

S：流域坡度

利用A和S於(34)式推估之T_{plag}推估值與實測值之比較示如圖6。推估誤差與流域面積、坡度分別之關係如圖7、圖8所示，由圖可知，誤差之大小與面積及坡度之大小無關。

3.洪峰流量Qp與流域地文因子之相關檢定與驗證

根據前述洪峰流量Qp之理論可知，當一個三角形單位歷線之Tp和Tb已知，則Qp可利用(21)式，代入Tb求得，因而確定三角形單位歷線之形狀及大小，在此情況下，吾人只需利用Tp和Tb與流域地文因子之關係式求算Tp和Tb即可。反之，若三角形單位歷線之Tp和Qp利用與流域地文因子相關式估算，則利用(22)式，代入Qp求Tb，即可確定三角形單位歷線之形狀及大小。本節即利用三角形單位歷線Qp實測值與流域地文因子，組合成可能之相關式，予以檢定，檢定結果如表4所示。共有14個檢定方程式，其中①、②和⑦三式資料均經對數轉換，屬相似型態，比較此三式發現其標準誤差分別爲0.1664、0.1723和1.086，以①式之標準誤差最小，Ra^2亦最大，爲0.793，因此①、②和⑦三式以①式最佳。再看其餘11個方程式，不需對數轉換，屬另一相同類型，比較其標準誤差可知③式最佳。爲選擇最佳代表式，再比較①式、③式成果方程式之推估誤差，①式之推估誤差百分比平均爲 6.9% ，均方爲 1631×10^{-4} ，③式之推估誤差百分比平均爲 18.6% ，均方爲 2437×10^{-4}，無論就平均值或均方來看，均以①式較佳。且①式之Qp與A、S有關，③式之Qp僅與A有關，就物理觀點而言，①式之攷慮之地文因子層面比③式廣，本研究因此採用表4之①式作爲Qp與地文因子之相關代表式，茲列如下：

$$Qp=2.133A^{0.776}S^{0.104} \quad \cdots\cdots (35)$$

其中：

Qp：洪峰流量，cms

S：流域坡度

A：流域面積，平方公里

以(35)式由A, S推估之Qp與實測Qp之比較示如圖9。Qp推估誤差與地文因子A、S分別之關係示如圖10～11，由圖可知，地文因子A和S之大小，對於推估誤差之大小並無明顯的影響。

五、由流域地文因子推導三角形單位歷線之方法比較

本研究採用三種方法推導合成三角形單位歷線：*1.*由Tp和Tb公式推導；*2.*由Tp和 Qp公式推導；*3.*由Tp由公式及台灣地區平均Tb＝3.277Tp推導。其中，Tp、Tb和Qp公式分別爲：

$$Tb=2.61\,A^{0.224}/S^{0.104} \quad \cdots\cdots (33)$$

$$Tp=Tr/2+T_{plag} \quad \cdots\cdots (3)$$

$$T_{plag}=0.569\ A^{0.187}/S^{0.201} \quad \cdots\cdots (34)$$

$$Qp=2.133\ A^{0.776}S^{0.104} \quad \cdots\cdots (35)$$

爲比較以上三種推估方法之優劣，本研究將43站實測三角形單位歷線之參數Tp、Tb和Qp與以三種方法推導之三角形單位歷線參數列表。並將此四個三角形單位歷線與原單位歷線繪圖比較，如圖12即介壽橋三角形單位歷線比較圖，圖中，歷線(1)表示原單位歷線，歷線(2)表示實測三角形單位歷線，歷線(3)表示由Tp和Tb公式推導之三角形單位歷線，歷線(4)表示由Tp和Qp公式推導之三角形單位歷線，歷線(5)表示由Tp公式及Tb＝3.277Tp推導之三角形單位歷線。

由43站推導比較結果可知，歷線(2)之Tp與歷線(1)之Tp完全相同，以Tp吻合度而言，歷線(2)較(3)、(4)和(5)爲佳，再從Qp大小及形狀觀察，除朴子、觸口、義付、西港、月眉、新庄子、新埤等7站外，其餘36站歷線(2)亦比歷線(3)、(4)和(5)爲佳。由於三角形單位歷線之合成，主要針對無測站地區水文分析及防洪排水規劃之需要，歷線(3)、(4)和(5)三者中，何者爲佳才是規劃者所關心的。本研究再比較歷線(3)、(4)和(5)歷線，可知歷線(3)與歷線(4)幾近重合，可視爲相同，再比較歷線(3)與歷線(5)或（(4)與(5)），可知：有21站歷線(5)比歷線(3)接近歷線(1)，有22站歷線(3)比歷線(5)接近歷線(1)，而此22站中，西港（含水庫）之歷線(3)與(5)極接近，因此歷線(3)、(4)與歷線(5)之優劣性可說是平分秋色，不相上下。

六、結論與建議

1. 在無測站地區合成一個三角形單位歷線之方法有三：(1)由Tp和Tb公式推導；(2)由Tp和Qp公式推導；(3)由Tp公式及台灣地區平均Tb＝3.277Tp推導。經過43個測站資料之檢定驗證後，發現本研究所得公式，以第1和第2種方法所得三角形單位歷線完全相同。而第1, 2種與第3種方法所得三角形單位歷線和測站原單位歷線比較結果，優劣不分上下，各有21站優於對方，有一站極爲接近。因此建議規劃者可以分別採用第1（或第2）和第3兩種方法求三角形單位歷線，再擇其一採用。
2. 本研究由全台灣地區平均無因次單位歷線推得三角形單位歷線Tb＝3.277Tp，此結果與美國地區廣泛採用之Tb＝2.67Tp不同，過去由於國內未作此類分析，在一般規劃時，多採用美國公式，使三角形單位歷線之基期Tb偏低，相對的，就使洪峰流量Qp高低，建議往後三角形單位歷線之基期可採用Tb＝3.277Tp之方式，或直接利用本研究所得Tb公式（即(33)），由流域面積A及坡度S推求之。
3. 經過各檢定方程式之Ra^2、標準誤差及成果方程式之推估誤差百分比之檢討比較後，Tp、Tb和Qp公式以面積A、坡度S爲自變數之相關式，皆優於以L、Lca和S爲自變數之相關式。因此，本研究所得三角形單位單位歷線之Tp、Tb和Qp代表公式，皆爲面積和坡度之函數。
4. 本文推導三角形單位歷線參數所採用43個單位歷線及無因次單位歷線，測站流域面積介於53～3077平方公里。雖經研究結果，各參數推估誤差與流域面積、坡度無明顯之關係，但因三角形單位歷線是一種簡化的單位歷線，根據Snider，D.[2]之建議，三角形單位歷線適用於均勻 (homogeneous) 排水流域，其面積應小於52平方公里，對於較大流域則須予以適當之分割，本文亦作相同之建議。
5. 限於時間、人力，本文僅能以43站作分析，未來可再增加小面積測站分析，並建議設置小面積水文實驗區，以便精確掌握流域水文特性，提供水文研究者作更詳盡之分析研究。

七、誌　　謝

本研究爲農委會82年補助計畫，編號82科技-2.8-林0.4 (1)，辦理期間承湯教採授有光、台大林教授國峰及鄭教授克聲諸多指教，交大葉教授克家提實貴參攷資料，外子沈榮茂提供意見討論切磋才使本文得以完成，不勝感激，謹此致謝。

八、參考文獻

1. Raghunath, H. M. "Hydrology" 開瑞出版，1985年。
2. Snider, D. "National Engineering Handbook Notice 4-102, Chap.16", 1971年。
3. 台灣省水利局，"台灣水文資料電腦檔應用之研究—(11)全省各流域代之無因次單位歷線推求"，民國81年6月。
4. 台灣省水利局，"台灣水文資料電腦檔應用之研究

－(8)全省主要流量站單位歷線之推求(一)"，民國79年6月。

5.台灣省水利局，"台灣水文資料電腦檔應用之研究－(9)全省主要流量站單位歷線之推求(二)"，民國80年6月。

6.台灣省水利局，"台灣水文資料電腦檔應用之研究－(10)全省主要流量站單位歷線之推求(三)續"，民國80年12月。

7.王如意，"應用水文學"，民國72年9月初版。

8.U. S. D. A., "Linear Theory of Hydrologic Ststem, Bulletin No.1468", 1973年。

9.Hoder, R. L., "Multiple Regression In Hydrology", 1985年。

10.Rynan, J. "Minitab Handbook", 1985年。

收稿日期：民國82年12月10日
修正日期：民國82年12月31日
接受日期：民國83年元月26日