

自迴歸合成流量序列之特徵及其應用

The Characteristics of Synthetic Autoregressive Streamflow Series and Its Application

國立臺灣大學農工系副教授

張 斐 章

Fi-John Chang

國立臺灣大學農工系研究助理

徐 國 麟

Kuo-Lin Hsu

摘 要

水文序列常具有明顯的趨勢及序列相關性質，若忽略這些特性而以一獨立隨機序列加以模擬繁衍，將影響極端事件推估之結果。採用時間序列模擬繁衍資料，可兼顧考慮趨勢及序列相關性質，有助於吾人對極端事件之推估。本研究採用自迴歸理論序列及具序列相關性之河川年流量資料進行模擬分析，並應用於極端乾旱事件之推估，其結果顯示利用 AR(1) 模式所求得 2 年（或 5 年）移動平均之乾旱流量皆較隨機序列模式所得之乾旱流量為低。

ABSTRACT

It is well known that hydrological time series contain nonconstant trends and autocorrelations. These properties are in conflict with the basic assumption of univariate probability distributions. Both properties can have a significant influence of estimates of the extreme values. By means of time series simulation, these effects can be considered concurrently in estimating the extreme values. This paper reports the results of such a simulation for determining the extreme values using actual annual streamflow data that contain autocorrelations. The results show that for 2(or5) years moving average drought streamflows, using AR(1) model will produce small values than using white noise model.

一、前 言

頻率分析之進行，常假定水文事件本身為均一 (Homogenous) 且獨立 (Independent) 之事件，亦即觀測資料本身屬於同一獨立之機率分佈母體 (Population)，事件之發生過程中，流量站位置沒有更動，集水區未因都市化而改變，或河

川未新設置結構物而影響到流量，且事件與事件之間不具有相關 (Dependent) 之特質^(1,12,14)。此一做法明顯忽略了水文事件通常有的持續現象，倘若序列自相關 (Autocorrelation) 現象明顯，而分析時採用事件具統計特性獨立且為相同機率之分佈 (Independent identical distribution, IID)，則與事件本身特性不一致，致使極端值之

推估造成誤差^(5,6,11)。針對此一問題，本研究以 Salas 等人⁽¹⁹⁾所著書中非洲 Koulicoro 之 Niger 河 51 年年流量記錄資料為對象進行探討，該河川年流量具有明顯之自相關現象，首先由年流量假設為獨立事件，以白噪音模式 (White noise model) 繁衍長期序列，並與由時間序列分析 (Box-Jenkins 模式) 經檢定、測試後採用之模式繁衍具原序列自相關之長期序列，同時點繪於機率圖紙上，並加以比較分析兩序列在每兩年 (或五年) 移動平均 (moving average) 之極端枯旱值差異性之大小，最後由繁衍長期序列相關資料求一年，兩年及五年序列平均之低流量值，以供枯旱風險分析之應用參考。

二、序率合成流量

1. 繪點法 (Plotting positions) 頻率分析

(1, 8, 10, 16, 18)

對於某一理論分佈之累積機率可由設計之機率紙顯示出來，定點法乃是將欲點繪之數據指定機率值，此法首先必須將所有的數據由小而大或由大而小按序排列， m 為指定之數據排序值，當 m 之數據由小而大排列時，則 P 為序列中小於或等於該數據值之機率亦即 $P(X \leq x)$ ；若數據為由大而小排列時， P 為大於或等於該數據之機率，即 $P(X \geq x)$ ，目前水文頻率定點較常使用之方法為威伯法 (Weibull)：

$$P(X \geq x_m) = \frac{m}{n+1} \quad (1)$$

$$T = \frac{n+1}{m}$$

m ：數據之排列值

n ：數據之總個數

T ：重現期 (Return period)

其它定點法公式如表一所示。

2. AR IMA 合成流量推衍模式

合成流量之需求，起因於早期水工設計僅能獲得有限長度的流量記錄，不足以滿足規劃設計之需求。為了減低水文設計與水庫管理上之不確定性，水文學家便致力於合成流量研究，發展能產生保持其原始流量統計特性之序率河川流量繁衍模式。

人類自很久以前便發現了許多的河川流量具有持續 (Persistence) 性質。美國水文學之父 Horton⁽¹⁴⁾ 以無參數 (Nonparametric) 統計測試，發現實際水文記錄具有自相關 (autocorr-

表一 定點法公式⁽¹⁾

名 稱	年 代	關 係 式
California	1923	m/n
Hazen	1930	$\frac{2m-1}{2n}$
Weibull	1939	$m/n+1$
Chegadayevev	1955	$\frac{m-0.3}{n+0.4}$
Blom	1958	$\frac{m-3/8}{n+1/4}$
Turkey	1962	$\frac{3m-1}{3n+1}$
Gringorten	1963	$\frac{m-0.44}{n+0.12}$

leation) 的特性，然而 Horton 並未對序列相關性的問題作更深入研究，Hurst^(1,13,14) 及 Feller^(1,9,16) 研究河川水文持續現象，發現了 Hurst 現象，在完全獨立序列過程裏，Hurst 係數 H 應為 0.5，而其作 800 組時序序列檢測，發現 H 值介於 0.5 ~ 1 之間，平均值為 0.73，標準偏差 0.09。Hurst 係數 (H 值) 極顯著的超過 0.5。Hurst 及 Feller 最後建議應以具有序列相關性母體繁衍河川流量，且對自然序列之長期趨勢應加以探討研究。之後，更有大批的專家學者投入有關水文時間序列 Hurst 現象之研究^(2,5,13)。長、短期趨勢、季節、循環變動週期性及偶然變動分佈特性等等序列特性，皆漸被納入合成模式考慮範疇。Thomas-Fiering 模式⁽²⁰⁾ (一階馬可夫樣式)，高斯噪音模式⁽¹⁷⁾ (Fractional Gaussian noise model)；及自迴歸-積分-移動平均模式 (Autoregressive Integral Moving Average, ARIMA) 等模式於近二十幾年來已廣泛的應用於河川流量合成，尤其是 ARIMA 模式，對於非定常性 (nonstationary) 時間序列，其具趨勢與週期性質之模擬，可得很好的效果。

Box-Jenkins 自迴歸-積分-移動平均 ARIMA 模式通式可以下式表示^(3,4,7,11)：

$$\phi_P(B)\Phi_P(B^s)\nabla^d\Delta_s^D Z_t = \theta_0 + \theta_q(B)\Theta_q(B^s)a_t \quad (3)$$

式中

Z_t : t 時刻之時序列變量值

a_t : t 時刻之隨機白噪音 (White noise)

B 及 B^* 為後移操作子 (Backward shift operators), 例如

$$B^1 X_t = X_{t-1}$$

$(B^*)^1 X_t = X_{t-1}$, s 為季節性之週期反應

θ_0 為定率性之趨勢 (Deterministic trend)

$\phi_P(B)$: p 階自迴歸操作子 (Autoregressive operator of order q)

$\Phi_P(B^*)$: P 階季節性自迴歸操作子 (Seasonal autoregressive operator of order P)

$\theta_q(B)$: q 階移動平均操作子 (Moving-average operator of order q)

$\Theta_Q(B^*)$: Q 階季節性移動平均操作子 (Seasonal moving-average operator of order Q)

∇^d : d 階差分操作子 (Difference operator of order d)

∇_s^D : D 階季節性差分操作子 (Seasonal difference operator of order D)

各操作子之定義如下:

$$\phi_P(B) = 1 - \sum_{i=1}^P \phi_i B^i$$

$$\Phi_P(B^*) = 1 - \sum_{i=1}^P \Phi_i B^{*i}$$

$$\theta_q(B) = 1 - \sum_{i=1}^q \theta_i B^i$$

$$\Theta_Q(B^*) = 1 - \sum_{i=1}^Q \Theta_i B^{*i}$$

季節性之 Box-Jenkins 模式一般式, 可由 ARIMA $(p,d,q) \times (P,D,Q)_s$ 表示之。

ARIMA 模式之檢定, 可由序列之自相關 (Autocorrelations), 反自相關 (Inverse auto-correlations) 及部份自相關 (Partial auto-correlation) 圖來輔助判斷^(3,4)。參數之求得, 則使用非線性最小二乘法疊代求得, 由 Chi-square 測試剩餘殘差 (Residual) 之自相關特性來確定適當模式⁽¹⁹⁾。

以序列合成模式進行頻率分析之步驟如下:

(1) 資料選定: 依需要選取全序列或部份序列;

(2) 資料常態化: 轉換數據使其常態分佈性質;

(3) 序率合成模式建立, 以 Box-Jenkins 之 ARMA 模式, 取適當模式;

(4) 繁衍序列: 由序率合成模式繁衍長期之序列;

(5) 資料轉換: 將繁衍數據轉成原數據之基底;

(6) 繪點: 將轉回原始之繁衍資料點繪於機率圖表上;

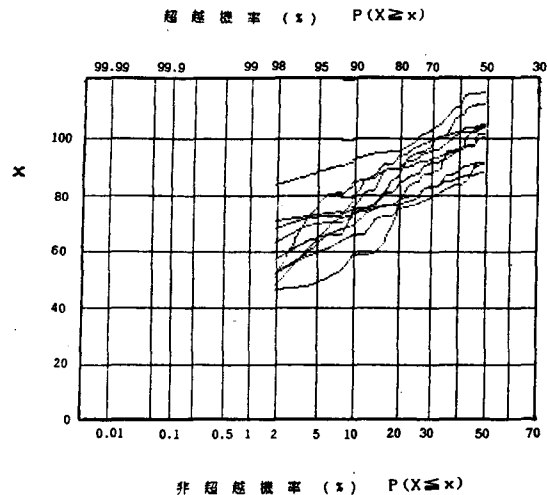
(7) 分析: 由繪點之曲線趨勢進行頻率分析;

3. 合成流量長度與穩定性

以序率合成模式衍生序列點繪於機率上, 衍生資料的長度越長, 點繪之曲線會漸趨穩定, 反之衍生短期之序列, 則點繪之結果會有相當大的變異性。為顯示此一效應, 本研究以一理論序列繁衍不同長度之資料, 並點繪於機率紙上以探討合成資料長度於繪點機率之穩定性。

假設, 序列 Q_T 具有常態分佈, 平均值 $m=100$, 標準偏差 $S_d=20$ 其模式為一階自相關 AR(1) 模式, 一階自相關係數 $\phi_1=0.8$, 由此一假設模式分別衍生 50、100 及 5000 個數據序列由小而大排序點繪於常態分佈機率紙上。由圖一至圖三可看出不同之長度及組數之結果, 圖一中可看出 10 組 50 個繁衍數據, 有較大之變異性, 圖二為 10 組 100 個繁衍結果其變異性較圖一為收斂。

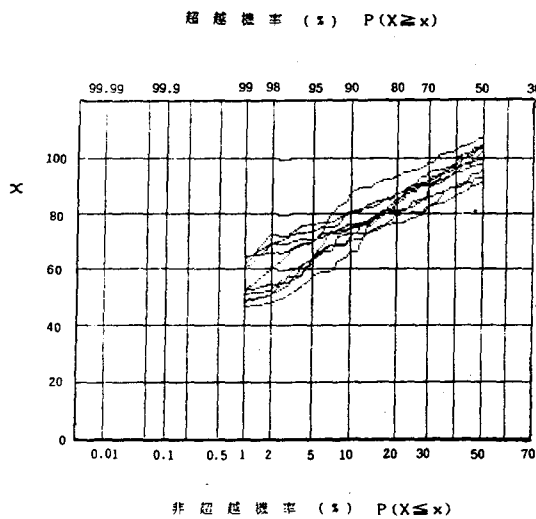
另衍生 20 組 50 年資料, 由其排序後, 取其平均值與 95% 信賴區間點繪於常態分佈機率圖上, 再以繁衍 5000 年資料點繪其上, 如圖三所示。由圖中可



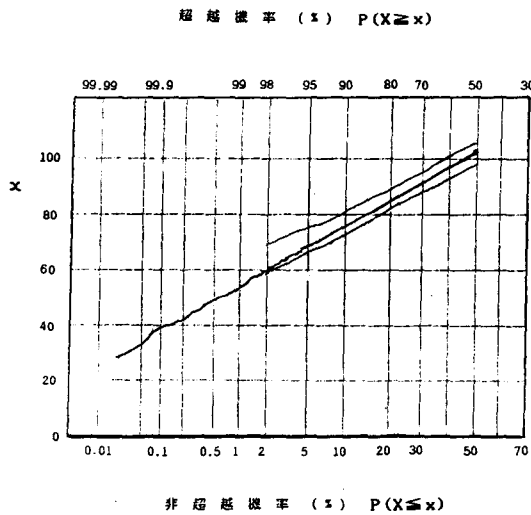
圖一: 繁衍 10 組 50 個資料之點機率繪圖

見由多組平均之 50 個資料序列已平緩化，而繁衍 5000 個資料之點繪圖，在 20 組 50 個資料之平均值曲線附近，並在 95% 信賴區間之上下限內。

因此，若以序率繁衍模式衍生資料，繁衍越長，則可得到越近似序列原具有之相關趨勢與分佈特性之分佈。例如，欲分析年流量序列並求 100 年之乾旱流量，可衍生 5000 個資料點繪，或衍生數組 5000 個資料序列，將之個別排序後平均，再將平均之 5000 個資料序列點繪，由圖中之非超越機率 1% 之位置相對位置便可得到重現期量。



圖二：繁衍10組100個資料之點繪機率圖



圖三：繁衍20組50個資料之95%信賴區間與繁衍 5000 個資料之點繪機率圖

三、白噪音序率合成模式

N 年記錄之隨機變量 X，若以理論機率分佈法進行頻率分析^(7,12,15)，首先，必須找出一機率密度分佈函數 $f(X, \theta_1, \theta_2, \dots)$ 能夠與 N 年序列資料 X_1, X_2, \dots, X_n 作最適符合。則大於 X 量值之機率為

$$\int_x^{\infty} f(x, \hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots) = \frac{1}{T}$$

式中 T：為超越事件之重現期

θ_1 ：為適當分佈之參數推估值

經常應用之機率分佈有：常態分佈 (Normal distribution)、對數常態分佈 (Log-Normal distribution)、對數皮爾森第三型 (Log-Pearson type III)，及極端值第一型 (Extreme value type I) 等。

以理論機率分佈法進行頻率分析，應符合下列三個基本之要求：

- (1) 均一性 (Homogeneity)：隨機變數本身是屬於同一分佈母體；
- (2) 獨立性 (Independence)：序列數據間不具相關性；
- (3) 代表性 (Representativeness)：所選取用之數據為不偏之樣本。

倘若分析之資料符合上式之要求，吾人可利用統計套配軟體，如 STATGRAPHIC 尋求最適之機率分佈，再以該機率合成模式衍生大量具原序列特性之資料，以定點位置法點繪數據於機率紙上，並進行頻率分析。

四、自迴歸模式與白噪音模式繁衍序列之差異

水文現象大都具有持續特性，如忽略其自相關性而以獨立事件視之，則可能造成誤差而影響規劃設計高 (或低) 估之結果，為深入探討其誤差的程度，本研究以白噪音模式及自迴歸模式分別繁衍長期序列，並加以比較分析於極端乾旱時之各種差異。為了解資料結構中持續性之影響，我們以 2 年 (或 n 年) 移動平均值 (Moving average) 之頻率分佈圖顯示白噪音模式及 AR 模式之差異。由於白噪音模式假定序列資料係一獨立隨機之關係，即忽略原序列之持續性關係，故其繁衍之序列，低流量未必常接着低流量，高流量亦未必常接着高流量之持續性特質，而係一高低流量隨機發生之序列。

利用 2 年或 n 年移動平均值之頻率分佈圖，當可突顯高低流量隨機出現之「加權平均」效果，即於頻率分析上，將造成高估低流量移務平均值，而低估高流量移動平均值之現象，以下分別就其理論值及實際繁衍序列做深入的探討比較。

(1) 理論序列之情況

假定為原序列之平均值及變異數分別為 $E(X)$ 、 $Var(X)$ 、一階自相關係數為 ϕ ，而白噪音模式所繁衍之序列為 X'_t ， $t=1\sim N$ ，自迴歸模式所繁衍之序列為 X''_t ， $t=1\sim N$ 。

由於合成序列之繁衍首重於保持資料之統計特性如一階動差及二階動差之保持，以白噪音模式或自迴歸模式模擬該序列資料，進而繁衍長期序列時，此一特性自然需要保持。

(I) 2 年移動平均之情況

(A) 白噪音模式

(a) mean

$$E\left[\frac{X'_t + X'_{t-1}}{2}\right] = \frac{1}{2} E(X'_t) + \frac{1}{2} E(X'_{t-1}) = E(X)$$

(b) Variance

$$\begin{aligned} Var\left[\frac{X'_t + X'_{t-1}}{2}\right] &= \frac{1}{4} [Var(X'_t) + Var(X'_{t-1}) + 2cov(X'_t, X'_{t-1})] \\ &= \frac{1}{4} \cdot 2 Var(X) = \frac{1}{2} Var(X) \end{aligned}$$

上式中 $cov(X'_t, X'_{t-1})=0$ 係因為白噪音模式假設序列之間不具相關性。

(B) AR(1) 模式 $X''_t = \phi_1 X''_{t-1} + a_t$

(a) mean

$$E\left[\frac{X''_t + X''_{t-1}}{2}\right] = \frac{1}{2} E(X''_t) + \frac{1}{2} E(X''_{t-1}) = E(X)$$

(b) Variance

$$\begin{aligned} Var\left[\frac{X''_t + X''_{t-1}}{2}\right] &= \frac{1}{4} [Var(X''_t) + Var(X''_{t-1}) + 2 cov(X''_t, X''_{t-1})] \\ &= \frac{1}{4} [Var(X) + Var(X) + 2 cov(\phi_1 X''_{t-1} + a_t, X''_{t-1})] \\ &= \frac{1}{2} Var(X) + \frac{1}{2} \phi_1 Var(X) \end{aligned}$$

(II) n 年序列移動平均之情況

(A) 白噪音模式

(a) mean

$$E\left[\frac{X'_1 + X'_2 + \dots + X'_n}{n}\right] = E(X)$$

(b) variance

$$\begin{aligned} Var\left[\frac{X'_1 + X'_2 + \dots + X'_n}{n}\right] &= \frac{1}{n^2} [Var(X'_1) + Var(X'_2) + \dots + Var(X'_n)] \\ &= \frac{1}{n^2} \cdot n Var(X) = \frac{1}{n} Var(X) \end{aligned}$$

即 $E(X'_t) = E(X''_t) = E(X)$

$Var(X'_t) = Var(X''_t) = Var(X)$

因此當原序列之機率分佈已知，則由頻率分析之觀點，不需做資料繁衍 (Data generation)，即可預知不同頻率之枯旱 (或豐水) 值， X_T ；

$$X_T = M_x + K_T S_x$$

其中 K_T 為重現週期 T 之頻率因子，枯旱時 K_T 為負值，豐水時 K_T 為正值， K_T 值隨不同的機率分佈亦有所差異⁽¹⁵⁾，

$$M_x = E(X), S_x = \sqrt{Var(X)}$$

在此一情況下，由白噪音模式及 AR 模式預估不同重現週期之枯旱流量是相一致的。

以下再針對序列 2 年及多年移動平均之統計特性加以探討。

(B) AR (1) 模式

(a) mean

$$E\left[\frac{X_1'' + X_2'' + \dots + X_n''}{n}\right] = E(X)$$

(b) Variance

$$\begin{aligned} \text{Var}\left[\frac{X_1'' + X_2'' + \dots + X_n''}{n}\right] &= \frac{1}{n^2} \left[\sum_{i=1}^n \text{Var}(X_i'') + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \text{cov}(X_i'', X_j'') \right] \\ &= \frac{1}{n} \text{Var}(X) + \frac{2}{n^2} \sum_{i=1}^{n-1} (n-i) \phi_1^i \text{Var}(X) \end{aligned}$$

其中

$$\text{cov}(X_1'', X_{1+1}'') = \phi_1 \text{Var}(X)$$

$$\text{cov}(X_1'', X_{1+2}'') = \phi_1^2 \text{Var}(X)$$

$$\text{cov}(X_1'', X_{1+n-1}'') = \phi_1^{n-1} \text{Var}(X)$$

此一結果顯示，白噪音模式與 AR(1) 模式於每 2 年移動平均之期望值相同，但變異數則有所差異，白噪音模式之變異數較小，且隨 ϕ_1 值（即序列持續性）之變大其差異越顯著。即若以白噪音模式估算每 2 年（或 n 年）移動平均之枯旱流量時，會造成高估的情況，且此一現象會隨着原序列持續性之增加及重現週期 T 之增加而愈趨顯著。

(2) 實例探討

以非洲 Koulicoro 地區之 Niger 河 1906~1957 年之流量記錄為例⁽¹⁹⁾，探討序列相關性由 Box-Jenkins 模式與純逢機過程之模式分別繁衍 5000 年流量，並點繪於常態機率紙上，以便比較探討具相關性所衍生之序列和逢機過程所衍生之序列

間差異性。Niger 河原始資料如圖四所示。

假設年流量序列具常態分佈，並以 K-S 測試 (Kolmogorov-Smirnov test) 檢定其常態性^(2,3)，理論分佈與觀測資料間最大離差：

$$D = \max |P_x(X) - S_n(x)| \quad (6)$$

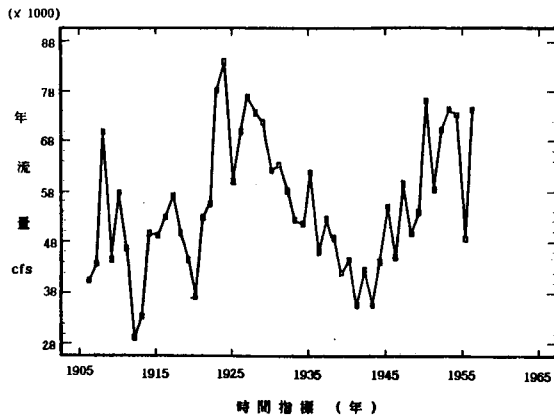
式中 $P_x(X)$ 為假設分佈之累積機率密度函數

$S_n(X)$ 為 n 個觀測資料之樣本累積機率密度函數，對任一觀測量， $S_n(X) = k/n$

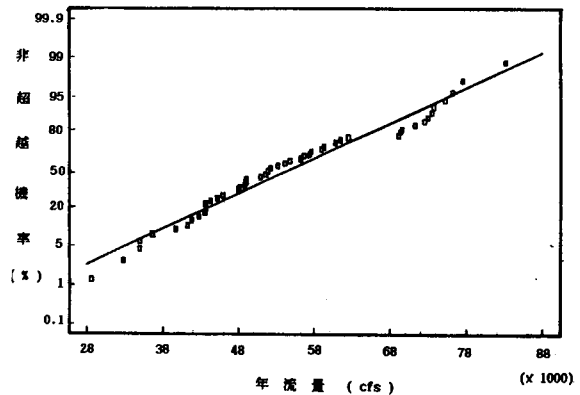
，k 為觀測值小於等於 X 值之個數。

經由選定一顯著水準，若最大離差 D 值大於或等於 K-S 測試表中該顯著水準之臨界值，則該假設分佈測試不合格。

檢測結果，年序列 51 個數據與理論常態分佈假設最大離差 D 為 0.10282，在有效水準 5% 下，臨界值經由查 K-S 測試表為 0.19044，故常態分佈之假設可被接受。序列常態分佈點繪及檢測如圖五示。



圖四：非洲 Koulicoro 地區 Niger 河年流量序列 (1906~1957)

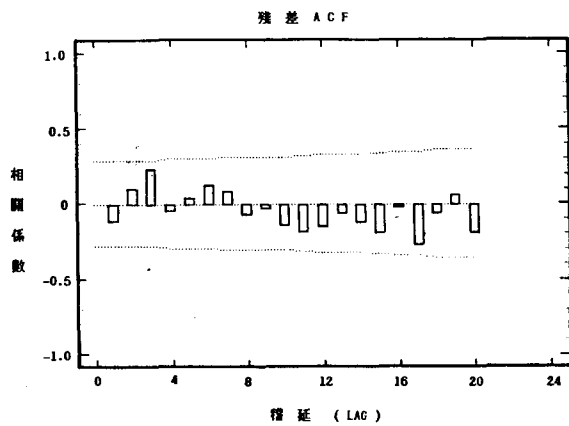


圖五 Niger 河年流量序列常態分佈點繪及檢測

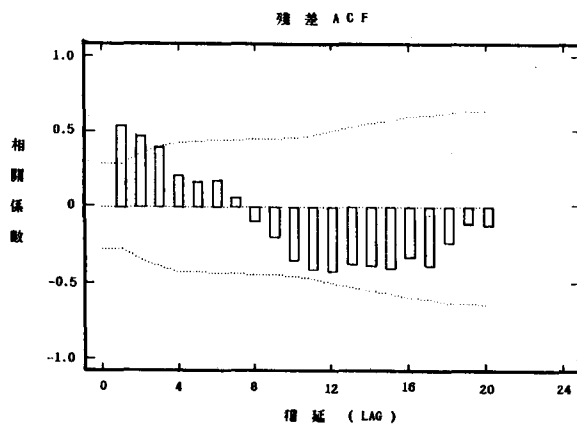
由於數據呈常態分佈，故無需將數據轉換，首先將資料標準化 (standardize)，再以 Box-Jenkins 時間序列模式模擬檢測，結果以 AR(1) 模式可滿足通過檢測要求。AR(1) 之自迴歸參數 $\phi_1=0.55970$ ，殘差之標準偏差 $\sigma_a=0.85420$ 。檢測殘差之自相關與偏相關性質，如圖六及圖七所示，其可見在95%信賴區內，相關 (ACF)及部份自相關 (PACF) 圖於各稽延 (Lag) 值皆可視為零，故可滿足模式要求。另外，以純逢機白噪音模式模擬標準化 Niger 河年流量資料，模式殘差之標

準偏差為 $\sigma_a=1.00496$ 。其殘差尚具有相關性存在，如圖八、九所示。

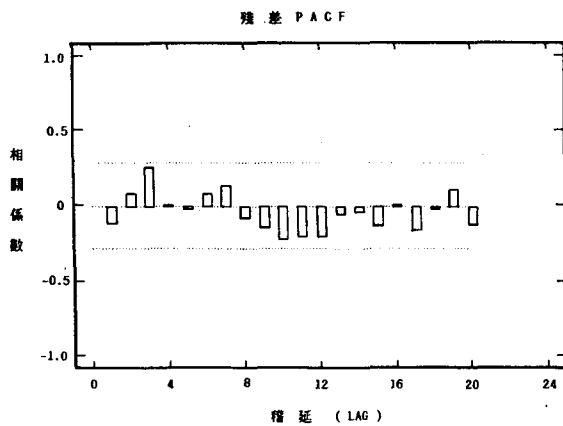
以 Niger River 為例，依其統計特性分別以兩種模式各衍生5000個年流量序列，其序列之一、二年移動平均及五年移動平均值，排列之後點繪於機率圖上，如圖十、十一及十二所示。(1)以單一年乾旱事件之分析，記錄年限51年內最低年流量為 28757.5 cfs，以 Weibull 法51年資料發生流量比 28757.5 cfs 小之機率為 0.01923 (1/52)，若查5000年之合成資料結果 (圖十) 顯示，兩種



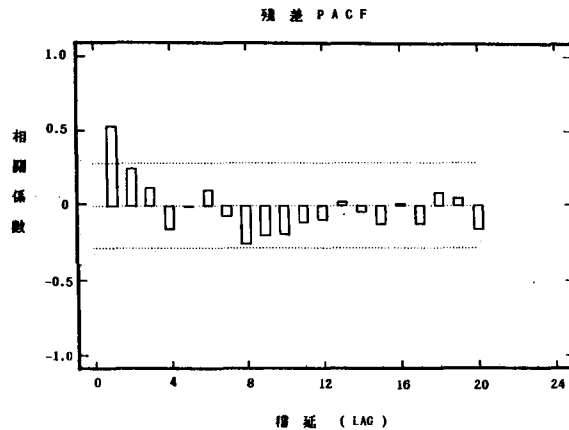
圖六：Niger 河年流量 AR(1) 模式殘差自相關函數圖



圖八：Niger 河年流量白噪音模式殘差自相關函數圖



圖七：Niger 河年流量 AR(1) 模式殘差自相關函數圖

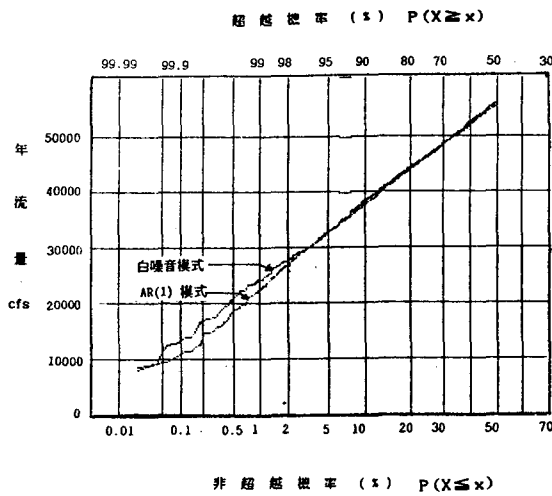


圖九：Niger 河年流量白噪音模式殘差部份自相關函數圖

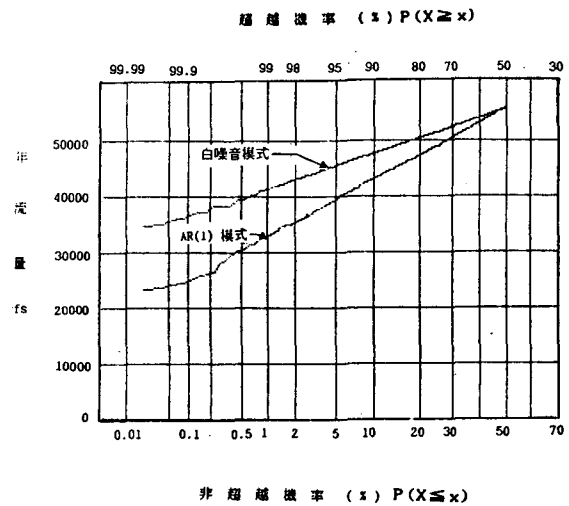
方法所得結果十分近似，即小於該流量之機率皆約為0.02。(2)每二年平均最低流量發生在1912與1913年，其平均流量為30822.2 cfs，其對應之機率為 $1/(50+1)$ (約0.02)，圖十一顯示由白噪音模式及AR(1)模式求得對稱於該機率之流量分別為36,000 cfs及30,000 cfs，顯然由白噪音模式所推得之每二年平均枯旱流量有高估的現象，且此一差距將隨迴歸週期之增加而有擴大的趨勢。另外圖上亦顯示白噪音模式與AR(1)模式於重現週期10年(即 $P(X \leq x) = 0.1$)之2年移動平均枯旱流

量之推估值分別約為42500 cfs與39500 cfs。顯示，白噪音模式較AR(1)模式高估約11%之枯旱流量。

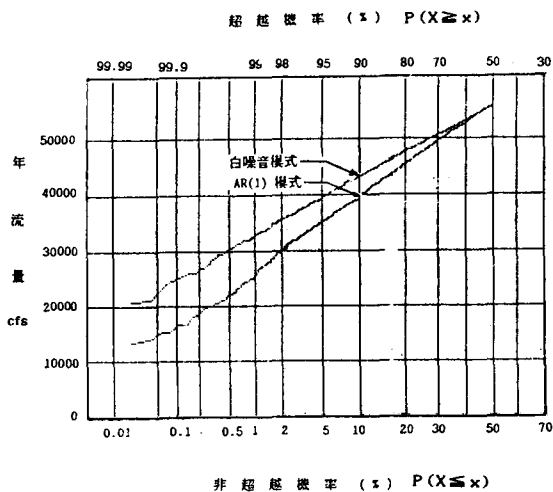
(3)歷史記錄顯示每五年平均最低流發生在1940~1944年間，其平均流量為39446 cfs，其對應之機率為 $1/(47+1) = 0.021$ ，同樣的，圖十二顯示由白噪音模式所得之結果有高估極端平均低流量之現象。最後為期能提供枯旱風險分析之應用參考，本研究將一年、二年、五年及十年序列平均之流量一機率圖繪於圖十三。



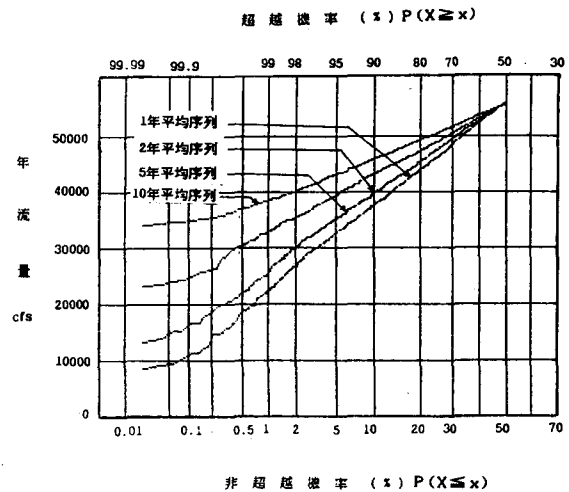
圖十：兩種模式繁衍 Niger 河之每年枯旱流量頻率



圖十二：兩種模式繁衍 Niger 河之每5年平均枯旱流量頻率



圖十一：兩種模式繁衍 Niger 河之每2年平均枯旱流量頻率



圖十三：AR(1) 模式繁衍 Niger 河之每1、2、5及10年平均枯旱流量頻率

五、結 論

1. 為探討序列結構中持續性之影響，本研究利用序列移動平均值之統計量及頻率分佈圖以顯示純機

率模式（白噪音模式）及自迴歸（AR(1)）模式之差異。假設歷史流量資料之平均值為 $E(x)$ ，變異數為 $Var(x)$ ，一階自相關係數為 ϕ_1 ，則其理論序列之統計量為：

模 式	原 序 列		2 年 移 動 平 均 序 列		n 年 移 動 平 均 序 列	
	mean	Variance	mean	Variance	mean	Variance
AR (1)	$E(x)$	$Var(X)$	$E(X)$	$\frac{1}{2}(1+\phi_1)Var(X)$	$E(X)$	$\left[\frac{1}{n} + \frac{2}{n^2} \sum_{i=1}^n (n-i)\phi_1^i Var(X)\right]$
白 噪 音	$E(x)$	$Var(X)$	$E(X)$	$\frac{1}{2}Var(X)$	$E(X)$	$\frac{1}{n}Var(X)$

上式結果顯示兩種模式之平均值皆相同，但白噪音模式低估了 n 年 ($n \geq 2$) 移動平均序列之變異數。由於不同頻率之枯旱流量， X_T 係由

$X_T = \text{平均值} + \text{頻率因子}(K_T) * \text{標準偏差}(\sqrt{Var})$ 來估算。低估變異數將造成高估低流量之情形。以 Niger 河年流量序列 ($\phi_1 = 0.56$) 分別以兩種模式繁衍 5000 個數據所作的頻率分析圖（圖十、十一、十二），可明顯看出其差異性。

2. 水文序列過程，諸如降雨、逕流及其它氣象因子或河川水質變化等，常具明顯的自相關性。若忽略了序列自相關性質，而以純隨機獨立事件視之，則會產生推估之誤差，此誤差將顯示於序列移動（每二年或多年）平均之極端值，且其誤差隨序列之持續性及重現週期之增加而愈趨顯著。而此一誤差將嚴重影響水資源規劃（或經營）之成敗，低估持續性的乾旱問題，常易造成水資源不足或調配營運上的偏失。
3. 以合成序列進行定點頻率分析，合成資料長度會影響頻率點繪結果之穩定性。合成資料愈長，則繪點之頻率曲線愈平滑穩定。因此，對於愈極端事件之推估，則愈需要更多之合成個數，以得到穩定可靠的結果。水文資料記錄大都很短，大致約 25 年至 50 年間，可資利用之數據極有限；以序率合成模式衍生序列，因其具有原始資料統計特性之考慮，以其衍生之長期序列，可由繪點法求得一較平滑之頻率曲線，或以此序列作為水庫模擬或操作之用。

謝 誌：

本文蒙淡江大學虞國興教授、臺灣大學土木工程系林國峰教授、美國加州防洪局水文組長鄔寶林博士之討論及提供許多寶貴意見，研究期間亦多蒙臺大農工系易任教授、王如意教授之關心與協助，僅在此併致謝忱。

參 考 文 獻

1. 王如意、易任，應用水文學，下冊，國立編譯館，臺北，(1983)。
2. 洪華生、鄧漢忠，工程或然率，中國土木水利工程學會，三版，(1983)。
3. Bowerman, B. L. and R. T. O'Connell, Forecasting and Time Series, 雙葉書局，(1982)。
4. Box, G. E. P. and G.M. Jenkins, Time Series Analysis Forecasting and Control, 雙葉書局，(1982)。
5. Chock, D. P., Statistics of Extreme Value of Air Quality-A Simulation Study, Atmospheric Environment, Vol. 19, pp. 2603-2608, (1985)。
6. Chock, D. P. and P. S. Sluchak, Estimating Extreme Values of Air Quality Data Using Different Fitted Distributions, Atmospheric Environment, Vol. 20, pp. 989-993, (1986)。
7. Clarke, R. T., Mathematical Models in Hydrology, Food and Agriculture

- Organization of the United Nation, (1973).
8. Chow, V.T., D. R. Maidment and L. W. Mays, Applied Hydrology, McGraw-Hill, Inc, (1988).
 9. Feller, W., The Assymptotic Distribution of the Range of Sums of Independent Variables. Ann Math Stat. 22, pp. 427-432, (1951)
 10. Fleming, G., Computer Simulation Techniques in Hydrology, Elsevier North-Holland, Inc, (1975).
 11. Frevert, D. K., M. S. Cowan, and W. L. Lane, Use of Stochastic Hydrology in Reservoir Operation, Journal of Irrigation and Drainage Engineering, Vol. 115, No. 3, (1989).
 12. Haan, C. T., Statistical Methods in Hydrology 九洲圖書有限公司, (1977)。
 13. Hurst, H. E., Long Term Storage Capacity of Reservoirs. Trans Am. Soc. Civil Engrs., 116, pp. 770-808, (1951)
 14. Jackson, B.B., The Use of Streamflow Models in Planning, W. R. R., Vol. 11, No. 1, (1975).
 15. Kite, G. W., Frequency and Risk Analysis in Hydrology Water Resource Publications, U. S., A., (1977).
 16. Linsley, R.K., M.A. Kohler, and J.L.H. Paulhus, Hydrology for Engineers, 再興出版社 (1975).
 17. Matalas, N. C. and J. R. Wallis, 1971. Statistical Properties of Multivariate Fractional Noise Processes. W. R. R. Vol. 7, No. 6, pp. 1460-1468.
 18. Raghunath, H. M., Hydrology, Wiley Eastern Limited, (1985).
 19. Salas, J.D., J.W. Delleur, V. Yevjevich, and W.L. Lane, Applied Modeling of Hydrologic Time Series, Water Resources Publication, U.S.A., (1980).
 20. Thomas, H. A. and Fiering, M. B., Mathematical Synthesis of Streamflow Sequences for the Analysis of River Basins by Simulation. In Design of Water Resource System (Mass et al, eds), pp. 459-493, Cambridge, Massachusetts, Harvard Univ. Press, (1962)

收稿日期：民國80年10月18日

修正日期：民國80年10月24日

接受日期：民國80年10月30日

<p>專營土木、水利、建築等工程</p> <p>明益土木包工業</p> <p>地 址：宜蘭縣三星鄉大隱村大埔路10號</p> <p>電 話：(039)890526</p>	<p>專營土木、水利、建築等工程</p> <p>國政土木包工業</p> <p>地 址：宜蘭縣員山鄉三闔路10號</p> <p>電 話：(039)327468</p>
--	---