

水筒模式與降雨—逕流模擬

Tank Model and Rainfall—Runoff Simulation

國立台灣海洋大學河海工程學系副教授

李 光 敦

Kwan-Tun Lee

摘 要

長久以來，菅原正巳 (Sugawara, 1961) 所倡議之水筒模式，曾在亞洲地區廣泛地推廣，並獲得普遍地認同。該模式最大的特色，即在其將逕流區分為地表逕流、中間流與地下流三部份加以模擬，而且能得到甚高的模擬精度。

本文首先對水筒模式理論進行分析研究，繼而由土壤水分入滲之觀點，探討在瞬時降雨與連續降雨情況下，水筒模式入滲量之合理問題。進一步由系統工程理論，將直列式水筒模式分解為一組並、串聯線性水庫，而指出該模式對於逕流歷線之模擬，係建立於一連串的減幅 (damping) 與稽延 (lag) 作用之上，而並非針對逕流中之地表逕流、中間流與地下水流三者，作分別的逕流模擬。文中最後提出依據土壤水分入滲觀點的修正方式，使得水筒模式架構符合將逕流區分為三部份模擬之初始構想，並以石門水庫集水區之水文紀錄作為驗證。

關鍵詞：降雨逕流模擬，水筒模式。

ABSTRACT

The tank model which was proposed by M. Sugawara (1961) is widely applied in Asia areas and gets highly assessment. The most evident characteristic of tank model is to simulate watershed runoff by the way of separating runoff into three parts, namely: surface runoff, interflow, and groundwater.

Firstly, the runoff simulation theory of the tank model is discussed in this study. From the infiltration point of view, the infiltration rates of tank model, under instantaneous rainfall condition and continuous rainfall condition, were examined and analyzed respectively. Secondly, by the theory of system engineering, a series of cascade tanks are transformed into a series of linear reservoirs in parallel and cascade. It provides an evidence that the good simulated performance of tank model is not due to the effect of separating runoff into three parts, but due to the effect of continuous damping and lagging.

Finally, a modified computational procedure of tank model is proposed, which is based on a traditional infiltration equation to match the original concept of the tank model. The modified model was verified by runoff records of Shihmen Reservoir Watershed and a profound result was obtained.

Keywords: Rainfall-runoff Simulation, Tank model.

一、前言

集水區降雨逕流關係之推求，為水資源工程規劃設計之一重要課題。若將集水區視為一個系統，則降雨逕流歷程中之輸入為降雨，而輸出則為集水區出口處之逕流歷線。由降雨逕流過程中之物理機制，可將逕流區分為三個部份：第一為地表逕流，係指當降雨強度大於土壤入滲容量時，於地表漫流而後逐漸匯積入河川的水流；第二為中間流，係指部份降雨入滲地表後，在尚未達到地下水層之前，形成側流流入河川之水量；第三為地下水流，係指入滲之雨水經深層滲漏而流入地下水層之水量。事實上，以上的區分方式並不一定切合實際；一滴降雨可能在初期以漫地流方式運行，而後入滲地表，最後以中間流方式匯入河川。同樣的，中間流在地表下竄流過程中，會在遇到不透水性較高的地層或是傾斜度較大的坡面時流出地表，而以漫地流的方式注入河川（Linsley et., 1975）。因此，上述將逕流區分為三大部份之方式，祇是一種物理概念的敘述方式，於實際上劃分有其困難之處。

早期的研究學者，大抵立論於系統工程觀念，將水文歷程視為一個黑盒，在脈衝（impulse）與反應（response）之間，推求系統運作方程式。單位歷線理論（Sherman, 1932）為此中的代表者，其後的等時線（isochrones）模式（Clark, 1945）雖然併入流域面積因子，但仍維持黑盒系統之操作方式。線性水庫模式（Nash, 1957）則將集水區比擬為連串之線性假想水庫，而推導出具有伽瑪函數因子的系統反應函數。通用水文系統模式（general hydrological system model; Chow and Kulandaiswamy, 1971）則以高階導數函數方式，來涵蓋以往的水文系統模式。由於瞬時單位歷線的形狀與降雨延時無關，因此集水區地文特性為瞬時單位歷線形狀之唯一影響因素（Bras, 1990）。近十年來，許多學者進行此方面之研究（Rodriguez-Iturbe et al., 1979; Wang et al., 1981; Cheng, 1982），經由流域地文參數之推求，而建立降雨逕流模式。

由於對降雨逕流歷程之瞭解日增，系統工程的觀念雖仍被接受，但水文學者企圖經由降雨逕流過程的物理架構，來更精確描述水文系統運作方式。菅原正巳（Sugawara, 1961）首先將集水區轉換為數個貯留型水筒，分別代表地表逕流、中間流（或中間流與次中間流）與地下水流三部份，而逕流歷

線即為此三者之總合。應用此種方法，可以避免在使用單位歷線或瞬時單位歷線模式時，因有效雨量推求過程所造成的困擾與誤差；而且由於模式中可調整之參數眾多，因此使得其精確度相對地較早期的單位歷線法或是線性水庫模式提高甚多。菅原正巳基於原有的水筒模式架構，稍後繼續發展適合於長、短期水文現象之模擬（Sugawara, 1984），並獲得普遍之認同。

本文的目的乃在分析水筒模式與降雨逕流過程的關係，而由土壤水分入滲觀點，對該模式中將逕流區分為三部份，作一質疑，並經由系統工程理論，探討該模式之物理架構，以俾應用此模式之學者參考。

二、水筒模式之理論與分析

水筒模式的概念乃是將流域之逕流機構，比擬為數個相互聯結的貯留型容器，藉以描述自然集水區中複雜的水文現象（Sugawara, 1961）。若以直立式三個貯留筒（如圖1）來表示降雨逕流過程，則當降雨初期雨水落於集水區內，一部份水分迅速為地表土壤所吸收，一部份則逐漸往下層滲漏（如圖1之 Q_2 ），並貯存於第二個貯留筒。當降雨逐漸增大，若此時降雨強度大於土壤水分入滲容量，則發生地表逕流（如圖1之 Q_1 ）。同時，第二筒也因第一筒下滲累積量的增加，而有側孔出流量 Q_3 ，此即為一般所謂之中間流。第二筒在貯積第一筒入滲量的同時，亦以極緩慢的速率將部份水量傳至第三筒，即所謂的地下水層，而後緩慢地將水量 Q_5 釋出，此即為河川基流量的主要成因。

由以上敘述可知，如果第一筒內之降水貯留高度未達到側孔高度，則祇有滲透量而不會有側孔出流量，所降雨水完全由土壤吸收滲漏，而沒有發生逕流，此即代表降雨的初期損失現象。因此，若降雨強度甚高，雖然發生時間較短，但仍會造成地表逕流；反之，強度甚低而延時較長的降雨，水分僅會逐層滲透下傳，並不會產生地表逕流。此二種現象，可由圖2觀察得知。

考慮一最簡單之水筒（如圖3），則其流出水深 $q(t)$ 可以表為（Sugawara, 1961）

$$q(t) = \lambda h(t) \quad (1)$$

上式中 $h(t)$ 為水筒內之貯留水深； λ 為孔口係數，單位為時間之倒數。由以上之定數，可將連續方程式

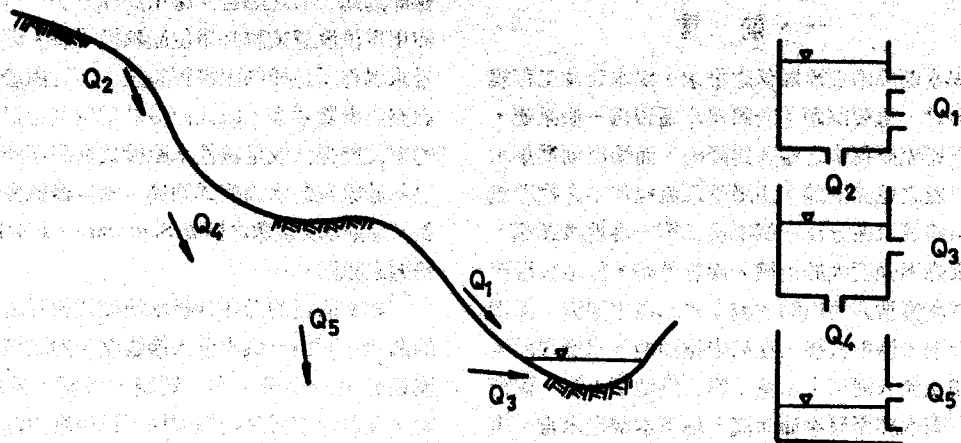


Fig. 1. The structure of tank models

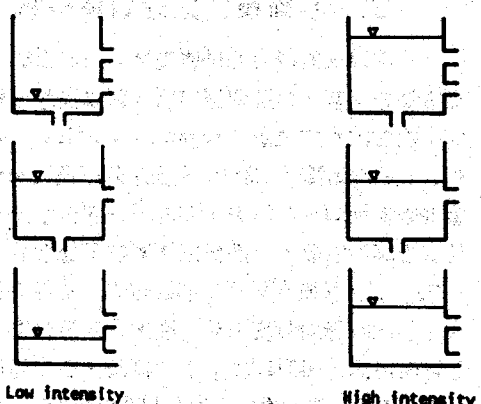


Fig. 2. Low intensity and high intensity rainfall

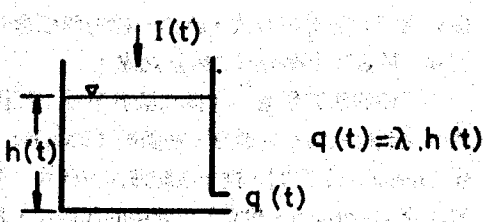


Fig. 3. A simple tank model

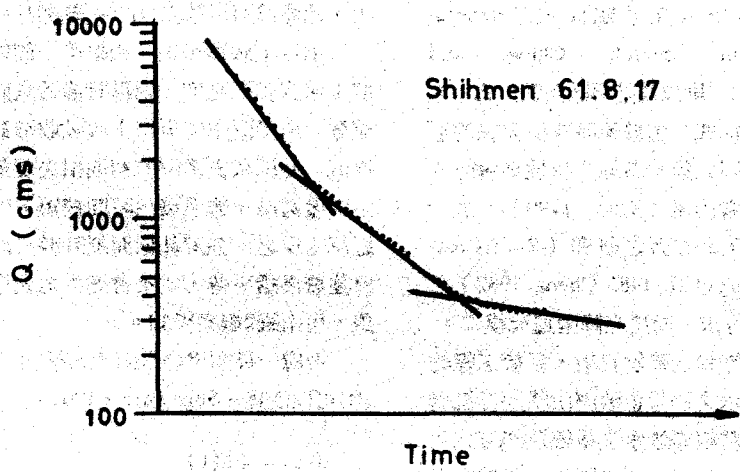


Fig. 4. The receding hydrograph

表為

$$I(t) - q(t) = \frac{dh(t)}{dt} \quad (2)$$

上式中 $I(t)$ 為降雨深度。若降雨停止，則出流量逐漸遞減，由(1)式與(2)式可得

$$q(t) = q_0 e^{-\lambda t} \quad (3)$$

上式中 q_0 為 $t=0$ 時刻之出流量，由上式可知流出水量呈指數遞減狀態。

就一場暴雨的逕流歷線而言，歷線上昇段係由降雨型態與流域地文特性所主控，而歷線退水段的形狀則完全取決於流域地文特性參數。如上所述，河川逕流係由三個物理機制不同的供給源所組成，因此若將逕流歷線的退水段繪於半對數紙上，應可區分出三段明顯的折線（如圖4，以石門水庫集水區之水文紀錄為例）。由該圖可以看出，三段折線之斜率有隨時間逐漸減緩的趨勢。第一段折線與第二段折線之分界點位置，代表地表逕流的終止；第二段折線與第三段折線之分界點則代表中間流終止；而第三段折線則顯現地下水水流逐漸消滅的趨勢。傳統水文學上，常用退水常數（recession constant）來表示逕流歷線的遞減現象，即(Linsley et al., 1975)

$$q(t) = q_0 K r^t \quad (4)$$

式中 Kr 表退水常數。若依圖4中所繪之情況分析，顯然應分別就三段折線，給予不同的退水常數值。將(3)式與(4)式合併可得

$$\lambda = -\ln Kr \quad (5)$$

因此可知，水筒模式較傳統線性水庫模式優異（王與李，1987），在於它有較多的可調參數（即各筒的孔口係數），可針對不同的時段，賦予不同的退水常數，以增進模擬的精度。

在以往使用單位歷線法推衍集水區逕流量，所面臨的最大問題是：對於不同尺度的降雨，需要使用不同的單位歷線；這一直是水利工程師的一大困擾。由水文紀錄中不難發現，較小尺度降雨所造成之逕流歷線，其退水段較為平緩，退水常數值較大；反之，較大降雨所形成之逕流歷線，其退水段斜率較大，退水常數值較小。因此，企圖以一組單位歷線來模擬各個尺度的降雨，為不可能之事。關於此點，水筒模式於模擬地表逕流部份的第一個貯留筒上，有數個側向開孔，有效地解決此一問題

（如圖5），而使得經由一組直列式水筒，即可模擬多種尺度不同的降雨。

三、由土壤水分入滲看水筒模式之合理性

由於水筒模式對逕流歷線之模擬，包括地表逕流、中間流與地下水流等三部份。因此，當進行模擬演算之時，無需利用一般常用之入滲公式或入滲指數來計算超滲降雨量。本文乃針對此模式之入滲現象進行探討，並藉系統轉換觀念分析其逕流機制，再提出合理的修正方式，茲將內容詳述如下：

3.1 瞬時降雨與連續降雨之入滲量

依菅原正巳之觀念，直列式三個貯留筒可分別代表地表逕流、中間流與地下水流等三部份，因此圖6中的 $I_1(t)$ ，即代表經由地表入滲的水量。若考慮降雨為 $t=0$ 時刻發生之瞬間降雨（如圖6-A, B），則可以發現入滲量隨時間逐漸消滅的現象。而且，對高強度的瞬間降雨而言，其起始入滲率較高，入滲量消滅至零所需之時間較長；反之，低強度瞬間降雨則產生較低的起始入滲量，且入滲量消滅至零的時間較短。若考慮長時間連續降雨之情形（如圖6-C, D），則可以發現入滲量有逐漸增加，而至降雨終止方才轉而遞減之現象。因此，於高強度但延時較短的連續降雨情況下，入滲量在初期上昇甚快，而在降雨終止時逐漸消滅；反之，低強度、長延時之連續降雨，其入滲量在初期上昇較緩，但因降雨延時較長之故，其入滲量消滅現象亦延後發生。

由以上討論可知，若依循菅原正巳之觀念劃分水筒模式之逕流機構，則當集水區發生連續降雨之情況時，其入滲量於時間上之分佈，顯然不符合如Horton (1939) 或Philip (1957) 等公式所描述之現象。而就瞬時降雨而言，雖然其情形如同Horton公式所述，發生指數消滅情形，但起始入滲率（ f_0 ）不為常數，且並沒有平衡入滲率（ f_c ）之存在，因此其合理性有待商榷。

3.2 水筒模式之機制轉換

如第(3)式所示，水筒模式之出流量呈指數消滅現象，因此其物理機制必可轉換為一組並、串聯之線性水庫。首先考慮一個具有兩孔的貯留筒，經物理機制轉換後，可將之視為兩個並列的線性水庫（如圖7），而其流出量可解析如下（Chow, 1964；王，1987）

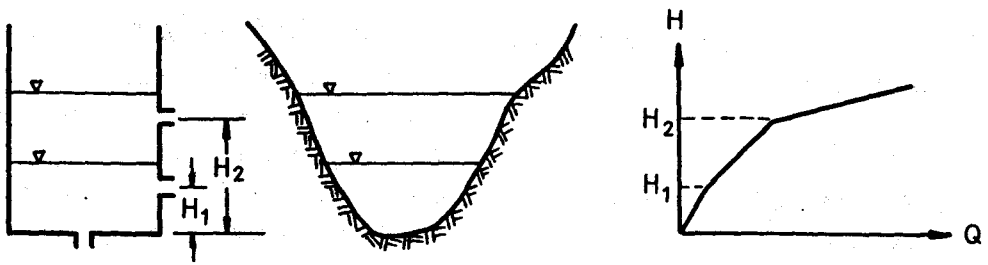


Fig. 5. A tank with two lateral holes

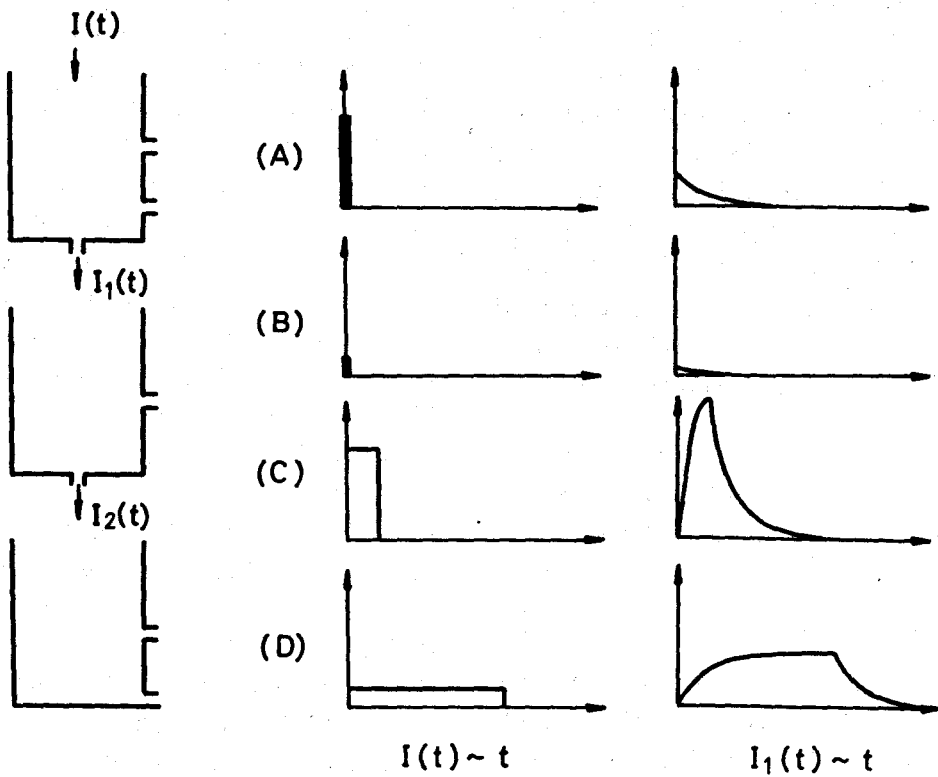


Fig. 6. Infiltration rate of tank model

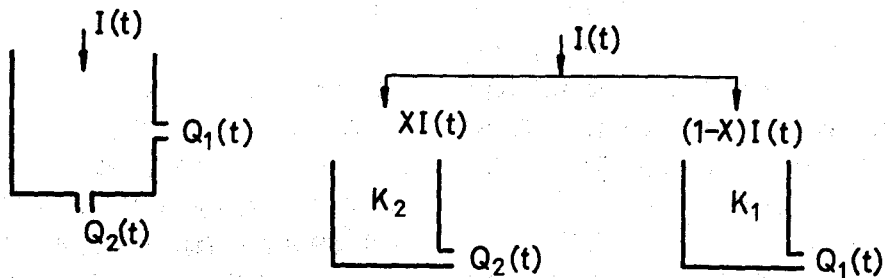


Fig. 7. Decompose into 2 tanks

$$Q_1(t) = \frac{1-X}{K_1 D+1} I(t) \quad (6)$$

$$Q_2(t) = \frac{X}{K_2 D+1} I(t) \quad (7)$$

式中 $D=d/dt$ ，且 $0 \leq x \leq 1$ 。上式之轉換係將降雨 $I(t)$ 依 X 及 $(1-X)$ 之權重，分配給兩個並聯但具有不同貯蓄常數 K_1 與 K_2 之線性水庫。 K_1 、 K_2 之決定係由流域特性來控制，而權重係數 X 則視降雨特性而異。

經由上述物理機制轉換觀念，直列式三個貯留筒亦可同樣地轉換為七個線性水庫之組合（如圖8），而其各出流量可表示如下

$$Q_1(t) = \frac{(1-X_1 - X_2)}{K_1 D+1} I(t) \quad (8)$$

$$Q_2(t) = \frac{X_2}{K_2 D+1} I(t) \quad (9)$$

$$Q_3(t) = \frac{X_1(1-X_3)}{(K_3 D+1)(K_4 D+1)} I(t) \quad (10)$$

$$Q_4(t) = \frac{X_1 X_3(1-X_4)}{(K_3 D+1)(K_5 D+1)(K_6 D+1)} I(t) \quad (11)$$

$$Q_5(t) = \frac{X_1 X_3 X_4}{(K_3 D+1)(K_5 D+1)(K_7 D+1)} I(t) \quad (12)$$

式中 $X_1 \sim X_4$ 為介於0與1間之權重係數， $K_1 \sim K_7$ 為線性水庫的貯蓄常數。由第(8)式至第(12)式可觀察得知，圖8之物理架構可進一步轉換如圖9之並、串聯線性水庫組合。若令 $I(t)$ 為一瞬時脈衝函數 $\delta(t)$ （Dirac Delta Function），則上述直列式三貯留筒的脈衝反應函數（即IUH）可表示如下：

$$U(t) = \frac{1-X_1 - X_2}{K_1} e^{-\frac{t}{k_1}} + \frac{X_2}{K_2} e^{-\frac{t}{k_2}} + \frac{X_1(1-X_3)}{K_3 - K_4} (e^{-\frac{t}{k_3}} - e^{-\frac{t}{k_4}}) + X_1 X_3(1-X_4) \left[\frac{K_3}{(K_3 - K_5)(K_3 - K_6)} e^{-\frac{t}{k_3}} + \frac{K_5}{(K_5 - K_3)(K_5 - K_6)} e^{-\frac{t}{k_5}} + \frac{K_6}{(K_6 - K_3)(K_6 - K_5)} e^{-\frac{t}{k_6}} \right]$$

$$+ X_1 X_3 X_4 \left[\frac{K_3}{(K_3 - K_5)(K_3 - K_7)} e^{-\frac{t}{k_3}} + \frac{K_5}{(K_5 - K_3)(K_5 - K_7)} e^{-\frac{t}{k_5}} + \frac{K_7}{(K_7 - K_5)(K_7 - K_3)} e^{-\frac{t}{k_7}} \right] \quad (13)$$

由上述分析可知，事實上水筒模式對逕流歷線之模擬，建立在一連串的減幅（damping）與稽延（lag）作用之上。當然，愈下層貯留筒的出流水所受到系統的減幅與稽延效應愈大，可將其中大部份視為地表下較深層的出流水。但是，由3.1節對水筒模式中入滲量的分析可知，直列式三個貯留筒的水筒模式並非對逕流歷線中之地表逕流、中間流與地下水等三者，作明確的劃分與模擬，而是對整組流量歷線進行調整（fitting）參數的工作而已。因此，若要符合原有的逕流機制假設，需對模式演算方式進行修正。

3.3 水筒模式的修正演算

由3.1節中的討論得知，在連續降雨情況下，地表入滲量有先增後減現象；而在瞬時降雨情況下，雖其地表入滲量呈現指數消滅，但其起始入滲率與平衡入滲率均不合理，因此，要解決此一問題使之合理化，唯有由超滲降雨的分離著手。

研究中首先應用Horton入滲公式（1939）分離超滲降雨與地表入滲量；而後將超滲降雨量注入一代表地面逕流機制之貯留筒，並將地表入滲量注入一組直列式貯留筒，其上筒代表中間流機制，下筒則代表地下水流（如圖10）。上述之演算方式，係基於地表逕流與中間流狀態互換的情形並不明顯之假設。如此一來，地表逕流量可經由孔口係數與孔口高度的調整，以較快的速率流出，而中間流與地下水流也在一連串的減幅與稽延作用下，緩慢地流出。研究中將此方法應用在石門水庫集水區，顯示本方法除了較傳統水筒模式合乎物理意義，而且有良好的模擬精度（如圖11）。

四、結論

本研究由水筒模式基本原理著手，解析該模式對於逕流歷線的模擬，大抵能獲得甚佳結果之原因，係基於其具有較多的模式參數，可分別適合於

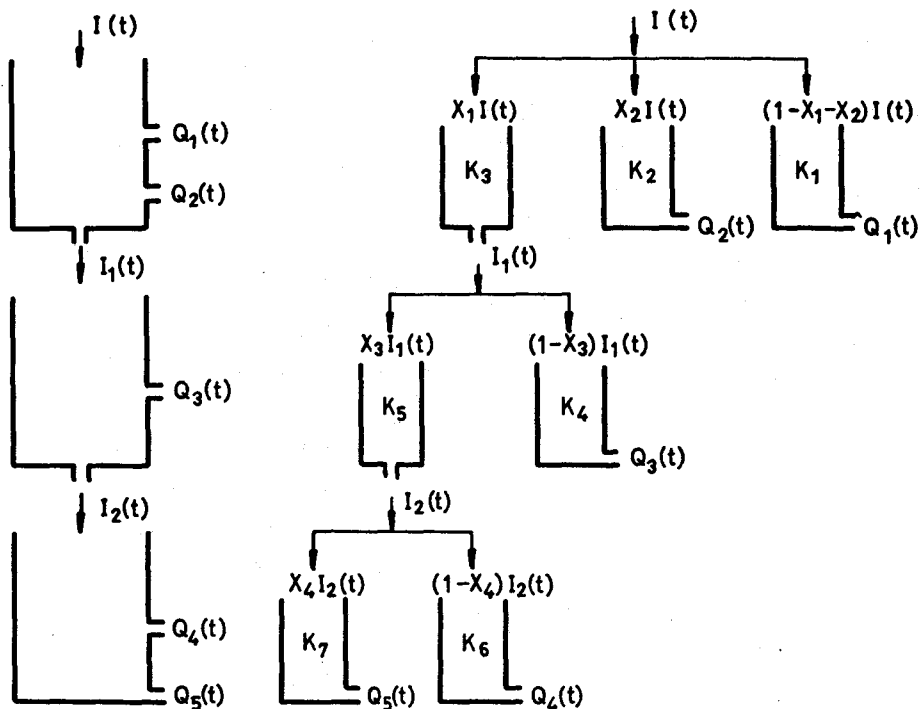


Fig. 8. Decompose into 7 tanks

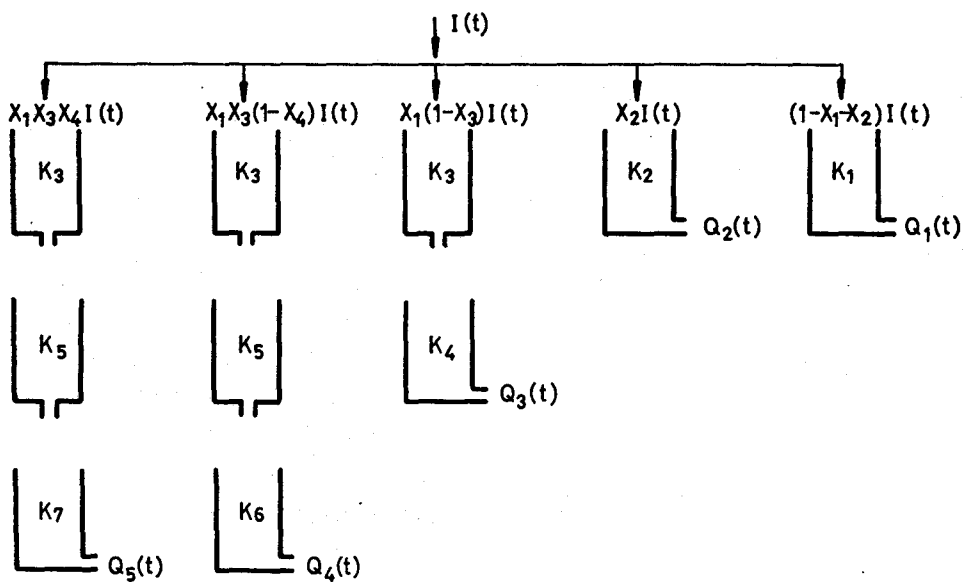


Fig. 9. Decompose into 10 tanks

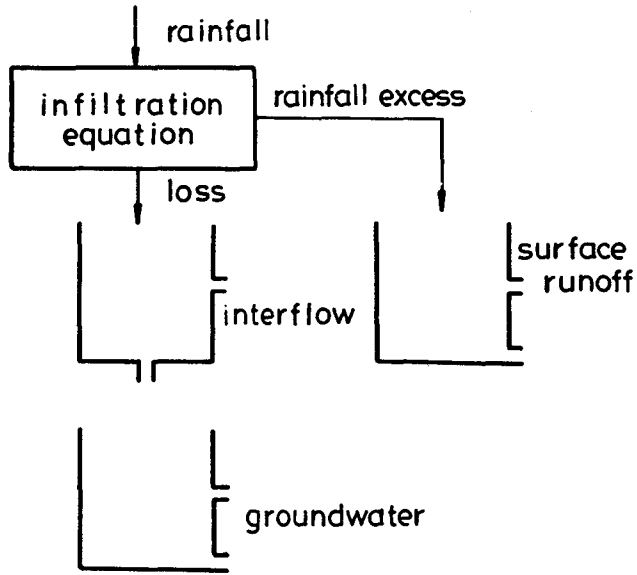


Fig. 10. Modified tank model

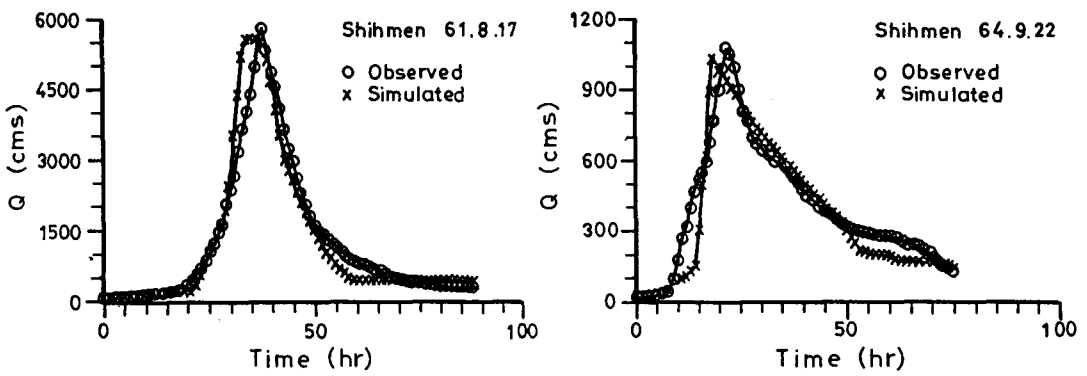


Fig. 11. Simulated hydrograph

逕流過程中不同階段之物理機制。然而，若由土壤水分入滲觀點分析水筒模式之地表入滲量，可以發現無論就瞬間降雨抑或連續降雨情況而言，其入滲量隨時間之變化均與真實情況無法脗合。

研究中經由系統工程理論，將直列式水筒模式轉換為一組並、串聯線性水庫，而指出水筒模式對逕流歷線之模擬，係建立於一連串的減幅與稽延作用。依本文所倡議之方式對水筒模式演算步驟進行修正，則非但使該模式符合降雨逕流之機制，且可得到良好的演算結果。

參考文獻

1. 王如意、易任，「應用水文學」，國立編譯館出版，民國71年。
2. 王如意、李光敦，「淡水河水文研究——石門水庫上游集水區逕流模式之建立與驗證」，國科會研究計畫報告NSC75-0414-P002-03，民國76年。
3. 王明盛，「地表與地下逕流歷線之研究」，國立台灣大學土木工程學研究所碩士論文，民國76年。
4. Bras, R.L. (1990). "Hydrology-An Introduction to Hydrologic Science." Addison-Wesley Publishing Co.
5. Clark, C.O. (1945). "Storage and the unit hydrography." *Tran. ASCE*, 110 (2261), 1419-1446.
6. Cheng, B.L. (1982). "A study of geomorphologic instantaneous unit hydrograph." Dissertation of the University of Illinois.
7. Chow, V.T. (ed.) (1964). "Handbook of Applied Hydrology." McGraw-Hill, New York, P.14-32.
8. Chow, V.T. and Kulandaiswamy, V.C. (1971). "General hydrologic system model." *J. Hyd. Div. ASCE*, 97(HY6), 791-804
9. Linsley, R.K., Kohler, M.A., and Paulhus, J.L.H. (1975). "Hydrology for Engineers." 2nd Ed., McGraw-Hill Book Co.
10. Rodriguez-Iturbe, I., Devoto, G., and Valdes, J. B. (1979). "Discharge response and hydrologic similarity: the interrelation between the geomorphologic IUH and storm characteristics." *Water Resources Res.*, 5(6), 1435-1444.
11. Sugawara, M. (1961). "On the analysis of runoff structure about several Japanese rivers." *Japanese J. of Geophysics*, 2(4), 1-76.
12. Sugawara, M., Watanabe, I., Ozaki, E., and Katsuyama, Y. (1984). "Tank model with snow component." *Research Notes of the National Research Center for Disaster Prevention (Japan)*.
13. Wang, C.T., Gupta, V.K., and Waymire, E. (1981). "A geomorphologic synthesis of nonlinearity in surface runoff." *Water Resources Res.*, 17(3), 545-554.

收稿日期：民國82年1月9日
修正日期：民國82年2月1日
接受日期：民國82年2月15日