

破碎含水層幾何因子之探討

Study the Geometric Factor in Fractured Media

國立臺灣大學農工所副教授

國立臺灣大學農工所碩士班研究生

劉振宇

黃子哲

C. W. Liu

T.C. Huang

摘 要

雙孔隙和多連續模式將破碎含水層模擬成兩個交互重疊之連續體，一為緻密層系統，另一為破碎層系統，在此種情況下必須定義兩者間之交換量，在交換量中幾何因子為一主要參數，Warren and Root 曾定義幾何參數 α ，用以描述雙孔隙模式，然並未闡明其實際之物理意義，本文之研究目的為推導在多連續模式中具有中心點，任意形狀之一般性幾何參數，推導結果與雙孔隙模式驗證完全吻合，新幾何參數為緻密層塊狀及大小之函數，且視水流在近似穩態與穩態之情況而有所不同，前者之幾何參數數值較後者為大。新幾何參數不僅較雙孔隙模式更具一般性，且有較明確之物理意義。

ABSTRACT

In double-porosity and multiple continua model the fractured rock domain can be modelled as two overlapping continua, one for the matrix block system and the other for the fracture network. In the case, it is necessary to define an exchange term accounting for the transfer of fluid and contaminant mass between the two continua. A geometric factor appearing in the fluid exchange term is a primary parameter. Warren and Root suggested a parameter called α to describe the geometry of the matrix. However its physical meaning was not well brought out. The purpose of the research is to derive a new geometric parameter that is more general and is valid for other point-centered block. The geometric parameter from this study agree well with Warren and Root's model. The generalized geometric parameter is a function of both the shape and the size of the matrix block. The geometry center and conductance of the element will be different under the quasi-steady state and steady state. The former value is larger than the latter one. The new geometric parameter is more general than double porosity model and has a clearer physical meaning.

一、前 言

破碎層存在於大部份的地質組成中，其產生原因是因為地質環境的改變，如地殼移動、次應力、風化、熱膨脹及滲透水的化學作用。包含破碎層的地質組成有火成岩、結晶岩及可透水的硬化沈積岩，例如玄武岩、大理岩及砂岩。由於這些岩石的透水性極低，過去經常作為廢棄物掩埋及核能廢料儲存之優良地點，而忽略了岩石中之破碎帶却是水流及污染物之最佳通道，一旦廢棄物洩漏滲入地下，就會很快的污染到地下水層。因此了解破碎含水層之水力傳輸特性成為防治地下水污染之必要條件，影響破碎含水層水力特性的因子很多，如間隙寬、分佈頻率、間隔寬、長度、方向、粗糙度及填充物的有無等。而且破碎含水層破碎之幾何形狀十分複雜且分佈不均，因此在探討其傳輸過程及模擬上均有很大的困難。由於破碎之幾何形狀及其分佈無法清楚的了解，所以在模擬破碎含水層時，必須先簡化實際情況，譬如說假設大區域之破碎大致規則分佈，就可以用簡單的幾何因子來描述破碎層。如 Warren and Root (1963) 提出雙孔隙模式以 α 參數，來描述破碎層之幾何形狀，並推導出其在二維及三維空間之代表式，本文之目的為推導多連續體模式之幾何參數，並與雙孔隙模式相互驗證，闡明其代表之物理意義。

二、文 獻 回 顧

臺灣地區在地下水方面之研究多偏重於孔隙介質層水流及污染物之傳輸而對破碎含水層之研究，僅曹以松等 (1988) 在核四廠地下水現場調查及數值模式研究中，發現其模擬廠址所在地鹽寮是典型的破碎地層，但並未做進一步之分析。

國外對破碎層之研究步較早，在破碎層之研究可分微觀和巨觀兩種。在微觀上的研究稱為離散法 (discrete approach)，此種方法是假設每一個獨立破碎層的位置和特性都為已知，此種方法適用在模擬範圍內包含一個或少數的破碎層。在破碎層中離散法之解析解有 Neretnieks (1980)、Grisak and Pickens (1981)、Tang, et. al. (1981)、Rasmuson and Neretniek (1981)、Sudicky and Frind (1982)、Barker (1982)、Hodgkinson, et. al. (1983) 等，由於解析解一般都限於簡單的初始和邊界條件，因此

有很多數值解模式來彌補這方面之不足，單一離散破碎層數值解有 Grisak and Picken (1980, 1982)、Noorishad and Mehran (1982)、Rasmuson, et. al. (1982) 等。以統計方法的研究離散破碎層有 Castillo, et. al. (1972)、Krizek, et. al. (1972)、Schwaitz, et. al. (1983)、Smith and Schwartz (1984)、Herbert, et. al. (1984)、Endo, et. al. (1984)、Long, et. al. (1985) 等。以上離散法破碎層模式在研究大區域問題上由於需要龐大詳細之破碎層分佈數據實用上十分困難，因此在巨觀的研究多採連續體法 (continuum approach)，此種模式的概念是將破碎含水層視為孔隙介質，因為引入平均參數，所以詳細破碎層之幾何形狀及特性不須知道。另一種方法是將破碎含水層模擬成兩個交互重疊的連續體，一為孔隙塊系統，另一為破碎層網路，在此種情況下必須定義兩者之交換量及破碎層之幾何形狀因子，此一模式比單一連續體更能描述水流和傳輸在破碎層的行爲。此類之研究有 Barenblatt, et. al. (1960)、Warren and Root (1963)、Odeh (1965)、Kazemi, et. al. (1969)、Streltsova (1976)、da Prat, et. al. (1981) 等，在數值解有 Duguid, et. al. (1977)、Narasimhan (1982)、Huyakorn, et. al. (1983) 等。由於問題尺度的不同，所適用的模式因而不同，本研究乃針對尺度較大的問題，以多連續體模式為基礎，推導破碎層與孔隙塊中所包含之幾何因子並將結果與 Warren and Root (1963) 雙孔隙模式比較，並進一步闡明 α 參數在雙孔隙及多連續體模式中之物理意義。

三、理 論 推 導

Warren and Root 模式源於 Barenblatt, et. al. (1960) 所提出之雙孔隙模式 (double porosity)，將破碎含水層分為破碎層連續體 (fracture continuum) 及緻密層連續體 (porous matrix continuum)，兩者間之流量受破碎層之勢能及緻密層中平均勢能之影響，其控制方程式以圓柱座標可以寫成如下：

$$K_r \left(\frac{\partial^2 h_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial h_r}{\partial r} \right) - K_m \alpha (h_r - \bar{h}_m) = S_{r,r} \frac{\partial h_r}{\partial t} \quad (1)$$

$$K_m \alpha (h_r - \bar{h}_m) = S_{.m} \frac{\partial \bar{h}_m}{\partial t} \quad (2)$$

其中 h 為勢能， K 為導水係數， S 蓄水係數， α 為形狀因子， r 為軸向距離，下標 f 表破碎層， m 表緻密層， \bar{h}_m 表緻密層中之平均勢能， h_r 表破碎層中之勢能

在 Warren and Root 的文章中， α 形狀因子代表緻密層之幾何形狀，由於破碎層中破碎情形十分複雜且分佈不均，因此在模擬破碎層時須加以簡化，Warren and Root 將破碎含水層模擬成一正交的破碎含水層（圖 1），因此可用一幾何因子 α 來描述其幾何形狀。

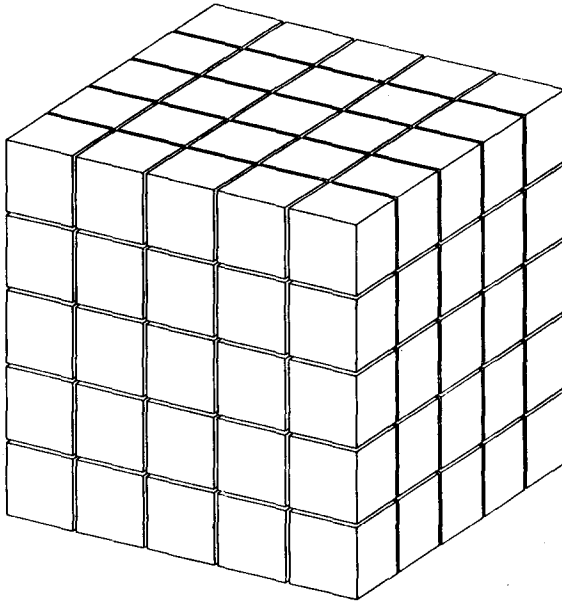


圖 1. 破碎含水層之理想正交模式 (Warren & Root, 1963)

為了解幾何因子 α 之物理意義，必須了解水流在緻密層中壓力變化的三個階段，當邊界條件固定時其壓力變化是由非穩態 (transient state) 變成近似穩態 (quasi steady state)，再成為穩態 (steady state) (如圖 2)。由 Warren and Root 之模式，可知其假設緻密層是處在近似穩態之情形，因此 $\partial h / \partial t = \text{常數}$ ，且在破碎層與緻密層界面有一最大流量 Q ，逐漸向中心遞減至零，也就是僅有入流量，無出流量，在近似穩態之情況下，勢能改變率在緻密層內每一點都是一樣的。由於 Warren and Root 在緻密層中是以平均勢能來代表，由體積平均勢能之定義，

$$\bar{h}_m = \frac{1}{V_1} \int_{x_L}^{x_R} h(x) A(x) dx \quad (3)$$

$A(X)$ 為 X 的已知函數， V 為 $V_1(x_R)$ 與 (x_L) 體積之差 (如圖 3) 為已知，為了求平均勢能 \bar{h}_m ，必須了解勢能分佈 $h(x)$ ，由於 $\partial h / \partial t = \text{常數}$ ，所以

$$h = Ct + f(x) \quad (4)$$

則 $Q(x) = -K \frac{\partial h}{\partial x} A(x)$ ，只是 X 之函數，因此可以將 Q 寫成

$$Q(x) = -Q \frac{V(x)}{V(R)} \quad (5)$$

其中負號表流動方向與 X 軸反向，因此 $h(X)$ 在不同時間會形成平行曲線 (如圖 2) 由 Darcy's law 知

$$Q(x) = -K \frac{\partial h}{\partial x} A(x) \quad (6)$$

因此勢能 $h(X)$ 可以寫成

$$h(x) = -\frac{1}{K} \int \frac{Q(x)}{A(x)} dx + C \quad (7)$$

由(5)(7)知

$$h(x) = \frac{Q}{V(R)K} \int \frac{V(x)}{A(x)} dx + C \quad (8)$$

考慮三維的情況，體積函數為

$$V(x) = ax^3 \quad (9)$$

其中“ a ”為形狀常數，立方體時 $a=8$ ，球狀 $a=4\pi/3$ ，四面體時 $a=13.8546406 \dots$ 則面積函數為

$$A(x) = 3ax^2 \quad (10)$$

(9)(10)式代入(8)式得

$$h(x) = \frac{Q}{6KaR^3} x^2 + C \quad (11)$$

(11)式代入(3)式得

$$\bar{h}_m = \frac{Q}{10KaR^3} \frac{x_R^5 - x_L^5}{x_R^3 - x_L^3} + C \quad (12)$$

為了求得代表平均勢能所在之位置 X_1 ，則令

$$\text{則可解得 } h(x_1) = \bar{h}_m \quad (13)$$

$$x_1 = \sqrt[3]{\frac{3(x_R^5 - x_L^5)}{5(x_R^3 - x_L^3)}} \quad (14)$$

當考慮緻密層中僅有一層時，即簡化成雙連續體模式， $x_L = 0$ ， $x_R = R$ ，則平均勢能位置為

$$x_1 = \sqrt{\frac{3}{5}} R \cong 0.7746R \quad (15)$$

考慮兩個相鄰的元素 1_1 和 1_2 和三個界面座標 x_L 、 x_m 、 x_R ，如圖三所示，則兩者間流經界面之

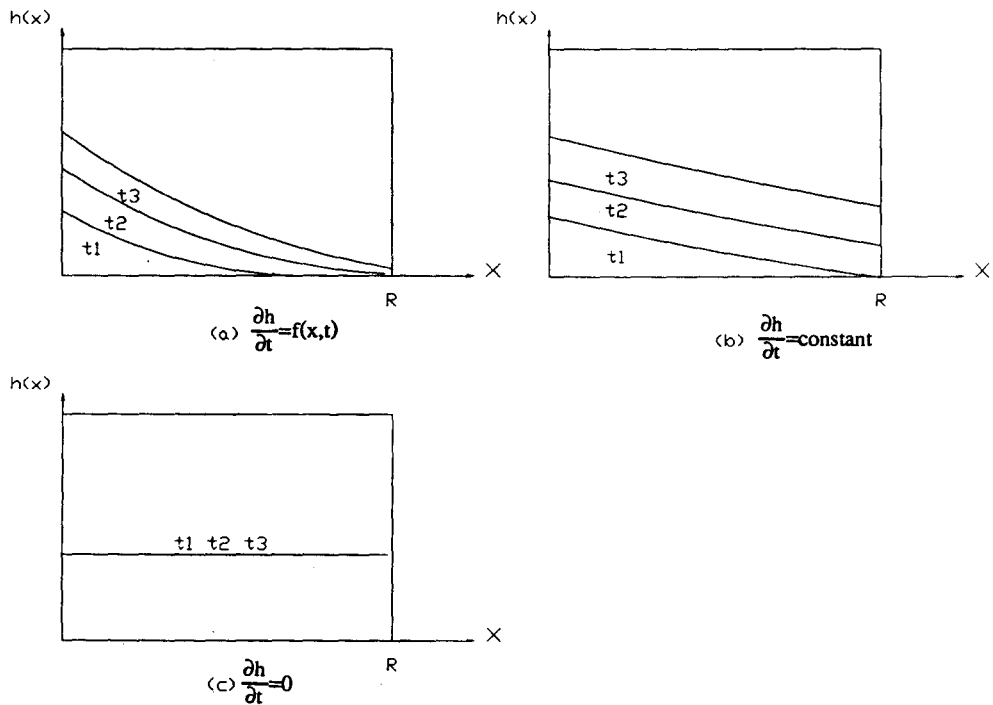


圖 2. 不同時段下之勢能分佈圖

- (a) 非穩態流
- (b) 近似穩態流
- (c) 穩態流

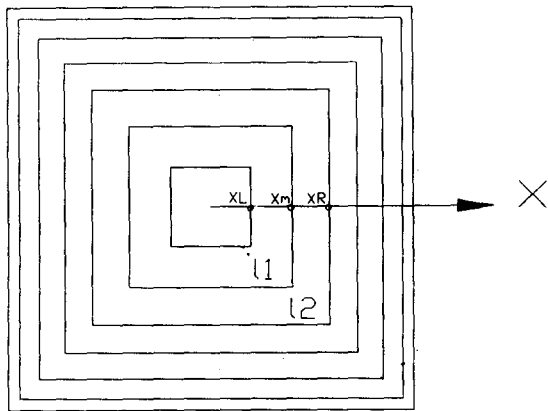


圖 3. 兩相鄰元素11與12

流量

$$Q(x_m) = K[h(x_{12}) - h(x_{11})]U_{12} \quad (16)$$

U_{12} 為幾何傳導因子 (geometric conductance)

由(5), (12)式得

$$U_{12} = \frac{10ax_m^3}{\left[\frac{x_m^6 - x_L^6}{x_m^3 - x_L^3} \frac{x_R^6 - x_m^6}{x_R^3 - x_m^3} \right]} \quad (17)$$

由(17)式可知，幾何傳導因子中並不包含平均勢能節點之位置，只與三界面的位置有關，因此若不需了解緻密塊中之勢能（或濃度）分佈時，則 x_L 不必計算，(17)式可以利用在緻密層包含很多層的情況下，亦即多連續體之情況。當要計算雙連續體模式破碎層到緻密層之幾何傳導因子時，則 $x_L = 0$ ， $x_R = x_m = R$ ，則幾何傳導因子

$$U = 15aR \quad (18)$$

則體積平均幾何傳導因子

$$\alpha = \frac{U}{V(R)} = \frac{15}{R^2} \quad (19)$$

此與 Warren and Root 所推導之體積平均幾何傳導因子，當立方體之邊長為 D 時

$$\alpha = \frac{60}{D^2} \quad (20)$$

(19)式中之 $R = D/2$ ，所推導的結果相同，而本研究所推導之結果，較 Warren and Root 更具一般性，可利用在任何具有中心點的形狀之情況，

特別注意 α 僅為R之函數。

上述所推導之結果是基於僅有入流而無出流之情況，在 Narasimhan (1985)將Darcy's law以積分形式表示，以適用於斷面積有變化之流管，其中包含入流和出流，且流量在任何斷面均相同，代入具積分形式之 Darcy's law，考慮上述相同之立方體，則平均勢能位置為

$$x_1 = \frac{2}{3} \left\{ \frac{x_R^3 - x_L^3}{x_R^2 - x_L^2} \right\} \quad (21)$$

$$U_{12} = \frac{2a}{\left\{ \frac{x_m^2 - x_L^2}{x_m^3 - x_L^3} - \frac{x_R^2 - x_m^2}{x_R^3 - x_m^3} \right\}} \quad (22)$$

比較(14)(17)式及(21)(22)式顯示穩態與近似穩態的不同，當緻密層僅包含一層時，則

$$x_1 = \frac{2}{3} R \approx 0.6667R \quad (23)$$

$$U = 2aR \quad (24)$$

以上二式顯示在穩態時，平均勢能位置較靠近緻密層之中心點，且幾何傳導因子較小。

在 Warren and Root 模式中緻密層僅包含一層，Pruess and Narasimhan (1985)提出多連續體模式 (Multiple Interacting Continua)，將緻密層分割成許多層 (如圖四)，如此可將破碎含水層模擬成一多連續體，並將三維的複雜問題轉成兩個一維的簡單問題 (如圖五)。

上述推導之幾何傳導因子及平均勢能之位置可運用於雙孔隙及多連續體模式中，可更清楚了解破碎一緻密層中幾何因子之物理意義及其勢能或濃度分佈之情形。

四、討 論

上述所推導之幾何傳導因子及平均勢能之位置，是基於近似穩態所推導之結果，此一結果與 Narasimhan (1985) 所提出之結果並不相同。在 Narasimhan 文中，是基於在流管中有一入流及出流，而且維持相同之流量，因此可達到穩態

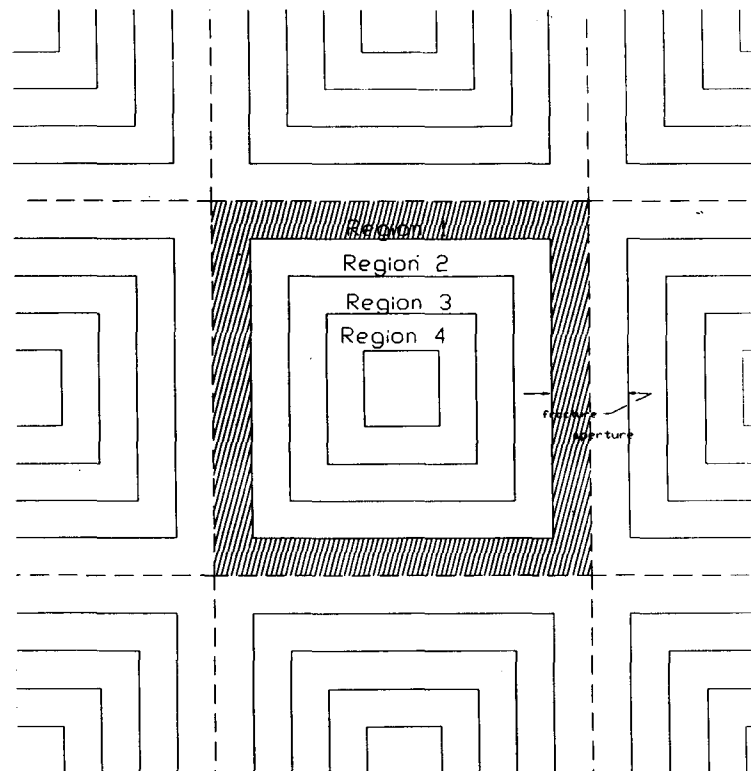


圖4. 破碎含水層多連續體模式之切割圖
區域1為破碎層
區域2以上為緻密層

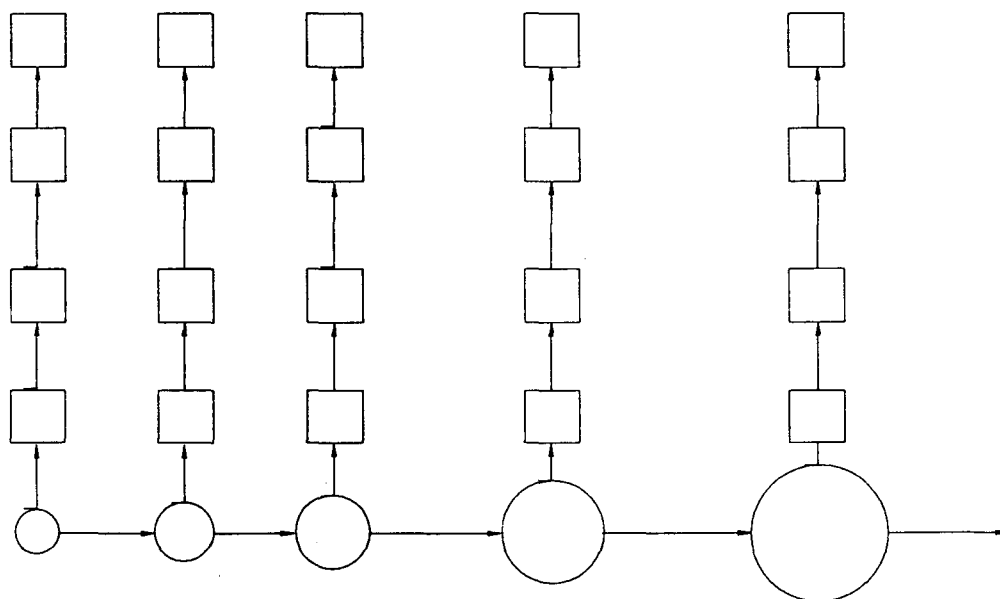


圖 5. 簡化後之多連續介質體模型，圓形表破碎層，方塊表緻密層

之情況。然而在緻密塊中僅在破碎層與緻層界面上有入流，在中心點並無出流，因此流入之流體無法流出，則聚集在緻密塊之中，導致緻密層中勢能增加時隨時間而變，因此緻密層中為非穩態之情況。

在破碎層連續模式之運用上，將複雜之破碎情況模擬成規則之破碎情形，其所考慮的範圍必須大到足以忽略其破碎之變異性，而能以規則之均質性代表，則可用連續體之模式來模擬。

文中所推導之體積平均傳導因子 α ，僅與緻密塊中心到破碎層之距離有關，此一結果顯示當破碎層間距越大時，其體積平均傳導因子越小。影響幾何傳導因子除形狀外，尚包括水流之壓力狀態，在近似穩態及穩態之情況將導致不同之結果，然而緻密層中由於僅有入流而無出流，因此導致勢能增加且其增加率為一定值，所以近似穩態較穩態流符合實際情形。

在非穩態階段，由於在初期壓力波尚未到達緻密層中心，故其平均幾何位置亦隨時間而改變，勢能分佈情形相對複雜許多。若經過較長時間，水流達到其平均幾何位置，則可以前述理論計算求出。同理若經過更長之時間，達到穩態時，亦可計算修正其平均之幾何位置。

五、結 論

破碎層之幾何傳導因子影響破碎層與緻密層之

流量，因此在模擬時必須考慮近似自然界之破碎層之幾何形狀大小及分佈情形，雙孔隙在近似穩態所推導之幾何傳導因子，為多連續體模式之一特例，幾何傳導因子與平均勢態之位置無關，僅與界面之位置有關，形狀的不同將導致幾何傳導因子之不同。當所研究之破碎含水層為大範圍時，可利用簡單之幾何因子來將破碎含水層之破碎情形特徵化，若研究範圍太小，則幾何傳導因子法並不適用。

六、參 考 文 獻

1. 曹以松等，核能廠址地下水數值模式之研究—追蹤劑試驗，臺灣電力公司，1988
2. Barenblatt, G. I. and I. P. Zheltov and I. N. Kochian, Basic concepts in the theory of seepage of homogeneous liquids in fissured rocks, Applied Mathematics and Mechanics, 24 (5) (1960), 852-64
3. Barker, J. A., Laplace transform solutions for solute transport in fissured aquifers, Adv. Wat. Resour., 5(2) (1982), 98-104.
4. Castillo, E., R. J. Krizek and G. M. Karadi, Comparison of dispersion characteristics in fissured rock, Proc.

- Second Symp. Fund. Trans. Phen. in Porous Media, Int. Assoc. Hydr. Res. and Int. Soc. Soil Sci., University of Guelph, Canada, 1972, Vol.2, pp. 778-97.
5. da Prat, G., H. Cinco Ley, and H. J. Jr. Ramey, Decline curve analysis using type curve for two-porosity systems, Soc. Pet. Eng. J., June (1981), 354-62.
 6. Duguid, J. O. and P. C. Y. Lee Flow in fractured porous media, Wat. Resour. Res., 13 (3) (1977), 558-66.
 7. Endo, H. K., J. C. S. Long, C. R. Wilson and P. A. Witherspoon, A model for investigating mechanical transport in fracture network, Wat. Resour. Res., 20 (19) (1984), 1390-400.
 8. Grisak, G. E. and J. F. Pickens, An analytical solution for solute transport through fractured media with matrix diffusion, J. Hydrol., 52(1981), 47-57
 9. Grisak, G. E. and J. F. Pickens, Solute transport through fractured media. 1. The effects of matrix diffusion, Wat. Resour. Res., 16 (4) (1980), 719-30.
 10. Grisak, G. E. and J. F. Pickens, Solute transport through fractured media, Presented at: the NATO Advanced Study Institute, Mechanics of Fluids in Porous Media, University of Delaware, 18-27 July 1982
 11. Herbert, A. W., D. P. Hodgkinson, D. A., Lever, J., Rae and P. C. Robinson, Mathematical modelling of radionuclide migration in groundwater. Presented at: the meeting on Exotic Uses of Aquifers, Organized by the Geol. Soc. London: Hydrogeology Group at Burlington House, London, 9 October, 1984.
 12. Hodgkinson, D. P., D. A. Lever and T. H. England, Mathematical modeling of radionuclide transport through fractured rock using numerical inversion of Laplace transforms: application to INTRACOIN Level 3, Theoretical Physics Division, AERE Harwell, Oxfordshire, 1983.
 13. Huyakorn, P. S., B. H. Lester and J. W. Mercer, An efficient finite element technique for modeling transport in fractured porous media 1. Single species transport, Wat. Resour. Res., 19 (3) (1983), 841-54.
 14. Huyakorn, P. S., H. Lester and J. W. Mercer, An efficient finite element technique for modeling transport in fractured porous media 2. Nuclide decay chain transport, Wat. Resour. Res., 1(5) (1983), 1286-96.
 15. Kazemi, H., M. S. Seth and G. W. Thomas, The interpretation of interference tests in naturally fractured reservoirs with uniform fracture distribution, J. Soc. Pet. Eng., 9 (1969), 463-72.
 16. Krizek, R. J., G. M. Karadi and E. Socias, Dispersion of a contaminant in fissured rock, Proc. Symp. Percolation Through Fissured Rock Int. Soc. Rock Mech. and Int. Assoc. Eng. Geol., Stuttgart, 1972, T3-C,1-15.
 17. Long, J. C. S., P. Gilmour and P. A. Witherspoon, A model for steady fluid flow in random three-dimensional networks of disc-shaped fractures, Wat. Resour. Res., 21 (8) (1985), 1105-15.
 18. Narasimhan, T. N., Geometry imbedded Darcy's law and transient subsurface flow, Wat. Resour. Res., 21 (8) 1285-1292, 1985.
 19. Narasimhan, T. N., Multidimensional numerical simulation of fluid flow in fractured porous media, Wat. Resour. Res., 18 (4) (1982), 1235-47
 20. Neretnieks, I., Diffusion in the rock

- matrix: an important factor in radionuclide retardation., J. Geophys. Res., 85(B8) (1980), 4379-97
21. Noorishad, J. and M. Mehran, An upstream finite element method for solution of transient transport equation in fractured porous media. Wat. Resour. Res., 18(3)(1982), 588-96.
 22. Odeh, A. S., Unsteady-state behavior of naturally fractured reservoirs, J. Soc. Pet. Eng., 3(1965), 60-4
 23. Pruess, K and T. N. Narasimhan, A practical method for modeling fluid and heat flow in fractured porous media, Soc. Pet. Eng. J. 25 (1), 14-26, 1985.
 24. Pruess, K., MINC-A mesh generator for flow simulations in fracture reservoirs, LBL-15227, 1983.
 25. Rasmuson, A. and I. Neretnieks, Migration of radionuclides in fissured rock: The influence of micropore diffusion and longitudinal dispersion, J. Geophys. Res., 86 (B5)(1981), 3749-58.
 26. Rasmuson, A., T. N. Narasimhan and I. Neretnieks, Chemical transport in a fissured rock: verification of a numerical model, Wat. Resour. Res., 18 (5) (1982), 1479-92.
 27. Schwartz, F. W., L. Smith and A. S. Crowe, A stochastic analysis of microscopic dispersion in fractured media, Wat. Resour. Res., 19 (5), (1983), 1253-65.
 28. Smith, L. and F. W. Schwartz, An analysis of the influence of fracture geometry on mass transport in fractured media, Wat. Resour. Res., 20 (9) (1984), 1241-52.
 29. Streltsova, T. D., Hydrodynamics of groundwater flow in a fractured formation, Wat. Resour. Res., 12 (1976), 405-14.
 30. Sudicky, E. A. and E. O. Frind, Contaminant transport in fractured porous media: analytical solution for a system of parallel fracture, Wat. Resour. Res., 18 (6) (1982), 1634-42.
 31. Sudicky, E. A. and E. O. Frind, Contaminant transport in fractured porous media: analytical solution for a two-member decay chain in a single fracture, Wat. Resour. Res., 20 (7) (1984), 1021-29.
 32. Tang, D. H., E. O. Frind and E. A. Sudicky, Contaminant transport in fractured porous media: analytical solution for a single fracture, Wat. Resour. Res., 17 (3) (1981), 555-64.
 33. Warren, J. E. and P. J. Root, The behavior of naturally fractured reservoirs, J. Soc. Pet. Eng., September (1963) 245-55.

七、誌 謝

本研究承蒙行政院國家科學委員會補助，計畫編號：NSC 80-0409-B-002-77 謹致謝意。

收稿日期：民國80年10月19日

接受日期：民國80年10月24日

專營土木、水利、建築等工程

川 泉 土 木 包 工 業

負責人：陳 溪 川

地 址：南投縣埔里鎮南盛街26號

電 話：(049) 982790