

# 地下水滲漏含水層系統之砂箱模型研究

## A Study of Sand Box Model on a Leaky Aquifer System

國立臺灣大學農工所碩士

國立臺灣大學農工所副教授

國立臺灣大學農工所研究生

張博文

譚義績

洪堅仁

Po-Wen Chang

Yih-Chi Tan

Chien-Jen Hong

### 摘 要

長久以來對於地下水滲漏含水層滲漏量之研究，均僅局限於定性分析而無法做完整的定量分析，滲漏含水層之定性分析均依照一般傳統達西定律方式分析其物理現象，然而實際情形上則對於地下水滲漏量很難估計，主要原因為地下水自由水面之移動為一非線性方程式，因此大多參考文獻多偏向於滲漏含水層水井函數之研究，而忽略滲漏量之探討，故本研究之目的乃以定量分析方式來探討滲漏量在不同邊界條件下之影響。另外，自由水面高度及受壓含水層勢能間之差亦可顯示滲漏量大小的趨勢，由於勢能差的影響，當自由水面高度及受壓含水層勢能差的愈大時，其滲漏量亦愈大；反之，當自由水面高度及受壓含水層勢能差的愈小時，其滲漏量亦愈小，由此可見滲漏含水層在水平方向任何一點之滲漏量均不可能一樣，因此，本文之重點在推論及驗證相同厚度之滲漏含水層其滲漏量是水平座標系統之相關函數，其結果並未違背達西定律，只是強調在一維水平方向任何一點之滲漏量均可能不同。

研究方法在理論上乃利用數學之擾動分析法配合土壤中流體之物理現象推導出滲漏因子，並針對不同邊界條件推導其自由水面高度及受壓含水層勢能之解析解，最後對滲漏量作完整的量化工作；在數值分析方面係採用ASM(Aquifer Simulation Model)模式模擬自由水面高度及其受壓含水層勢能的趨勢，進而得到滲漏量的大小；實驗室實驗部分為自行設計製作一座滲漏含水層砂箱模型，利用測壓管量測自由水位線及勢能之高度。俾使理論、數值、實驗三者合而為一。

本研究之主要貢獻在於將熱傳方面的擾動分析法應用在地下水的研究上，並對滲漏量做完整的量化分析，經由數值及實驗的驗證結果顯示此理論已可準確的描述滲漏量的分布，這將有助於將來對污染物影響地下水含水層的評估工作。另一方面本研究提供了擾動分析法在地下水滲漏量分析適用性的觀念，往後將可利用此觀念應用於其他地下水研究中，這將是往後地下水研究發展的另一途徑。

### ABSTRACT

The research on groundwater leakage of aquifer has been limited for a long time to qualitative analysis not suitable for quantitative analysis. The qualitative analysis of leaky aquifer is according to traditional Darcy's law analyzing the physical phenomenon. However, it's difficult to estimate the groundwater

leakage, because the movent of groundwater free surface is a nonlinear equation. Therefore, most of the references of leaky aquifer are not able to estimate the leakage. This research is using quantitative analysis to calculate the influence of leakage with different boundary conditons.

In theoretical analysis, this research method adopts perturbation analysis method in cope with physical phenomenon of the fluid to derive leaky factors, with different focuses boundary conditions to obtain the analytic solutions of free surface and potential, and quantify the leakage completely. Numerical analysis uses aquifer simulation model simulated the height free surface and the trend of potential. A leaky aquifer sand box model had been designed in the laboratory, and using piezometer tube measure the height of free surface and potential.

The major contribution of this research is to apply the perturbation method on groundwater research and quantify leakage completely. The experimental results are able to describe leakage distribution. These results can help to understand the behavior of contaminant effects on groundwater.

## 一、前 言

臺灣地區位於地震帶，有許多受壓含水層受地震影響均有滲漏現象，目前自然河川受到嚴重污染後滲漏至地下水含水層，甚至水田灌溉受農藥污染後穿透硬盤層到達含水層。然而目前對於滲漏量之研究，只局限於定性分析而無法做定量分析，因此污染物影響地下水含水層亦無法估計其污染損害之情形。

長久以來，滲漏含水層之定性分析均依照一般傳統方式的達西定律來分析其物理現象，但是實際情形上對於地下水滲漏量却很難估計，主要是因為地下水自由水面之移動為一非線性方程式，因此大多參考文獻多偏向於滲漏含水層水井函數之研究，而忽略了滲漏量之探討，本研究希望以定量分析方式來探討滲漏通量之分布。

Hantush (1955) 在推導滲漏含水層支配方程式時定義了滲漏因子 (Leaky Factor)，本研究主要目的是利用數學之擾動分析法配合土壤中流體之物理現象同樣可推導出滲漏因子，並經由擾動分析過程中對滲漏量作量化的工作，最後推導出滲漏含水層之支配方程式，進而與土壤中流體之物

理現象作比較，再經由砂箱模型的試驗及數學模式的模擬三者一併分析，以期對滲漏量作量化分析的研究。

研究方法可分為三部分進行：(1)理論推導方面(2)數值模擬方面(3)實驗室實驗部分。分述如下：

在理論上係將含水層分為三部分：一層為自由含水層，一層為受壓含水層，介於二層之中為滲漏含水層，在第一層有一條非線性自由水面邊界，最下一層為受壓含水層，而底部則為岩盤。分析方式係利用無因次分析配合擾動分析法，藉由動力邊界條件、運動邊界條件、紐曼邊界條件及二層間之界面僅存在着勢能連續及速度連續兩個條件，加以探討滲漏量及滲漏因子的關係，進而對滲漏量作完整的量化工作，理論部分已於七十九年十二月發表於國立臺灣大學農學院研究報告第三十卷第四期，因此不再贅述。

數值模擬方面由 ASM (Aguifer Simulation Model) 數學模式模擬，係利用數值之有限差分法對控制方程式進行空間與時間的離散，並經由數值解法解其聯立方程式，再配合四種自然界中較為常見的邊界情形，模擬自由水位線及勢能變化的趨勢。

實驗室實驗部分為自行設計製做一臺滲漏含水層砂箱模型，並且完成測試及修正等項工作。首先必須選擇所要試驗的砂樣，再測定試驗砂樣的粒徑分布及透水係數等物理參數，測定完畢後，須將砂樣烘乾，再放入水箱中使其達到飽和狀態，並利用自然重力沉降方式放置砂樣於砂箱模型中，以達到較為均質的效果，另一方面，並在砂箱模型後面選定78個觀測點，經由橡皮軟管連接銅管及L形玻璃測壓管做為量測自由水位線及受壓含水層勢能之高度之壓力計，試驗開始進行時，將兩側水箱控制在所要模擬的邊界情形，並以人工降雨器模擬降雨補注量，即可開始進行試驗，在選定的時間段以照像技術讀取自由水面線及受壓含水層勢能數據資料，進而計算各水平方向的滲漏通量。俾使理論、數值、實驗三者合而為一。

## 二、文獻回顧

表1 砂箱模型之研究探討

Luthin (1975)	砂箱模型長 701cm 高182.88cm 寬 7.62cm	二維抽水之數值解與 試驗解之比較
Tang Skaggs (1977)	砂箱模型 長 8.5m 寬 1.2m 高 0.76m	渠溝與地下水之間流量 傳輸現象之研究
Nieber Walter (1981)	砂箱模型 長 3.66m 寬 0.108m 高 0.58m	探討坡地滯滯現象對降 雨滲流量之影響
Rulon Freeze (1985)	砂箱模型 長 2.44m 寬 0.1m 高 1m	坡地互層條件下，在上 游坡面上降雨，量測在 穩定狀態下之土壤滲流 量，並與數值解比較
劉長齡 許榮庭等 (1989)	砂箱模型 長 150cm 寬 10cm 高 60cm	坡地互層條件下，在上 游坡面上給予一固定降 雨延時，量測土壤內靜 壓水頭之變化及土壤之 滲流量歷線
蘇苗彬 王智澤 (1990)	砂箱模型 長 2.5m 寬 1m 高 0.5m	利用砂箱模型追蹤劑試 驗及參數檢定方法，研 究延散係數，並以優選 法及試誤法修正之

## 三、滲漏含水層滲漏量之解析

### 3-1 自由水面高度及受壓含水層勢能之解析

由譚義績及張博文 [1990、p101-103] 利用擾動分析法 (Perturbation Method) 配合各種

邊界條件包括動力邊界條件 (Dynamic Boundary Condition)、運動邊界條件 (Kinematic Boundary Condition)、土壤中物體流動之現象即勢能水頭 (Potential Head) 與其通量 (Flux) 連續之觀念，推導得出三個在穩定狀態下之支配方程式：

$$\frac{d}{dx} \left( J_0 \frac{dJ_0}{dX} \right) + \frac{q-Q}{K} = 0 \quad (1)$$

$$\Phi_0^{**} = J_0 + \epsilon \left( \frac{q}{K^*} \right) \left( \frac{b^*}{L} \right) \quad (3)$$

$$q = \left( \frac{b^{**} K^{**}}{L} \right) \left( \frac{d^2 \Phi_0^{**}}{dX^2} \right) \quad (3)$$

利用滲漏通量(3)式代入(2)式及(1)式，得到兩個方程式：

$$\frac{d}{dx} \left( J_0 \frac{dJ_0}{dX} \right) + \left( \frac{b^{**} K^{**}}{LK} \right) \left( \frac{d^2 \Phi_0^{**}}{dX^2} \right) - \frac{Q}{K} = 0 \quad (4)$$

$$\Phi_0^{**} = J_0 + \left( \frac{b^*}{L} \right) \left( \frac{b^{**}}{L} \right) \left( \frac{\epsilon K^{**}}{K^*} \right) \left( \frac{d^2 \Phi_0^{**}}{dX^2} \right) \quad (5)$$

再經由下列三個無因次參數

將(4)式及(5)式因次化令  $\eta = J_0 L$ ,  $\phi^{**} = \Phi_0^{**} L$  因此得

$$\phi^{**} = \eta - B^2 \left( \frac{d\phi^{**}}{dx^2} \right) \quad (6)$$

$$B^2 = \frac{b^{**} k^{**} b^*}{K^*} \quad (7)$$

$$K \frac{d}{dx} \left( \eta \frac{d\eta}{dx} \right) + K^{**} b^{**} \left( \frac{d^2 \phi^{**}}{dx^2} \right) + Q = 0 \quad (8)$$

將(6)式代入(8)式欲求解  $\phi^{**}$  得：

$$k \frac{d}{dx} \left[ \left( \phi^{**} + B^2 \left( \frac{d^2 \phi^{**}}{dx^2} \right) \right) \frac{d}{dx} \left( \phi^{**} + B^2 \left( \frac{d^2 \phi^{**}}{dx^2} \right) \right) \right] + K^{**} b^{**} \left( \frac{d^2 \phi^{**}}{dx^2} \right) + Q = 0 \quad (9)$$

此為一高階非線性方程式不易求解，故藉由滲漏含水層之特性，假設  $K^* \rightarrow 0$  亦即  $B^2 \rightarrow \infty$ ，則(6)式為：

$$\frac{d^2 \phi^{**}}{dx^2} = \frac{\eta - \phi^{**}}{B^2} \approx 0 \quad (10)$$

(10)式為二階常微分方程式，其解為

$$\phi^{**} = AX + B \quad (11)$$

再將(8)式方程式左右兩邊各積分兩次得

$$-\frac{1}{2} k \eta^2 + k^{**} b^{**} \phi^{**} = CX + D \quad (12)$$

將(11)式代入(12)式得

$$-\frac{1}{2} k \eta^2 + k^{**} b^{**} (AX + B) = CX + D \quad (13)$$

因為  $k^{**} b^{**}$  為一個定值，故(13)式為

$$\frac{1}{2}k\eta^2 = EX + F \quad (14)$$

以下將針對四種自然狀態下較為常見的邊界狀態(如表2所示), 對其受壓含水層勢能及自由水面高度作一完整的解析。

表2 模擬情形種類表

種類	狀態	邊界情形	補注量	水位
情形一	穩定	兩邊皆為固定水頭	沒有	高
情形二	穩定	兩邊皆為固定水頭	有	高
情形三	穩定	兩邊皆為固定水頭	有	低
情形四	穩定	一為固定水頭另一為半透水層	沒有	高

註: 水位乃是指定水頭水位與滲漏含水層高度之高低比較

[情形一] 穩定狀態, 沒有補注量  $Q = 0$ , 且高水位

此情形為兩邊皆為固定水頭, 一邊之定水頭固定在50公分處, 另一邊之變水頭固定在28.5公分處, 所模擬的情形為兩邊皆為水位變化不大的河川, 且沒有任何降雨量的補注。(如圖1所示)。

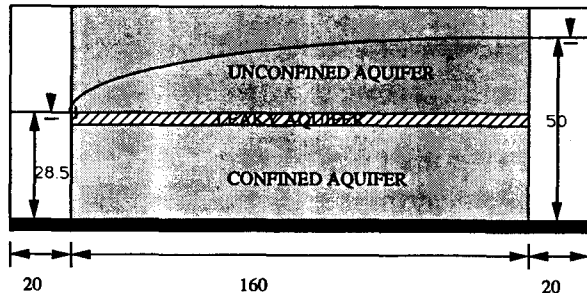


圖1 情形一之邊界狀況示意圖

利用邊界條件

$$x = 0 \quad \eta = H_1$$

$$x = L_x \quad \eta = H_2$$

解得

$$\eta^2 = \frac{x}{L_x}(H_2^2 - H_1^2) + H_1^2$$

因為  $\eta$  為自由水面水位高度恒大於零

$$\eta = \sqrt{\frac{x}{L_x}(H_2^2 - H_1^2) + H_1^2}$$

為一拋物曲線之上半部份

再將上式代入(6)式得

$$\phi^{**} + B^2 \left( \frac{d^2 \phi^{**}}{dx^2} \right) = \sqrt{\frac{x}{L_x}(H_2^2 - H_1^2) + H_1^2}$$

此為二階非齊性常微分方程式利用參數變換法得

$$\phi_P^{**} = \frac{1}{B} \left[ -\cos\left(\frac{x}{B}\right) \int_0^{L_x} \left( \sin\left(\frac{x}{B}\right) \sqrt{\frac{x}{L_x}(H_2^2 - H_1^2) + H_1^2} dx + \sin\left(\frac{x}{B}\right) \int_0^{L_x} \left( \cos\left(\frac{x}{B}\right) \sqrt{\frac{x}{L_x}(H_2^2 - H_1^2) + H_1^2} dx \right) \right]$$

再利用邊界條件

$$x = 0 \quad \phi^{**} = H_1$$

$$x = L_x \quad \phi^{**} = H_2$$

解得係數  $C_1$  及  $C_2$

$$C_1 = (\text{AREA1} + H_1)$$

$$C_2 = \left[ \cos\left(\frac{L_x}{B}\right) \text{AREA1} - \sin\left(\frac{L_x}{B}\right) \right]$$

$$\text{AREA2} + H_2 - \cos\left(\frac{L_x}{B}\right) C_1 / \sin\left(\frac{L_x}{B}\right)$$

故知其受壓含水層勢能為:

$$\phi^{**} = C_1 \cos\left(\frac{x}{B}\right) + C_2 \sin\left(\frac{x}{B}\right) + \phi_P^{**}$$

$$\text{AREA1} = \int_0^{L_x} \sin\left(\frac{x}{B}\right) \sqrt{\frac{x}{L_x}(H_2^2 - H_1^2) + H_1^2} dx$$

$$\text{AREA2} = \int_0^{L_x} \cos\left(\frac{x}{B}\right) \sqrt{\frac{x}{L_x}(H_2^2 - H_1^2) + H_1^2} dx$$

[情形二] 穩定狀態, 有補助量  $Q = 1.26 \text{ cm/hr}$ , 且高水位

此情形為兩邊皆為固定水頭, 一邊之定水頭固定在50公分處, 另一邊之變水頭固定在28.5公分處, 所模擬的情形為兩邊皆為水位變化不大的河川, 有降雨量的補注。(如圖2所示)。

$Q = 1.26 \text{ cm/hr}$  均勻降雨補注

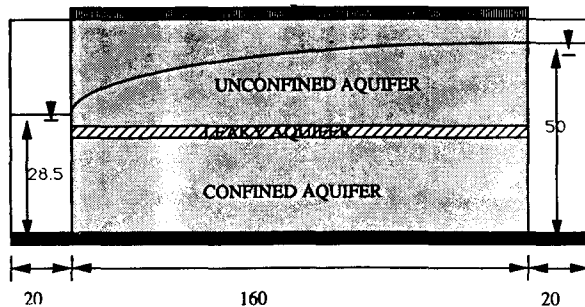


圖2 情形二之邊界狀況示意圖

利用邊界條件

$$x = 0 \quad \eta = H_1$$

$$x = L_x \quad \eta = H_2$$

解得

$$\eta^2 = -\frac{Q}{k}x^2 + \left[ \frac{(H_2^2 - H_1^2)}{L_x} + \frac{Q}{k}L_x \right]x + H_1^2$$

因為  $\eta$  為自由水面水位高度恒大於零

$$\eta = \sqrt{-\frac{Q}{k}x^2 + \left[ \frac{(H_2^2 - H_1^2)}{L_x} + \frac{Q}{k}L_x \right]x + H_1^2}$$

為一拋物曲線之上半部份

再將上式代入(6)式得

$$\phi^{**} + B^2 \left( \frac{d^2 \phi^{**}}{dx^2} \right) = \sqrt{-\frac{Q}{k}x^2 + \left[ \frac{(H_2^2 - H_1^2)}{L_x} + \frac{Q}{k}L_x \right]x + H_1^2}$$

此為二階非齊性常微分方程式利用參數變換法得

$$\begin{aligned} \phi_p^{**} &= \frac{1}{B} \left[ -\cos\left(\frac{x}{B}\right) \int_0^{L_x} \sin\left(\frac{x}{B}\right) \sqrt{-\frac{Q}{k}x^2 + \left[ \frac{(H_2^2 - H_1^2)}{L_x} + \frac{Q}{k}L_x \right]x + H_1^2} dx \right. \\ &\quad \left. + \sin\left(\frac{x}{B}\right) \int_0^{L_x} \cos\left(\frac{x}{B}\right) \sqrt{-\frac{Q}{k}x^2 + \left[ \frac{(H_2^2 - H_1^2)}{L_x} + \frac{Q}{k}L_x \right]x + H_1^2} dx \right] \end{aligned}$$

再利用邊界條件

$$x = 0 \quad \phi^{**} = H_1$$

$$x = L_x \quad \phi^{**} = H_2$$

解得係數  $C_1$  及  $C_2$

$$\begin{aligned} \text{AREA1} &= \int_0^{L_x} \sin\left(\frac{x}{B}\right) \sqrt{-\frac{Q}{k}x^2 + \left[ \frac{(H_2^2 - H_1^2)}{L_x} + \frac{Q}{k}L_x \right]x + H_1^2} dx \\ \text{AREA2} &= \int_0^{L_x} \cos\left(\frac{x}{B}\right) \sqrt{-\frac{Q}{k}x^2 + \left[ \frac{(H_2^2 - H_1^2)}{L_x} + \frac{Q}{k}L_x \right]x + H_1^2} dx \end{aligned}$$

故知其受壓含水層勢能為：

$$\begin{aligned} \phi^{**} &= C_1 \cos\left(\frac{x}{B}\right) + C_2 \sin\left(\frac{x}{B}\right) + \phi_p^{**} \\ \text{AREA1} &= \int_0^{L_x} \sin\left(\frac{x}{B}\right) \sqrt{-\frac{Q}{k}x^2 + \left[ \frac{(H_2^2 - H_1^2)}{L_x} + \frac{Q}{k}L_x \right]x + H_1^2} dx \\ \text{AREA2} &= \int_0^{L_x} \cos\left(\frac{x}{B}\right) \sqrt{-\frac{Q}{k}x^2 + \left[ \frac{(H_2^2 - H_1^2)}{L_x} + \frac{Q}{k}L_x \right]x + H_1^2} dx \end{aligned}$$

[情形三] 穩定狀態，有補注量  $Q = 1.26 \text{ cm/hr}$ ，且低水位

此情形為兩邊皆為固定水頭，一邊之定水頭固定在50公分處，另一邊之變水頭固定在10公分處，所模擬的情形為兩邊皆為水位變化不大的河川，有降雨量的補注。(如圖3所示)。

$Q = 1.26 \text{ CM/HR}$  均勻降雨補注

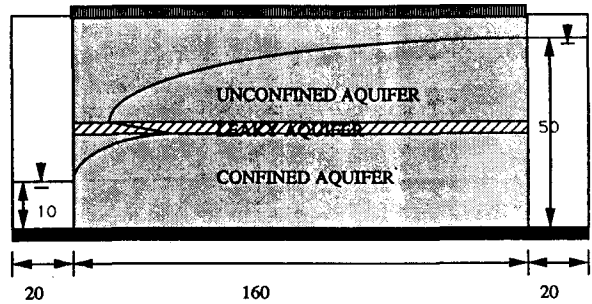


圖3 情形三之邊界狀況示意圖

利用邊界條件

$$x = 0 \quad \eta = H_1$$

$$x = L_x \quad \eta = H_2$$

解得

$$\eta^2 = -\frac{Q}{k}x^2 + \left[ \frac{(H_2^2 - H_1^2)}{L_x} + \frac{Q}{k}L_x \right]x + H_1^2$$

因為  $\eta$  為自由水面水位高度恒大於零

$$\eta = \sqrt{-\frac{Q}{k}x^2 + \left[ \frac{(H_2^2 - H_1^2)}{L_x} + \frac{Q}{k}L_x \right]x + H_1^2}$$

為一拋物曲線之上半部份

再將上式代入(6)式得

$$\begin{aligned} \phi^{**} + B^2 \left( \frac{d^2 \phi^{**}}{dx^2} \right) &= \sqrt{-\frac{Q}{k}x^2 + \left[ \frac{(H_2^2 - H_1^2)}{L_x} + \frac{Q}{k}L_x \right]x + H_1^2} \end{aligned}$$

此為二階非齊性常微分方程式利用參數變換法得

$$\begin{aligned} \phi_p^{**} &= \frac{1}{B} \left[ -\cos\left(\frac{x}{B}\right) \int_0^{L_x} \sin\left(\frac{x}{B}\right) \sqrt{-\frac{Q}{k}x^2 + \left[ \frac{(H_2^2 - H_1^2)}{L_x} + \frac{Q}{k}L_x \right]x + H_1^2} dx \right. \\ &\quad \left. + \sin\left(\frac{x}{B}\right) \int_0^{L_x} \cos\left(\frac{x}{B}\right) \sqrt{-\frac{Q}{k}x^2 + \left[ \frac{(H_2^2 - H_1^2)}{L_x} + \frac{Q}{k}L_x \right]x + H_1^2} dx \right] \end{aligned}$$

再利用邊界條件

$$x = 0 \quad \phi^{**} = H_1$$

$$x = L_x \quad \phi^{**} = H_2$$

解得係數  $C_1$  及  $C_2$

$$C_1 = (\text{AREA1} + H_1)$$

$$C_2 = \left[ \cos\left(\frac{L_x}{B}\right) \text{AREA1} - \sin\left(\frac{L_x}{B}\right) \text{AREA2} + H_2 - \cos\left(\frac{L_x}{B}\right) C_1 \right] / \sin\left(\frac{L_x}{B}\right)$$

故知其受壓含水層勢能為：

$$\phi^{**} = C_1 \cos\left(\frac{x}{B}\right) + C_2 \sin\left(\frac{x}{B}\right) + \phi_r^{**}$$

$$\text{AREA1} = \int_0^{L_x} \sin\left(\frac{x}{B}\right) \sqrt{-\frac{Q}{k}x^2 + \left[\frac{(H_2^2 - H_1^2)}{L_x} + \frac{Q}{k}L_x\right]x + H_1^2} dx$$

$$\text{AREA2} = \int_0^{L_x} \cos\left(\frac{x}{B}\right) \sqrt{-\frac{Q}{k}x^2 + \left[\frac{(H_2^2 - H_1^2)}{L_x} + \frac{Q}{k}L_x\right]x + H_1^2} dx$$

[情形四] 穩定狀態，沒有補注量  $Q = 0$ ，且高水位

此情形為一邊固定水頭，另一邊為半透水邊界，變水頭的一邊固定在 28.5 公分處，半透水層之下半部為不透水層，上半部為透水層，所模擬的情形一邊為水位變化不大的河川，另一邊為下半部皆是不透水層的地層結構，且沒有任何降雨量的補注。(如圖 4)。

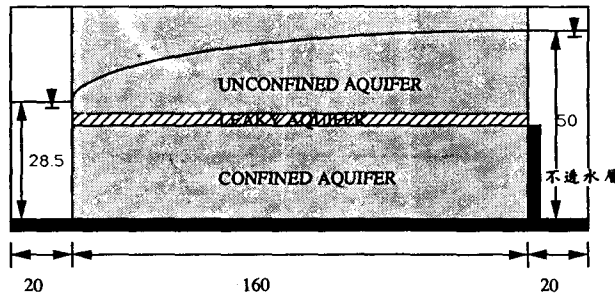


圖 4 情形四之邊界狀況示意圖

利用邊界條件

$$x = 0 \quad \eta = H_1$$

$$x = L_x \quad \eta = H_2$$

解得

$$\eta^2 = \frac{x}{L_x} (H_2^2 - H_1^2) + H_1^2$$

因為  $\eta$  為自由水面水位高度恒大大於零

$$\eta = \sqrt{\frac{x}{L_x} (H_2^2 - H_1^2) + H_1^2}$$

為一拋物曲線之上半部份

再將上式代入(6)式得

$$\phi^{**} + B^2 \left( \frac{d^2 \phi^{**}}{dx^2} \right) = \sqrt{\frac{x}{L_x} (H_2^2 - H_1^2) + H_1^2}$$

此為二階非齊性常微分方程式利用參數變換法得

$$\phi_r^{**} = \frac{1}{B} \left[ -\cos\left(\frac{x}{B}\right) \int_0^{L_x} \sin\left(\frac{x}{B}\right) \sqrt{\frac{x}{L_x} (H_2^2 - H_1^2) + H_1^2} dx + \sin\left(\frac{x}{B}\right) \int_0^{L_x} \cos\left(\frac{x}{B}\right) \sqrt{\frac{x}{L_x} (H_2^2 - H_1^2) + H_1^2} dx \right]$$

再利用邊界條件

$$x = 0 \quad \phi^{**} = H_1$$

$$x = L_x \quad \frac{d\phi^{**}}{dx} = 0$$

解得係數  $C_1$  及  $C_2$

$$C_1 = (\text{AREA1} + H_1)$$

$$C_2 = \left[ C_1 \sin\left(\frac{L_x}{B}\right) - \sin\left(\frac{L_x}{B}\right) \text{AREA1} - \cos\left(\frac{L_x}{B}\right) \text{AREA2} \right] / \cos\left(\frac{L_x}{B}\right)$$

故知其受壓含水層勢能為：

$$\phi^{**} = C_1 \cos\left(\frac{x}{B}\right) + C_2 \sin\left(\frac{x}{B}\right) + \phi_r^{**}$$

$$\text{AREA1} = \int_0^{L_x} \sin\left(\frac{x}{B}\right) \sqrt{\frac{x}{L_x} (H_2^2 - H_1^2) + H_1^2} dx$$

$$\text{AREA2} = \int_0^{L_x} \cos\left(\frac{x}{B}\right) \sqrt{\frac{x}{L_x} (H_2^2 - H_1^2) + H_1^2} dx$$

### 3-2 解析結果之分析

圖 5 至圖 8 為理論解析之自由水面高度及受壓含水層勢能之分析結果，其中情形一及情形四分析結果顯示在沒有降雨補注量的情況下，當含水層達到穩定狀態時，其自由水面高度為近似直線分布，此現象極為合理由於沒有任何降雨量的補注，含水層的流動完全是依賴邊界水頭梯度的變化所造成的，所以在達到穩定狀態時應為一條近似直線分布。然而在有降雨補注量的情況下，當含水層達到穩定狀態時，其自由水面高度為一弧線分布如情形二、情形三所示。有降雨量的補注，自由水面高度應為二次曲線的弧線分布狀況。

在受壓含水層勢能方面，由於邊界條件的影響造成了兩種不同的趨勢，在兩邊皆為固定水頭的邊界條件下，其受壓含水層勢能呈近似直線的分佈如情形一、情形二、情形三所示，此乃由於含水層的流動完全是依賴邊界水頭梯度的變化所造成的，所以在達到穩定狀態時應為一條直線。然而在一邊為固定水頭另一邊為不透水邊界的邊界條件下，其受壓含水層勢能呈一幾近水平的直線分佈如情形四所示，此乃由於不透水邊界並不會提供任何水量的補注，此時受壓含水層的水量來源完全經由低透水率的滲漏含水層所滲漏之滲漏量所致，且滲漏量非常小，因此無法提高不透水邊界附近的勢能水頭高度。

#### 四、數學模擬

##### 4-1 ASM 地下水數學模式

ASM 是一個二維的地下水流及輸送模式。水流方程式是以有限差分法求解，含水層則分割為矩形元素之網格，節點位於元素中央 (Node-centered Scheme)。根據達西定律 (Darcy's Law)，每個元素先建立水平平衡方程式，再利用流通量 (Flux) 求解水位。可選擇 IADI (Iterative Alternating Direction Implicit procedure) 或 Gauss-Seidel 方法求解。由於此模式並非本文之重點，僅借此模式來驗證砂箱模擬及理論分析。

##### 4-2 數值結果之分析

圖 9 至圖 12 為數值解析之自由水面高度及受壓含水層勢能之分析結果，分析結果顯示與理論分析近似，只是在邊界上有些差距，主要係毛細現象所影響，而本數值分析以觀測值做為邊界條件。

#### 五、地下水模型試驗

地下水之流動屬於自然現象之一種，在實地加以觀測固極理想，但一則自然之狀況往往甚為複雜，所牽涉之地域往往極為廣大，觀測所需之費用及人力甚鉅，二則自然現象不受人之控制，不能因試驗之需要而變化或重現。地下水模型即因此而發明，使種種地下水現象能隨試驗之需要而在試驗室中隨心所欲地加以控制，以觀測其變化，方便、經濟而又節省時間，極為理想。

##### 5-1 地下水模型之種類

地下水模型種類甚多，一般較為常見的有兩種

：一為海爾蕭粘滯液體模型；另一為砂箱模型。茲分述如下：

##### ●海爾蕭 (Hele-Shaw) 粘滯液體模型

1897年英國之海爾氏顯示二片相距極近之平行玻璃板中粘滯性液體之流動為一種二度空間之勢能流，因此1936年道可爾氏 (Dachler) 首先用於模擬地下水之流動。

##### ●砂箱模型 (Sand Box Model)

砂箱模型為一將含水層及其邊界依比例縮小而製成之模型。砂箱模型可製成各種形狀，常見者為長方形及扇形。砂箱模型之外殼係以不透水材料所製成，中間以砂土填築以模擬含水層，以瀝青、塑

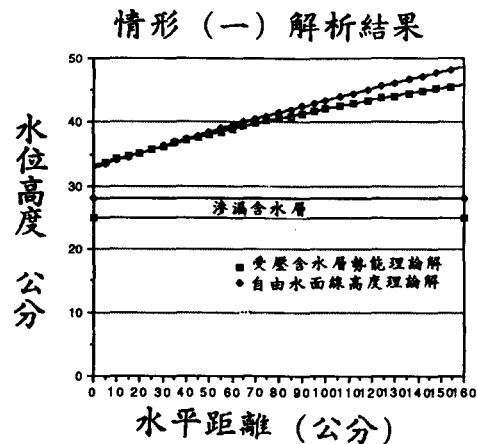


圖 5 情形一自由水面高度及受壓含水層勢能解析解

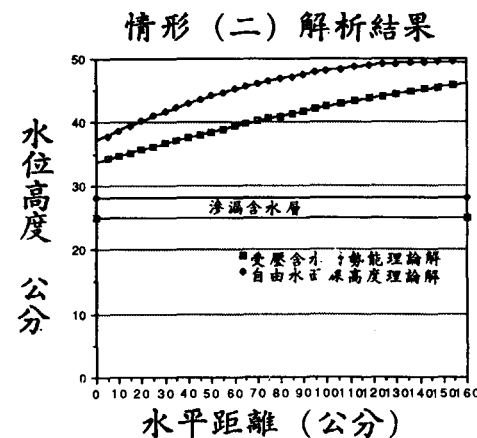


圖 6 情形二自由水面高度及受壓含水層勢能解析解

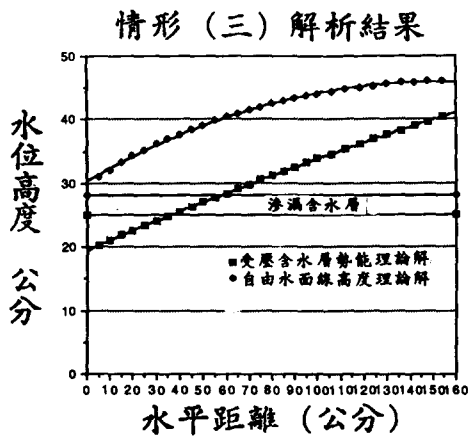


圖7 情形三自由水面高度及受壓含水層勢能解析解

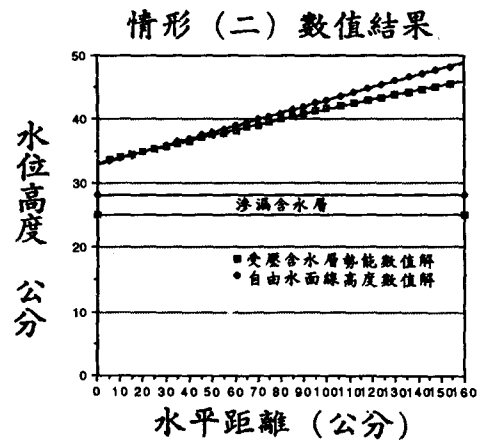


圖10 情形二自由水面高度及受壓含水層勢能數值解

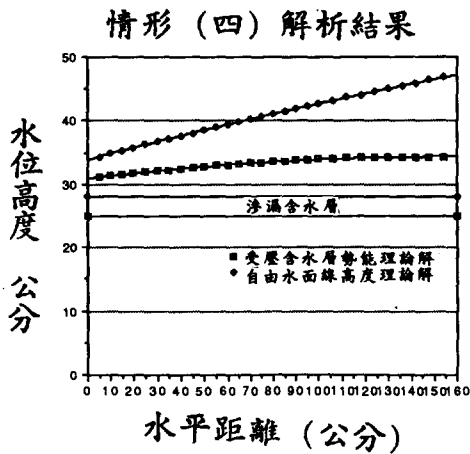


圖8 情形四自由水面高度及受壓含水層勢能解析解

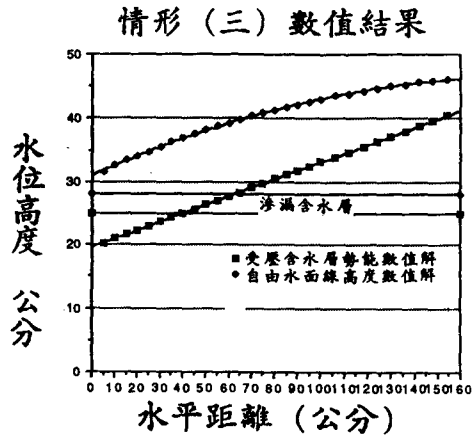


圖11 情形三自由水面高度及受壓含水層勢能數值解

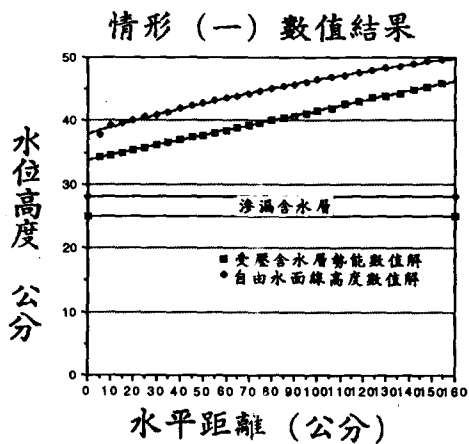


圖9 情形一自由水面高度及受壓含水層勢能數值解

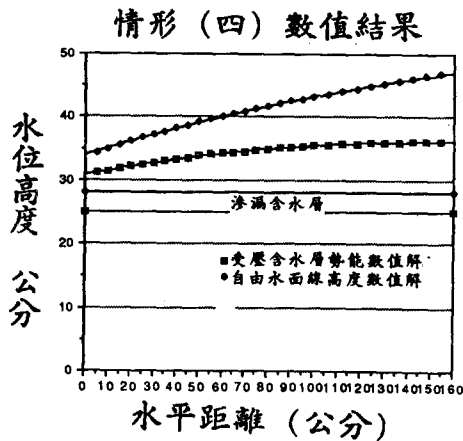


圖12 情形四自由水面高度及受壓含水層勢能數值解



膠、粘土等物質模擬不透水層。不同之透水性可由不同之砂來加以模擬。

嚴格來說唯有砂箱模型才是真正的模型。此種模型可用於模擬地下水之抽水、人工補注及海水入侵等問題。

砂箱模型之最大缺點為受毛細管上升之影響，此種上升在模型與實體中完全相同無法予以縮小。在受壓含水層此種影響並不重要，但在自由含水層則可引起可觀之誤差而必須加以修正。

在表 3 中比較了砂箱模型與海爾蕭模型之適用性與優缺點，不難發現砂箱模型確實有其獨特的優點，尤其在毛管現象與遲滯效應方面更能使其接近現場狀況，再由前人之研究中更加發覺砂箱模型試驗已是今日地下水模型的主流。因此，本研究亦採用砂箱模型試驗作為驗證的工具。

表 3 砂箱模型及海爾蕭模型之適用性與優缺點比較

項 目	模 型		
	砂箱模型	海爾蕭模型	
		垂 直	水 平
二度或三度空間	均可	二維	二維
穩定流或變量流	均可	均可	均可
毛細管現象毛細管壓之模擬	可	不可	不可
自由水面之模擬	可	可	可
不均勻性介質之模擬	可	可	可
滲漏地層之模擬	可	可	可
流線之觀測	可	可	可
兩種不同且不相混合流體同時流動之模擬	可	不可	不可
遲滯現象之模擬	可	不可	不可
真實砂粒土壤之流動模擬	可	不可	不可

### 5-2 砂箱模型試驗配置

本研究之地下水滲漏含水層滲漏量砂箱模型試驗之進行是利用長 160 公分，高 60 公分，寬 10 公分之砂箱模型，模型之製作係由厚 0.8 公分之壓克力板組合而成，為防止模型箱因填入土壤而變形，因此在模型箱上方束以三條長 10 公分，寬 5 公分之壓克力條以增加模型箱的束縮度。模型箱之左右兩側分別為長 20 公分高 60 公分，寬 20 公分之蓄水箱，右邊為一定水頭蓄水箱，左邊為一變水頭蓄水箱，間其有四個變水頭裝置，分別在距離底部 10 公分、

20 公分、28.5 公分及 40 公分處裝置四個水龍頭開關，以控制變水頭水位的高低。另外，在真實的地下水流動過程是屬於層流，亦即流速極緩，故為使整個水流能符合地下水的流況，在左右兩側之蓄水箱與模型箱之間放置兩層的不織布，以期減緩流速，使其符合地下水中層流之流動。在模型箱的後面鑽有與試驗點相同位置之 78 個小孔，直徑為 0.5 公分，並以 AB 膠黏接直徑 0.5 公分之銅管於其上，以備與測壓管相接連，在模型箱內壁為防止土壤顆粒阻塞測壓管上之小孔，而影響測壓管量測結果，因此利用小孔通氣膠布 (Micropore) 貼於模型箱內壁。砂箱模型尺寸如圖 13 所示。

### ●試驗點的選擇

由於左側變水頭蓄水箱受到邊界水頭變化的影響，水頭變化較劇烈，故試驗點的選擇在水平方向係取距離模型箱左側每隔 5 公分設置一測點，直到 100 公分之後，再每隔 6 公分設置一測點，計有 29 個測點，此外，在垂直方向係取距離底部各為 4 公分、24 公分及 29 公分處設置三排測點，故共計有 78 個測點。在 4 公分及 24 公分處所設置的兩排測管主要是量測受壓含水層之勢能水頭，設置兩排測管的目的是在於找出等勢能線以期能驗證流動過程為一水平流，而在 29 公分處所設置的一排測管主要是量測自由含水層之自由水面高度。測管係採用內徑 0.6

表 4 石英砂篩粒徑分析表

篩號	篩孔徑 (mm)	個別留篩量 (g)	留篩百分比		累積過篩 百分比 (%)
			個別	累積	
# 10	2.000	8	0.45	0.45	99.55
# 20	0.840	28	1.57	2.02	97.98
# 40	0.420	119	6.67	8.67	91.31
# 60	0.250	639	35.80	44.49	55.51
#100	0.149	729	40.84	85.33	14.67
#140	0.105	57	3.19	88.52	11.48
#200	0.074	173	9.69	98.21	1.79
底盤		32	1.79	100.00	0.00

篩析前重 (g) : 1789  
 篩析後重 (g) : 1785  
 誤 差 (%) : (1789-1785) / 1789 = 0.2236%

公分的L形玻璃管與模型箱之間以內徑 0.4公分之橡皮軟管連接。測點的設置如圖13所示。

### 5-3 試驗準備工作

#### ●砂樣之選擇

自由含水層與受壓含水層：石英砂

滲漏含水層：壤土

其篩分析結果如表 4、5 所示，粒徑分布如圖 14、15所示。

表5 壤土篩粒徑分析表

篩號	篩孔徑 (mm)	個別留篩量 (g)	留篩百分比		累積過篩 百分比 (%)
			個別	累積	
# 10	2.000	28	2.04	2.04	97.96
# 20	0.840	173	12.61	14.65	85.35
# 40	0.420	568	41.40	56.05	43.95
# 60	0.250	181	13.19	69.24	30.95
#100	0.149	232	16.91	86.15	13.85
#140	0.105	50	3.65	89.89	10.11
#200	0.074	57	4.15	93.95	6.05
底盤		83	6.05	100.00	0.00

篩析前重 (g) : 1381  
 篩析後重 (g) : 1372  
 誤 差 (%) :  $(1381-1372) / 1372 = 0.6517\%$

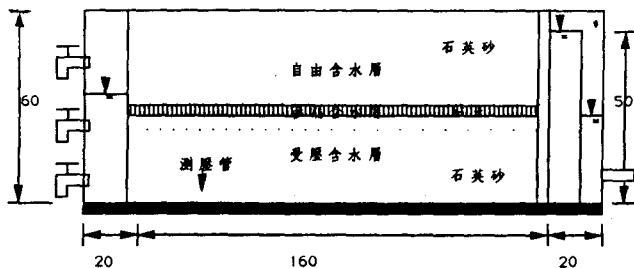


圖13 砂箱模型配置圖

#### ●砂樣之填放

試驗過程中最困難之部分在於砂樣的填放部分，為使其達到完全飽和狀態亦即在孔隙介質中無任何空氣存在，且在填放過程中必須注意到砂樣的均勻問題，以符合推導的基本假設，所以填放的過程非常重要。雖然這些問題有技術上的困難，然而在

SIEVES ANALYSIS

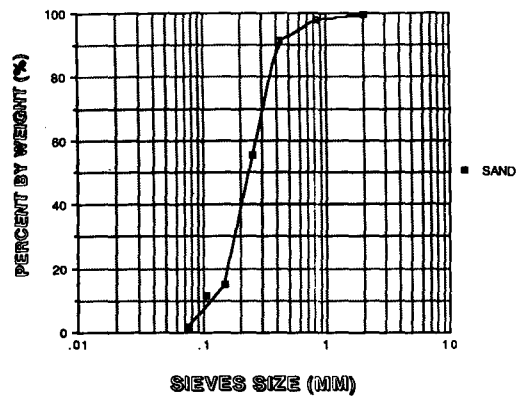


圖14 石英砂粒徑分析圖

SIEVES ANALYSIS

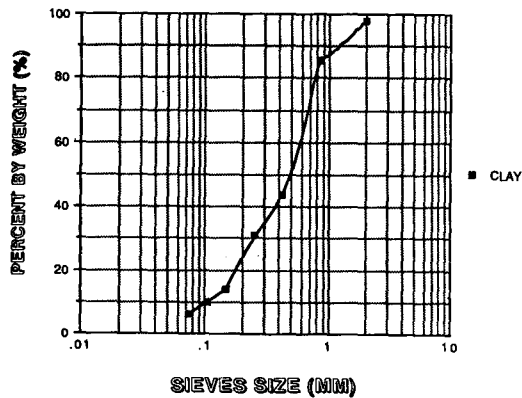


圖15 黏土粒徑分析圖

精心設計的填放過程中，以能儘量達到所要的須求。

經由篩選過後的砂樣，首先須放置烘乾，再將其放至水箱中，使其土壤顆粒達到完全飽和狀態，再將飽和的砂樣徐徐的放入模型箱中，利用砂樣顆粒的重力自然沉降至所需的位置，使其達到自然壓密的狀態，同時在放置過程中會有砂樣的機械排列現象，顯示砂樣填放過程以達到較均勻的效果。

#### ●飽和導水係數之測定

導水係數可用實驗室度量法或實地測定法決定，各種方法均有其適用性與限制範圍，因此方法之選擇須針對所需解決之問題而定。飽和導水係數之測定方法如表 6 所示，由於各方法均可查詢任何土壤力學教材，僅將結果列表如下：

表 6 飽和導水係數之測定方法

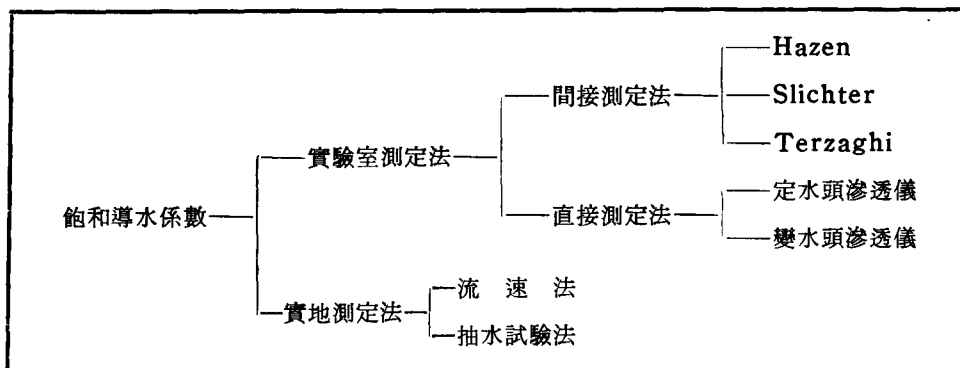


表 7 間接測定法之結果

試驗方法	Hazen	Slichter	Terzaghi
導水係數 (cm/sec)	0.003528	0.003948	0.00336

表 8 石英砂實驗室定水頭導水係數分析記錄表

時間 t (sec)	水頭高度 H (cm)	高度 L (cm)	試體面積 A (cm <sup>2</sup> )	滲流量 Q (cm <sup>3</sup> )	導水係數 K (cm/sec)
60.22	178	11.6	81.713	570.977	7.56*10 <sup>-3</sup>
60.08	178	11.6	81.713	559.027	7.42*10 <sup>-3</sup>
32.70	178	11.6	81.713	299.507	7.30*10 <sup>-3</sup>
60.17	178	11.6	81.713	596.277	7.90*10 <sup>-3</sup>
60.20	178	11.6	81.713	577.797	7.65*10 <sup>-3</sup>
30.29	178	11.6	81.713	287.337	7.57*10 <sup>-3</sup>

計算公式： $K = Q * L / (H * A * t)$   
 平均之導水係數： $7.57 * 10^{-3}$  (cm/sec)

表 9 壤土變水頭導水係數分析記錄表

時間 t (SEC)	變水頭高度		試體高度 L (CM)	試體面積 A (CM <sup>2</sup> )	導水係數 K (CM/SEC)
	H	h			
1020	14.5	14	11.6	81.713	3.854*10 <sup>-6</sup>
3803	17.2	16	11.6	81.713	2.422*10 <sup>-6</sup>
520	23.2	23	11.6	81.713	6.024*10 <sup>-6</sup>
900	28.4	28	11.6	81.713	4.674*10 <sup>-6</sup>

計算公式： $K = 2.3 * a * L / (A * t) * \log H / h$   
 平均之導水係數： $4.01 * 10^{-6}$  (cm/sec)

表 10 砂箱模型抽水試驗數據資料

抽水量：91.5cc/min

測定時：分	累計時間	抽水水位 R=75 (cm)	抽水水位 R=124 (cm)	抽水水位 R=142 (cm)
	t (min)			
11:00	0	靜水位	靜水位	靜水位
11:02	2	46.3	46.8	47.2
11:05	5	46.1	46.5	47.1
11:10	10	45.5	46.1	47.0
11:15	15	45.0	45.8	46.7
11:20	20	44.4	45.4	46.4
11:25	25	44.0	45	45.7
11:40	40	43.0	44.1	45.6
11:50	50	42.3	43.7	44.9
12:00	60	41.7	43.3	44.6
12:20	80	40.7	42.5	44.3
12:40	100	39.9	41.8	43.5
13:00	120	39.4	41.5	42.9
13:30	150	38.7	40.9	42.0
14:00	180	38.1	40.3	41.3
15:30	270	37.5	39.9	41.0
17:00	360	37.1	39.5	40.7
19:00	480	37.1	39.5	40.7

表11 砂箱試驗模型箱內抽水試驗之實驗結果

觀測點距離 (cm)	R = 75	R = 124	R = 142
導水係數 (cm/sec)	0.0987	0.0853	0.0911
滲漏因子 (cm)	375	413	473

●人工降雨器

人工降雨器係由一臺蠕動馬達偶一支 PVC 管連接而成，其中蠕動馬達可控制其流量，因所需之流量不大，利用蠕動馬達轉速的準確性來控制流量較為方便，並在 PVC 管上每隔 5 公分處鑽一直徑 0.1 公分之小孔，使其利用水壓力造成圓形水珠，以達到模擬的效果，經由測試的結果顯示，降雨量控制在 1.26 公分/小時。

●資料讀取

由於邊界在剛受到干擾時，水位變動較為劇烈，採以 30 秒或一分鐘為一時間段，待勢能梯度變化較緩時，再將時間段逐時延長。然而在剛開始之極短時間段內無法一次在 30 秒或一分鐘之內將所有之 78 個測管讀數準確的讀取，因此，為能準確的讀取數據資料，故採用照像方法讀取數據。

5-4 試驗方法

試驗方法為自行設至一臺砂箱試驗模型，模型的尺度視使用者的需要而定，但是一定要符合地下水層的特性即水平方向要比垂直方向來的大，一但砂箱試驗模型製作完成，首先須對砂箱模型做校正的工作，檢視其是否有漏水的現象否則將會對試驗結果產生誤差，檢視完畢後便將砂箱模型放置於實驗室內，此時必須注意模型箱的放置是否水平，此點非常的重要，因為在試驗中地下水流動完全是依賴兩邊水頭梯度所造成的，如果模型箱放置不平，則會影響整個試驗結果，另一方面將著手於測壓管之製作，測壓管應儘量擺設在同一平面上以利觀測，測壓管的材質應儘量採用黏滯係數較小的材料，且連接於模型箱與測壓管間的橡皮軟管長度不可太長，以防止水頭因黏滯效應而產生誤差。

關於砂樣的選擇，為了區分各層間的層次，在自由含水層及受壓含水層以石英砂模擬；滲漏含水層則以透水係數較小的壤土模擬，並將選定的砂樣烘乾，依照前述的各種方式包括篩粒徑分析、實驗室透水係數試驗、現場流速試驗及現場抽水試驗等

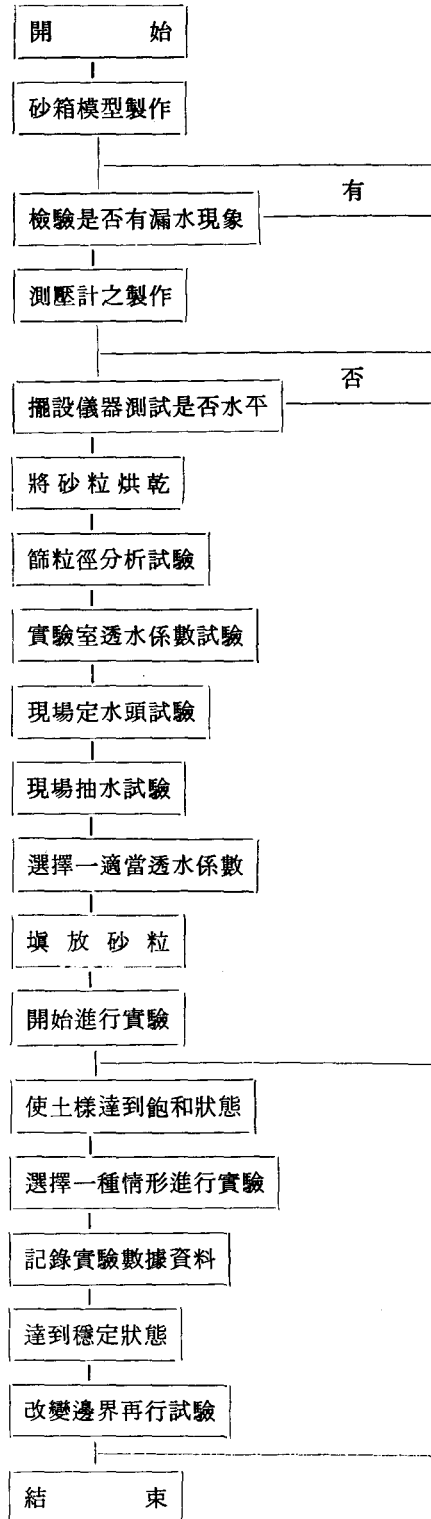


圖16 砂箱模型試驗流程圖

來測定其物理特性，並選擇一適當的參數，作為模擬的數值。將烘乾的砂樣徐徐放入模型箱中，以自然重力沉降的方式放入，以確保砂樣的飽和狀態及均質現象。

實驗開始進行時應注意測壓管的準確度，必須對測壓管進行校正的工作，以確保測壓管的準確性，並為了避免砂樣堵塞測壓管，於模型箱內部以小孔通氣膠帶黏貼，由於砂樣中不乏有極小粒徑的顆粒會阻塞在通氣膠帶之小孔中，因此必須經常對其清洗。再依照所選定的邊界條件開始進行實驗的模擬，模擬過程中，再以照像方式在選定的時刻讀取數據，一直到連續幾個時間段所讀取的數據值不再

有變化時，即判定達到穩定狀態。如此一直重覆試驗，直到所有的情形模擬完畢為止，有一點必須注意的是在每一次試驗完到下一次試驗開始時，砂樣都必須保持在飽和狀態下，以避免空氣的介入而影響試驗的準確性。

試驗本身就充滿了誤差，無論是人為或是天然的因素都會使試驗的準確度發生偏差，在無法完全避免下，我們所能做的只有儘量減少試驗的誤差，以一些較為經濟合理的方式來處理，如此才會有失試驗的準確性。砂箱模型試驗的流程圖如圖16所示。

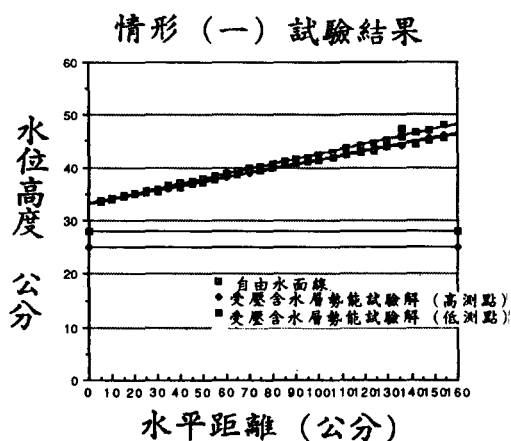


圖17情形一自由水面高度受受壓含水層勢能試驗解

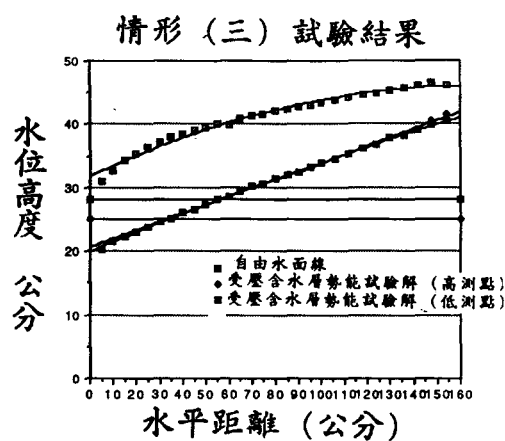


圖19情形三自由水面高度及受壓含水層勢能試驗解

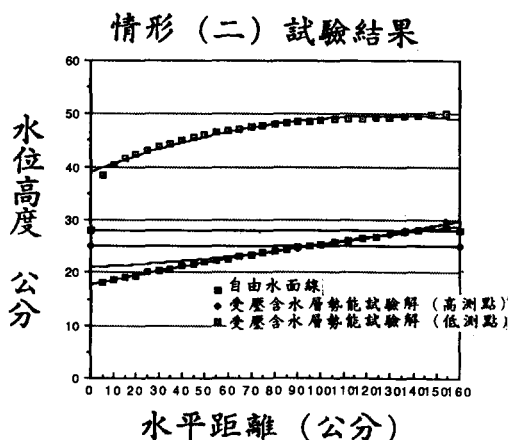


圖18情形二自由水面高度受受壓含水層勢能試驗解

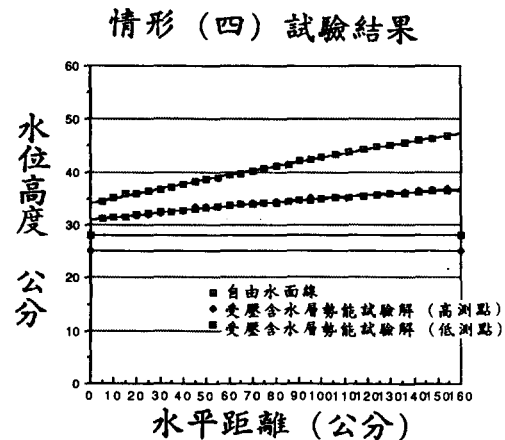


圖20情形四自由水面高度及受壓含水層勢能試驗解

### 5-5 試驗結果之分析

圖17至圖20為試驗結果，其結果與數值分析相近，與理論之分析差別在毛細現象，可見毛細現象是十分重要之因子。

另外值得注意的一點，無論是自由水面線或是受壓含水層勢能，其在邊界兩側的高度皆與試驗之固定水頭高度有著些許的差異，歸究其原因乃是在試驗過程中存在著滲流表面(Seepage Surface)效應及毛細現象的影響，因此必須考慮此現象所造成的影響，才不致於造成結果的誤差，但至今對於此影響尚無較佳的理論解析，只能利用數值計算過程得之，因此必須對此影響加以修正，利用試驗值作為解析解邊界的起始值，便可對此影響作修正的工作。

#### 六、滲漏量結果分析比較

圖21至圖24為四種模擬情形之滲漏量分布結果，圖21為情形一之滲漏量分布情形，由圖中顯示整個滲漏量呈一條漸升的曲線分布，其滲漏量大約從0到0.4公分/日，顯示理論解與數值解模擬的結果相當吻合，而試驗解因試驗過程中的觀測差誤導致曲線較為曲折，但與解析解及數值解皆具有相同的漸升趨勢，顯示已能有效掌握整個變化的情形。

圖22為情形二之滲漏量分布情形，但因有降雨與情形一稍有不同，由圖中顯示整個滲漏量呈略向左偏的下凹曲線分布，大體而言，三種結果都具有相同的趨勢，表示已能掌握變化的趨勢。其滲漏量大約從0.5到1公分/日。

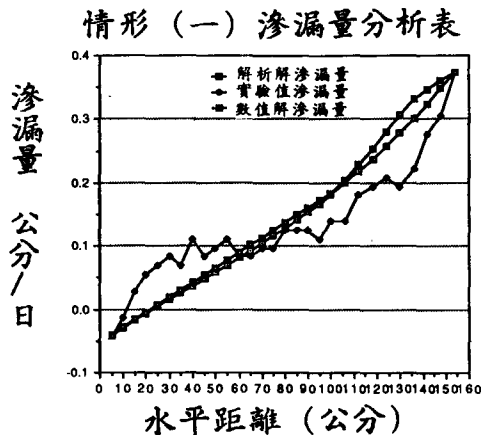


圖21情形一滲漏量之解析與數值及試驗解比較

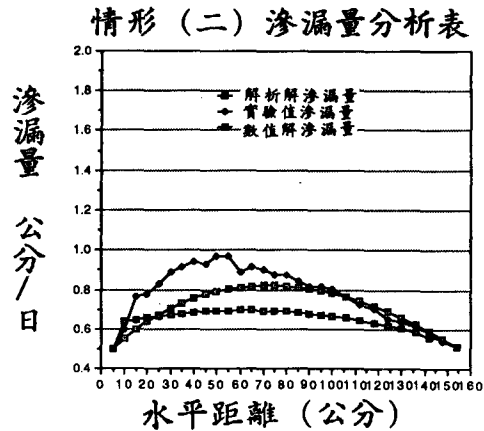


圖22情形二滲漏量之解析與數值及試驗解比較

圖23為情形三之滲漏量分布情形，因有降雨由圖中顯示整個滲漏量呈左下凹的拐杖型曲線分布，且滲漏量最大發生在35公分處，一開始試驗值皆較修正解及數值解來的大，當達到最大滲漏量以後，試驗值逐漸較修正解及數值解來的小，最後趨於一致，但由於水位低於滲漏含水層與情形二之結果迥異，其滲漏量大約從0.8到1.8公分/日。結果顯示理論解、數值解與試驗解三者已相當接近，除了試驗解因試驗觀測誤差產生稍微跳動的現象，已能驗證出整個滲漏量變化的趨勢。

圖24為情形四之滲漏量分布情形，由圖中顯示整個滲漏量呈一條漸升的曲線分布，亦即愈靠近高水頭其滲漏量亦愈大，且滲漏量最大發生在最靠近高水頭的一點，此乃由於自由水面高度與受壓含水層勢能皆為直線的線性分布，且自由水面高度提升的速度較快，而受壓含水層勢能只能依賴滲漏方式取得，其滲漏量大約從0.5到1.5公分/日。

#### 七、結論與建議

##### 7-1 結論

- (1)自由水面高度及受壓含水層勢能間之差亦可顯示滲漏量大小的趨勢，由於勢能差的影響，當自由水面高度及受壓含水層勢能差的愈大時，其滲漏量亦愈大；反之，當自由水面高度及受壓含水層勢能差的愈小時，其滲漏量亦愈小，由此可見滲漏含水層在水平方向任何一點之滲漏量均不可能一樣，因此，本文之重點在推論及驗證相同厚度之滲漏含水層其滲漏量是水平座標系統之相關函

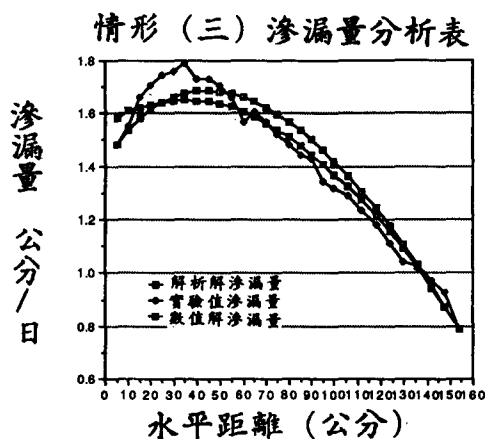


圖23情形三滲漏量之解析與數值及試驗解比較

- 數，其結果並未違背達西定律，只是強調在一維水平方向任何一點之滲漏量均可能不同。
- (2)由試驗結果顯示，當達到穩定狀態時，所設置的兩排受壓含水層測壓管測得之試驗值幾乎都是一樣的，這表示在受壓含水層的地下水流動為一水平流，此乃因為其等勢能線為一垂直線，且根據流體力學理論：流線必與等勢能線互相正交由此不難得知在受壓含水層地下水流動為一水平流，並能符合理論推衍的假設。
  - (3)由分析結果顯示，在自由水面模擬方面，已能完全模擬出變化的情形，尤其對具有降雨補注量的模擬更是有效；而在受壓含水層勢能方面，由於受到滲透係數測定上的問題，使得在不透水邊界上的模擬有著些許的差異；滲漏量方面，對於變水頭高度為高於滲漏含水層的情形較能說明變化的趨勢。
  - (4)試驗結果顯示，對於變水頭高度為低於滲漏含水層情形的自由水面高度將會呈現一種鋸齒狀的圖形，在鋸齒狀的鋸齒部分為一非飽和層，且由於水分子不會穿越流線，理應不會有滲漏現象，然而，在計算過程中直接將此區以受壓含水層計算，不免會造程些的誤差，應將其分開討論。
  - (5)由於理論分析是以 Dupuit-Forchhemier 假設推論，並未考慮毛細現象，因此目前 Parlange 及 Brutseart (1987) 與 Fink (1991) 已從事這方面之改進研究，可以改良毛細現象所造成之誤差。

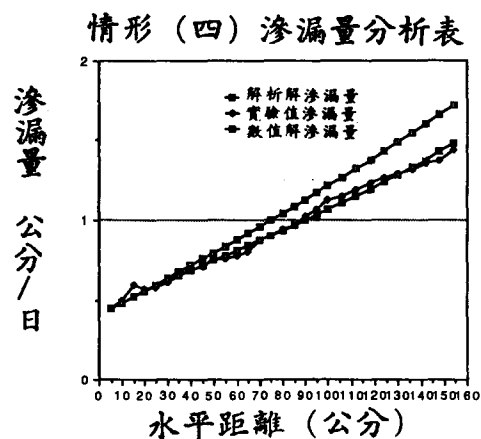


圖24情形四滲漏量之解析與數值及試驗解比較

#### 7-2 建議

- (1)本研究試驗部分的降雨模擬設備採用非連續點的降雨模擬器，而所須的降雨資料為平均雨量，所以無法達到完全模擬的精度，故建議應採用連續點的降雨模擬器如等量均勻的噴嘴，如此較能提高模擬的準確性。
- (2)本研究僅對不同的邊界條件狀況作滲漏量的分析，但是卻沒有對不同的滲漏因子作分析，由分析過程中顯示出滲漏因子是一極重要的參數，對於分析結果的影響有著非常大的貢獻，所以探討不同滲漏因子對滲漏量的影響，實為一極佳的研究課題。
- (3)本研究僅探討穩定狀態的情形，對於其時變性的變化情形並沒有作進一步的探討，如果欲探討時變性的變化情形時，可將理論分析中無因次化的時間項不要忽略，運用同樣的方法分析所得的結果即是在時變狀態下的分布情形。
- (4)本研究亦可探討斜坡地下水流，所不同的地方在於邊界條件的給定，並且對於斜坡坡度大小如何影響滲漏量的探討亦是一極佳的研究課題。
- (5)從結果分析顯示受到毛細管高度及滲流面的影響所造成的誤差不容忽視，本研究並沒計算由毛細管高度及滲流面所造成的誤差高度，僅是利用試驗值作邊界條件的修正，故對於毛細管高度及滲流面的計算亦是非常重要。

#### 謝 誌

本篇研究報告研撰期間，承蒙國科會 NSC

80-0409-B-002-09 在經費上的支持，使得本研究得以順利完成，謹表謝忱。

感謝宜蘭農工校長曹以松教授、臺灣大學農業工程研究所所長王如意教授、林俊男教授、劉振宇教授及客座教授瞿樹東教授、師範大學地理系楊萬全教授、國立中興大學土木工程系蘇苗彬教授、及美國新墨西哥理工大學陳教授家洵等之指導與協助。

研究期間最艱鉅之工作，在於試驗過程中各種試驗設備的購置，尤以砂樣之取集及填放最為繁雜，幸蒙蘇教授苗彬及許榮庭博士分別提供石英砂與壤土以供試驗，王教授鼎盛提供試驗的場地，范教授正成提供土力試驗的設備及洪明輝、陳錦松等同學協助試驗，在此一併致感謝之意。

### 符 號 說 明

B：滲漏因子 [L]  
 b：自由含水層高度 [L]  
 b\*：滲漏含水層高度 [L]  
 b\*\*：受壓含水層高度 [L]  
 C：係數 [L/L]  
 d：砂樣之有效粒徑 [L]  
 H<sub>2</sub>：定水頭高度 [L]  
 H<sub>1</sub>：變水頭高度 [L]  
 Ji：自由水面高度（無因次化） [L/L]  
 K：自由含水層導水係數 [L/T]  
 K\*：滲漏含水層導水係數 [L/T]  
 K\*\*：受壓含水層導水係數 [L/T]  
 L：特徵長度 [L]  
 L<sub>x</sub>：水平方向長度 [L]  
 n<sub>0</sub>：孔隙率 [L/L]  
 Q：補注量 [L/T]  
 q：滲漏量 [L/T]  
 r：極座標距離 [L]  
 S：儲水係數 [L/L]  
 s：洩降 [L]  
 s<sub>0</sub>：洩降之穩態解 [L]  
 s<sub>t</sub>：洩降之暫態解 [L]  
 T：時間（無因次化） [T/T]  
 t：時間 [T]  
 v：流速 [L/T]  
 X：水平方向距離（無因次化） [L/L]  
 x：水平方向距離 [L]

Z：垂直方向距離（無因次化） [L/L]  
 z：垂直方向距離 [L]  
 η：自由水面高度 [L]  
 Φ<sub>0</sub>：自由含水層勢能（無因次化） [L/L]  
 φ：自由含水層勢能 [L]  
 Φ<sub>0</sub>\*：滲漏含水層勢能（無因次化） [L/L]  
 φ\*：滲漏含水層勢能 [L]  
 Φ<sub>0</sub>\*\*：受壓含水層勢能（無因次化） [L/L]  
 φ\*\*：受壓含水層勢能 [L]  
 ε：極微小的參數量 [L/L]  
 μ：黏滯係數 [M/LT]

### 參 考 文 獻

1. 王如意、易任，1982。應用水文學，國立編譯館。
2. 王文盛、郭俊良，1988，應用數值分析，科技圖書股份有限公司。
3. 王智澤，1990，地下水之延散係數之推估研究，國立中興大學土木工程研究所碩士論文。
4. 金士博，水環境數學模型，中國建築工業出版社。
5. 許榮庭，1990，飽和及未飽和地下水模式結合參數推估過程應用於坡地降雨滲流之研究，國立成功大學水利及海洋工程研究所博士論文。
6. 曹以松，1989，地下水，中國土木水利工程學會。
7. 劉長齡、許榮庭、陳志方，1988，坡地地下水流及入滲數學模式之研究(1)
8. 譚義績，1988，擾動法應用於滲漏含水層補注之理論，能礦所與環保署地下水資源研討會論文集，197—207。
9. 譚義績，1989，灌溉土堤滲流之研究，88—92。
10. 譚義績，1989，雲林地區滲漏含水層利用超量灌溉補注地下水之研究，186—200。
11. 譚義績、張博文，1990，利用擾動分析法推導滲漏因子之研究，國立臺灣大學農學院研究報告第三十卷第四號，96—105。
12. A. Aziz and T.Y. Na, 1984. Perturbation Methods in Heat Transfer.
13. Abramowitz, M., and I.A. Stegun. 1968. Handbook of Mathematical Function. Dover Publications, New York. p. 231.



14. Bear, J. 1972. *Dynamics of Fluids in Porous Media*, Elsevier, New York.
15. Bredehoeft, J. D. and G. F. Pinder, 1970. Digital Analysis of Areal flow in Multiguifer Groundwater Systems: A Quasi Three-Dimensional Model, *Water Resour. Res.*, Vol. 6, No. 3, pp. 883-888.
16. Case, C.M. 1980. Tables of the Leaky Aquifer Well Function, *Water Resources Center, Desert Research Institute, University of Nevada*.
17. Cobb, P. M. 1982. An Automated Numerical Evaluation of Leaky Aquifer Pumping Data, Lawrence, Kans.: as Geological Survey.
18. Dagan, G. 1967. Second order theory of shallow free surface flow in porous media, *Quart. J. Mech. and Applied Math.*, 20 (3): 517-626.
19. DeGlee, G. J. 1930. Over Grondwater-stroomingen bij Wateronttekkings door middle van Putten, T. Waltman, Jr., Delft.
20. Dupuit, J. 1863. *Etudes theoriques et pratiques sur le mouvement des eaix*, second edion, Paris.
21. Fink, J. P., 1990, Curious Behavior of a Groundwater Flow Model, *Water Resour. Res.*, Vol. 26, No. 8, pp. 1833-1836.
22. Freeze, R.A. and J. A. A. Cherry. 1979. *Groundwater*. Prentice-Hall, Inc., Inc., New Jersey.
23. Gambolati, G., G. Piniand T. Tucciarelli, 1986. A 3-D Finite Element Conjugate Gradient Model of Subsurface Flow with Automatic Mesh Generation, *Adv. Water Resources*, Bol. 9, pp. 35-41.
24. Gupta, S.K., C.R. Cole and G.F. Pinder, 1984. A Finite-Element Three-Dimensional Groundwater (FE3DGW) Model for a Multiaquifer System, *Water Resour. Res.*, Vol. 20, No. 5, pp. 553-563.
25. Hantush, M. S. and Jacob, C.E., 1955. Non-steady radial Flow in an Infinite Leaky Aquifer. *Trans. Am. Geophys. Union*, 36(1): 95-100.
26. Hantush, M. S., Modification of The Theory of Leaky Aquifer. *Geophys*, 3713-3725, 1960.
27. Hantush, M. S., 1964. *Hydraulics of Well*. Iv: V.D. Chow (Editor), *Advance in Hydroscience*.
28. Hemker C.J. 1984. Steady Groundwater flow in Leaky Multiple-Aquifer Systems, *Journal of Hydrology*, 72: 355-374.
29. Herrera, I. 1970. Theory of Multiple Leaky Aquifers, *Water Resources Research*, 6(1): 185-193.
30. Hewlett, J.D. and A. R. Hibbert, 1963. Moisture and Energy Conditions Within a Sloping soil Mass during Drainage, *J. Geophys. Res.*, Vol. 68, No. 4, pp. 1081-1087.
31. Huyakorn, P. S., B. G. Jones and P. F. Andersen, 1986c. Finite Element Algorithms for Simulating Three-Dimensional Groundwater Flow and Solute Transport in Multilayer System, *Water Resour. Res.*, Vol. 22, Po, 3, pp. 361-374,
32. Jacob, C. E. 1946. Radial Flow in a Leaky Artesian Aquifer. *Trans. AGU*, 27 (2), 198-208.
33. Jaiswal. C. S. and H. S. Chauhan, 1975. A Hele-Shaw Model Study of Steady State Flow in an Unconfined Aquifer Resting on a Sloping Bed, *Water Resour. Res.*, Vol. 11, No. 4, pp. 595-599.
34. Kraijenhoff van de leur, D. A., 1962. Some Effects of the Unsaturated Zone on Nonsteady Free-Surface Groundwater Flow as Studied in a Scaled Granular Model, *J. Geophys.*

- Res., Vol. 67, No. 11, pp. 4347-4362
35. Korn M.S, 1961. Mathematical Handbook Scientists and Engineers.
  36. Liu, P. L-F. 1976. A Perturbation Solution for a Nonlinear Diffusion Equation. Water Resources Research, 12: 1235-1240.
  37. Transient Flow in Porous Media: Experimental and Numerical Model, Water Resour. Res., Vol. 11, No. 6, pp. 957-965.
  38. Marei, S. M. and G. D. Towner, 1975. A Hele-Shaw Study of the Seepage of Groundwater Resting on a Sloping Bed, Water Resour. Res., Vol. 11, No. 4, pp. 589-593.
  39. Marino, M.A., 1967. Hele Shaw Model Study of the Growth and Decay of Groundwater Ridges, J. Geophys. Res., Vol. 72, No. 4, pp. 1195-1205.
  40. Mascarenhas, A.T., C. S. Martins and L.R. Sousa, 1986. Seepage Analysis in the foundation of a Dam Using a Finite Element Three Dimensional Model, VI International Conference on Finite Elements in Water Resources Lisboa Portugal.
  41. Narasimhan, T. N. and P. A. Witherspoon, 1976. An Integrated Finite Difference Method for Analyzing Fluid Flow in Porous Media, Water Resour. Res., Vol. 12, No. 1, pp. 57-64.
  42. Neuman, S. P. and P. A. Witherspoon, 1971. Analysis of Nonsteady Flow with a Free Surface Using the Finite Element Method, Water Resour. Res., Vol. 7, No. 3, pp. 611-623.
  43. Neuman, S. P., and, A. Witherspoon. 1969a. Theory of Flow in a Confined Two Aquifer System. Water Resources Research, 5(4): 803-816.
  44. Neuman, S. P., and, A. Witherspoon. 1969b. Applicability of Current Theories of Flow in Leaky Aquifer. Water Resources Research, 5 (4): 817-829.
  45. Nieber, J. L. and M. F. Walter, 1981. Two-Dimensional Soil Moisture Flow in a Sloping Rectangular Region: Experimental and Numerical Studies, Water Resour. Res., Vol. 17, No. 6, pp. 1722-1730.
  46. Parlange J.-Y. and D.K. Babu, 1978. A Comment of Perturbation Solution for a Nonlinear Diffusion Equation, Water Resources Research, 14: 155-156.
  47. Parlange J.-Y., F. Stagnitti, J.L. Starr and R. D. Braddock, 1984. Free Surface Flow in Porous Media and Periodic Solution of the Shallow Flow Approximation, Journal of Hydrology, 70: 251-263.
  48. Parlange J.-Y, and W. Brutsaert, A capillarity correction for free surface flow of groundwater, Water Resour. Res., 23, 805-808, 1987.
  49. Potter, S. T. and W. J. Gburek, 1987. Seepage Face Simulation Using PLASM, Groundwater, Vol. 25, No. 6, pp. 722-732.
  50. Pikul, M.F., R.L. Street and I. Remson, 1974. A Numerical Model Based on Coupled one-Dimensional Richards and Boussinesq Equations, Water Resour. Res., Vol. 10, No.2, pp. 295-302.
  51. Rulon, J. J., R. Rodway and R. A. Freeze, The Development of Multiple Seepage Faces on Layered Slopes, Water. Res., Vol. 21, No. 11, pp. 1625-1636.
  52. Strack, O.D.L. 1984. Three-Dimensional Stream lines in Dupuit-Forchheimer Models, Water Resour. Res., Vol. 20, No. 7, pp. 812-822.
  53. Tang, Y. K. and R. W. Skaggs, 1977. Experimental Evaluation of Theoretical

Solutions for Subsurface Drainage and Irrigation, Water Resour. Res., Vol. 13, No. 6, pp. 957-965.

54. Trescott, P. C. and S. C. Larson, 1977. Solution of Three-Dimensional Groundwater Flow Equations Using The Strongly Implicit Procedure, J. Hydrol., Vol. 35, pp. 49-60.

55. Thomas, G. W., R. G. Keys. and A. C. Reynolds, Jr. 1978. The Computation of Leaky Aquifer Functions, Journal of Hydrology, 36: 173-178.

56. Vandenberg, A. 1978. Unsteady Drain Function for Parallel Flow in Leaky Aquifers, Journal of Hydrology, 37: 379-385.

57. Verma, R.D. and W. Brutsaert, 1971a. Unsteady Free Surface Ground Water

Seepage, Journal of Hydraulic Division, Proceedings of ASCE, 97 (HY8): 1213-1229.

58. Warrick, A. W. and D.O. Lomen, 1974. Seepage Through a Hillside: The Steady Water Table, Water Resour. Res., Vol. 10, No. 2, pp. 279-283.

59. Weyman, D.R. 1973. Measurements of the Downslope Flow of Water in a Soil, J. Hydro., Vol. 20, pp. 267-288.

60. Winter, T.C. 1978. Numerical Simulation of Steady State Three-Dimensional Groundwater Flow Near Lakes, Water Resour. Res., Vol. 14, No. 2, pp. 245-254.

收稿日期：民國80年 9月 4日

修正日期：民國80年 9月16日

接受日期：民國80年 9月24日

## 永泰水電行

地址：苗栗市北苗里  
義民街1巷21號  
電話：(037)252000

**YB** 專營連續壁工程、營建機具  
工程

## 祐彬營造股份有限公司

負責人：曾水永  
地址：台北市臨沂街45巷7-1號  
1F  
電話：(02)3919538

## 高益工業股份有限公司



球狀石墨鑄鐵管及管件(自來水用及瓦斯用)  
灰口鑄鐵管及管件(自來水用及瓦斯用)

特殊合金鑄件 機件接頭

汽車鑄件 一般鑄件 雙頭法蘭管

地址：台北市南港區三重路21巷24弄1號  
電話：(02)7832121-3  
傳真：(02)7836719