

流體通過圓柱其漩渦群形成區之數值分析

Numerical Simulation to the Formation Zone of Vortex Street around a Circular Cylinder

淡江大學水資源及環境工程研究所教授

中興工程顧問工程師

曾 振 遠

王 惠 茹

Cheng-Yuan Tseng

Whey-Ru Wang

摘 要

本研究主要目的為探討漩渦形成過程、分離點附近區域之速度與渦度剖面變化以及圓柱表面之壓力係數與渦度分佈。研究方法主要以數值模擬法分析之。

數值分析方法共分兩部份：第一部份依據控制方程式（動量方程式及連續方程式），以交錯格網並利用MAC（Marker and Cells）方法求解。第二部份則為符合圓柱幾何形狀周圍流場特性，轉換第一部份結果為圓柱座標系統並採用內差技術增加分析格點，期望更精確探討流場特性。

流場之流況採雷諾數區分。配合雷諾數在大於40小於500之間，史戴荷數隨著雷諾數遞增，故取最高點雷諾數500與接近中點約雷諾數140作為本研究模擬對象。

模擬流場之速度、壓力、渦度以及煙線圖結果發現，漩渦形成開始於流體分離後產生小尺度之二次漩渦，旋轉方向相同之二次漩渦會彼此結合成較大尺度之漩渦，並逐漸朝圓柱後方移動，直到形成第一個大型的史戴荷漩渦，則脫離圓柱後方進入尾流區中。此外，由所得分離點附近之速度與渦度剖面可知流體在該處因逆向流動導致邊界層自圓柱表面分離；且由渦度剖面圖中估算邊界層厚度值亦與1908年Blasius提出之邊界層厚度近似解接近。而圓柱表面壓力係數與渦度分佈隨週期性時間之變化，則說明了漩渦在形成過程中，對圓柱本身所造成之影響。

ABSTRACT

The target of this research is intended to simulate the process of the vortex street formation as flow past a circular cylinder. The velocity and vorticity profiles near the separation point as well as cylinder are calculated by the method of numerical simulation analysis.

The numerical simulation analysis consists two parts: The first part has solved the continuity and momentum equations by the MAC method using the staggered grids. The second part has transformed the Cartesian coordinate into the cylindrical coordinate by interpolation technique for the aim of satisfying the geometry and generating more grids for analysis.

In this research the flow conditions are chosen from Reynold's number (Re) 140 and 500, that because the Strouhal number is increasing in the

Reynold's number range from 40 to 500.

According to the results of the velocity field, pressure contour, vorticity contour and streaklines, the vortex can be found generating on the separation line. Thereafter two vortices in the same rotational direction will combine together as a larger scale vortex, in the meantime this vortex moves obliquely toward the rear of the circular cylinder. Finally two larger scale vortices will constitute the first one Strouhal vortex and then shed into the wake.

Two more important results are described here. One is that the velocity and vorticity profiles near the separation point have explained that the adverse flow causes the boundary layer separated from the surface of circular cylinder. And the estimated boundary layer thickness is closed to the Blasius's approximate solution. The other is that skin pressure coefficient, skin vorticity and separation point are varying periodically with time, which coincide with the period of the vortex street formation process.

All the results of this research are in agreement with theories as well as the experimental and numerical results.

一、前言

西元1912年Von Karman提出流體通過圓柱，後方尾流將形成卡門漩渦群（Karman Vortex Street）之理論，為往後幾十年之漩渦群研究揭開序幕，時至今日流力專家學者以各種不同之方法嘗試了解漩渦群有關之物理特性。但根據歷8年來之文獻與研究可知，人們對漩渦群的形成過程以及原因，仍有太多存疑，然漩渦群的存在卻是大自然中顯而易見的自然現象，或說飛機飛行中後方之漩渦群、河川通過橋墩造成漩渦、甚至是自然界中龍捲風、颱風等無一不與人類的生活環境息息相關。探討漩渦群形成區物理現象是本文之主要目的。

根據1950年Rashko之試驗結果，流體通過圓柱形障礙物，自雷諾數大於40起，障礙物後方漩渦開始週期性的脫離（shedding），其週期一般均以史戴荷數表之，其定義為 $S=fD/U$ ，其中 f 為漩渦脫離之頻率。1986年Wei和Smith提出漩渦形成主要為邊界層之二次漩渦（Secondary vortex）所造成的假說，而Tseng於1988年提出尾流中漩渦半徑與圓柱邊界層厚度之關係，且由實驗中觀察出漩渦形成係由四個自圓柱表面分離時之二次漩渦所結合而成，其物理現象已具初步之端倪。1991年Tseng及Chuang依據此種假設於分離點位置放置小型圓柱，而達成完全消除尾流漩渦群，證實推論之結果。因此本文主要以計算機模擬形成區之流場，藉以了解分離點附近速度與渦度剖面變化情形以及漩渦形成過程等現象。

本研究之目的：首先根據分離點附近流場特性找尋圓柱表面流體分離（separation）現象發生位置，再對該處附近區域之流況（速度、渦度、邊界層厚度）進行分析，同時，計算圓柱表面之渦度值與壓力隨時間之變化情形；並模擬從整個流場針對圓柱後方 $3.5D$ ，上下寬度為 π 值之區域開一視窗作細部探討，希望藉著其速度圖、壓力圖、渦度圖以及煙線圖，配合二次漩渦形成理論，模擬說明漩渦形成過程與特性。

本研究數值模擬計算分為兩大部份：第一部份採用1965年由Harlow及Welch提出之MAC（Marker and Cells）方法求解動量方程式與連續方程式。速度與壓力為因變數，配合交錯格網利用壓力修正法（pressure-correction method）由壓力差修正速度值。第二部份則是將第一部份計算所得之結果，先經座標系統轉換（coordinate system transformation）以及內差（interpolation）處理後，再繼續進一步分析繪圖。其中第一

部份模擬計算全部由IBM 3090之超大型電腦進行；第二部份繪圖系統採用中央大學大氣物理系PC FORTRAN繪圖程式集。

本研究所模擬之速度、壓力、渦度與煙線圖結果，與漩渦群形成理論相符合，合理地解釋了漩渦形成乃邊界層回捲產生之二次漩渦間互相結合所造成的結果。同時，經由分離點附近之速度、渦度剖面圖可了解該區域旋性流邊界層厚度之變化以及流體分離時發生逆向流動，造成速度與渦度為負值之現象。此外，圓柱表面壓力係數與渦度隨時間變化則說明了二次漩渦移動之趨勢[5]。

二、理論基礎

本研究對於均勻流自上游流入通過一圓柱，其漩渦群形成區之流場模擬，在分析過程中，乃依據下列基本假設：

- (1) 流體屬於不可壓縮黏滯性流體。
- (2) 黏滯係數為定值，滿足牛頓流體特性，其剪應力與流體變形率成正比。
- (3) 不考慮重力作用。
- (4) 計算區域為一個二維流場（X-Y平面），在Z方向取一單位長度。
- (5) 流場整體屬於非穩定流動。
- (6) 選擇上游均勻流之入流速度與圓柱直徑大小，作為流場特性參性雷諾數（ $Re = \frac{U_\infty D}{\nu}$ ）之計算引數，其中 ν 為運動黏滯係數：

1. 控制方程式建立

在符合前述基本假設之條件下，控制方程式以卡氏座標（Cartesian coordinate）系統表示之無因次向量式如下。

連續方程式：

$$\nabla \cdot (\underline{H}(\underline{S}) \underline{\vec{V}}) = 0 \quad (2-1)$$

動量方程式：

$$\frac{\partial \underline{\vec{V}}}{\partial t} + (\underline{\vec{V}} \cdot \nabla) \underline{\vec{V}} = -\nabla P + \frac{1}{Re} \nabla^2 \underline{\vec{V}} \quad (2-2)$$

其中，選擇特性長度D（圓柱直徑），特性速度 U_∞ （上游均勻流入流速度）以及特性時間 t_0

（特性速度流經特性長度時間， $t_0 = \frac{D}{U_\infty}$ ）以求得各無因次參數。

$$\underline{X} = \frac{X}{B} ; \underline{Y} = \frac{Y}{B} ; \underline{U} = \frac{U}{U_\infty} ; \underline{V} = \frac{V}{U_\infty} ; \underline{t} = \frac{t}{t_0} ; \underline{P} = \frac{P}{\rho U_\infty^2}$$

此外，由於整個計算區域中，同時涵蓋了流體與障礙物兩部份，為配合兩種截然不同的狀況，須對控制方程式作修正才可同時適用整個流場。因此，定義一函數 $H(\underline{X}, \underline{Y})$ （Heaviside Function）藉以修正(2-1)及(2-2)式。

$$H(\underline{S}) = H(\underline{X}, \underline{Y}) = \begin{cases} 1.0 ; & \text{若}(\underline{X}, \underline{Y})\text{此點位於流體內} \\ 0.0 ; & \text{若}(\underline{X}, \underline{Y})\text{此點位於障礙物內} \end{cases}$$

2. 邊界條件及初始條件

邊界條件：

①流場左側上游入口

均勻流以 U_∞ 之流速平行 X -軸（水平方向）流入，且不隨時間改變，

$$\underline{U} = 1 \quad (U = U_\infty) ; \quad \underline{V} = 0$$

②流場右側下游出口

下游出口之邊界條件視為連續流況，其速度梯度等於零。

$$\frac{\partial U}{\partial X} = 0 ; \quad \frac{\partial V}{\partial X} = 0$$

③流場上下兩側

此為滑動（free-slip）邊界，不受黏滯力影響，邊界之法線方向速度為零。

$$\frac{\partial U}{\partial Y} = 0 ; \quad \underline{V} = 0$$

④圓柱四周邊界

此為不可滑動（no-slip）邊界，其法線與切線方向之速度皆為零

$$\underline{U} = 0 ; \quad \underline{V} = 0$$

初始條件：

$t = 0$ 時，整個流場除了圓柱以外，為一個均勻流場。

$$\underline{U} = 1 ; \quad \underline{V} = 0$$

3. 分離點

當壓力沿著圓柱表面遞減時，邊界層仍維持薄薄一層，而當壓力沿表面增加時，邊界層也相對地漸次增厚，直到流體分離（separation）現象發生時，即產生速度逆流，為滿足流體連續條件，邊界層厚度便會驟然增加，並自物體表面分離，亦稱之為邊界層分離〔10〕。有關圓柱分離點附近流況如圖2-1〔13〕所示，為求說明方便，圖中邊界層厚度乃放大後之結果。以下並分別就速度、壓力與渦度以及邊界層厚度逐次說明分離點附近之流場特性。

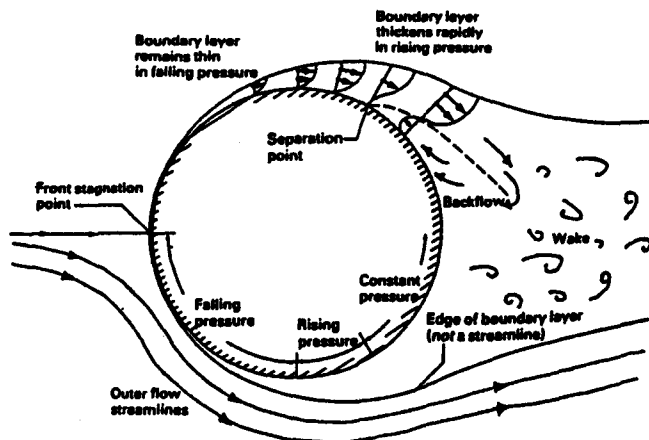


圖2-1 圓柱分離點附近流況示意圖

①速度

在分離點之前，接近圓柱表面之速度（切線速度）皆為正，意指皆沿著邊界指向下游方向；而在分離點之後，則出現負值之逆向切線速度；至於其間分離點位置上，切線速度趨近於零。詳圖2-2所示。

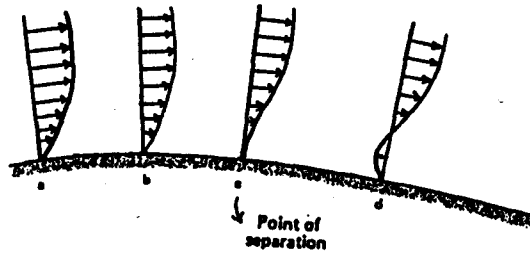


圖2-2 分離點附近速度剖面圖

②壓力

由Prandtl's邊界層動量方程式在穩流狀態下如(2-3)式：

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} + \nu \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \quad (2-3)$$

在 $Y = 0$ 時， $U = V = 0$ ，故

$$\left(\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right)_{Y=0} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial P}{\partial X} \quad (2-4)$$

上式可知，壓力梯度與速度之二次導數正負符號相同；其次，壓力梯度與速度剖面之關係，如圖2-3所示；在壓力沿流向遞增或遞減所對應之速度導函數關係，則以圖2-4表示〔8〕。由此可知，若壓力梯度為正，二次導數 $\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}$ 則必須改變符號，故可能產生流體分離現象，反之，若壓力梯度為負，則沒有反曲點出現，因此，亦不會產生流體分離〔13〕。

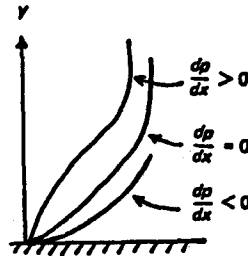


圖2-3 壓力梯度與速度剖面圖

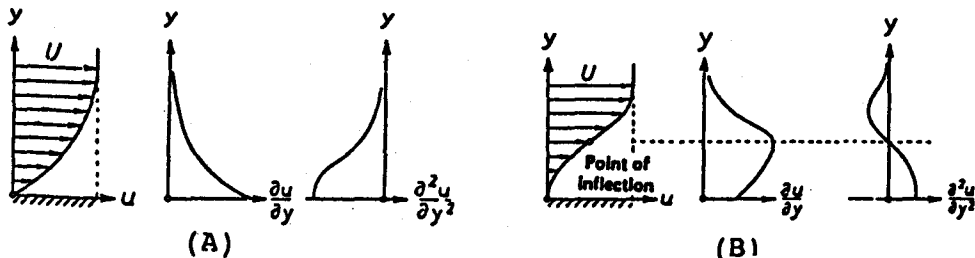


圖2-4

(A)壓力梯度為負之速度導函數圖 (B)壓力梯度為正之速度導函數圖

③ 渦度

渦度之產生主要乃因垂直於物體表面之速度梯度存在所致。在分離點上，其渦度值為零；分離前在物體表面渦度為正值；分離後由於逆向流動產生，故渦度值轉為負。同時，最大之渦度值發生於物體表面時，不會產生分離現象，反之若最大渦度值存在於邊界層間而不在物體表面時，則可能使表面之渦度值漸次遞減為零，而產生流體分離，如圖2-5〔7〕中所繪之等渦度線，代表圓柱表面分離點（c點）附近區域之渦度分佈情形，其所對應a、b、c、d剖面之渦度值，則表示如圖2-6〔7〕，由此可印證上述說明。

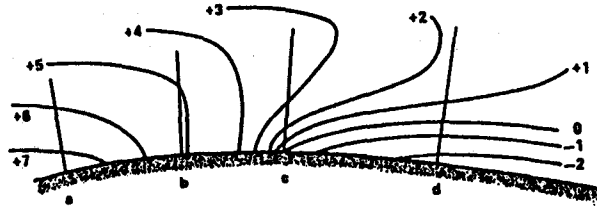


圖2-5 分離點附近渦度線分佈

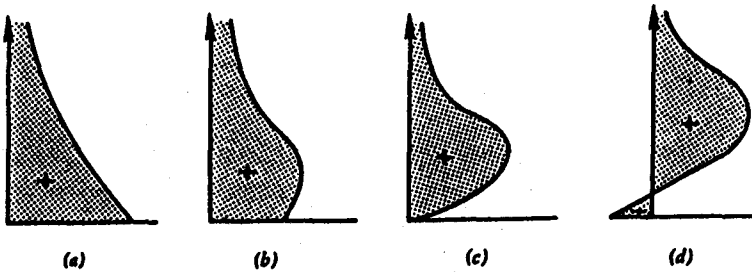


圖2-6 渦度剖面圖（剖面A、B、C、D）

④ Blasius之邊界層厚度

在二維穩定流中，平板之邊界層連續方程式與動量方程式在速度剖面沿流向保持不變，即 $\frac{dP}{dx} \equiv 0$ 之情況下，可簡化邊界層方程式如下：

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (2-5)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = \nu \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \quad (2-6)$$

其邊界條件為：

$$U(X, 0) = V(X, 0) = 0$$

$$U(X, \infty) = 0$$

以上偏微分方程式，於1908年首度由Blasius提出其化簡後之近似解方程式；1961年D. Meksyn則推算出一般層流邊界層之計算法，如此可得99%之邊界層厚度〔8〕。

$$\frac{\delta}{X} \doteq \frac{5.0}{\sqrt{Re_x}} \quad (2-7)$$

$$\text{若 } Re = \frac{U_\infty D}{\nu} \quad \text{則 } \frac{\delta}{D} \doteq \frac{5.0}{\sqrt{Re}} \quad (2-8)$$

配合本研究模擬 $Re = 140$ 以及 $Re = 500$ 之流況，估算分離點位置之邊界層厚度分別約為 $0.423D$ 以及 $0.224D$ 。

4. 漩渦形成理論[4]

(1) 預測黏滯性漩渦核心模式

Tseng [1] [6]於1988年提出有關預測黏滯性漩渦核心位置模式，而由此一預測模式可推測單一漩渦核心半徑和速度剖面，亦可推測第 n 個漩渦中無限多漩渦之速度場。

在漩渦形成區內，漩渦核心半徑 r_n 快速地增加，且隨時間而改變。若漩渦擺動的頻率定義為 f ，則週期 $T = 1/f$ 。第 n 個漩渦的存在時間 t ，可用序列 n 和週期 T 表示為 $t = nT$ 。Schaefer和Eskinazi [14]於1959年提出漩渦核心半徑關係式如下：

$$r_n^2 = 5 \nu t \quad (2-9)$$

亦即

$$r_n^{(n)} = \sqrt{5 \nu t} = \sqrt{5 \nu nT} \quad (2-10)$$

又 T 與 ν 可表示成爲：

$$\nu = \frac{U_\infty D}{Re} \quad (2-11)$$

$$T = \frac{D}{U_\infty S} \quad (2-12)$$

因此

$$\nu T = \frac{D^2}{Re S} \quad (2-13)$$

再將 (2-13) 式代入 (2-10) 式，則可得第 n 個漩渦之核心半徑關係式爲

$$r_n^{(n)} = \sqrt{\frac{5nD^2}{Re S}} \quad (2-14)$$

因此，若給予流場條件之雷諾數 Re ，史數荷數 S 以及圓柱直徑 D ，則可由 (2-14) 式預測第 n 個漩渦之核心半徑。而第一個漩渦核心半徑爲

$$r_n^{(1)} = \sqrt{\frac{5D^2}{Re S}} \quad (2-15)$$

因此第 n 個漩渦核心半徑與第一個漩渦核心半徑之比值爲

$$\frac{r_n^{(n)}}{r_n^{(1)}} = \sqrt{n} \quad (2-16)$$

②漩渦核心半徑與邊界層厚度之關係

由1908年Blasius提出平板邊界層厚度近似解為

$$\frac{\delta}{D} \doteq \frac{5.0}{\sqrt{Re}} \quad (2-17)$$

以及Tseng提出之預測漩渦模式中可求得第一個漩渦核心半徑為

$$\frac{r_n^{(1)}}{D} = \sqrt{\frac{5.0}{Re S}} \quad (2-18)$$

又史戴荷數於雷諾數 $400 \leq Re \leq 3 * 10^5$ 時，維持在0.2左右。故(2-18)式可改寫為

$$\frac{r_n^{(1)}}{D} = \frac{5.0}{\sqrt{Re}} \quad (2-19)$$

比較(2-17)與(2-19)式，可知在 $X=D$ 時， $\delta \doteq r_n^{(1)}$ ，結果顯示第一個史戴荷漩渦之核心半徑約等於分離點處之邊界層厚度。

③漩渦之形成

1986年Wei和Smith [17] 提出有關圓柱後方尾流區二次漩渦之假說，內容指出二次漩渦開始於邊界剪刀層自圓柱表面分離之分離點上，因自由剪刀層 (free-shear layer) 非穩定的結果，造成分離邊界剪力層的回捲 (roll-up)，而形成二次漩渦，又由1980年 [15] 和1985年 [16] Ta Phuoc Loc進行數值模擬並與實驗比較結果，可知大型的史戴荷漩渦係由二次漩渦組合而成，此外，由前述所求得第一個史戴荷漩渦核心半徑約等於分離點處之邊界層厚度，亦說明此一現象。

另外，1986年M. Braza, P. Chassaing和H. Ha Minh [12] 亦經由數值模擬結果說明了二次漩渦結合形成史戴荷漩渦之轉變過程，加上Tseng [1] [6] 於1988年由Albrook水工實驗室的實驗證實黏性尾流中之漩渦係由四個分離線 (separation line) 上形成之二次漩渦配對結合而成。

故可得一結論：大型史戴荷漩渦乃由小尺度之二次漩渦漸次結合而形成。

三、數值計算

本研究之數值計算方面，可分為兩部份：第一部份採用1965年由Harlow & Welch提出之MAC (Marker and Cells) 方法 [19] 求解連續方程式與動量方程式，其中速度與壓力為因變數，並計算煙線 (streakline) 質點之位置 [2] [3] [4]。第二部份則是在圓柱附近開一視窗 (Window)，對視窗由第一部份數值計算所得之結果，作座標系統轉換以及內差以進一步分析。其中第一部份之數值計算在計算時間約70秒左右達到準穩定 (quasi-steady) 狀態，故以此時刻當作模擬時間之起始零秒。而第二部份有關圓柱角度之標示，乃由圓柱下游 0° 起算，逆時針繞著圓周一圈 360° 又回到起點，故下半圓恰為 180° 至 360° 。

第一部份

1. 格網建立

本研採交錯格網，首先將整個流場劃分成不等間距疏密不同之非均勻網格，如圖3-1。其中速度U晶格與V晶格，以及壓力P晶格位置分別詳圖3-2所示。

2. 差分方程式

(1)動量差分方程式

X方向U晶格：

(a)時間項：採前時間差分法。

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{U_{i,j}^{n+1} - U_{i,j}^n}{\Delta t} \quad (3-1)$$

(b)對流項：採用1979 Leonard的Quick方法〔11〕。

$$\frac{U}{\partial X} = FUX^n = U_{i,j}^n \cdot \frac{URW - ULW}{DXM_i} \quad (3-2)$$

$$\frac{V}{\partial Y} = FUY^n = V_{mean}^n \cdot \frac{UTW - UBW}{DELY_j} \quad (3-3)$$

- 其中 $U_{i,j}$: U 晶格中心點之 X 方向速度
 URW : U 晶格右邊之 X 方向速度
 ULW : U 晶格左邊之 X 方向速度
 UTW : U 晶格上方之 X 方向速度
 UBW : U 晶格下方之 X 方向速度
 V_{mean} : U 晶格中心點之 Y 方向平均速度
 DXM_i : U 晶格 X 方向長度
 $DELY_j$: U 晶格 Y 方向長度

$$V_{mean} = (V_{i,j}^n + V_{i+1,j}^n + V_{i,j-1}^n + V_{i+1,j-1}^n) / 4$$

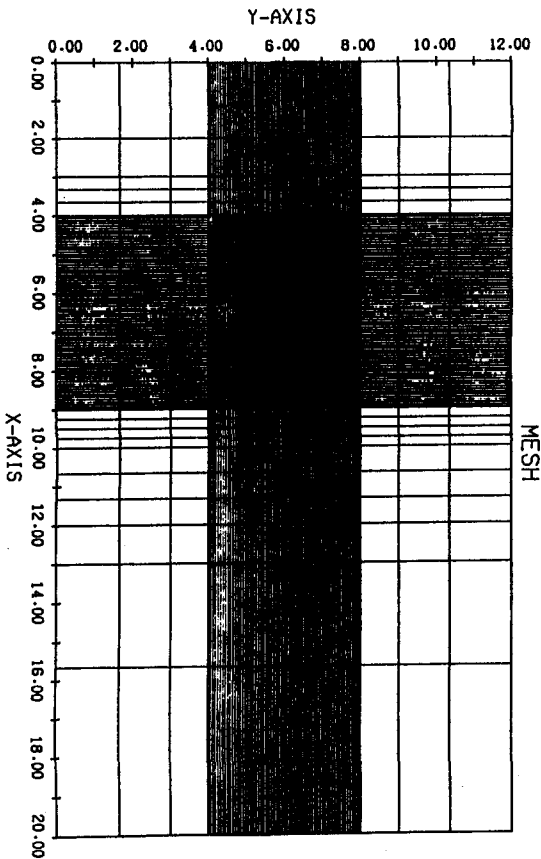


圖3-1 流場數值計算格網示意圖

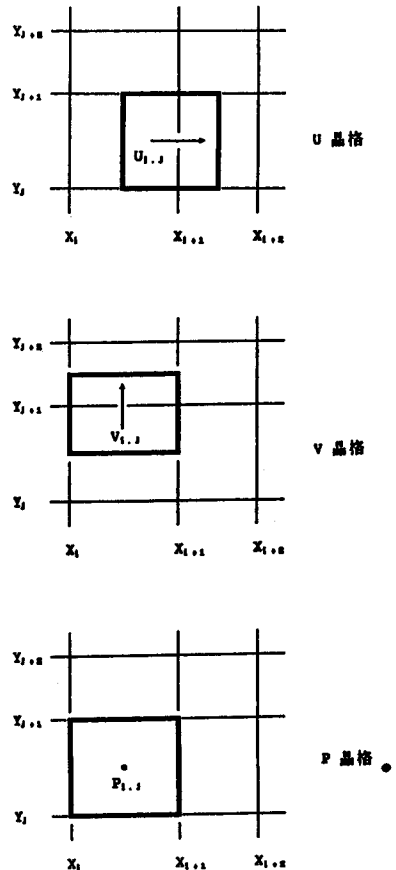


圖3-2 速度與壓力晶格示意圖

(c) 壓力項：採中央差分法。

$$\frac{\partial P}{\partial X} = DPX^n = \frac{P_{i+1,j}^n - P_{i,j}^n}{DXM_i} \quad (3-4)$$

(d) 黏滯項：採中央差分法。

$$\begin{aligned} \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) &= VISX^n \\ &= \frac{2}{Re} \left\{ \left[\frac{(\tau \cdot U_{i+1,j}^n + U_{i-1,j}^n)/(1+\tau) - U_{i,j}^n}{DELX_{i+j} \cdot DELX_i} \right] \right. \\ &\quad \left. + \left[\frac{(k \cdot U_{i,j+1}^n + U_{i,j-1}^n)/(1+k) - U_{i,j}^n}{DYM_j \cdot DYM_{j-1}} \right] \right\} \quad (3-5) \end{aligned}$$

$$\text{其中 } \tau = \frac{DELX_i}{DELX_{i+1}} ; k = \frac{DYM_{j-1}}{DYM_j}$$

可得U晶格之動量方程式如下式：

$$U_{i,j}^{n+1} = U_{i,j}^n + \Delta t (-DPX^n - FUX^n - FUY^n + VISX^n) \quad (3-6)$$

Y方向V晶格：

(a) 時間項：採前向時間差分法。

$$\frac{\partial V}{\partial t} = \frac{V_{i,j}^{n+1} - V_{i,j}^n}{\Delta t} \quad (3-7)$$

(b) 對流項：採用QUICK方法。

$$U \frac{\partial V}{\partial X} = FVX^n = U_{mean}^n \cdot \frac{VRW - VLW}{DELX_i} \quad (3-8)$$

$$V \frac{\partial V}{\partial Y} = FVY^n = V_{i,j}^n \cdot \frac{VTW - VBW}{DYM_j} \quad (3-9)$$

其中 $V_{i,j}$: V 晶格中心點之 Y 方向速度
 VRW : V 晶格右邊之 Y 方向速度
 VLW : V 晶格左邊之 Y 方向速度
 VTW : V 晶格上方之 Y 方向速度
 VBW : V 晶格下方之 Y 方向速度
 $U_{i,j}$: V 晶格中心點之 X 方向平均速度
 DELX : V 晶格 X 方向長度
 DYM_j : V 晶格 Y 方向長度

$$\bullet \quad U_{mean} = (U_{i,j}^n + U_{i,j+1}^n + U_{i-1,j+1}^n + U_{i-1,j}^n)/4$$

(c) 壓力項：採中央差分法。

$$\frac{\partial P}{\partial Y} = DPY^n = \frac{P_{i,j+1}^n - P_{i,j}^n}{DYM} \quad (3-10)$$

(d)黏滯項：採中央差分法。

$$\frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) = \text{VISY}^n$$

$$= \frac{2}{\text{Re}} \left\{ \left[\frac{(\tau \cdot V_{i+1,j}^n + V_{i-1,j}^n)/(1+\tau) - V_{i,j}^n}{\text{DELX}_{i+1} \cdot \text{DELX}_i} \right] \right.$$

$$\left. + \left[\frac{(k \cdot V_{i,j+1}^n + V_{i,j-1}^n)/(1+k) - V_{i,j}^n}{\text{DYM}_j \cdot \text{DYM}_{j-1}} \right] \right\} \quad (3-11)$$

其中 $\tau = \frac{\text{DELX}_i}{\text{DELX}_{i+1}}$; $k = \frac{\text{DYM}_{j-1}}{\text{DYM}_j}$

同理，可得V晶格之動量方程式(3-12)式

$$V_{i,j}^{n+1} = V_{i,j}^n + \Delta t (-DPY^n - FVX^n - FVY^n + \text{VISY}^n) \quad (3-12)$$

(2)連續差分方程式

$$\frac{1}{\text{AC}_{i,j}} \left\{ \frac{U_{i,j} \text{AR}_{i,j} - U_{i-1,j} \text{AR}_{i-1,j}}{\text{DELX}_i} + \frac{V_{i,j} \text{AT}_{i,j} - V_{i,j-1} \text{AT}_{i,j-1}}{\text{DELY}_j} \right\} = 0 \quad (3-13)$$

其中

$\text{AR}_{i,j}$: 控制晶格中能使流體通過之右方面積

$\text{AT}_{i,j}$: 控制晶格中能使流體通過之上方面積

$\text{AC}_{i,j}$: 控制晶格中流體所佔體積

有關 $\text{AR}_{i,j}$ 、 $\text{AT}_{i,j}$ 以及 $\text{AC}_{i,j}$ 在控制晶格 (P晶格) 中所對應之位置，詳如圖3-3所示。

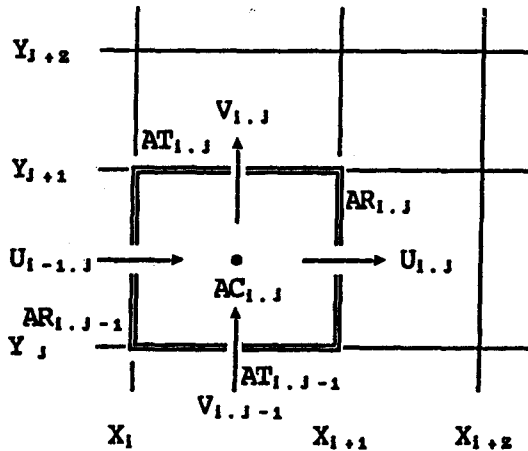


圖3-3 控制晶格中AT、AR、AC相關位置示意圖

3. 流場模擬範圍

本研究所模擬之流場範圍為一個20*12之長方形區域，X軸座標由(0,0)至(20,0)，Y軸座標由(0,0)至(12,0)，而圓柱之中心則置於座標(5,6)處，直徑為1。由於本研究探討之主題著重於漩渦群形成區部份，加上Tseng [1] [6] 於1988年曾指出圓柱後方漩渦群尾流上下擺動寬度約為 π 值，因此，由圓柱中心起算，X方向往左取1D，往右取3.5D；Y方向上下各取1.8D，闢一視窗(window)，如圖3-4所示，作為第二部份有關漩渦形成區之研究範圍。

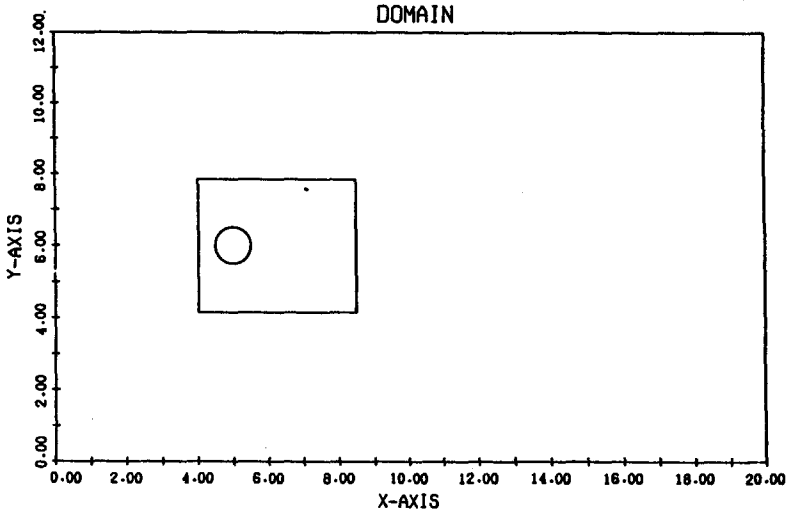


圖3-4 流場模擬範圍示意圖

4. 疊代法則及求解步驟

由動量差分式(3-6)式以及(3-12)式所得之新時間速度值，必須同時滿足連續差分式，才可算是此一時刻正確之速度值，否則，表示流場速度處於不平衡狀態，必須加以修正。本研究採用MAC方法，則是利用相鄰晶格間之壓力差作為修正依據。

首先，令連續差分式所得之值為D

$$D = \frac{1}{AC_{i,j}} \left\{ \frac{U_{i,j} AR_{i,j} - U_{i-1,j} AR_{i-1,j}}{DELX_i} + \frac{V_{i,j} AT_{i,j} - V_{i,j-1} AT_{i,j-1}}{DELY_j} \right\} \quad (3-14)$$

而(3-6)式及(3-12)式計算所得之速度值，則當作疊代之預測起始值

$$U_{i,j}^K = U_{i,j}^{n+1} = U_{i,j}^n + \Delta t \left\{ \frac{(P_{i,j}^n - P_{i+1,j}^n)}{DXM_i} - FUX^n - FUY^n + VISX^n \right\} \quad (3-15)$$

$$V_{i,j}^K = V_{i,j}^{n+1} = V_{i,j}^n + \Delta t \left\{ \frac{(P_{i,j}^n - P_{i,j+1}^n)}{DYM_j} - FVX^n - FVY^n + VISY^n \right\} \quad (3-16)$$

其中K代表疊代次數。若 $D(P^n) \neq 0$ ，利用Newton-Raphson Scheme修正其壓力差如下：

$$P^{K+1} = P^K - \frac{D(D^K)}{\frac{\partial D(P^K)}{\partial P^K}} \quad (3-17)$$

$$\Delta P = - \frac{D}{\left(\frac{\partial D}{\partial P} \right)} \quad (3-18)$$

因此， $K=1$ 之速度修正值為

$$\begin{aligned} U_{i,j}^{K=1} &= U_{i,j}^n + \Delta t \left[\frac{(P_{i,j}^n - P_{i+1,j}^n + \Delta P)}{DXM_i} - FUX^n - FUY^n + VISX^n \right] \\ &= U_{i,j}^{K=0} + \frac{\Delta t}{DXM_i} \Delta P \end{aligned} \quad (3-19)$$

$$V_{i,j}^{K=1} = V_{i,j}^{K=0} + \frac{\Delta t}{DYM_j} \Delta P \quad (3-20)$$

即

$$U_{i,j}^K = U_{i,j}^{K-1} + \frac{\Delta t}{DXM_i} \Delta P \quad (3-21)$$

$$V_{i,j}^K = V_{i,j}^{K-1} + \frac{\Delta t}{DYM_j} \Delta P \quad (3-22)$$

再重覆上述步驟，將新疊代出之速度值代入(3-14)式，直到 $D(P^K)$ 小於容許誤差($\epsilon < 0.005$)為止，所得之速度與壓力值，即同時滿足動量差分式與連續差分式。

至於第一部份數值計算之求解步驟如下：

- ①輸入流場之各種參數。
- ②由輸入之參數值將流場劃分成所需之格網。
- ③計算圓柱所佔有之晶格及其AR、AT與AC值。
- ④設定流場之邊界條件及初始條件。
- ⑤以動量差分式得到下一時刻之預測值。
- ⑥判斷預測值是否符合連續方程式，若未符合，則利用壓力差和速度相互修正，直到滿足連續方程式為止。
- ⑦每增加一時間間隔前，先判斷是否產生圖形資料檔。
- ⑧重覆(4)–(7)，直到所設定終止之時間。

第二部份

5. 速度場內差及座標系統轉換

第一部份數值計算由於配合FAVOR (Fraction Area/Volume obstacle Representation) 方法 [9]，解決障礙物形狀之邊界問題，採用直角座標系統，一方面可控制在漩渦群形成區之長方形區域內取較密之格點運算，不致浪費太多電腦儲存空間，另一方面可省去其他座標系統繁雜之公式推導與計算；但在探討圓柱表面附近流場沿切線與法線方向變化情形時，二維圓柱座標系統又為所需，因此，在實難兩全其美之狀況下，採取在原有之直角座標格網上，套上由圓柱往外擴增DR之同心圓族群，再分別內差求得同心圓上之速度值，

即可將原本直角座標 (X,Y) 之速度值 (U,V) 轉換為圓柱座標 (r,θ) 之法線與切線速度值 (Ur, Uθ)。同時，由於數值分析收斂條件之限制，在不增加太多電腦計算時間之情況下，格點間距有一定的下限，而上述之座標轉換方法，可調整同心圓間之距離與內差角度，得到較原有格點更細緻之格網，以利分析；惟內差之方法應特別注意。

首先，將視窗內之 (X,Y) 座標軸原點平移至圓柱中心，圓柱邊界方程式為 $X^2 + Y^2 = (0.5)^2$ ；向外取一個 $DR=0.06$ 之同心圓，可找到此圓與直角座標之 X 格線（即平行 Y 軸之垂直線）交點位置座標，同時利用立方雲線函數內差法 (cubic spline interpolation) 由已知 X 格線上各點之速度值，求得該點位置之速度值 U, V，並將其轉換成 Ur (法線方向速度) 與 Uθ (切線方向速度)，同理，重覆上述步驟，亦可求到此圓與 Y 格線交點之速度值 Ur 與 Uθ；再將由 X 格線與 Y 格線求得之所有點，依照角度次序排列 ($0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$)，即可得在此同心圓上分布不均之交點，其半徑(r)、角度(θ)、及法線方向速度(Ur)、切線方向速度(Uθ)，之後再依所需，利用線性內差法 (linear interpolation)，由 0° 至 360° 每隔一度內差其所在位置之 Ur 與 Uθ 值，屆此，可確知在此圓上所有點之速度值，依此類推再向外取一個 DR，進行第二個同心圓座標系統轉換及內差。當同心圓半徑逐漸擴大時，若落在視窗外的部份則不予計算。

至於內差之技巧方面，本研究發現，所使用之立方雲線函數內差法對分布不等間距之數據點，在兩點間利用三次多項式來求差值函數以計算內差值，有良好之結果，但在圓柱邊界附近，由於不滑動邊界條件 (no-slip condition) 效應導致沿法線方向速度梯度變化劇烈，加上原本圓柱附近區域流場速度多變且複雜，立方雲線函數內差法所求得之差值函數也因此產生振盪 (oscillation) 現象，並不適用，反而線性內差法有較佳之內差結果，因此，本研究在立方雲線函數內差法所得之內插值，落在其兩已知端點之函數值區域外時，配合線性內差法，以求得結果。

6. 分離點計算

在極接近圓柱表面之處 ($DR=0.001=0.1\%D$) 取一同心圓，依照上述之作法，計算出此圓上每隔 1° ($0^\circ \sim 360^\circ$) 位置之切線速度值 U_θ ，再分別對上半圓以及下半圓，由 180° 上游端點往 0° 下游端點，尋找第一個使 U_θ 為零之角度，即為分離點位置。

7. 渦度值計算

渦度值 (Vorticity) 定義如下：(無因次)

$$\omega = \frac{\partial V}{\partial X} - \frac{\partial U}{\partial Y} \quad (3-23)$$

首先，對速度 V 作泰勒展開式

$$V_{i+1,j} = V_{i,j} + DXM_i \left. \frac{\partial V}{\partial X} \right|_{i,j} + (DXM_i)^2 \frac{1}{2!} \left. \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} \right|_{i,j} + 0 (DXM_i)^3 \quad (3-24)$$

$$V_{i-1,j} = V_{i,j} - DXM_{i-1} \left. \frac{\partial V}{\partial X} \right|_{i,j} + (DXM_{i-1})^2 \frac{1}{2!} \left. \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} \right|_{i,j} + 0 (DXM_{i-1})^3 \quad (3-25)$$

移項變為

$$\frac{V_{i+1,j}}{(DXM_i)^2} = \frac{V_{i,j}}{(DXM_i)^2} + \frac{1}{DXM_i} \left. \frac{\partial V}{\partial X} \right|_{i,j} + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} \right|_{i,j} \quad (3-26)$$

$$\frac{V_{i-1,j}}{(DXM_{i-1})^2} = \frac{V_{i,j}}{(DXM_{i-1})^2} - \frac{1}{DXM_{i-1}} \left. \frac{\partial V}{\partial X} \right|_{i,j} + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} \right|_{i,j} \quad (3-27)$$

(3-26)式減去(3-27)式整理可得(3-28)式

$$\frac{\partial \underline{V}}{\partial \underline{X}} = \left\{ \frac{(DXM_{i-1})^2 V_{i+1 \cdot j} - (DXM_i)^2 V_{i-1 \cdot j}}{DYM_{i-1} + DYM_i} - (DXM_{i-1} - DXM_i) \cdot V_{i \cdot j} \right\} / (DXM_{i-1} \cdot DXM_i) \quad (3-28)$$

同理

$$\frac{\partial \underline{U}}{\partial \underline{Y}} = \left\{ \frac{(DYM_{j-1})^2 V_{i \cdot j+1} - (DYM_j)^2 V_{i \cdot j-1}}{DYM_{j-1} + DYM_j} - (DYM_{j-1} - DYM_j) \cdot V_{i \cdot j} \right\} / (DYM_{j-1} \cdot DYM_j) \quad (3-29)$$

因此，將(3-28)式減去(3-29)式即可求得渦度值。

8. 圓柱表面渦度值與壓力計算

圓柱表面渦度值計算，乃分別取DR各為0.0005；0.001；0.0015三個同心圓每隔1°求取其上之Ur與U_θ值，再利用中央差分法求取DR=0.001此圓上之渦度值。而渦度值在圓柱座標系統之運算式如下：

$$\begin{aligned} \underline{W} &= \nabla \times \vec{V} \text{ 在垂方向之分量} \\ &= \frac{V_\theta}{r} + \frac{\partial V_\theta}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} \end{aligned} \quad (3-30)$$

$$\frac{\partial V_\theta}{\partial r} \Big|_{r \cdot \theta} = \frac{V_\theta |_{r+1 \cdot \theta} - V_\theta |_{r-1 \cdot \theta}}{2DR} \quad (3-31)$$

同理

$$\frac{\partial V_r}{\partial \theta} \Big|_{r \cdot \theta} = \frac{V_r |_{r \cdot \theta+1} - V_r |_{r \cdot \theta-1}}{2D\theta} \quad (3-32)$$

由(3-31)式及(3-32)式所求得之 $\frac{\partial V_\theta}{\partial r}$ 與 $\frac{\partial V_r}{\partial \theta}$ 值，再代回(3-30)式，即可求得渦度值。

除了上述圓柱表面渦度值以外，並分別取DR間隔等於0.03之同心圓群，計算並繪製分離點附近區域由圓柱表面延伸至法線距離1.2(0.03*40)處之渦度值剖面圖。

圓柱座標壓力計算，亦與渦度值類似，惟其直接由直角座標系統之壓力值參照速度內差之方式，僅取DR=0.001之圓，即可求得圓柱表面之壓力值。

四、結果分析

配合雷諾數在大於40小於500之間，史戴荷數隨雷諾數遞增，故取最高點雷諾數Re=500以及接近中點約雷諾數Re=140對其進行模擬試驗，並分別列述分離點、速度、壓力、渦度以及煙線成果於後。此外，有關圓柱表面附近區域之流況探討皆針對圓柱下半圓(180°-360°)進行分析；同時，因篇幅有限，有關週期性流場變化，亦僅節取半個週期加以說明。

1. 分離點

圓柱表面分離點位置，即產生逆向速度之起點並非固定於某一角度上，而是隨著時間，在某一個區域內前後移動，此現象乃因圓柱後方漩渦在形成過程中，互相結合與移動時，會迫使上下流場不對稱，其間相互制衡之結果，除了產生漩渦呈週期性交替分離之外，並進而對上游分離點位置造成影響。本研究所得分離點角度變化如表4-1及圖4-1所示。

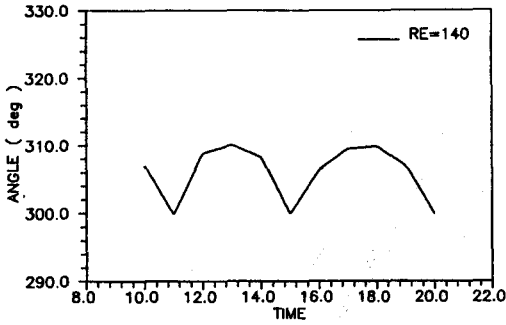


圖4-1 (A)分離點角度變化圖(RE=140)

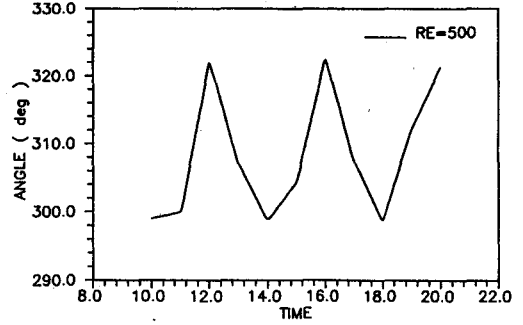


圖4-1 (B)分離點角度變化圖(RE=500)

表4-1 不同雷諾數分離點角度變化表

時 間	角 度 (DEG)	
	Re = 140	Re = 500
10.0	306.96	299.02
11.0	299.90	300.03
12.0	308.78	322.03
13.0	310.06	307.21
14.0	308.24	298.88
15.0	299.98	304.46
16.0	306.39	322.43
17.0	309.46	307.42
18.0	309.82	298.76
19.0	307.01	312.10
20.0	299.89	321.31

由上可知，當雷諾數為140時，其分離點變化區域約在298°至312°之間。而雷諾數為500時，分離點的變點區域更大，約在297°至324°之間。此變化趨勢與1986年M. Braza [12] 所得分離點位置結果接近。

2. 速度

(1) 速度場與速度剖面

將視窗內數值計算所得之速度場，繪製成圖4-2，以雷諾數 $Re=140$ 為例，圖中可清楚地看出 $T=10.0$ 時，上下各有一個大小尺度不等之滯留漩渦 (standing eddy) 附著於圓柱後方，當 $T=10.8$ 時，下方較大尺度之漩渦已完整結合成史戴荷漩渦並脫離 (Shedding) 至尾流區中，此時，上方原本較小尺度之漩渦正逐漸膨脹形

成較大尺度之漩渦，並往圓柱正後方移動。T=11.6時，當上方漩渦繼續形成並逐漸向外移出時，下方於是開始產生了小尺度之漩渦，T=12.4時，仍延續其形成過程，此時，圓柱上方之大型漩渦已完全形成，接著將會脫離圓柱進入尾流區中形成第一個大型史戴荷漩渦。而在圓柱下方，仍重覆上述形成過程。總而言之，當漩渦已完整地成爲一個大型史戴荷漩渦時，則不再滯留於圓柱後方，而以較快速移動進入尾流區中。且上述現象將不斷循環性地上下交替發生。

此外，雷諾數 $Re=500$ 時，由於速度較快，邊界層剪力亦相對增加，致使邊界層回捲效應較劇烈，因此可由速度圖上較清楚地看到小尺度二次漩渦存在之三角形區域，在圓柱表面被周遭速度較大之流體隔離開來。此結果與1986年M. Braza, P. Chassaing, H. Ha Minh [12] 數值計算所模擬之成果對照無誤。另外，不同雷諾數在其分離點附近之速度剖面如圖4-3所示，可知在分離點後方已產生逆向流動導致流體分離。

②分離週期

至於漩渦由形成進而脫離其週期為何？由圖4-2，所選取恰爲半個分離循環 (cycle) 之速度場變化可知，當雷諾數 $Re=140$ 時，T=10.0與T=12.4時，兩者之速度場情形幾乎上下對稱故研判漩渦分離週期(T)在雷諾數爲140時，約等於4.8秒。同理，雷諾數 $Re=500$ 時，週期約4.0秒。

因此，可獲得史戴荷數值在雷諾數 $Re=140$ 時約爲0.208；雷諾數 $Re=500$ 時，則約爲0.250。

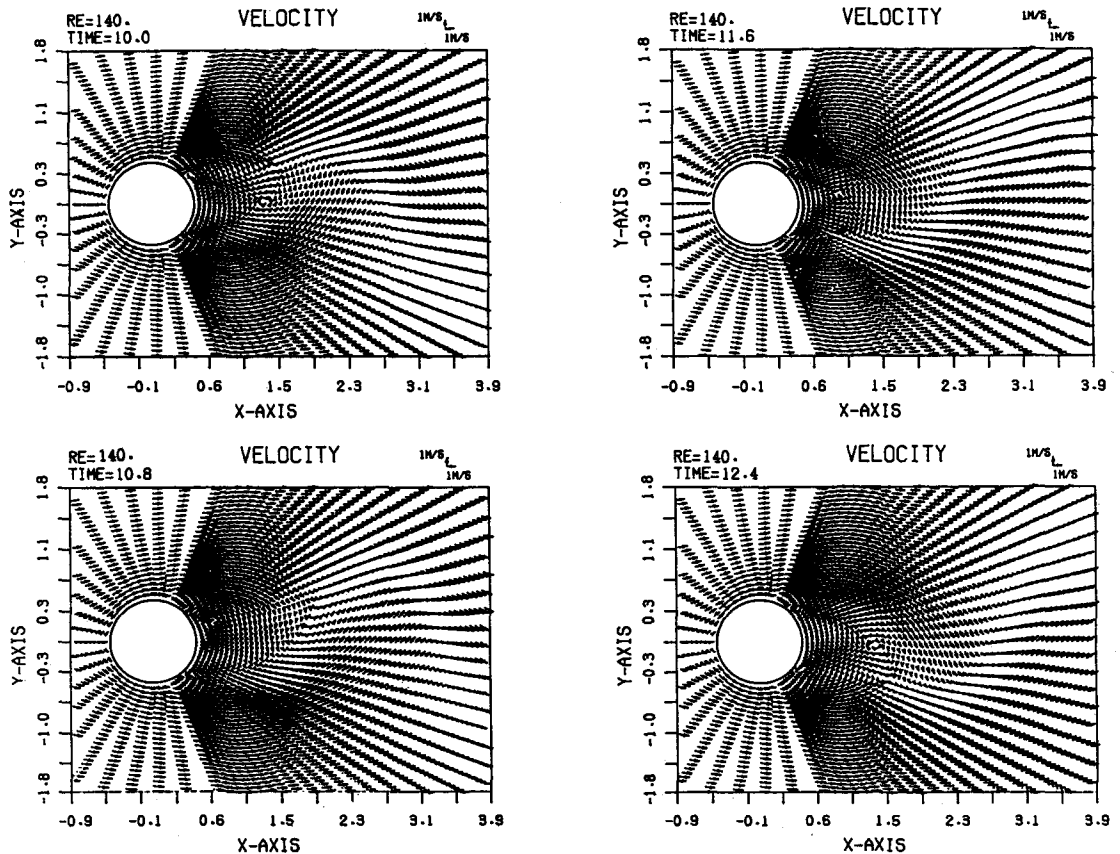


圖4-2 (A)速度圖($Re=140$)

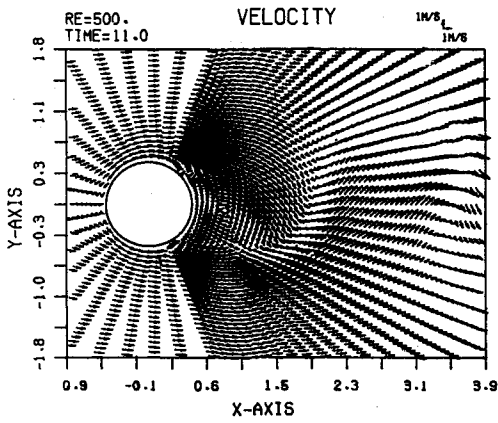
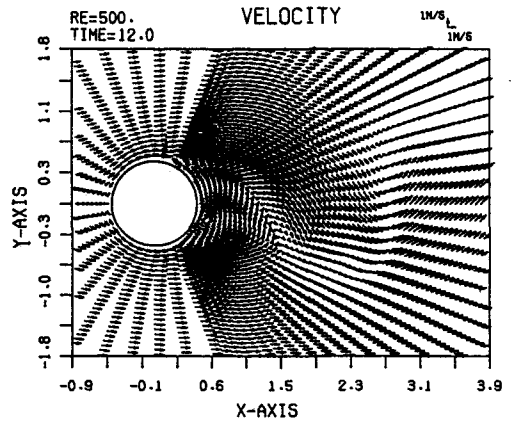
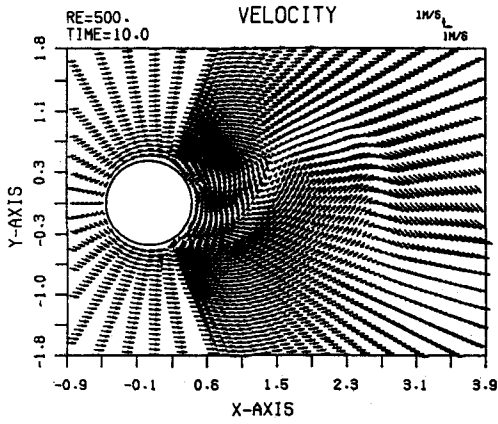


圖4-2 (B)速度圖(RE=500)

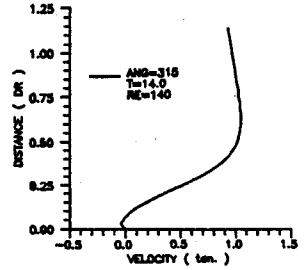
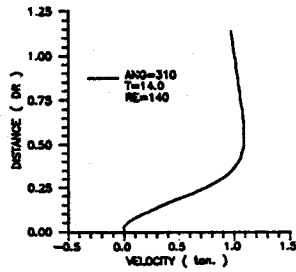
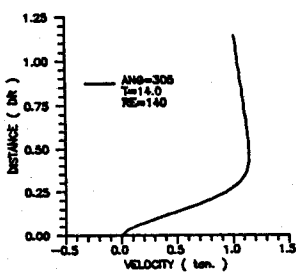


圖4-3 (A)分離點附近速度剖面圖(RE=140)

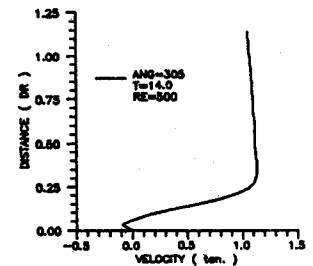
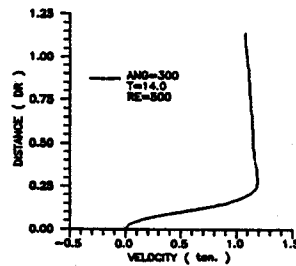
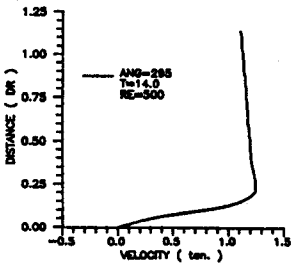


圖4-3 (B)分離點附近速度剖面圖(RE=500)

3. 壓力

(1) 等壓力線

有關視窗內數值計算所得之壓力結果，繪製等壓力線如圖4-4所示。圖中虛線代表負壓，實線代表正壓，圖上所見幾個獨立的壓力中心，即代表存在於流場中之較大漩渦，由於二次漩渦在形成區會有滯留現象，故可由前述速度場中觀察得知，一旦結合形成史戴荷漩渦後，分離時移動之速度較快，加上外圍均勻流流動之影響，僅能看到速度場中尾流擺動的現象，但經由壓力圖，則可以明顯了解圓柱後方漩渦所在位置。

圖中可看出在圓柱附近除了前端上游區壓力為正外，負壓區域延伸較廣，但受外圍均勻流正壓力之限制，負壓僅能侷限於某一範圍內。同時，在圓柱周圍負壓最大，沿著流向逐次銳減 (decay)。因此，愈接近尾流，負壓愈小，其範圍也愈狹窄。此外，雷諾數 $Re=140$ 時，配合速度圖可知， $T=10.0$ 時，下方漩渦已完整形成，在壓力圖上之壓力中心可得到印證，而 $T=10.8$ 時，上方小尺度之漩渦正逐漸形成中，因此，圓柱上方形成了一個稍小的壓力中心。然後，隨著時間增加，不斷地擴大並且外移終至分離，接著上下交替產生，此現象透過不同時間之壓力圖由其壓力線之合併與壓力中心位置轉變，可了解漩渦形成特性。此外，雷諾數 $Re=500$ 時，圓柱附近壓力場上下擺動之振幅數雷諾數 $Re=140$ 時為大，但尾流區負壓區域侷限在上下寬度較窄之範圍內。

(2) 圓柱表面壓力係數變化

壓力變化除了造成流體不同特性的流動外，更直接對障礙物 (圓柱) 本身施予大小不等方向互異之作用力，可能導致承受體本身結構破壞。因此，了解圓柱表面壓力變化情形乃一重要課題，分析上，首先定義壓力係數 (C_p) 如下：

$$C_p = \frac{P - P_\infty}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2} \quad (5-1)$$

其中： P_∞ ：均勻流壓力

ρ ：流體密度

$$\text{而 } C_{ps} = \frac{P_s - P_\infty}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2} \quad (5-2)$$

C_{ps} ：接近圓柱表面壓力係數 (Skin pressure coef.)

P_s ：接近圓柱表面壓力

其中接近圓柱表面者乃指在第二部份之數值計算中取距圓柱表面 $DR=0.001$ 之同心圓作座標轉換所得之結果。又無因次之壓力 \underline{P} 為

$$\underline{P} = \frac{P}{\rho U_\infty^2}$$

$$\text{故 } C_{ps} = 2 (\underline{P}_s - \underline{P}_\infty)$$

本研究針對圓柱下半圓計算所得結果如圖4-5所示。由圖中發現隨著時間變化，無論圓柱後方漩渦形成之狀況如何，相同雷諾數其最大負壓發生位置不變，此位置之前壓力梯度為負，不可能發生流體分離現象。之後壓力梯度轉變為正，而在分離點之後，壓力幾乎維持定值，(此與圖2-1表示之結果趨勢一致) 可知漩渦形成過程所造成不對稱壓力振盪對分離點後方圓柱表面壓力影響幅度不大。

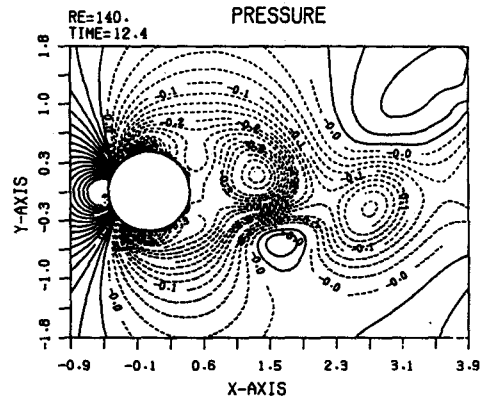
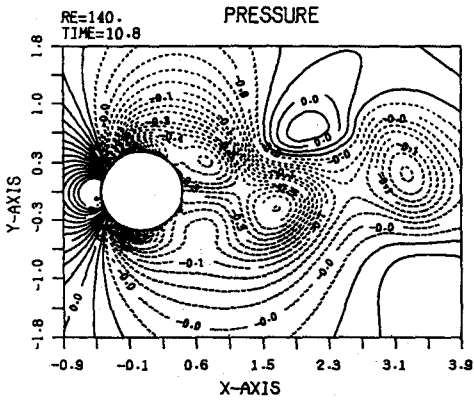
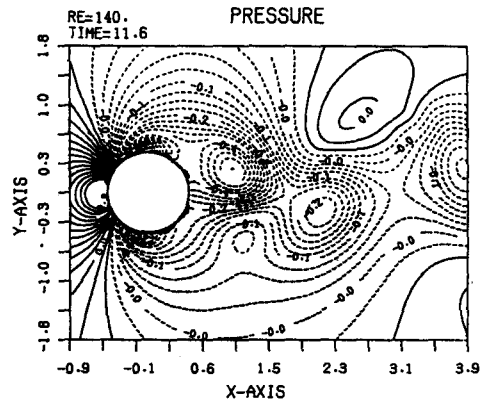
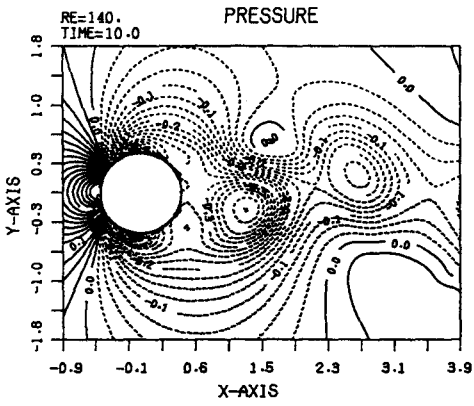


圖4-4 (A)等壓力線圖(RE=140)

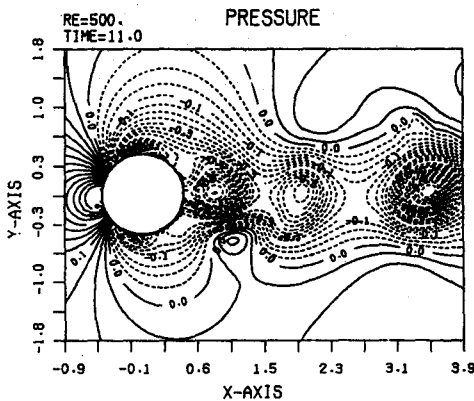
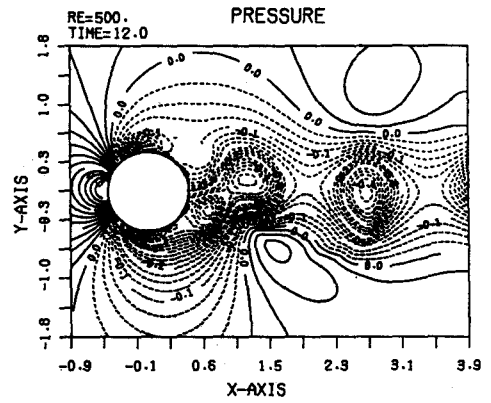
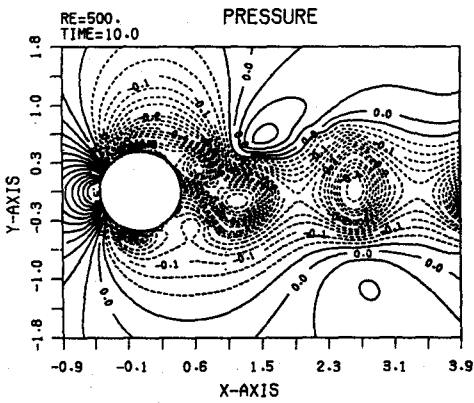


圖4-4 (B)等壓力線圖(RE=500)

4. 渦度

(1) 等渦度線

有關視窗內等渦度線，在半個分離週期內之變化情形，如圖4-6所示。首先，以雷諾數 $Re=140$ 為例，由 $T=10.0$ 開始，由等渦度線可看出下方漩渦已完整形成，為正向（逆時針為正）旋轉，上方負向旋轉之小漩渦將與緊貼於圓柱後方向為負向旋轉之渦度線結合成同向強度較大之漩渦。因此，其移動方向乃朝右下方接近兩者中間，同時，由於反向旋轉相排斥之故，會將下方完整之大漩渦向外推開，即 $T=10.8$ 之結果。同時，亦將一部份正向旋轉之渦度線壓擠到上方，當時間進行至下一時刻 $T=11.6$ 時，上方合併為一之漩渦開始往外逐漸移動，促使原本隔離緊貼於圓柱後方之正向渦度得以持續擴大， $T=12.4$ 時，則為正向渦度所包圍，此時，其將與下方形成之小漩渦結合為一強度較大之漩渦，將上方之大漩渦往外推擠，由於其結合路徑乃向內擠壓，因此又將一部份負向渦度擠在圓柱稍下方，如此重覆交互作用，即漩渦形成過程。

而雷諾數 $Re=500$ 之等渦度圖中，由於其渦度較雷諾數 $Re=140$ 時大，可由 $T=10.0$ ，以及 $T=12.0$ 之圖中明顯觀察到二次漩渦結合後存在於圓柱後方之渦度中心。此與1980 [15] 以及1985 [16] Ta Phuoc Loc以數值模擬圓柱後方二次漩渦形成流況之結果相吻合，惟其所選擇之雷諾數 $Re=3000$ 較大，二次漩渦形成之型態更明顯易於判別。

(2) 圓柱表面渦度變化及渦度剖面

圓柱表面渦度變化情形如圖4-7所示。可知在分離點之前，圓柱表面渦度變化趨勢一致，由上游端180度開始逐漸增右後，約在230度左右達到高峯值，此渦度最大值隨雷諾數增加而變大，隨後渦度值遞減，在分離點附近渦度值為零，而分離點之後測視二次漩渦在圓柱後方之形成狀況渦度值正負變化情形。此結果與1975年V.A. Patel [18] 以及1980年、1985年Ta Phuoc [15] [16] 與1986年M. Braza [12] 所模擬之圓柱表面渦度值變化趨勢一致，此外，雷諾數 $Re=140$ 以及 $Re=500$ 在分離點附近渦度值剖面如圖4-8所示。此結果與圖2-6渦度剖面十分接近，在分離點之前，表面渦度值為正，分離點之後，由於流體逆流，會改變旋轉方向，使渦度變為負值，同時，由於不滑動邊界所造成邊界層內為漩性流，存在渦度值，而在邊界層之外，則形同勢能流，因此由圖中概估分離點位置之邊界層厚度在雷諾數 $Re=140$ 以及 $Re=500$ 分別約為 $0.5D$ 與 $0.3D$ ，與理論所估算之邊界層厚度 $0.423D$ 與 $0.224D$ 值相近。

5. 煙線

對照煙線模擬成果，可實際觀察到流場中質點移動的煙線變化情形，詳圖4-9所示。雷諾數 $Re=140$ ，在 $T=10.0$ 時，圓柱下方已形成一個漩渦，上方先前形成之漩渦已移出至尾流區中； $T=10.8$ 時，下方漩渦逐漸外移，而上方漩渦漸趨完整； $T=12.4$ 時，上方漩渦正外移中，而下方漩渦已稍微形成，如此為半個分離循環。經由煙線圖可更加清楚地觀察到圓柱後方漩渦之形成過程。

比較兩個不同雷諾數情況發現，雷諾數較大者，其漩渦形成區距離較短，雷諾數 $Re=500$ 形成區距離在圓柱後方僅約 $2.5D$ 左右；而雷諾數 $Re=140$ 者則為 $3.0D$ 。

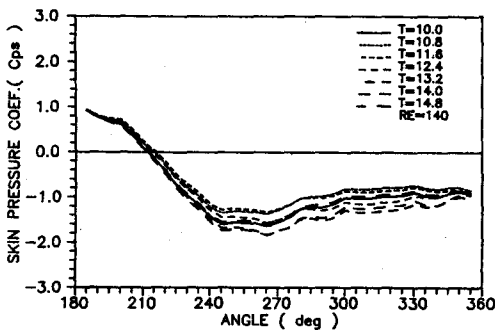


圖4-5 (A) 圓柱表面壓力係數變化圖($Re=140$)

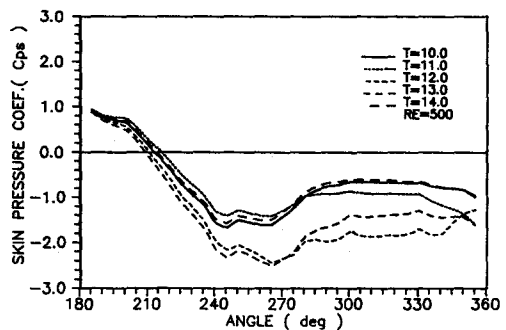


圖4-5 (B) 圓柱表面壓力係數變化圖($Re=500$)

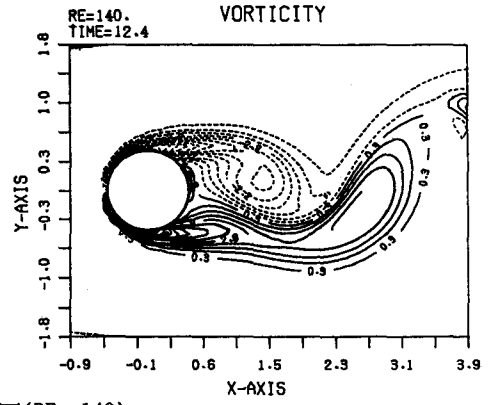
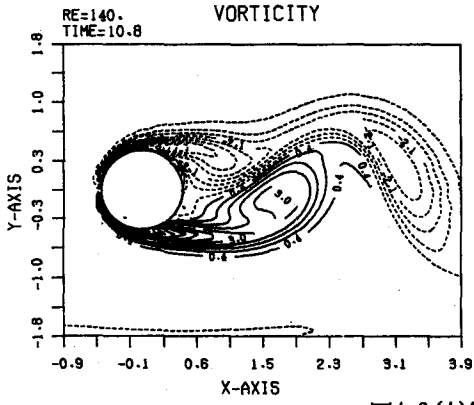
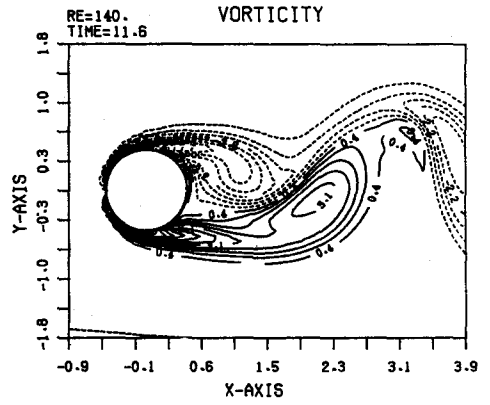
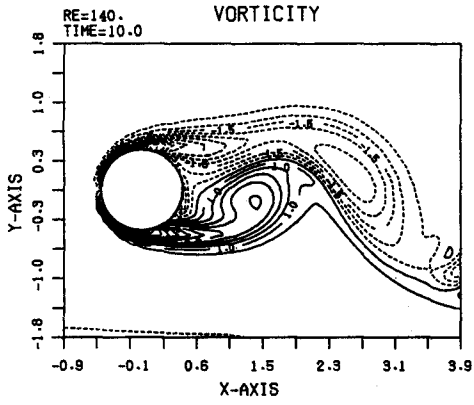


圖4-6 (A) 等渦度線圖 (RE=140)

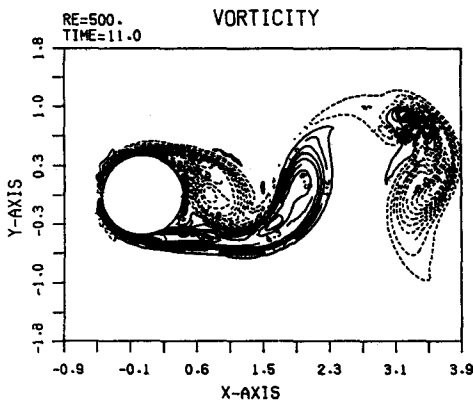
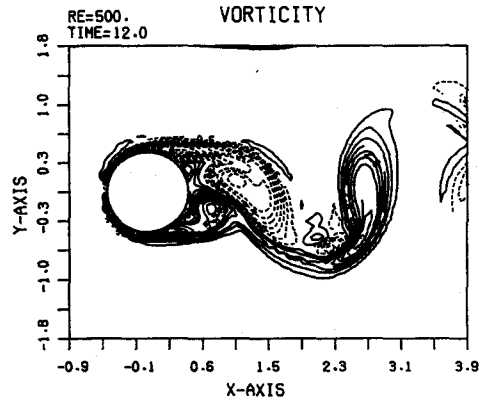
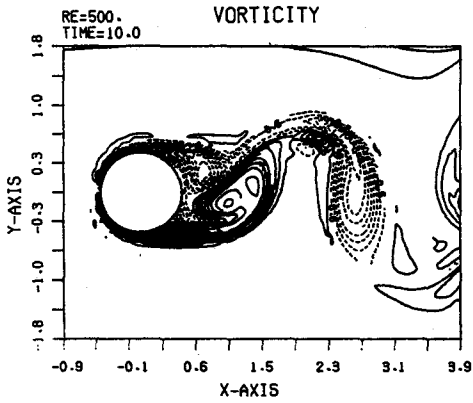


圖4-6 (B) 等渦度線圖 (RE=500)

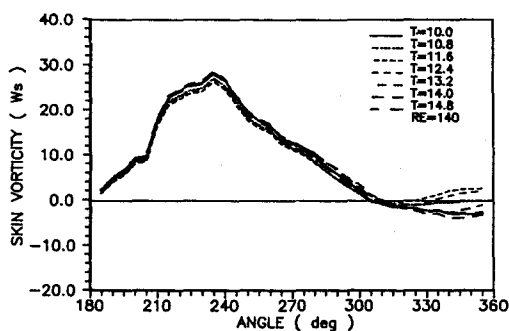


圖4-7 (A) 圓柱表面渦度變化圖(Re=140)

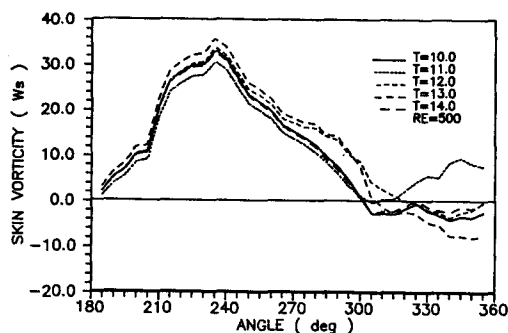


圖4-7 (B) 圓柱表面渦度變化圖(Re=500)

五、結論與建議

本研究對二維黏滯流通過圓柱就其漩渦形成區所進行之數值模擬試驗，綜合研究心得與模擬結果，可得以下簡單之結論。

- (1) 本研究模擬漩渦形成過程發現漩渦群之形成係因流體受邊界層剪力作用造成速度與壓力之改變，促使流體自圓柱表面分離，形成二次漩，此乃漩渦形成之前身。而同向之二次漩渦會彼此結合成為強度較強尺度較大之初始漩渦，並往下游移動，待此初始漩渦已完整地形成後，則不再滯留於漩渦形成區內，將脫離圓柱體進入尾流區中成為第一個大型之史戴荷漩渦。此與漩渦形成理論相符合。
- (2) 由本研究模擬之速度圖中，可看出漩渦形成區內二次漩渦結合與移動之現象。
- (3) 本研究所模擬之煙線圖中，充分表現出漩渦由形成至脫離間之轉變過程，與實驗觀察之結果接近。
- (4) 本研究模擬之漩渦群形成區距離，當雷諾數 $Re=140$ 時，約圓柱後 $3.0D$ 左右；而雷諾數 $Re=500$ 時，則僅約 $2.50D$ 左右。
- (5) 由本研究所模擬分離點附近之速度剖面與渦度剖面可知，流體在該處產生逆向流動，且估計其邊界層厚度值與Blasius近似解相去不遠。

為使日後研究能有更準確之結果並提供未來研究方向參考，茲列建議事項如下所述：

- (1) 嘗試找分離點之方法，若不夠接近邊界表面，容易造成所求得分離點位置往下游移動之趨勢，加上在邊界附近，不滑動條件之影響，速度變化較大，亦會對尋求分離點方法上造成較大之誤差。此外，存在邊界層但在控制方程式中卻未將邊界層方程式列入考慮，亦是導致分離點誤差之主要因素。
- (2) 由於分離點位置一直處於變動狀態，加上該處流況突然轉變影響，要獲得分離點確實位置實屬不易。故建議可嘗試配合理論，期望能更準確地求得分離點位置。
- (3) 本研究所模擬之雷諾數普遍較一般實驗之雷諾數低，因此造成有些模擬所得之物理量無法與實驗數據相比較。故建議日後在數值模擬上應採取雷諾數較高者，以利結果驗證。
- (4) 本研究數值模擬第一部份採用FAVOR方法處理邊界問題，固然可容易地處理任何複雜的邊界形狀；但若不是方形邊界時，卻在第二部份數值計算求解邊界上流場特性時造成誤差，因此數值模擬在方法上仍有待進。
- (5) 在漩渦群形成區內由於存在複雜且敏感的流場特性，因此必須對該區域內取細密之格點才足夠描述二次漩渦之存在，在計算上必須花費較多的時間與儲存空間，因此，在漩渦形成區之模擬中，若能發展較高階更準確之方法，則可在更短的時間內仍能精確地模擬出形成區內漩渦形成過程與其物理特性。

參考文獻

1. 曾振遠, 「黏性尾流之渦流運動預測模式」, 中國農業工程學報第34卷第3期, 77年9月1日。
2. 曾振遠, 劉佳興, 「黏滯流通過方形障礙物之流場模擬」, 中國農業工程學報第35卷第3期, 78年9月1日。
3. 許敏能, 「黏滯性層流通不同幾何形狀障礙物尾流區之數值模擬」, 私立淡江大學水資源及環境工程研究所碩士畢業論文, 79年6月。
4. 曾振遠, 莊岳勳, 「消除尾流區漩渦群形成之數值模擬研究」, 中國農業工程學報第37卷第3期, 80年9月1日。
5. 王惠茹, 「流體通過圓柱其漩渦群形成區之數值分析」, 私立淡江大學水資源及環境工程研究所碩士畢業論文, 81年6月。
6. C. Y. Tseng, "Velocity Field of Viscous Vortex Street in the Wake of a Cylinder", Phd. D. Thesis, Washington State University, 1989。
7. Hans J. Lugt, Vortex Flow in Nature and Technology, John Wiley & Sons Inc., Canada, 1987。
8. Hermann Schlichting, Boundary Layer Theory, Mc-Graw-Hill Inc., 1987。
9. Hirt C. W. and J. M. Sicilian, "A Porosity Technique for the Definition Obstacles in Rectangular Cell Meshes", Flow Science Inc., Los Alamos, New Mexico, PP.450-486, Aug. 1985。
10. James W. Daily and Donald R. F. Herleman, Fluid Dynamics, Addison-Wesley Publishing Company Inc., 1966。
11. Loenard B. P., "A Stable and Accurate Convective modelling Procedure Based on Quadratic Upstream Interpolation", Computer Method in Applied Mechanics and Engineering, Vol.19, PP.59-98, 1979。
12. M. Braza, P. Chassaing and H. Ha Minh, "Numerical Study and Physical Analysis of a Circular Cylinder", J.F.M., Vol.165, PP.79-130, 1986。
13. Philip M. Gerhart and Richard J. Gross, Fundamentals of Fluid Mechanics, Addison-Wesley publishing Co. Inc., Feb. 1989。
14. Schaefer J. W. ans S. Eskinazi, "An Analysis of the Vortex Street Generated in a Viscous Fluid", J.F.M., Vol.6, PP.241-260, 1959。
15. Ta Phuoc Loc, "Numerical Analysis of Unsteady Secondary Vortices Generated by an Impulsively Started Circular Cylinder", J.F.M., Vol.100, part 1, PP.111-128, 1980。
16. Ta Phuoc Loc, "Numerical Solution of Early Stage of the Unsteady Viscous Flow Around a Circular Cylinder: a Comparison with Experimental Visualization and Measurements", J.F.M., Vol.160, PP.93-117, 1985。
17. Tetsuro Tamura, Ichiro Ohta and Kunio Kuwahara, "Oh the Reliability of Two Dimensional Simulation for Unsteady Flows Around a Cylinder Type Structure", Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Vol.35, PP.275-298, 1990。
18. V. A. Patel, "Time Dependent Solution of Viscous Incompressible Flow Past a Circular Cylinder by the Method of Series Truncation", Computers and Fluids, Vol.4, PP.13-27, 1976。
19. Welch J.E., F.H. Harlow, J. P. Shannon and B. J. Daly, "The MAC Method", LASL Report No. LA-3465, Los Alamos Scientific Labirtory, Los Alamos, New Mexico, 1966。

收稿日期：民國81年10月24日

修正日期：民國81年10月29日

接受日期：民國82年3月3日