



遺傳演算法於專家系統中參數優選之研究

A Study of Genetic Algorithm for Parameters Optimization in Expert System

國立台灣大學農業工程學系教授

國立台灣大學農工所博士班研究生

張斐章
Fi-John Chang

陳莉
Li Chen

摘要

遺傳演算法 (Genetic Algorithms ; GAs) 是基於大自然物競天擇的理念，結合了自然的類比、數學分析與電腦技術的一種搜尋程序。GAs利用平行演算結構，可有效的選擇計算表現良好的點，而在每一代繁衍中自然淘汰其他的點，所以GAs在模擬或了解人工智慧及對研究系統之調適等提供了一新的方向與闡釋。

本研究以一連續的多峰函數為例，求解其最大值，並與數值方法比較驗證。再以水庫防洪操作專家系統中參數的優選為應用實例，解得在既定的目標函數之下最佳的一組參數值，以達到消滅洪峰量最多且緩和水庫蓄水量變化之防洪目的，結果顯示GAs可成功有效的解決水資源專家系統中參數優選或控制方面的難題。

關鍵詞：遺傳演算法，專家系統，參數優選，水庫操作，洪峰消滅。

ABSTRACT

The genetic algorithms (GAs) is a search procedure based on the struggle for survival among things by law of natural selection , and it brings together natural analogues , mathematical analysis , and computer techniques. The GAs exploits massively parallel architectures , so it can efficiently select the computer points with good performance and delete the other points in each generation. Consequently , the GAs provides a new route toward an understanding of artifical intelligent and adaptive of the investigating system.

In this paper , the GAs is introduced and verified its robustness through searching the optimal value of a multiple peak function. Then , the GAs is applied to search the optimal parameter set of the operating rules in a flood control expert system. The results show that the genetic algorithms can be successfully and efficiently solved the parameter estimation and control problem in the water resource expert systems.

Key Words : Genetic Algorithms, Expert System, Parameter Optimization, Reservoir Operation, Flood Control.

一、前　　言

遺傳演算法（Genetic Algorithms）的觀念源自達爾文演化論中「物競天擇，適者生存」的道理，以符合自然系統的調適與革命現象。這種學習系統乃模擬群集遺傳（Population Genetics）與適應者生存的過程以增進其結果的表現，現今廣泛應用於一般控制、最佳化、工程與人工智慧的領域（De Jong, 1975; Grefenstette, 1985, 1987; Davis, 1987; Goldberg, 1989）。

在遺傳的程序裡，一個群集（Population）受制於周遭環境所能提供的狀況，適應力好的成員（Member）將被選擇為配對（Mating）與複製（Reproduction），通常表現較好的後代是由優良的親代雙方遺傳而來，在第二代中適應力良好的成員又被選來進行配對及複製，這種革命競爭性的循環一直持續下去，表現不佳的將被淘汰而不留下後代，表現優良的產生更好的後代，繼續一代繁衍一代，在經過數代之後，存活的群集便是具有最佳的適應力或至少非常適於環境的。遺傳演算系統由固定長度的群集資料結構開始，在此結構執行某種特定的測試之後，以其表現的優劣做為比例來配對產生表現更佳的後代，不斷反覆到達期望的標準為止，基本的循環架構如圖1所示（Patterson, 1990）。

專家系統乃電腦科學中人工智慧領域裡重要的一門學問，主要的概念係藉由專業人材的專業知識，以特定的格式將專家的經驗輸入專家系統的知識庫，形成有組織的規則系統，而能模擬人類專家的決策過程（Keller, 1987），其快速、精確的判別力使專家系統成為一強而有力的解決問題工具，而其應用範圍更日益廣泛。

目前專家系統已運用到水文模式參數推估的檢定系統，例如暴雨水流經理模式（SWMM）（Baffaut & Delleur, 1989、1990），因這類模式需要結合許多領域專家的專業知識，常常耗時費力，而專家系統的建立，則可節省寶貴的人力資源和時間，並獲得更準確合理的結果。另外，水庫主要是靠操作人員的經驗來運作，適合以專家系統來模擬其操作狀況，例如水庫的緊急防洪控制操作，可由當時的入流情形，水庫的蓄水量等因素來制定放流的策略，以減低下流的洪災損失（Tohru et al., 1991; Kojiri & Ikebuchi, 1988; 張

斐章，陳莉，1992）。

本文的主要目的除介紹遺傳演算法外，將深入探討其功能與效益，最後並利用此一演算法於專家系統中最佳化參數的推求，使該系統之操作或決策能更臻理想。

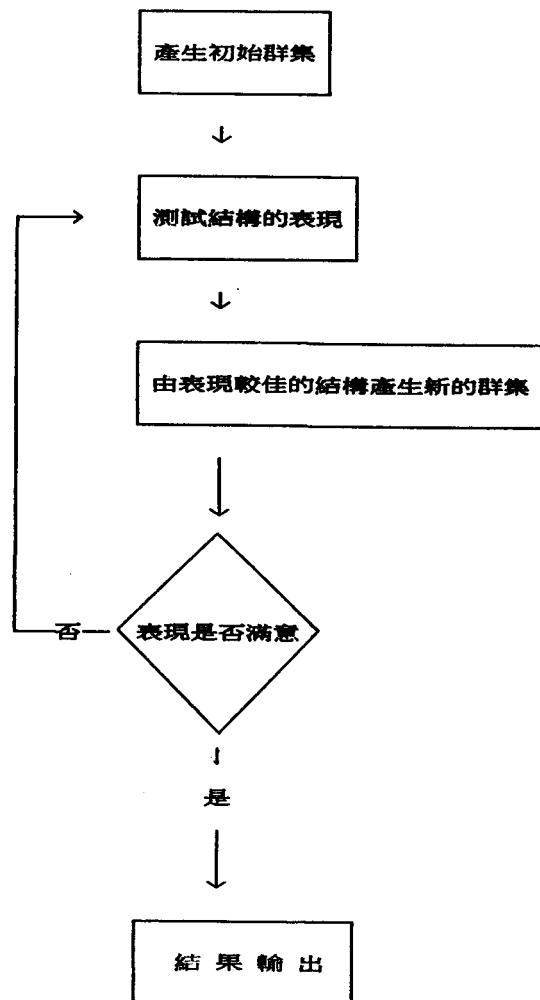


圖 1 遺傳演算法基本概念圖

二、文獻回顧

遺傳演算法為John Holland與其同事、學生於70年代在Michigan大學所發展。當時的研究目標有二：(1)嚴謹地解釋自然系統的適應程序，(2)設計人工系統軟體以模擬自然系統的重要機制。此一方法的發展締造了自然與人工系統科學上一些重要的發現。

此演算法早期的發展史上，主要的專題論文

為Holland (1975) 的“自然與人工系統的調適”，後來許多篇關於函數最佳化與控制理論的論文也陸續發表，最近在水資源工程方面，則有“遺傳演算法及其應用於校驗概念化降雨一逕流模式”的論著 (Wang, 1991)。

遺傳演算法在理論與實驗上已證明可提供搜尋複雜時空上的關係或特性，其中心研究在於強調搜尋的“強健性” (Robustness) 和“有效性” (Efficiency) (Goldberg, 1989)，此方法在計算上很簡易又具強大的能力，再者，不會受到搜尋空間性質 (如假設連續導數的存在、單峰等) 的限制，現在已廣泛應用於多種自然科學和工程方面，值得深入研究並加以推廣。

三、傳統搜尋方法的介紹

1. 搜尋的定義

所謂“搜尋” (Search) 是指在既定的問題條件下，於有限的合理解中找出一特定的答案；而此答案可滿足給定的目標函數，其中合理解的集合稱為解答空間 (Solution space)，而目標函數可能是尋求最大值或最小值 (Davidor, 1991)。

一有效的搜尋程序意即被評估過的求解個數比整個搜尋解答空間要小，而此比例愈小，表示搜尋程序就愈有效。如果某些搜尋方法在解決一個特殊問題時很有效率，但在遇到其他問題時效率卻大幅遞減，這種搜尋程序就不能稱為強健 (Robust) 的程序。

2. 最佳化的目標

在測驗一個搜尋方法的機制與能力之前，必須清楚的明瞭：主要的目標是什麼？如何試著去完成最佳化的程序？

最佳化的過程是藉著不斷的改進目標值以達到一些最佳的點，但在評審最佳化的程序時因常關注於收斂 (Convergence) (達到最佳了嗎？)，而忽略了整個過程的表現，所以最佳化最重要的目的就是要有所改進，以及能否快速的到達一些好的“滿意的”水準 (Simon, 1969)，這才是值得優先考慮的。

3. 傳統之最佳化搜尋方法

傳統的搜尋方法可分為下列三種方式：微積分 (Calculus)，列舉 (Enumerative) 與隨機 (Random) (Goldberg, 1989; Davidor, 1991)。

(1) 微積分方法

此一方法幾乎已被研究得非常透徹，大致可分為兩個類型：間接和直接。間接方法是藉由使目標函數的導數為零，解出非線性式集合的局部極值 (Local extrema)，通常必須給定一平滑 (Smooth)，無限制 (Unconstrained) 函數，在任一方向尋找那些斜率為零的點以發現可能的峰 (Peak)，如圖2所示。另方面，直接方法尋找局部最佳值寄望於目標函數且依局部的坡度 (Gradient) 來指引移動的方向，運用了爬山 (Hill-Climbing) 的簡單概念：在最陡的允許方向上攀登函數，找出局部最佳的峰。

以上兩種方法雖經不斷的改進，仍顯示缺乏強健的搜尋能力，首先，兩種方法都是在局部的範圍中探索，在目前所在點的附近再找出最佳值，舉例而言，假設圖2所展示的是完整領域中的一部分，而更完全的圖形如圖3所示，顯然在較低的峰附近開始找斜率為零的步驟會導致遺漏了主要事件 (較高的峰)。第二，微積分方法依靠導數的存在性，即使允許使用數值逼近法，仍然顯得不足。許多實際的參數空間多少與導數的和平滑性有關，在現實世界的搜尋充滿著不連續與多峰 (Multimodal)，擾動 (Noisy) 的空間，不易以微積分方法求解，如圖4的情況。

(2) 列舉方法

此方法理念非常的直接，即在一有限的搜尋空間，或離散的搜尋空間中，開始尋找每一點的目標函數值，一次做一個點。雖然這個方法很簡單，且近似人類的搜尋習慣 (當可能的個數很少時)，但是效率卻不高，許多實際的搜尋空間太大，甚至著名的“動態規則” (Dynamic programming) 也遭遇此種“維度的困擾” (Curse of dimensionality) (Bellman, 1961)。

(3) 隨機搜尋法

這種方法並無固定的模式，平均而言可期望比列舉法好一點。

四、遺傳演算法的特質

1. 概述

遺傳演算法 (GAs) 是以大自然的天擇作用與遺傳機制為基礎的一種搜尋方式，其組合了在字串結構 (String Structure) 中存活的優秀者，再隨機的交換字串裡的一些資訊，以形成具有革新

能力的搜尋演算法。

在每一代的繁衍中，一組新的人工種集合（字串）以二位元（Bit）來表示，而此新的字串乃為較優秀的舊的字串之一部分；在演算的過程中偶爾也會試產生新的變異，GAs並不屬於簡單的隨機步行（Random walk），而是有效的利用歷史的資訊以推測期望表現更好的新搜尋點。遺傳演算法需要將最佳化問題中的自然參數加以編碼（Coding），成為一個有限長度字串（String）。例如考慮圖5的最佳化問題，我們希望使函數 $f(x) = x^2$ 在整個區間[0, 31]中獲得最大值。一般傳統的方法是試著變動（Twiddle）參數x，直到抵達最高的目標值為止。而GAs最佳化程序的第一個步驟是將參數x編碼成有限長度字串，最自然的方法就是由二位元（Bit）所組成的碼。

2. 以黑盒問題為例

考慮一黑盒的開關（Switch）控制問題如圖6所示，這個問題是關於一個黑盒子設計成具有5個開關的撲滿，藉著每次設定這5個開關就會得到一個輸出訊號f，數學上即 $f = f(s)$ ，其中s代表5個開關的一特殊字串，而實際上撲滿內部存在一種運算，可將輸入的訊號轉變成輸出的金錢，但我們無法直接得知其運算過程（稍後簡例中假設此運算為一函數 $f(s) = s^2$ ），問題的目標在於設定這些開關使獲得最大可能的f值。若以傳統最佳化方法來求解大多直接從參數集合（開關的設定）來著手，然後利用轉移規則以轉變開關從一集合到另一集合。

而GAs始於將開關編碼成一有限長度的字串，一簡單的方式可考慮一字串由5個1或0所組成（二進位表示法），即5個開關中的任一個若是開著以1表示；相反地若是關著則以0表示，以此編碼後：字串11110就代表前4個是開著而第五個是關著。

許多最佳化的方法，藉由一些轉移規則來慎重地決定從一點移動到另一點，這種點到點（Point-to-point）的方法是危險的，因為如果搜尋空間是多峰的情況則可能會找到錯誤的峰，相反地，GAs

是從一大群的點（字串的族群）同時平行的攀登到許多峰；因而找到錯的峰的機會就比從點到點的方法要小。

一些搜尋技術常需許多輔助的資訊以完成工作。舉例來說，坡度（Gradient）技術需要以導數（微分解析或數值方法）來攀爬目前的峰，其他局部搜尋程序如坡降法要評估非常多的參數（Lawler, 1976; Syslo, et al., 1983）。而GAs卻不必這些輔助的資訊：GAs是盲目的（Blind），為了有效搜尋只需要目標函數值以及獨立的字串就可以了，只有在摒棄使用輔助的資料後才能希望發展出更一般化的方式。

3. 基本演算法

基本的遺傳演算法是非常簡單的，包括了複製字串與交換部分的字串，其主要的優點即在於簡便而有效。

回顧前面所提的黑盒開關問題，開始隨機的連續投擲20次硬幣（人頭=1，字=0）可產生4個（n=4）初始的群集，如表1所示。

現在定義一組簡單的產生初始群集和連續繁衍群集的操作方法，一個基本的GAs由三個運算子所組成：

- (1) 複製（Reproduction）
- (2) 交換（Crossover）
- (3) 突變（Mutation）

複製是指由目標函數值f的優劣來複製字串，若為求最大值的問題，則具有較高目標值的字串被認為表現較好，也就有較高的機率能使下一代的字串有較佳的表現。這個運算子是以人為的觀點來模擬自然的選擇，符合達爾文的「較適應的物種得以生存之理論」。

複製運算子可設計成許多不同的方式，其中最容易的可能是以形成一偏態的（Biased）輪盤，將每一個現存群集中的字串以其目標值的優劣換算成機率放置在輪盤裡，假設黑盒問題中4個字串的樣本群集之目標函數值 $f(f(s)=s^2)$ 如表2所示。

表2 黑盒開關例題的字串與目標函數值

編號	字串	目標值	%
1	01001	81	6
2	11010	676	51
3	00110	36	3
4	10111	529	40
總和		1322	100

表1 黑盒問題之初始群集

編號	字串
1	01001
2	11010
3	00110
4	10111

表3 簡例運算過程表

字串 編號	出始	十進位	$f(x)$	f_i	\bar{f}	選中
	群集	$=x^2$		sum(f)		次數
1	01001	9	81	0.06	0.25	1
2	11010	26	676	0.51	2.04	2
3	00110	6	36	0.03	0.11	0
4	10111	23	529	0.40	1.60	1
總和			1322	1.00	4.00	4.0
平均			330.5	0.25	1.00	1.0
最大			676	0.51	2.04	2.0
<hr/>						
複製後 的配對 順序	配對 順序	交換 位置	新的 群集	十進位 x 值	$f(x)$ $=x^2$	
010011	1	4	01000	8	64	
110110	2	4	11011	27	729	
111010	3	2	11111	31	961	
101111	4	2	10010	18	324	
總和					2078	
平均					519.5	
最大					961	

4個字串的目標值和為1322，每一個字串所佔的百分比也在表中列出。圖7表示以輪盤來產生複製的字串，在複製的過程中轉動輪盤4次以決定所選到的字串編號（1, 2, 3, 4），以上述例子，字串1的目標值為81，以6%（81/1322）代表，如此字串1在輪盤中所佔的面積為6%，以此類推將其他3個字串所佔的比例依序放入輪盤裡，這樣一來目標值愈高的字串就有較高機率得以繁衍後代，一旦某字串被選中就複製一個完全相同的字串，這個被複製出來的新字串先放進配對池（Mating pool），形成一暫時性新的群集以便往後的作業。

在經過複製之後，簡單的基因交換以兩個步驟來進行，首先，將配對池中新的複製字串隨機地兩兩配對。其次，將每一對字串如下所述來交換：若字串長度為L，則在區間[1, L-1]均勻地隨

機選擇一整數位置K，藉著互換位置K+1和L之間所有的字元以生成兩個新的字串，例如考慮字串A1與A2（黑盒開關例子）：

$$\begin{array}{l} A1 = 0100 | 1 \\ A2 = 1101 | 0 \end{array}$$

假設在位置1至4中間隨機選取，如果得到K=4（如標號|所示），結果因交換產生兩個新的字串：

$$A1' = 01000$$

$$A2' = 11011$$

最後介紹突變，這是隨機地（以很小的機率，如0.001）將某一個字串中的一個位置改變其值，即由1變成0或由0變成1。這樣就可在搜尋空間裡隨機步行，使搜尋的點更為零散，以確保在搜尋的過程中不會遺漏一些重要的訊息。

五、簡例說明

本例延續上述的黑盒問題，並將基本的GAs逐步應用於一最佳化問題，如求函數 $f(x)=x^2$ （黑盒內部的運算）的最大值，其中 x 限制在0到31之間，函數型態如圖5。在應用GAs時首先需將問題中的決策變數編碼成一些有限長度的字串，以此例而言，即將變數 x 編碼為長度5的二位元字串在開始模擬之前，先釐清二位元整數的定義，以十進位為例，5位數字53,095的定義為：

$$\begin{aligned} & 5 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0 \\ & = 50,000 + 3,000 + 0 + 90 + 5 \\ & = 53,095 \end{aligned}$$

而二進位運算只包括兩種數字：0與1，例如數字10，011解碼成十進位數字如下：

$$\begin{aligned} & 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 \\ & = 16 + 0 + 0 + 2 + 1 \\ & = 19 \end{aligned}$$

以5個二位元(Bit)所表示的二進位數字(Binary Digit)，可得到存0(00000)到31(11111)之間的任何整數數值。

本例在已定好目標函數的情形下，模擬以GAs繁衍一代的過程，其中包括複製、交換與突變。

開始先隨機選擇初始的群集，以投擲一公正的硬幣20次來決定4個字串，現在假設所選的初始群集(4個字串)和先前黑盒開關問題是一樣的，如表3上半部左邊第二行，解碼成十進位的 x 為第三行，而其相對應的目標函數值為第四行。

複製的方法為從輪盤(圖7)中選取4次，如果編號1, 2, 3, 4的4個字串各被選中1, 2, 0, 1次，則將此4個新群集放入配對池，使目標值較佳者有較多的複製品。

經過兩兩配對後，進行基因交換的工作：隨機在任一對定出一個位置，使其後的字串數字互換，如表3所示：字串1和2為一對，隨機選的交換位置為4，則兩個親代字串01001和11010繁衍出兩個子代字串01000和11011，另外兩個親代字串3和4，所選到的交換位置為2。

最後的運算子突變，假設其發生的機率為0.001。因繁衍一代產生4個新的字串，只有20個二位元，發生突變的期望值為 $20 \times 0.001 = 0.02$ 二位元(不到1個)，所以在本例中尚未有突變的情況。

在完成複製、交換及突變之後，新群集的目

標值顯示在表3下半部的最右端一行，可看出無論在最大或平均表現上，新的群集都比原來的群集要好：在平均值方面從330.5增加到519.5，而在最佳值方面則由676進步至961(為本題真正的最佳解)。

六、模板理論

如果我們將注意力從字串本身轉移，或許會發現在所有表現較佳的字串中具有某種重要的相似情況，這可以有效的幫助指導搜尋的程序。

一種稱為“模板”(Schema)(Holland, 1968, 1975)是指具有相似的輪廓，用以描述在某些固定的字串位置上有相似的特性。若以字元{0, 1}表示一般的二進位，則模板就以字元{0, 1, *}來表示，其中增加了*符號，代表這個位置的字元可能是0也可能是1，如果我們把模板看成一種圖形比對(Pattern matching)的工作：一個模板可與一特殊的字串相配的條件為每一個位置在模板上是1的與字串上是1的一樣，0的位置也要一樣，但*的位置在字串上可為0或1。舉例來說，設定字串與模板的長度為5，一模板*0000可符合兩個字串{10000, 00000}，而模板*111*描述了4個成員：{01110, 01111, 11110, 11111}，再舉一例，模板0*1**，就可與8種不同的字串相配。

以表2及表3為例，目標值較高的字串具共同的相似型11***，也就是表現良好的模板。在演算數代以後，所存活的字串應大多具備這種特殊的模板，也就是代表逐漸收斂至最佳點的附近。

經過複製、交換和突變後能保持下來的模板，表示不易被破壞，意即經許多代的繁衍之後，將有愈來愈多的字串含有這種好的模板，也可能接近最佳解，一般而言，具高的目標值以及長度較短的模板較為優秀(Goldberg, 1991)，此理論為我們日後更進一步研究的重點。

七、實用實例

1. 多峰函數之最佳值

為明瞭GAs在進行函數最佳化過程中的實際狀況，本研究以一連續的多峰函數為展示例題(如圖8)。

目的：使目標函數值Y為最大

目標函數 $Y = 0.5 + 0.5 \times \sin(20x) \cos(2x)$

式中 $0 < x < 1$

將上述函數放入黑盒中，假設完全不知其型態，而只能藉著嘗試輸入不同的x值，經過黑盒內部未知操作後，得到所對應的輸出Y值，由此推估此函數的最佳值。

我們先以微分法找出一次導數等於零的方程式為：
 $dy/dx = 10 \times \cos(20x) \cos(2x) - \sin(20x) \sin(2x) = 0$

在用牛頓法 (Newton's Method) 得上式的近似解為：

當 $X = 0.07777$ 時， $Y = 0.9939$

以此驗證GAs所得之結果。

現在開始GAs的搜尋工作，其步驟如下：

(0) 設定：群集 (Population) 的個數n ($= 100$)

字串 (String) 中的位元 (Bit) 個數L ($= 32$)

繁衍 (Generation) 的代數m ($= 50$)

(1) 從搜尋空間中均勻的選取n個初始點 (每一點即為一個字串)，其內部的二位元則由數字1或0隨機組成。

(2) 將每一字串由二進位轉換成十進位表示的x值，本例之x值範圍從0至1，此種小數的轉換式為：

$$\text{十進位 } d = p(g) = \sum_{i=1}^L g_i * 2^{-(i-1)}$$

例如長度為5的字串01101代表實數0.40625

$$\text{因為 } 0*2^{(-1)} + 1*2^{(-2)} + 1*2^{(-3)} + 0*2^{(-4)} + 1*2^{(-5)} \\ = 0.40625$$

(3) 由黑盒中的函數計算出每一x相對應的Y (目標值)。

(4) 按照Y值的高低比例，給予每一個點一個機率值，使Y值較佳的點有較高的機率值。

(5) 複製：根據各點的機率，隨機抽兩個字串 (點) 加以配對，成為親代。

(6) 交換：在成對的字串中隨機選一個位元位置，將部分的位元數字互換再重組，產生兩個子代點。

(7) 突變：偶爾改變新的點中某些位元數字，本例設定突變率為0.01，即每100個位元可能發生1次突變，使1變為0或相反。

(8) 重複步驟(5)-(7)n/2次 ($100/2 = 50$)，使n個新的子代點完成。

(9) 重複步驟(2)-(8)m次，直到符合滿意的標準，本例為50代。

分析：

一個長度為32 (含32個二位元) 的字串，所能表示的數字共計2的32次方 (4294967295) 種，如此龐大的搜尋空間，以一般個人電腦無法用列舉方法一一評估每一個點。

至於如何定字串的長度則應考慮問題的實際需要，比如精確度 (本例取小數點以下10位數字)，或者能適當的表現參數的範圍 (本例X : 0-1)。

結果：

經過GAs繁衍50代後，最佳目標值 (Y值) 已穩定不再改變，將程式分別執行10次，每次均取50代的結果列於表4並繪於圖9，可見當繁衍代數增多時，無論在最佳Y值或平均Y值 (10次，每次100點，計1000點的平均值) 都逐漸增高，而在第50代，其最佳Y值0.9939054812即為本例的整體最佳解，在整個演算過程中每次只繁衍了50代，總共計算了 $50 \times 100 = 5000$ 個點而已，當然比列舉方法必須計算2的32次方個點效率高很多，此一驗證的結果顯示GAs的效率及強健性皆十分的理想。

表4 例題的演算結果

繁衍代數	最佳X值	最佳Y值	平均Y值
10	0.0769725177	0.9938442056	0.9225891941
20	0.0779057136	0.9939032477	0.9606715158
30	0.0777232004	0.9939053778	0.9739440336
40	0.0777460069	0.9939054752	0.9588110049
50	0.0777497026	0.9939054812	0.9868351054

2. 水庫防洪操作規則參數的優選

回顧“專家系統及其在水資源經營之應用” (張斐章，陳莉，1992) 的應用實例：以模糊推理方式建立水庫防洪操作之專家系統，其主要內容如下：

假設一水庫容量為10 (百萬立方公尺)，設計最大洪水量為2800 (每秒立方公尺)，防洪措施的目的在於將洪峰流量降低與使蓄水量的變化不要太過劇烈。

本研究乃繼續鑽研如何制定專家系統知識庫的規則，使其中的一些參數達到最優化，即搜尋出使目標函數值為最佳時的一組參數解。

首先制定四條防洪操作規則，各包括未知的參數a, b, c及d：

(1) If 入流量 (It) 大and蓄水量 (St) 大, then 放

$$\text{水量 } R_{It} = a \times (I_t)$$

(2) If 入流量 (It) 小 and 蓄水量 (St) 大, then 放水量 $R_{2t} = b \times (I_t)$

(3) If 入流量 (It) 大 and 蓄水量 (St) 小, then 放水量 $R_{3t} = c \times (I_t)$

(4) If 入流量 (It) 小 and 蓄水量 (St) 小, then 放水量 $R_{4t} = d \times (I_t)$

茲將洪水入流量與水庫蓄水量分別與“大”，“小”的相關程度以線性的模糊集合從屬函數表示如圖10。

專家系統推理機的模糊推理程序只需將當時觀測的洪水入流量與水庫蓄水量的數值經由從屬函數獲知分別與“大”或“小”的從屬度，再與四條操作規則的If條件敘述部分一一的比對，即可得到4個不同的權重係數 W_i ($i=1, 2, 3, 4$)，方法為：

Match Rule $i = \min(U_{Si}, U_{Ui}) = W_i$ ($i=1, 2, 3, 4$)

式中 U_{Si} 代表蓄水量與“大”或“小”的從屬度

U_{Ui} 代表入水量與“大”或“小”的從屬度最後經不同權重的加權組成一真正水庫放水量 R_t ：

$$R_t = \frac{\sum (W_i * R_{it})}{\sum (W_i)}$$

以上推得水庫在 t 時的放水量 R_t ， $t+1$ 時的水庫蓄水量由平衡方程式得 $S_{t+1} = S_t + (I_t - R_t) * 3600$

其中 t 的單位為小時。

設定水庫防洪操作的目標函數包含兩大項目：第一項為使洪峰消減量達最多，定為 $\max(I_p - R_p)$ ，第二項要使初始蓄水量儘量接近最終蓄水量，定為 $\min|S_0 - S_n|$ 。在一般真實水庫大部分均有類似的考慮。合併上述兩項目使不同的單位正規化成為下式：

$$\max 3600 (I_p - R_p) - |S_0 - S_n|$$

式中 I_p 為洪峰入流量

R_p 為放水量的尖峰

S_0 為初始蓄水量

S_n 為最終蓄水量

在限制條件方面，所考慮的水庫容量限制式為每一時期的蓄水量皆不得超過水庫總容量亦不能低於空庫，即： $0 < S_t < 10$ (百萬立方公尺)。

訓練：本研究在優選參數時使用的訓練資料是以兩場大小不等的入流洪水量（如圖11所示），配

合三個不同的初始蓄水情況 ($S_0 = 3, 5$ 及 7 百萬立方公尺)，總共形成六種組合，在訓練的過程中使其目標函數的總和為最大。

選定參數 a, b, c, d 的範圍均在 0 至 1.5 之間，因放水量若超過 1.5 倍的入流量則可能使蓄水量急劇的變動。第一步驟的編碼是依序將 a, b, c, d 四參數放入字串，其中每一參數佔有 4 個二位元的位置，故字串總長度為 $4 \times 4 = 16$ ，將來解碼轉換成十進位的方法如前面所述，只需再除以 10 即可，例如字串 1001010001101110 代表： $10 \times a = 1001 = 9, a = 0.9 ; 10 \times b = 0100 = 4, b = 0.4 ; 10 \times c = 0110 = 6, c = 0.6 ; 10 \times d = 1110 = 14, d = 1.4$ 。

在正式以 GAs 執行優選之前，為明瞭真正的最佳參數值，故先用列舉的全搜尋方式，尋找長度為 16 的字串，共 2 的 16 次方 (65,536) 個搜尋點之中的最佳解，此項工作費時費力，純粹為與 GAs 驗證比較，若使字串長度增加，則全搜尋的工作量將呈指數倍的劇增，至某一長度時即無法在有效的時間內獲得答案，而 GAs 可避免此種困擾，此部分將在後面做更詳細的探討。上述全搜尋方法所得的最大目標函數值為 1,940,624 (六種訓練情況的總和)，其分別的結果列於表 5，相對應的最佳字串為 011111101101010，代表參數 $a = 0.7, b = 1.5, c = 0.6$ 而 $d = 1.0$ 。

現在開始 GAs，選定群集個數為 100，字串長度為 16，經過複製、基因互換以及突變的程序，至第 25 代以後最佳的目標函數值即保持不變，茲將其演算結果列於表 6 與 圖 12，顯示最佳目標值隨著繁衍代數而愈來愈高，在第 25 代的最佳目標值 1,940,624 與列舉式全搜尋法所得的結果一樣，相對應的四個最佳參數值各為 0.7, 1.5, 0.6 和 1.0。分析：

列舉法需計算 2 的 16 次方 (65,536) 個點的目標值，以找出其中最好的點，而 GAs 只需 $25 \times 10^0 = 2500$ 個點就得到整體最佳解，其比例為 $2500/65536$ 約等於 0.038，故在效率上大為增進。

測試：

最後將四個參數的最佳值代入四條操作規則，再用一場中型的洪水入流量來做測試，所採用的水庫初始蓄水量為 5 (百萬立方公尺)，經過模糊推理後結果使洪峰流量 2100 (每秒立方公尺) 降為 1780 (每秒立方公尺)，而水庫最終蓄水量為 4,564,135 (立方公尺)，整個操作結果如表 7 所示，

其目標函數值為 $3600 (2100-1780) - 15000000 \cdot 456$
 $4135 = 716135$ ，操作期間的入流與放水變化繪於圖13'，蓄水量的變化繪於圖14，顯然滿足消滅洪峰與平緩蓄水變化的防洪目的。

表5 訓練資料結果的六種放水尖峰，最終蓄水與目標值

兩場洪水 三個初始蓄水 初始蓄水量 $S_0=3000000$	第一場洪峰 $I_p=2800$ $R_p=1777$ $S_n=6533425$ $Obj=149375$	第二場洪峰 $I_p=1520$ $R_p=1366$ $S_n=3112552$ $Oobj=441848$
初始蓄水量 $S_0=5000000$	$R_p=1805$ $S_n=6972195$	$R_p=1406$ $Oobj=-932985$
初始蓄水量 $S_0=7000000$	$R_p=1834$ $S_n=7367816$ $Oobj=3109784$	$R_p=1425$ $S_n=4220797$ $Oobj=-2437203$

表6 GAs優選參數的結果

繁衍代數	最佳參數	最佳目標值
5	0.9, 1.5, 0.5, 0.8	1025991
10	0.9, 1.5, 1.4, 0.8	1203663
15	0.9, 1.5, 0.4, 0.9	1336451
20	0.9, 1.5, 0.4, 0.9	1336451
25	0.7, 1.5, 0.6, 1.0	1940624

表7 測試的水庫操作結果

時間 小時	蓄水量 立方公尺	入流量 每秒立方公尺	放水量 每秒立方公尺
0	5000000		
1	4844353	300	343
2	4693853	310	352
3	4546432	340	381
4	4404060	380	420
5	4272021	450	487
6	4161753	540	571
7	4098996	680	697
8	4165316	950	932
9	4621779	1600	1473
10	5774842	2100	1780
11	5918981	1350	1310
12	5822488	1000	1027
13	5627399	700	754
14	5427399	500	558
15	5420003	450	504
16	5225691	420	470
17	5043920	400	447
18	4713495	380	424
19	4564135	350	391

單峰的函數

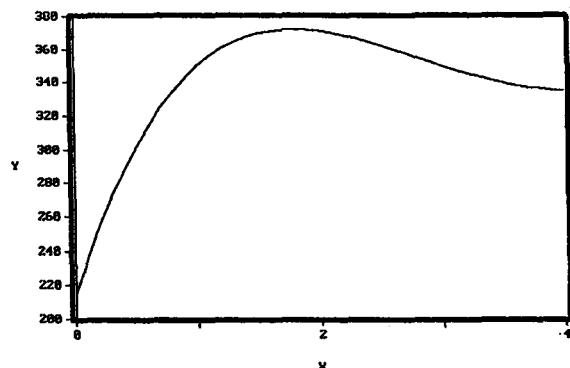


圖2 一維的單峰函數

雙峰的函數

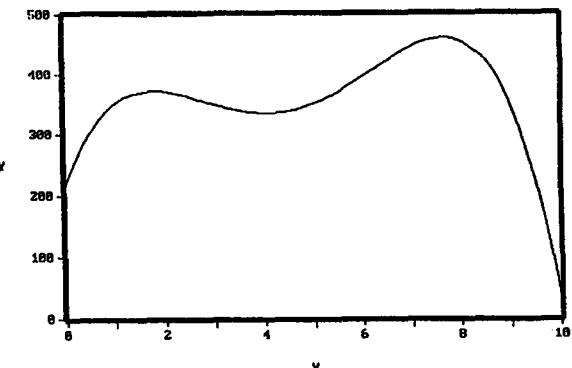


圖3 一維的雙峰函數

擾動與不連續函數

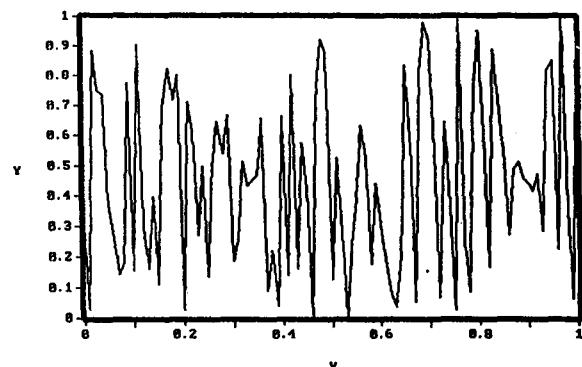


圖4 一維的擾動與不連續函數

表2與表3的輪盤圖

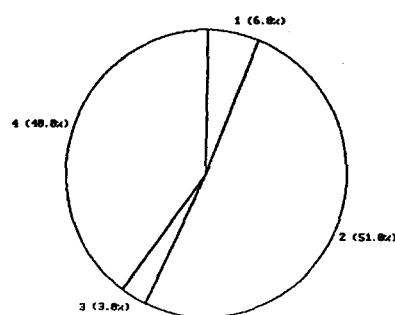


圖7 複製子代字串所使用的輪盤

函數 $Y = X^2$

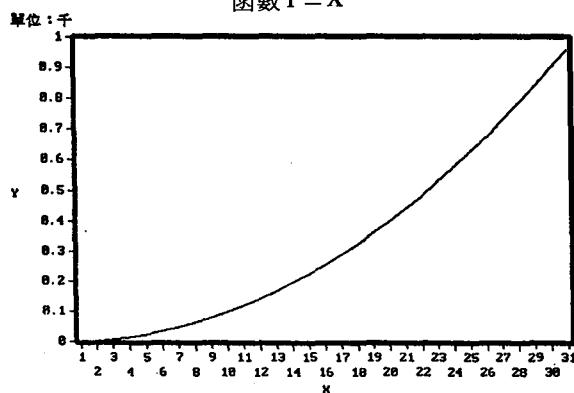


圖5 函數 $Y = f(x) = x^2$ ，變數 x 在整數範圍
[0, 31]

$Y = 0.5 + 0.5 \times \sin(20x) \times \cos(2x)$

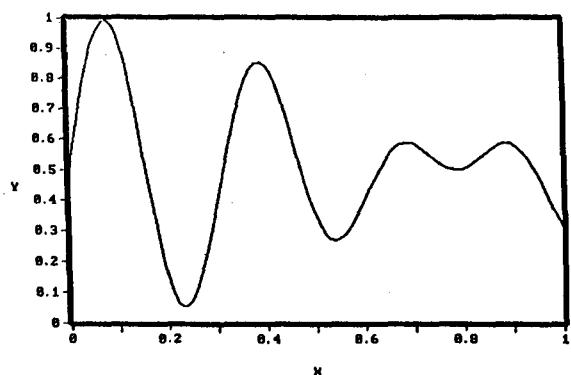


圖8 函數 $Y = F(x) = 0.5 + 0.5 \times \sin(20x) \times \cos(2x)$

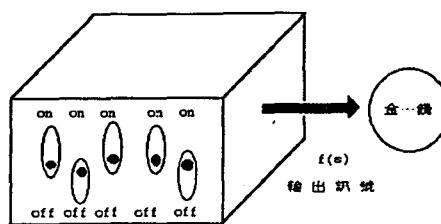


圖6 五個開關的黑盒最佳化問題

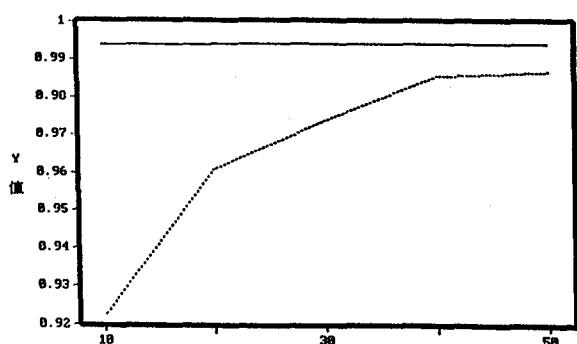


圖9 GAS解函數最佳化問題的繁衍代數與最佳值
或平均值之關係

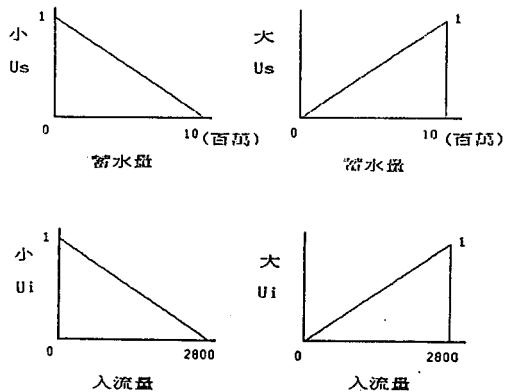


圖10 模糊集合從屬函數圖

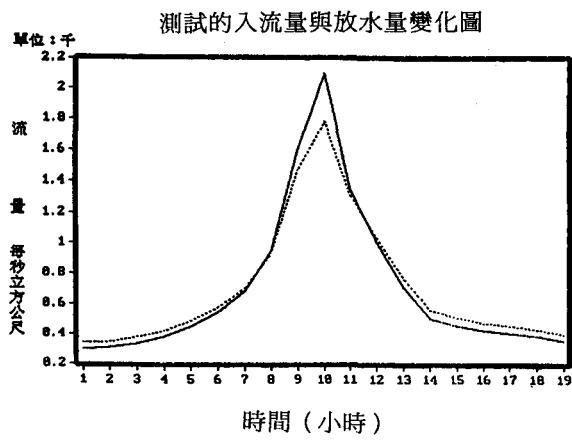
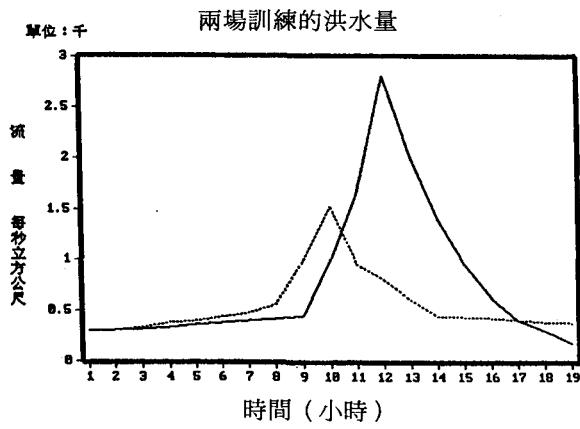


圖13 測試的入流量與放水量變化圖



—第一場入流量（大）……第二場入流量（小）

圖11 兩場訓練的洪水歷線

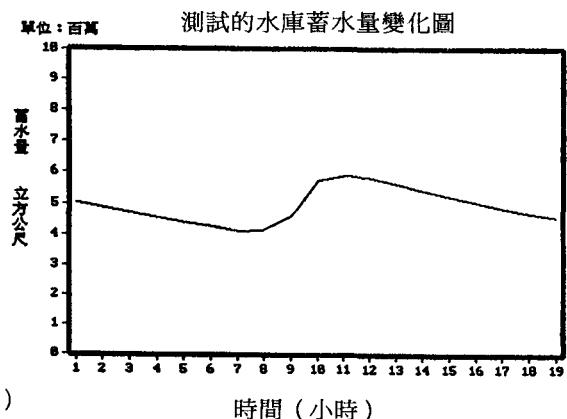


圖14 測試的水庫蓄水量變化圖

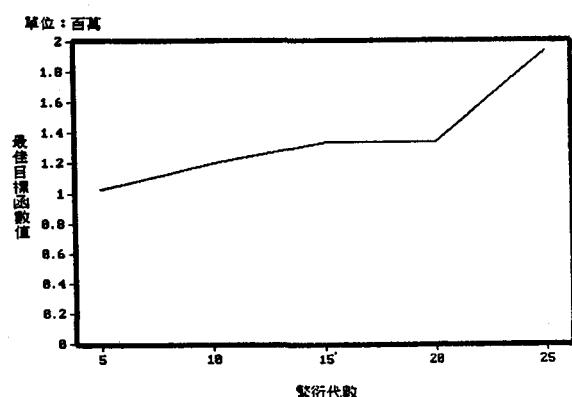


圖12 GAs優選參數的繁衍代數與最佳目標值之關係

八、討論與結論

1. 遺傳演算法(GAs)之所以優於其他傳統的最佳化方法，主要在於具備下列五項特質：
 - (1) GAs的工作是一組編碼(Coding)的參數集合(二進位表示法)，而非參數本身。
 - (2) GAs的搜尋是從一群集(Population)的許多點，而非一單獨的點。
 - (3) GAs直接使用目標函數來指導搜尋程序，而不用微分導數或其他的輔助知識。
 - (4) GAs採取機率的(Probabilistic)轉移規則，而不是定率的(Deterministic)規則。
 - (5) GAs應用了全部搜尋空間的整體資訊(Global information)。
2. 複製(Reproduction)除了按照目標函數值高低

的比例外，也可採用排序與內插的方法，以定出每一點的機率值。交換（Cross over）有許多不同的做法，本研究使用選擇一個交換位置，另外也可嘗試選定兩個或多個交換位置，使其間的字元互換重組。而突變（Mutation）亦可假設任一發生機率， $1/100$ 或 $1/1000$ 是一般較常見的。以上三個主要運算的適當改進，將有助於GAs的收斂速度。

3. 模板（Schema）理論為GAs具隱含的平行演算的證據，可使優選的效率大幅提昇，若能充分掌握其中的奧秘，必能發揮更強大的功能，此為日後研究探討的新方向。
4. 應用實例中優選水庫防洪操作規則的參數，先以訓練資料使目標函數為最大化，經GAs 25代的繁衍即得整體最佳參數值，其執行時間約為列舉法的0.038倍，顯然效率卓著，再以此組最佳參數值，進行模擬測試資料，結果在洪峰消減與蓄水量平緩變化兩方面都達滿意的標準。

參考文獻

1. 張斐章，陳莉，專家系統及其在水資源經營之應用，台灣水利，第四十卷，第三期，34-44，1992。
2. Bellman, R., Adaptive Control Processes:A Guided Tour, Princeton, NJ:Princeton University Press, 1961.
3. Davidor, T., Genetic Algorithms and Robotics:A Heuristic Strategy for Optimization, World Scientific New Jersey, 1991.
4. Divis, L. (Ed.).Genetic Algorithms and Simulated Annealing, 216, Pitman London, 1987.
5. De Jong, K. A., An Analysis of the Behavior of a Class of Genetic Adaptive Systems, Ph. D. Dissertation, Univ. of Mich., Ann Arbor, 1975.
6. Goldberg, D.E., Genetic Algorithms in Search,

- Optimization, and Machine Learning, Addison-Wesley Publishing Company, INC., 1989.
7. Grefenstette, J. J. (ED.), Proceedings of an International Conference on Genetic Algorithms, Lawrence Erbaum Associates, Hillsdale, N.J., 1985.
8. Grefenstette, J.J.(Ed.), Genetic Algorithms and Their Applications, Proceedings of the Second International Conference on Genetic Algorithms, Lawrence Erbaum Associates, Hillsdale, N.J., 1987.
9. Holland, J. H., Hierarchical Descriptions of Universal Spaces and Adaptive Systems, Technical Report ORA Projects 01252 and 08226, Ann Arbor:Universityof Michigan, Department of Computer and Communication Sciences, 1968.
10. Holland, J. H., Adaptation in Natural and Artificial Systems, Ann Arbor:The University of Michigan Press, 1975.
11. Lawler, E.L., Combinatorial Optimization: Networks and Matroids, New York:Holt, Rinehart and Winston, 1976.
12. Patterson, D.W., Introduction to Artificial Intelligence and Expert Systems, PRENTICE-HALL. INC. 1990.
13. Simon, H.A., The Sciences of the Artificial, Cambridge, MA:MIT Press, 1969.
14. Syslo, M. M., Deo, N., & Kowalid, J. S., Discrete Optimization Algorithmswith Pascal Programs, Englewood Cliffs, NJ:Prentice-Hall, 1983.
15. Wang, Q. J., The Genetic Algorithm and Its Application to Calibrating Conceptual Rainfall-Runoff Models, Water Resour. Res. 27(9), 2467-2471, 1991.

收稿日期：民國82年5月11日
修正日期：民國82年5月31日
接受日期：民國82年6月21日