

應用卡門濾波監測生物系統生產反應之變化

A Kalman Filter Applied to Monitor Changes in Biosystems Production Responses

國立台灣大學農業工程學系副教授

廖 中 明
Chung-Min Liao

摘 要

由于生物擾動及因收集，量測與資料處理所衍生錯誤之噪音系統易干擾觀測序列中動物生產反應變化的訊息。這些改變中有些與動物飼養者關心的生物事件有極大的相關，因此，可能需要立即的管理行動。因而能辨識出各種不同改變的形式乃異常重要。本文主要目的為介紹一可做短期預測之遞迴演算技術：卡門濾波，並寫成一BASIC程式以應用在一家企業蛋雞公司之飼料消耗率監測上做為實例之探討。濾波監測結果顯示反應改變趨勢如穩定狀態，斜率改變及暫態反應皆能每日做監測。若早期檢測出反應之改變與正常資料相差甚遠，則管理人員便可立即對動物群做適當的校正行動。本文所應用之卡門濾波監測技術確實可有效地監測生物系統之不正常性。

關鍵詞：卡門濾波，動物生產，監測。

ABSTRACT

Changes in biosystems production responses of observed sequences may be masked by noisy system which are due to biological fluctuation and errors arising in the collection, measurement, and data processing. Some of these changes are related to biological events of direct interest and importance for the breeder, which may need immediate managerial intervention. Therefore, it is of prime importance to distinguish among various forms of changes. A recursive algorithm: the Kalman filter, for making short-term predictions, was written in BASIC and applied to feed consumption data of a commercial laying hen flock. The results show that trends such as steady-state, slope changes and transient responses as differentiated from normal data variation allows the manager to make appropriate management adjustment for the flock. This method was found to be efficient in monitoring abnormalities of biosystems.

Keywords: Kalman filter, Animal production, Monitor.

一、前言

近年來電腦監測系統已逐漸被應用在生物系統受環境影響的反應行為控制上。例如，這種監測應用便能使家畜經管人員很方便地收集及偵察生物受環境衝擊而導致之產量形態改變的所有相關之時間序列資料。以往，監測行動總是以過去資料為主判斷現時刻發生變化之狀況；于是家畜經管人員便試著參考早期記錄以決定類似的案例。這種方法可能會造成一週或甚至一個月之久的時間延遲。因此，對不正常反應之偵測最好是以連續時間監測為首要考慮。

問題的考慮于是可描述為：偵察任何家畜產量曲線中之不正常趨勢以標示出其中可能之疾病分佈狀況。觀察資料則可與一最佳或一典型曲線做比較。

產量監測通常受反應之變異（即，噪音）影響而變得複雜。這類現象更可能掩蓋整體反應之變化。對包含有噪音之反應變化的監測正是吾人有待解決的問題。于是，最佳推估理論的構想便可適用於此類監測問題上。

目前已有許多最佳化理論被廣泛地應用在純數學及實驗科學領域裡。由于卡門濾波理論（Kalman, 1960）已被成功地應用在許多偵察實例中，因此，本文決定採用此演算技術來解決有關生物系統生產反應變化的監測問題。何謂卡門濾波？卡門濾波可簡單地定義為一最適遞迴資料處理演算（optimal recursive data processing algorithm）技術。遞迴意即，卡門濾波不需對過去資料做再處理；每個新的量測值都可視為是可立即採用且不須儲存于記憶體中之資料。濾波最主要目便是對受噪音破壞之訊息求得其最適推估值。

卡門濾波推估現時刻相關變數值需應用到下列訊息：(1)任何可採用之相關變數的起始資料；(2)瞭解系統及量測設計之動態行為；及(3)系統噪音，量測噪音及動態模式中不確定性的統計描述。由以上討論便可知卡門濾波應用非常廣泛。卡門濾波曾被數學家應用於航海，飛彈導引，衛星軌道及其他相關于須短期預測與校正之技術應用上。卡門濾波也曾應用於生物科學領域中，諸如，蟲害管理（Eavaleta及Dixon, 1982），腎臟移植之監測（Smith及Cook, 1980；Smith及West, 1983；Trimble et al., 1983）及心律檢測

（Heath, 1984）等。卡門濾波也可有效地預測動物繁殖數量（Hudson, 1984）推估奶水產量曲線（Goodall及Sprevak, 1985）及肉牛進食與生長狀況（Oltjen及Owens, 1987）等。

本文目的便是應用卡門濾波監測生物系統，如動物其生產反應之變化，進而開發一簡單之演算程式以監測動物早期不正常趨勢以使得動物經管人員能夠因應各種狀況出而做出適切處理方法及校正措施。

本文選用動物之飼料消耗率做為監測實例之參數。一般而言，飼料消耗率之減少現象乃意謂著動物發生疾病之第一個徵兆。通常影響飼料消耗之控制因子很多，諸如：(1)環境溫度，(2)飼料槽內之裝填深度，(3)動物擁擠度，(4)乾淨飲水供應是否充足，(5)動物群中之疾病程度及(6)飼料中所含熱量等。

二、卡門濾波理論

卡門濾波乃一具效率，可遞迴演算且若經輸入起始條件後便可對下一時刻觀測值做短期預測。若預測值與觀測值之差值（即，殘差值（residual））超過一起始設定值，則程式便可顯示一警示（warning）訊息。簡單描述可表為：第（ $k-1$ ）時刻量測值之機率可視為一新指標以做為一步級（step）或一斜率（slope）改變之開始值；而所有新量測值與第 k 時刻量測值都可由此開始值定義。雖然濾波的資料更新是依據前一時刻所輸入的資料，然卻不須記憶體儲存；於是，電腦演算之記憶空間便減至最少。

反應的更新雖可用圖形來監測，然當變數與反應數增加時，人工製圖步驟會變得煩雜。有關卡門濾波更進一步的理論說明及應用，讀者可自行參考相關文獻及書籍（Kalman, 1960；Harrison及Stevens, 1971；Gelb et al., 1974；Lobdill, 1981）。

總之，濾波過程即是對變數（ x ）或稱為狀態向量進行遞迴性推估。狀態向量是依據過去整體過程的觀測資料而得。此離散觀測值（ z ）加上本身所存之誤差值可給定出一狀態向量的預測值。卡門濾波不僅可給定一現時刻狀態向量的推估值，且也可給定下一時刻狀態之預測值。文中“ $\hat{}$ ”表示觀測值之推估值，而“(+)”及“(-)”則分別表示第 k 時刻觀測值前及後的推估值。

所考慮的系統一般可由下列線性狀態方程式描述：

$$x(k+1)=x(k)+w(k), \quad (1)$$

其中 $x(k)$ 為在第 k 時刻系統狀態變數之反應，而 $w(k)$ 則是一零均值(zero-mean)高斯過程加上給定為 q 之變異數的樣本值。 $w(k)$ 值是由環境狀況反應而導至之改變值(與量測值而導至之誤差值不同)，用工程術語表示，即為系統噪音。第 k 時刻量測值之反應若受另一零均值高斯噪音($v(k)$)的影響，且定義為 $z(k)$ ，則可由下式表示其關係：

$$z(k)=x(k)+v(k) \quad (2)$$

其中 $v(k)$ 有一變異數為 r 。 $v(k)$ 是在量測過程中之量測噪音或不確定值。最佳反應之推估值(\hat{x})經第 k 時刻觀測後可用下式表示：

$$\hat{x}(k,+)=x(k,-)+k(k)[z(k)-\hat{x}(k,-)] \quad (3)$$

此新值通稱一觀測更新值， $K(k)$ 則稱為卡門增益(Kalman gain)。卡門增益可解釋為一卡門濾波對現時刻觀測值或量測值推估之信心程度。因此卡門增益便與一誤差共變異數(error covariance)有關；此誤差共變異數與卡門增益之關係則可由下式表示：

$$k(k)=p(k,-)/[p(k,-)+r], \quad (4)$$

此誤差共變異數($P(k)$)是在濾波推估狀態變數時誤差($X(k)-\hat{X}(k)$)之變異數的推估值。當濾波是由一觀測更新值表示時，誤差共變異數亦可由下式而得一更新值：

$$p(k,+)= [1-k(k)]p(k,-), \quad (5)$$

藉著狀態轉移模式(state transition model)

(方程式(1))，且因高斯誤差項($w(k)$)有一零均值，故下式之時間更新方程式成立：

$$\hat{X}(k+1,-)=\hat{X}(k,+), \quad (6)$$

誤差共變異數同樣地也可藉下式得一時間更新值：

$$p(k+1,-)=p(k,+)+q \quad (7)$$

影響濾波性能的兩個參數為系統噪音($w(k)$)及量測噪音($v(k)$)。系統噪音的變異數(q)使濾波呈現忽略新資料之現象，亦即，會減弱濾波在推估預測值時之能力。因此，預測值便會像觀測一樣變得更受干擾；故當 q 值增大時，濾波檢測能力便降低。 q 值之決定主要是依於經管人員主觀經驗之判斷上，即其個人希望濾波達到如何精確的監測地步。然而，針對不正常反應之檢測，濾波若單只就依循觀測值反應而忽略檢測反應改變或趨勢時，此濾波在反應之預測上則不能發揮

顯著的功能。

方程式組(3)~(7)便是卡門濾波之整體描述。由方程式(3)~(7)中只需現時刻之觀測值($z(k)$)便可顯示出卡門濾波之遞迴特性。

三、方法與步驟

本文評估之生物系統參數為動物飼料消耗率。因此，卡門濾波起始資料即為動物日飼料消耗率。設計之卡門濾波程式(BASIC程式)列於附錄。本文採用一家企業蛋雞經營公司出版之蛋雞每日飼料消耗率資料做為模式起始值(圖1)(DEKALB, 1985)。該公司飼養頭數為90,980隻蛋雞，採用資料之雞齡為62週。為求出一卡門濾波起始值；進行監測時刻為第63~65週，並配合圖1所示資料進行評估測試以獲得一推估之平均飼料消耗率值(結果為9.512公斤/100隻蛋雞/日)及一推估之標準偏差值(0.394公斤/100隻蛋雞/日)。卡門濾波監測開始時刻為第66~68週，共三週。在此三個星期中(第66~68週)同樣對相同雞群進行觀測，此時刻亦為蛋雞開始脫毛(molt)之前一時刻。

演算開始點須由一起始條件提供，此起始條件之訊息通常是依科學理論，經驗，過去累積資料(Green及Harrison, 1973)，或統計分析提供。一般，起始資料乃可由被監測對象之樣本資料經統計分析而得。合理的起始條件可使卡門濾波快速地做正運算而達到與輸入資料做比較之功能。然而在實際應用上，因受運算過程中諸多噪音因子之影響，監測各應之改變可能會較遲發生。這類噪音因子之形成可能來自系統噪音及生物變動性，或量測噪音加上在收集與對反應處理時所導致之干擾現象。

有四種可能發生之過程狀態變化：(1)穩定狀態(steady-state)(即，沒有變化)，(2)暫態(transient)，(3)步級改變及(4)斜率改變(圖2)。這些過程改變將以變化程度(magnitude)及斜率改變行監測動作。濾波程式(附錄)便可計算及列印出一變化程度警示(magnitude warning, WRN MAG, `*`)或一斜率改變警示(slope warning, WAR SLP, `**`)。

殘差大小程度(Residual Magnitude)之開始值一般是由起始供應資料中之標準偏差值決定，然為避免正反應所帶來的錯誤監測，大小程度開

始值乃定義為標準偏差的兩倍（即， $2 \times 0.394 = 0.788$ ）。亦即，若一觀測反應超過兩倍標準偏差值的預測反應，則下一時刻反應為一暫態反應的可能性為95%（Moreland, 1982）。

本文假設推估及預測反應間之差值為一具零均值之常底分佈。卡門濾波則可提供達到均方根（mean square root）預報誤差之一極小值（Masrelize及Martin, 1977）。Huber氏（1964）及Moreland氏（1982）曾指出當開始值設定在大約一或兩倍觀測預報誤差值範圍內時，則可能較易產生暫態反應之現象。本中若發生連續兩個相同記號之暫態反應時，使可假設此種連續改變為趨向一步級反應。

對線性偏差或斜率改變之開始值則以四倍標準偏差值（即， $4 \times 0.394 = 1.576$ ）為主（Huber, 1964；Moreland, 1982）；亦即，四倍標準偏差值可涵蓋100%之相關於預測和應之改變。當殘差反應累積到大於四倍標準偏差值時，此乃表示反應已超出斜率改變之常態分佈範圍。

誤差共變異數之起始值是由過去經驗判斷而得（依數學定義，起始誤差共變異數為： $p(0) = E[(x(o) - \hat{x}(o))(x(o) - \hat{x}(o))]$ ，其中 $E[\cdot]$ 為期望值運算子），因此，本例中此值則取為0.11（DEKALB, 1985）。系統噪音之變異數（ q ）可由公司經管人員自行設定，本文採用 $q=0.8$ （理論上，變異數可定義為： $\hat{q} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 / (n-1)$ ）。量測噪音之變異數（ r ）乃由該公司記錄之飼料消耗率資料（圖1）而得，即，變異數（ r ）為標準偏差值之平方；因此，量測噪音之變異數， $r=0.394 \times 0.394 = 0.155$ 。

四、結果與討論

表1所示為飼料消耗率反應之輸入資料，卡門濾波推估值及監測參數。圖3所示則為真實資料及卡門濾波推估值之比較情形。假使每個雞群皆有其單獨之反應，則卡門濾波亦允許對此種單獨發生的反應狀況根據受監測雞群之反應來調適整體分析過程。

雖然起始誤差共變異數（表1）並非完全與所需值相吻合，然演算過程卻可很快地對問題的參數穩定其誤差共變異數。在 $k=11$ 時刻，有一警示出現以標示大小程度之改變為一暫態觀測。在實際問題處理上，公司經管人員應有足夠理由去檢

視此一暫態反應以查看雞群中是否受環境或生物性激發之改變而致影響它們的飼料消耗反應。本例中，經管人員應檢視可庇能影響進食率之所有因子，諸如，溫度，給飼槽深度等。

卡門濾波一般只能檢測反應中之改變狀況。在 $k=12$ 時刻，另一個暫態警示出現，連續兩個暫態改變表示一步級改變。在 $k=15$ 時刻，則有一斜率改變出現，此斜率變化為一負斜率改變。另一個暫態警示則在 $k=16$ 時刻出現，且最後在 $k=17$ 時刻出現一斜率警示。在本例中出現多個斜率警示。Lobdill氏（1981）曾建議若一斜率警示出現後，最好設定殘差值之和為零。在所設計之程式中，斜率監測行動在每個警示出現後便自動設定為零（程式第301行）。

在正常運轉狀況下，經管人員可記錄警示資料而試著去校正發生之問題。因此，本例中之警示訊號應不致於在第 $k=11$ 或 $k=12$ 後之時刻再度發生；而這些都需仰賴經管人員的作業能力以明瞭問題發生原因並儘力去克服問題之疑點。

雖然本文中探討之飼料消耗率監測分析為一特例應用，它卻顯示出此濾波監測技術亦可被應用在其他有關生物系統之環境監測上；例如，生物系統中不同型式之產量狀況及環境反應等。理論上，卡門濾波亦可適用於電腦系統中以同時監測較多的性能因子，對蛋雞經營者言，諸如蛋產量，飼料及用水消耗率，體重及蛋重等皆是。濾波並可擴充為多因次模式以同時監測較多的變數，如水及飼料消耗率與生產重量等；藉著對多變做聯合評估監測，更可改善濾波模式之性能。

五、結論與建議

1. 本文描述一簡易電腦化技術以對生物系統之不正常性進行監測。監測行動是應用卡門濾波進行完成。本卡門濾波乃以線性系統為主推導用以描述介於一標準或典型資料及一觀測資料組間之差值（即，殘差值）的動態行為。由本文所舉蛋雞飼料消耗率監測例中可明白顯示卡門濾波能減少殘差中之噪音及對任何與標準反應比較後有顯著大小程度（暫態反應）或斜率改變的反應產生警示作用。此警示作用對家畜經管人員而言非常重要，因為他們可由對反應改變之辨識監測某些不正常的生物現象。

2. 利用微電腦為主之控制系統可試圖連接產

2.利用微電腦為主之控制系統可試圖連接產量與環境收集資料介面卡，如此便可使家畜管理系統朝自動化目標前進。由實用觀點言，卡門濾波便可被用於生物系統之環境或產量管理自動化系統中對不正常性反應做監測行動。因此，若將卡門濾波擴充為多變數（如，溫度，用水及飼料消耗量）模式以同時監測較多的環境因子，更可提供整體電腦自動化系統更周全的測性能。

3.未來應可開發利用適應濾波過程（adaptive filtering）做監測。由於家畜動物的性能會隨著不同飼養者而有差異，因而對每個單一家畜群皆有一各自濾波演算程式應屬合理。為求較佳監測結果，起始推估值應以過去對一特定飼養者之家畜群其性能資料來設定。於是，如果每一戶飼者都設定他們自己的典型曲線，則監測行動會變得更有效率，也因此減低錯誤警示的發生。

參考文獻

- DEKALB AgResearch Inc. (2nd ed.). 1985. DEKALB XL-LINK, IL.
- Gelb, A. (ed.) 1974. Applied optimal estimation MIT press, Cambridge, MA.
- Goodall, E. A. and D. Sprevak. 1985. A Bayesian estimation of the lactation curve of a dairy cow. Anim. Prod. 40:189-193.
- Harrison, P. J. and C. F. Stevens. 1971. A Bayesian approach to short-term forecasting. Oper. Res. Q. 22: 341-362.
- Heath, R. A. 1984. Detection of change in physiological measures using an adaptive Kalman filter algorithm. Psychol. Bull. 96:581-588.
- Huber, P. J. 1964. Robust estimation of a location parameter. Ann. Math. Stat. 35:73-110.
- Hudson, G. F. S. 1984. Extension of reduced animal model to recursive prediction of breeding values. J. Anim. Sci. 59:1164-1175.
- Kalman, R. E. 1960. A new approach to linear filtering and prediction problems. . Basic Eng. Ser. D. 82:35-46
- Lobdill, J. 1981. Kalman mileage predictor-monitor. Byte, July:230-248.
- Moreland, J. P. 1982. A robust sequential projection algorithm for traffic load forecasting. Bell Sys. Tech. 61:15-38
- Oltjen, J. W. and F. N. Owems. 1987. Beef cattle feed intake and growth: Empirical Bayes derivation of the Kalman filter applied to a nonlinear dynamic model. J. Anim. Sci. 65:1362-1370.
- Smith, A. F. M. and D. G. Cook. 1980. Straight lines with a change-point: a Bayesian analysis of some renal transplant data. Appl. Stat. 29:180-189.
- Smith, A. F. M. and M. West. 1983. Monitoring renal transplant: An application of the multiprocess Kalman filter. Biometrics 39:867-878.
- Trimble, I. M., M. West, M. S. Knapp, R. Pownall and A. F. M. Smith. 1983. Detection of renal allograft rejection by computer. Br. Med. J. 286:1695-1699.
- Zavaleta, L. R. and B. L. Dixon. 1982. Economic benefits of Kalman filtering for insect pest management. J. Econ. Entomol. 75:982-988

附錄：卡門濾波程式

```
10 REM KALMAN_FILTER
20 SCREEN 0:WIDTH 132
30 LPRINT CHR$(9)
40 INPUT "THRESHOLD FOR THE MAGNITUDE OF THE RESIDUAL (RM)",RM
50 INPUT "THRESHOLD FOR LINEAR DEVIATION (ARM)",ARM
60 INPUT "ERROR COVARIANCE (PK)",PK
70 INPUT "PREDICTED VALUE FOR THE NEXT OBSERVATION (XK)":XK
80 INPUT "VARIANCE OF THE PLANT NOISE (Q)",Q
90 INPUT "VARIANCE OF MEASUREMENT NOISE (R)",R
100 K=0:SRM=0
110 LPRINT "K","CUR OBS","PRED OBS","RESID","SRM","PK","WRN MAG","WRN SLP"
120 INPUT "CURRENT OBSERVATION OR TO END TYPE 999";ZK
130 IF ZK=999 THEN END
140 A$=" ":B$=" "
150 KK=PK/(PK+R):REM KALMAN GAIN
160 DEF FNA(KK)=INT(KK*10000+.5)/10000:KK=FNA(KK)
170 RK=ZK-XK:REM RESIDUAL
180 DEF FNB(RK)=INT(RK*10000+.5)/10000:RK=FNB(RK)
190 IF ABS(RK)>RM THEN A$="*"
200 IF K>=3 THEN GOTO 290
210 LPRINT K,ZK,XK,RK,SRM,PK,A$,B$
220 A$=" ":B$=" "
230 XK=XK+KK*RK
240 DEF FNC(XK)=INT(XK*10000+.5)/10000:XK=FNC(XK)
250 PK=(1-KK)*PK+Q :REM ERROR COVARIANCE UPDATE
260 DEF FND(PK)=INT(PK*10000+.5)/10000:PK=FND(PK)
270 K=K+1
280 GOTO 120
290 SRM=SRM+RK :REM SUM OF RESIDUALS
300 IF ABS(SRM)<ABS(ARM) THEN GOTO 210
310 B$="***":SRM=0
320 GOTO 210
OK.
```

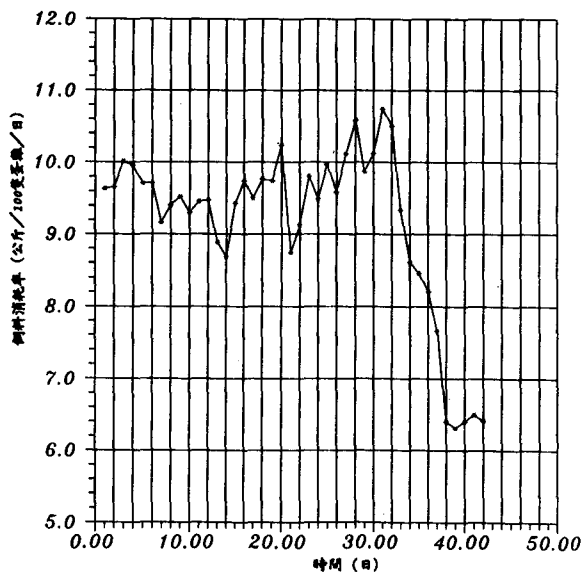


圖1. 蛋雞(雞齡為62週)連續六週每日飼料消耗資料

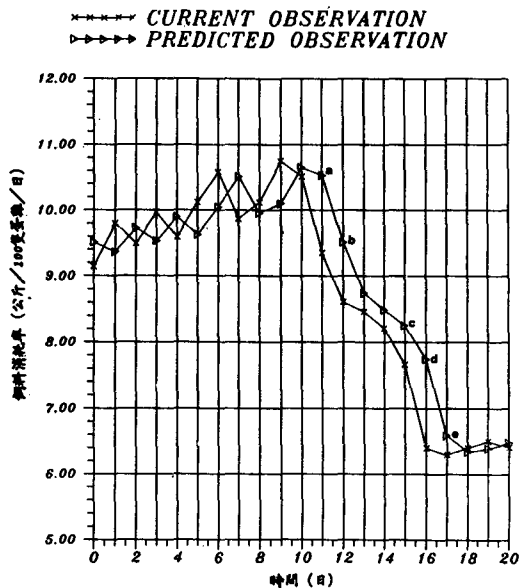


圖3. 蛋雞群(雞齡為66~68週)飼料消耗律監測之卡門濾波輸出及警示訊息:(a)暫態,(b)步級,(c)斜率,(d)暫態,及(e)斜率改變

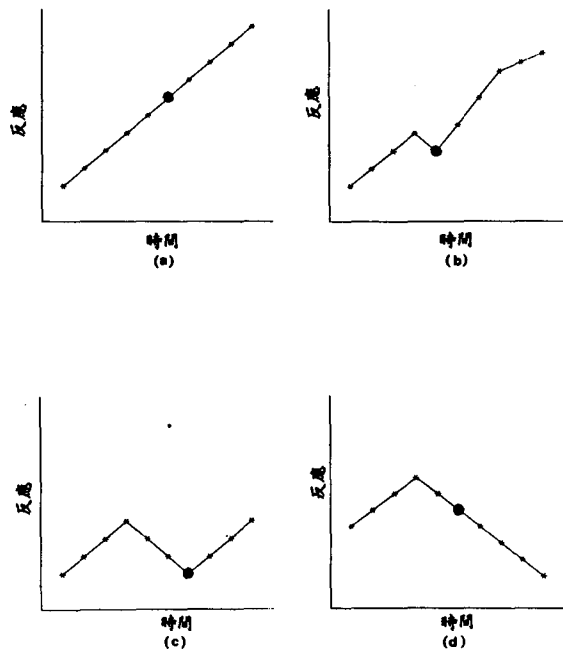


圖2. 卡門濾波監測之四種反應改變:(a)穩定狀態,(b)暫態反應,(c)步級反應,及(d)斜率反應

表1. 雞群飼料消耗率觀測值，卡門濾波推估值，監測參數及反應改變警示^{a, b}

K	CUR OBS	PRED OBS	RESID	SRM	PK	WRN	MAG ^c	WRN	SLP ^e
0	9.14	9.51	-.376	0	.11				
1	9.8	9.36	.444	0	.86				
2	9.49	9.73	-.242	0	.93				
3	9.97	9.53	.443	.44	.93				
4	9.59	9.90	-.319	.12	.93				
5	10.12	9.63	.487	.61	.93				
6	10.58	10.05	.533	1.14	.93				
7	9.87	10.51	-.638	.51	.93				
8	10.12	9.96	.164	.67	.93				
9	10.75	10.10	.645	1.32	.93				
10	10.51	10.65	-.148	1.17	.93				
11	9.35	10.53	-1.181	-.014	.93				
12	8.61	9.51	-.899	-.913	.93				
13	8.46	8.74	-2.83	-1.197	.93				
14	8.21	8.49	-.290	-1.487	.93				
15	7.66	8.25	-.591	0	.93		*(Slope)		
16	6.40	7.74	-1.344	-1.344	.93		*(Step)		
17	6.30	6.59	-.292	0	.93				
18	6.40	6.34	.058	.058	.93			** (Slope)	
19	6.50	6.39	.108	.167	.93		*(Trans.)		
20	6.41	6.48	-.075	.092	.93			** (Slope)	

^aK=observation, CUR OBS=current observation, PRED OBS=predicted observation, RESID=residual,

SRM=residual sum, PK=error covariance, WRN MAG=magnitude warning, WRN SLP=slope warning.

^bInitial value are : RM=0.788, ARM=1.57, PK=0.11, Q=0.8, R=0.155, XK=9.512

^cTrans.=transient, Slope=slope change, Step=step change.

收稿日期：民國82年5月24日

修正日期：民國82年6月8日

接受日期：民國82年6月14日