

## 專 論

# 水文頻率分析中偏態係數修正方法 及點繪法之研究

## Studies on the Modification Function of Estimated Skewness Coefficient and Plotting Position for Hydrologic Frequency Analysis

淡江大學水資源及環境工程研究所教授

虞 國 興

Gwo-Hsing Yu

### 摘 要

本研究利用合成資料探討常用於水文頻率分析之三參數對數常態分布及皮爾遜第三型分布之偏態係數修正方法，研究結果顯示偏態係數之校正因子不僅為資料長度之函數，且與所推估之偏態係數值有關。本研究中提出二種校正公式，並與Bobee-Robitaille (1976) 及 Wallis (1974) 所提之校正公式作一比較，研究結果顯示，本研究所提之校正公式所得之結果較為精確。另本研究利用平均值法及最小誤差平方法，提出一合適於六種常用於水文頻率分析中之機率分布之通用點繪法公式，並與現有之各種點繪法作一比較，研究結果顯示，本研究所提之點繪法公式所得之結果較其它點繪法為佳，然HAZEN 點繪法所得結果十分穩定，其精確度於所有點繪法中亦屬較優者。

### ABSTRACT

The modification functions of the estimated skewness coefficient for 3-parameter Log-normal and Pearson type III distributions were systematically investigated by using the synthetic data in the present study. The results indicated that the modification factor is not only the function of sample size but also the true value of skewness coefficient. In this study, two modification functions were proposed and thus compared to those of proposed by Bobee-Robitaille (1976) and Wallis (1974). The results indicated that the proposed functions gave the better results than Bobee-Robitaille and Wallis.

In this study, a general plotting position formula was also proposed by using the Mean Value Theorem and the Minimum Mean Squares Errors. This proposed formula was compared to the others. The results indicated that the performance of the proposed formula were better than the others. However, the Hazen plotting position gave the most stable result and higher accuracy.

## 一、緒 論

頻率分析在水資源之規劃與設計上扮演著十分重要之角色，水工結構物之設計水文量可藉由頻率分析決定，然而，頻率分析之過程涉及多項問題，諸如所推估資料偏態係數 (Skewness Coefficient) 之精確性、點繪法 (Formula of Plotting Position) 之選取、資料是否須經對數轉換等仍無一定論，使至目前為止水文學家對一水文量應屬何種機率分布仍無共識。

由於一般水文資料均具偏態，水文頻率分析常涉及資料偏態係數之推估，在常用於分析水文資料之六種機率分布 (如常態分布 (TN)、二參數對數常態分布 (LN2)、三參數對數常態分布 (LN3)、極端值 (最大) I 型分布 (EV1)、皮爾遜 III 型分布 (PT III) 及對數皮爾遜 III 型分布 (LPT3) 中之 LN3、PT III 及 LPT III 三種機率分布之分析涉及偏態係數之推估。然而，偏態係數之推估由於其變異數較大而較不準確，而且，頻率分析應用於水文資料時，因資料長度通常並不很大，致使偏態係數之推估更加不準確。Bobee 及 Robitaille (1976) 研究結果顯示偏態係數之推估不為無偏差性推估值 (Unbiased Estimator)，並建議一校正公式加以修正偏態係數之推估值，使其成為一無偏差性推估值，其校正公式為一資料長度  $N$  之函數。

另，Kirby (1974) 研究發現偏態係數之推估存在一上下限值，且其所推估偏態係數之平均值均較理論值為小。同時，Wallis (1974) 亦針對 LN3 及 PT III 分布提出一校正公式以修正偏態係數，其校正公式為資料長度  $N$  及偏態係數推估值之函數。

近年來，虞氏 (1989) 研究發現 LN3 及 PT III 兩分布經偏態係數校正後所得各迴歸週期之水文量推估值較偏態係數未經校正者接近於各迴歸週期之理論值，同時，虞氏等 (1990) 研究發現 PT III 分布之偏態係數推估值並不存在一無偏性推估值。故，如何正確地校正所推估之偏態係數值，實為一刻不容緩之研究課題。

另，於水文頻率分布中，常須藉助點繪法以推求大於或等於某水文量之機率值或該水文量所對應之迴歸週期，點繪法主要目的在於用以判定資料是否屬於某種機率分布，同時，對特異值 (Outliers) 之偵測亦有所助益。過去數十年來，多位學者

對點繪法作深入之研究，最早由 Hazen (1914) 所提出，直至最近 Adamowski (1981)，其間 Cunnane (1978) 曾對各種點繪法作一有系統之研究，發現目前最常被使用之威伯法 (Weibull Formula) 並不適當，因其僅適用於均勻分布 (Uniform Distribution)，同時，當其應用於其他機率分布上易產生偏差 (Bias)。此外，Cunnane (1978) 認為一合理之點繪法應為一無偏性且為最小平方誤差 (Mean Squares Errors, (MSE)) 為最小之推估值。總之，何種點繪法較合適至今仍無一具體結論。故點繪法之選定亦為一十分重要之研究課題。

因此，本研究之主要目的為：

- (1) 研究適當之偏態係數校正公式，並與現有之校正公式作一比較。
- (2) 研究適當之點繪法公式，並與現有之點繪法公式作一比較。

本論文之大綱如下：有關頻率分析之理論及本研究採用之研究方法詳述於第二節，第三節為本研究使用之資料，第四節為結果與討論，最後，第五節為結論。

## 二、理論基礎

本研究針對幾種常用於水文頻率分析之機率分布，其所合適之偏態係數校正公式及點繪法公式，作一系統之探討，今就各研究主題之研究方法及其有關之理論分別敘述於本章節。

### 2-1 機率分布及其參數推估

根據虞氏 (1989) 研究結果顯示，LPT III 分布之分析宜採用對數轉換後，再利用 PT III 分布加以分析，故本研究僅探討 TN, LN2, LN3, EV1 及 PT III 五種機率分布，此五種機率分布之統計特性及其各項參數推估方法，為方便說明，假設一組水文資料  $\{x_i\}$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ ，其平均值為  $\mu_x$ ，變異數為  $\sigma_x^2$ ，偏態係數為  $Cs_x$ ，各機率分布之特性及其參數之推估方法敘述如下：

#### (1) 常態分布 (TN)

常態分布的機率密度函數如(1)式所示：

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_x} \exp \left( -\frac{(x - \mu_x)^2}{2\sigma_x^2} \right) \quad (1)$$

其中  $\mu_x$  及  $\sigma_x^2$  兩參數之推估值為  $\hat{\mu}_x$  與  $\hat{\sigma}_x^2$ ，如(1a) 及 (1b) 二式所示：

$$\bar{x} = \left[ \sum_{i=1}^n x_i \right] / N \quad (1a)$$

$$\hat{\sigma}_x^2 = \left[ \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right] / (N-1) \quad (1b)$$

(2) 二參數對數常態分布 (LN2)

二參數對數常態分布的機率密度函數如(2)式所示：

$$p(x) = \frac{1}{x\sqrt{2\pi}\sigma_y} \exp\left(-(\ln x - \mu_y)^2 / 2\sigma_y^2\right) \quad (2)$$

其中  $y = \ln(x)$ ， $\mu_y$  及  $\sigma_y^2$  兩參數之推估值  $\bar{y}$  及  $\hat{\sigma}_y^2$ ，如 (2a) 及 (2b) 所示：

$$\bar{y} = \left[ \sum_{i=1}^n y_i \right] / N \quad (2a)$$

$$\hat{\sigma}_y^2 = \left[ \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \right] / (N-1) \quad (2b)$$

(3) 三參數對數常態分布 (LN3)

三參數對數常態分布的機率密度函數如(3)式所示：

$$p(x) = \frac{1}{(x-a)\sqrt{2\pi}\sigma_y} \exp\left(-(\ln(x-a) - \mu_y)^2 / 2\sigma_y^2\right) \quad (3)$$

其中  $y = \ln(x-a)$ ， $a$  為一下限邊界 (lower boundary)，且另兩參數  $\mu_y$  與  $\sigma_y^2$  分別為  $y$  之平均值及變異數 (Burgess, 1975)。由  $\{x_i\}$  及  $\{x_i - a\}$  之變異係數 (Coefficient of Variation) 分別為

$$Cv_1 = \sigma_x / \mu_x$$

$$Cv_2 = \sigma_x / (\mu_x - a)$$

整理得

$$a = \mu_x - \sigma_x / Cv_2 \quad (3a)$$

其中  $Cv_1$  可直接由資料求得，至於  $Cv_2$  則由  $\{x_i\}$  之偏態係數， $Cs_x$  與  $Cv_2$  的關係式(3b)式求得。

$$Cs_x = 3Cv_2 + Cv_2^3 \quad (3b)$$

$$\text{解得 } Cv_2 = (1 - w^{2/3}) / w^{1/3}$$

其中  $w = (-Cs_x + (Cs_x^2 + 4)^{1/2}) / 2$ 。另外， $\mu_x$  及  $\sigma_x^2$  與  $\mu_y$  及  $\sigma_y^2$  之關係式，可用常態分布之動差母函數 (Moment Generating Function) 求得如下：

$$\mu_x = a + \exp(\sigma_y^2 + 2\mu_y)$$

$$\sigma_x^2 = (\exp(\sigma_y^2) - 1) \exp(\sigma_y^2 + 2\mu_y)$$

整理得

$$\sigma_y = [\ln(Cv_2^2 + 1)]^{1/2} \quad (3c)$$

$$\mu_y = \ln(\sigma_x / Cv_2) - \ln(Cv_2^2 + 1) / 2 \quad (3d)$$

(4) 極端值 (最大) I 型分布 (EV1)

極端值 (最大) I 型分布之機率密度函數如(4)式所示：

$$p(x) = \alpha \exp\{-\alpha(x-\beta) - \exp(-\alpha(x-\beta))\} \quad (4)$$

令  $y = \alpha(x-\beta)$

$$\text{則 } p(y) = \exp[-y - \exp(-y)]$$

由對原點之第  $r$  階動差式

$$u_r' = \int_{-\infty}^{\infty} y^r \exp[-y - \exp(-y)] dy$$

再令  $Z = e^{-y}$

$$\therefore u_r' = \int_0^{\infty} (-\ln z)^r z e^{-z} (-1/z) dz$$

因此，可得對原點之一階動差式為

$$u_1' = \int_0^{\infty} (\ln z) e^{-z} dz$$

由 Kendall and Stuart (1963) 得知，

$$u_1' = \tau_1 = 0.5772157$$

因為  $y = \alpha(x-\beta)$ ，可得  $x = \beta + y/\alpha$

所以隨機變數  $x$  之平均值為

$$\mu_x = \beta + 0.5772157/\alpha$$

同理，由 Ang (1984) 可得

$$\sigma_x^2 = \pi^2 / (6\alpha^2)$$

$$Cs_x = 1.139$$

整理參數  $\alpha$  與  $\beta$  之推估式為

$$\alpha = 1.2825/\sigma_x \quad (4a)$$

$$\beta = \mu_x - 0.45\sigma_x \quad (4b)$$

(5) 皮爾遜 III 型分布 (PT III)

皮爾遜 III 型分布之機率密度函數如(5)式所示：

$$p(x) = \frac{1}{\alpha \Gamma(\beta)} \left[ \frac{x-\theta}{\alpha} \right]^{\beta-1} \exp\left[-\left(\frac{x-\theta}{\alpha}\right)\right] \quad (5)$$

參數  $\alpha$ 、 $\beta$  與  $\theta$  之推估值分別如下：

由對原點之前二階動差式

$$\text{一階：} \mu_1' = \alpha\beta + \theta$$

$$\text{二階：} \mu_2' = \alpha^2\beta(\beta+1) + 2\alpha\beta\theta + \theta^2$$

及關係式  $\mu_2 = \mu_2' - (\mu_1')^2$ ，知

$$\mu_2 = \sigma_x^2 = \alpha^2\beta$$

另外可得三階之中央動差 (central moment)

$$\text{為 } \mu_3 = 2\alpha^3\beta$$

定義動差比 (moment ratio)， $Cs_x = \mu_3/\mu_2^{3/2}$

因此參數  $\alpha$ 、 $\beta$  與  $\theta$  之推估式，可整理得

$$\beta = (2/Cs_x)^2 \quad (5a)$$

$$\alpha = \sigma_x/\beta^{1/2} \quad (5b)$$

$$\theta = \mu_x - \sigma_x \beta^{1/2} \quad (5c)$$

## 2-2 合成資料之產生

為能探討各機率分布 (TN, LN2, LN3, EV1, 及 PT III) 之點繪法公式以及 LN3, PT III 兩機率分布之偏態係數校正公式, 本研究中採用 IMSL Package 之 PC 版本在 FORTRAN 3.3 下產生合成資料, 今分別簡述五種機率分布合成資料產生方法如下:

### 1. 常態分布

常態分布具平均值  $\mu_x$  及變異數  $\sigma_x^2$  之隨機變數  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , 可利用下列步驟求得:

(1) 利用 IMSL 之 Subroutine GGNML 產生  $Z_i, i=1, 2, \dots, N, Z_i$  為常態分布具平均值為 0 及變異數 1。

(2) 計算  $x_i = \mu_x + \sigma_x Z_i, i=1, 2, \dots, N$

### 2. 二參數對數常態分布

二參數對數常態分布具平均值  $\mu_x$  及變異數  $\sigma_x^2$  之隨機變數  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , 可利用下列步驟求得:

(1) 利用 IMSL 之 Subroutine GGNML 產生  $Z_i, i=1, 2, \dots, N, Z_i$  為常態分布具平均值為 0 及變異數 1。

(2) 計算  $x_i = \mu_x + K_1 \sigma_x, i=1, 2, \dots, n$

其中

$$K_1 = \frac{\exp[(\ln(1+Cv^2))^{1/2} Z_i - \ln(1+Cv^2)/2] - 1}{Cv}$$

及  $Cv = \mu_x / \sigma_x$

### 3. 三參數對數常態分布

三參數對數常態分布具平均值  $\mu_x$ , 變異數  $\sigma_x^2$  及偏態係數  $Cs_x$  隨機變數  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , 可利用上列步驟求得:

(1) 利用 IMSL 之 Subroutine GGNML 產生  $Z_i, i=1, 2, \dots, N, Z_i$  為常態分布具平均值為 0 及變異數 1。

(2) 計算  $x_i = \mu_x + K_1 \sigma_x, i=1, 2, \dots, n$

其中

$$K_1 = \frac{\exp[(\ln(1+Cv_2^2))^{1/2} Z_i - \ln(1+Cv_2^2)/2] - 1}{Cv_2}$$

及  $Cv_2 = \frac{1-w^{2/3}}{w^{1/3}}$

$$W = 1/2[-Cs_x + (4 + Cs_x^2)^{1/2}]$$

(3) 計算

$$Cv_2 = \frac{1-w^{2/3}}{w^{1/3}}$$

及  $a = \mu_x - \sigma_x / Cv_2$

(4) 檢驗  $x_1$  是否大於  $a$ , 如  $x_1 < a$  則捨去不用, 如此可得  $x_i, i=1, 2, \dots, n$

### 4. 極端值 (最大) I 型分布

極端值 (最大) I 型分布具平均值  $\mu_x$ 、變異數  $\sigma_x^2$  及偏態係數  $Cs_x = 1.14$  之隨機變數  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , 可利用下列步驟求得:

(1) 利用 IMSL 之 Subroutine GGUBS 產生  $u_i, i=1, 2, \dots, n, u_i$  為 (0, 1) 之均勻分布。

(2) 計算

$$x_i = (-\ln(-\ln u_i)) / \alpha + \beta, i=1, 2, \dots, n$$

其中  $\alpha = 1.2826 / \sigma_x$

及  $\beta = \mu_x - 0.45005 \sigma_x$

### 5. 皮爾遜 III 型分布

皮爾遜 III 型分布具平均值  $\mu_x$ 、變異數  $\sigma_x^2$  及偏態係數  $Cs_x$  之隨機變數  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , 可利用下列步驟求得:

(1) 利用 IMSL 之 Subroutine GGNML 產生  $Z_i, i=1, 2, \dots, n, Z_i$  為常態分布具平均值為 0 及變異數 1。

(2) 計算

$$x_i = \alpha \beta [1 - 1/9\beta + (1/9\beta)^{1/2} Z_i]^3 + \theta$$

其中  $\beta = (2/Cs_x)^2$

$$\alpha = \sigma_x / \beta^{1/2}$$

及  $\theta = \mu_x - \sigma_x \times \beta^{1/2}$

(3) 檢驗  $x_1$  是否大於  $\theta$ , 如  $x_1 < \theta$  則捨去不用, 如此可得  $x_i, i=1, 2, \dots, n$

## 2-3 偏態係數校正公式之研究方法

當使用動差法 (Method of Moment) 分析三參數機率分布 (如 LN3 及 PT III) 時, 資料之平均值 ( $\bar{X}$ ), 變異數 ( $\hat{\sigma}^2$ ) 及偏態係數  $\hat{C}_s$ 。常用以求解分布之其參數。假設一組資料長度為  $N$  之水文量  $\{X_i\}, i=1, 2, \dots, N$ 。其平均值, 變異數及偏態係數可由下列各式求得:

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum X_i$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N-1} \sum (X_i - \bar{X})^2$$

$$\hat{C}_s = \frac{1}{N} \sum (X_i - \bar{X})^3 / \hat{\sigma}^3$$

一般而言,  $E[\hat{C}_s] \neq Cs$ , 且  $\text{Var}[\hat{C}_s]$  較大

，故偏態係數之推估值不為無偏差性推估值，且其因變異數大而不準確，因此，為能正確地推估得三參數機率分布之參數值，偏態係數之推估值應作某種程度之校正。Bobee-Robitaille (1976) 提出一校正公式如下：

$$C_s = \hat{C}_s \frac{[N(N-1)]^{1/2}}{N-2} \left(1 + \frac{8.5}{N}\right)$$

此校正公式僅為資料長度  $N$  之函數。另，Wallis (1974) 亦提出一校正公式如下：

LN3分布：

$$C_s = \hat{C}_s \left[ \left(1.01 + \frac{5.05}{N} + \frac{20.13}{N^2}\right) + \left(\frac{0.69}{N} + \frac{27.15}{N^2}\right) \hat{C}_s^3 \right]$$

PT III 分布：

$$C_s = \hat{C}_s \left[ \left(1 + \frac{6.51}{N} + \frac{20.20}{N^2}\right) + \left(\frac{1.48}{N} + \frac{6.77}{N^2}\right) \hat{C}_s^2 \right]$$

本研究利用合成資料探討校正公式，其研究方法敘述如下：

(1) 產生合成資料具平均值  $\mu$ ，變異數  $\sigma^2$  及偏態係數  $C_s$ ，NSET 組，每組長度為  $N$ ，即， $\{X_i\}$ ， $i = 1, 2, \dots, N$ ； $j = 1, 2, \dots, NSET$

(2) 計算每組資料之偏態係數  $\{\hat{C}_s\}$ ， $j = 1, 2, \dots, NSET$  再求其平均值  $\hat{C}_s$ ，即

$$\hat{C}_s = \frac{1}{NSET} \sum_{j=1}^{NSET} \hat{C}_s$$

(3) 變化  $N$  值 ( $N = 20, 30, 40, 50, 60$  及  $70$ )，重覆(1)及(2)，可得

$$(\hat{C}_{s,i}, N_i), i = 1, 2, \dots, 6$$

(4) 計算校正因子  $MF$  ( $MF = C_s / \hat{C}_s$ )，可得  $(MF_i, N_i)$ ， $i = 1, 2, \dots, 6$

(5) 變化  $C_s$  值 ( $C_s = 1.0, 2.0, 3.0$  及  $4.0$ )，重覆步驟(1)至(4)，可得

$$(jMF_i, N_i), i = 1, 2, \dots, 6; j = 1, 2, 3, 4$$

(6) 利用複迴歸分析，探討  $MF$  與  $N$  及  $\hat{C}_s$  之關係式。

#### 2-4 點繪法公式之研究方法：

點繪法乃根據所選定之機率值，定出觀測水文資料點。甘保 (Gumbel, 1921, 1958) 氏曾提出任何點繪法均應具備以下幾個基本條件：

(1) 點繪法須能點繪出所有之觀測資料。

(2) 點繪之位置須自由地分佈於  $m/n$  與  $(m-1)/n$

之間，其中  $n$  為水文資料數， $m$  為水文資料由大至小排列之順序，如  $m = 1$  表最大之水文事件。

(3) 大於或等於最大水文事件之迴歸週期應很接近水文資料數  $n$ 。

(4) 點繪法須能將觀測值等間隔點繪在頻率尺度 (Frequency Scale) 上。亦即第  $m$  觀測值與第  $m+1$  觀測值間之點繪位置之差異只與水文資料數  $n$  有關。

(5) 點繪法須能直覺地表示出水文資料之意義，以便易於分析。

假設一組水文資料  $X_i$ ， $i = 1, 2, \dots, N$ ，吾人可依大至小排列  $X_{(1)} \leq X_{(2)} \leq \dots \leq X_{(n)}$ ，其中  $X_{(m)}$  表示此  $N$  個資料中第  $m$  大之水量值，點繪法用以表示發生大於或等於某一特定水文事件之機率，其通式可表示如下：

$$P_m = \frac{m-b}{N+a} \quad (7)$$

上式中：

$N$  = 資料長度

$m$  =  $N$  個資料中依大至小排序第  $m$  大

$P_m = P(X \geq X_{(m)})$

本研究中所探討之點繪法如表 1 所示。

表 1 各種點繪法公式

方 法	a	b
Weibull (1939)	1.00	0.000
Beard (1943)	0.38	0.310
Hazen (1914)	0.00	0.500
Benard (1953)	0.20	0.300
Bloom (1958)	0.25	0.375
Tukey (1962)	0.33	0.333
Gringorten (1963)	0.12	0.440
California (1923)	0.00	1.000
Chegodaiw (1955)	0.40	0.300
Cunnane (1978)	0.20	0.400
Adamowski (1979)	0.50	0.250

本研究利用依大至小排序後之水文量 (Order Statistics) 之平均值，並以最小平方誤差之準則，加以推求各常用機率分布 (TN、LN2、LN3、EV1及 PT III) 所適用之點繪法，根據虞氏(1989)之研究結果得知，LPT III 分布之分析宜採用對數轉換後，再利用 PT III 分布加以分析，故本研究未對 LPT III 之合適點繪法加以探討，今就其研究方法與步驟分述如下：

(1)產生滿足某特定機率分布之人造資料 NSET 組，每組N個資料，即

$$\{X_i\}, i = 1, 2, \dots, j = 1, 2, \dots, NSET$$

(2)將上述資料依大至小排列，即可得

$$\{X_{(m)}\}, m = 1, 2, \dots, N; j = 1, 2, \dots, NSET$$

(3)計算各排序水文量 $X_{(m)}$ 之平均值，即

$$\bar{X}_{(m)} = \frac{1}{NSET} \sum_{j=1}^{NSET} X_{(m)}, m = 1, 2, \dots, N$$

(4)計算Pm值 (大於或等於 $\bar{X}_{(m)}$ 之機率值)，即

$$P_m = P(X \geq \bar{X}_{(m)}), m = 1, 2, \dots, N$$

(5)對每一特定N值，模擬線性迴歸方程式

$$P_m = A_m + B$$

其中A為此方程式之斜率，B為所對應之截距。

(6)變化N值K次，重覆上述(1)至(5)，吾人可得

$$A_i, i = 1, 2, \dots, k$$

$$B_i, i = 1, 2, \dots, k$$

其中 $A_i$ 與 $B_i$ 分別為N之函數。

(7)利用迴歸分析模擬

$$A = \text{Function}(N)$$

$$B = \text{Function}(N)$$

### 三、本研究所使用之資料

本研究使用合成資料探討各機率分布之點繪法公式及偏態係數校正公式，由虞氏(1989)研究結果得知，LPT III 分布之分析宜採用對數轉換後，再利用 PT III 分布加以分析，故於探討點繪法時，本研究僅探討 TN, LN2, LN3, EV1 及 PT III 五種機率分布。另，此五種機率分布中，LN3 及 PT III 兩種機率分布涉及偏態係數之推估，故本研究僅就此二機率分布探討其偏態係數之校正公式。今分述其合成資料之統計特性如下：

#### 3-1 偏態係數校正公式之研究：

根據虞氏(1989)分析臺灣一日、二日、及三

日最大暴雨量資料，計有 1591 筆資料，發現其偏態係數平均值約 0.73~2.13。變異係數，( $C_v = \sigma/\mu$ ) 約 0.25~0.5。資料長度約 35~42。故本研究產生合成資料時，所採用之理論偏態係數值、平均值、標準偏差及資料長度分別為：(a) $C_s = 1.0, 2.0, 3.0$ 及 $4.0$ 四種，(b) $\mu = 10$ ，(c) $\sigma = 1.0, 2.0, 3.0, 4.0$ 及 $5.0$ 五種，亦即， $C_v = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$ 及 $0.5$ 五種，及(d) $N = 20, 30, 40, 50, 60$ 及 $70$ 六種。共計 $4*5*6 = 120$ 種組合，每種機率分布下，每種組合產生10,000組合成資料，即 $120*10,000 = 1,200,000$ 組合成資料，因此，本研究共計分析 $2*1,200,000 = 2,400,000$ 組合成資料。

#### 3-2 點繪法之研究：

本研究共計探討 TN, LN2, LN3, EV1 及 PT III 五種機率分布，其產生合成資料之各理論值分述如下：

(a)TN分布

$$X_i \sim N(0, 1), i = 1, 2, \dots, N$$

共計一組理論值。

(b)LN2 分布

$$Y_i = \ln(X_i), i = 1, 2, \dots, N$$

$$Y_i \sim N(0, 1)$$

共計一組理論值。

(c)LN3 分布

$$\text{設定下限 } a = -5, y_i = \ln(X_i - a) \quad i = 1, 2, \dots, N$$

$$Y_i \sim N(0, 1)$$

共計一組理論值。

(d)EV1 分布

$$\alpha = 0 \text{ 及 } \beta = 1, \text{ 即平均值 } \mu = 0.57723$$

$$\text{標準偏差 } \sigma = 1.2826$$

共計一組理論值。

(e)PT III 分布

$$C_s = 1.0, 2.0, 3.0 \text{ 及 } 4.0 \text{ 四種。}$$

$$\mu = 10.0。$$

$$\sigma = 1.0, 2.0, 3.0, 4.0 \text{ 及 } 5.0 \text{ 五種。}$$

亦即，

$$C_v = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4 \text{ 及 } 0.5 \text{ 五種。}$$

共計  $4*5 = 20$ 組理論值。

上述五種機率分布，各種組合分別產生 $N = 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110$ 及 $120$ 共計11種資料長度。每種資料長度分別產生10,000組合成資料，故本研究共計分析  $24*11*10,000 = 2,640,000$

組合成資料。

#### 四、結果與討論

本研究利用 TN, LN2, LN3, EV1 及 PT III 分布產生合成資料，同時變化資料長度大小及各分布理論參數值，並對下列二項研究主題加以探討：  
(a) LN3 及 PT III 分布偏態係數校正公式，並與其它校正公式作比較。  
(b) TN, LN2, LN3, EV1 及 PT III 分布之點繪法公式，並與其它點繪法公式作一比較，今分述其結果如下：

##### 4-1 偏態係數校正公式：

為探討偏態係數應有之校正公式，本研究首先探討偏態係數推估值與變異係數之關係，共計分析 LN3 及 PT III 分布下，於理論偏態係數  $C_s$  值 (1.0, 2.0, 3.0 及 4.0 共計四種情形)、資料長度  $N$  (20, 30, 40, 50, 60 及 70 六種情形)、及變異係數  $C_v$  值 (0.1, 0.2, 0.3, 0.4 及 0.5 五種情形) 下，其 10,000 組合成資料所得之偏態係數推估值  $\hat{C}_s$  之平均值與變異係數之關係。研究結果發現，無論 LN3 或 PT III 分布，偏態係數推估值  $\hat{C}_s$  之平均值不受  $C_v$  值之影響。圖 1 及圖 2 所示分別為 LN3 分布及 PT III 分布於各種理論  $C_s$  值下，資料長度  $N$  與推估之校正因子之關係圖。由圖 1 與圖 2 可知，偏態係數推估值之平均值均較理論值為小，故校正因子均大於 1。同時，校正因子不僅為資料長度  $N$  之函數，且與所推估之偏態係數成一函數關係。因此，本研究提出第一型態偏態係數校正公式為：

$$MF = (1 + a * \hat{C}_s^b / N^c)$$

亦即，

$$C_s = \hat{C}_s * (1 + a * \hat{C}_s^b / N^c)$$

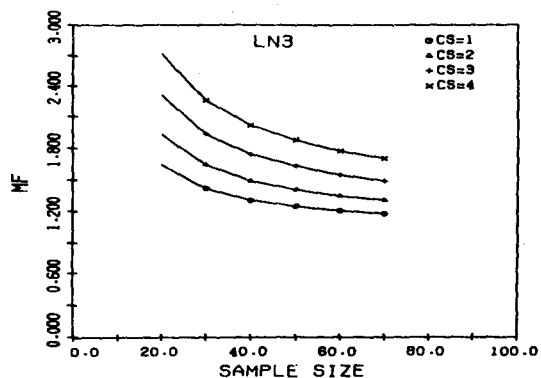


圖 1 校正因子 (MF) 與 N 之關係圖 (LN3)

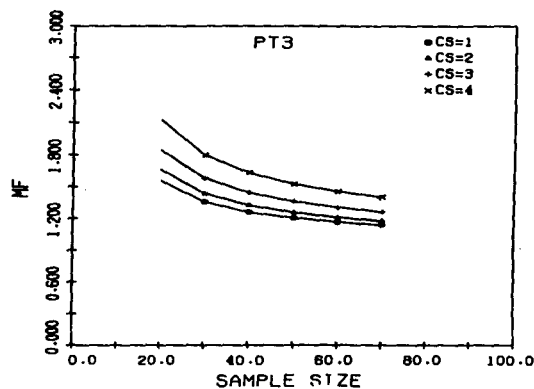


圖 2 校正因子 (MF) 與 N 之關係圖 (PT III)

此校正公式為一致性推估值 (Consistent Estimator)，因當資料長度  $N \rightarrow \infty$  時，所推估之偏態係數之平均值等於理論值。本研究利用複迴歸分析得下列結果：

(a) LN3 分布：

$$C_s = \hat{C}_s * (1 + 42.5 * \hat{C}_s^{1.21} / N^{1.26})$$

$$R^2 = 0.9616$$

(b) PT III 分布：

$$C_s = \hat{C}_s * (1 + 22.4 * \hat{C}_s^{0.72} / N^{1.18})$$

$$R^2 = 0.9315$$

其中， $R^2$  為多元決定係數 (Coefficient of Determination)。同時，由上述結果可知，LN3 與 PT III 分布之偏態係數校正公式彼此差異甚大，故此研究結果顯示並不存在一適用公式可同時滿足此兩種機率分布。

另，本研究發現對每一特定理論  $C_s$  值時，當校正因子  $MF$  取對數後再取倒數與資料長度  $N$  成一線性關係，亦即

$$\frac{1}{\ln(MF)} = a + bN$$

圖 3 及圖 4 所示分別為 LN3 及 PT III 分布時， $\ln(MF)$  之倒數與資料長度  $N$  之關係圖，圖中顯示當  $C_s$  值變化時，所得之直線斜率 ( $b$  值) 亦有所不同，此結果顯示  $1/\ln(MF)$  不僅為  $N$  及  $C_s$  之函數，亦為  $N$  與  $C_s$  乘積之函數，經詳細分析與探討，本研究提出第二型態之偏態係數校正公式為：

$$\frac{1}{\ln(MF)} = a + bN + cN\hat{C}_s + dN\hat{C}_s^2$$

亦即

$$MF = \exp [1/(a+bN+c\hat{N}Cs+d\hat{N}Cs^2)]$$

$$\therefore Cs = \hat{Cs} * \exp [1/(a+bN+c\hat{N}Cs+d\hat{N}Cs^2)]$$

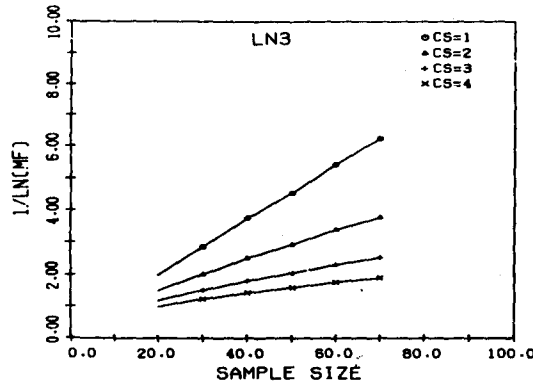


圖 3 Ln(MF) 之倒數與 N 之關係圖 (LN3)

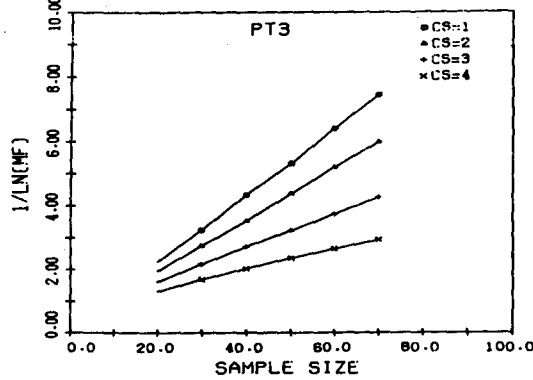


圖 4 Ln(MF) 之倒數與 N 之關係圖 (PT III)

此校正公式亦為一致性推估值，因當資料長度  $N \rightarrow \infty$  時，所推估之偏態係數等於理論值。本研究利用複迴歸分析得下列結果：

(a) LN3 分布：

$$Cs = \hat{Cs} * \exp [1/(-0.12 + 0.15N - 0.081\hat{N}\hat{Cs} + 0.012\hat{N}\hat{Cs}^2)]$$

$$R^2 = 0.9947$$

(b) PT III 分布：

$$Cs = \hat{Cs} * \exp [1/(-0.22 + 0.13N - 0.016\hat{N}\hat{Cs} - 0.006\hat{N}\hat{Cs}^2)]$$

$$R^2 = 0.9800$$

圖 5 所示為當 LN3 分布時，本研究所提二個校正公式與 Bobee-Robitaille 及 Wallis 所提者於理論偏態係數  $Cs=3.0$  下，校正後之偏態係數推估值與其理論值之比較。另，圖 6 所示者為當 PT III 分布於  $Cs=4.0$  時，比較之結果。表 2 所示為 LN3 及 PT III 兩機率分布時，各種校正公式所得之偏態

係數推估值與理論值間之 MSE 及 MD (Mean Deviation) 表，結果顯示，本研究所提之第二型校正公式之 MSE 及 MD 值均為最小。由上述之結果可知，本研究所提之二個校正公式所得之結果均較 Robee-Robitaille 及 Wallis 所提者較接近理論值，尤其為理論偏態係數  $Cs$  值較大時 (3.0 及 4.0) 更加明顯，同時，結果亦顯示本研究所提之第二型偏態係數校正公式最為精確。

表 2 各種偏態係數校正公式之 MSE 與 MD

	LN3		PT III	
	MSE	MD	MSE	MD
未修正	1.5783	1.0439	0.9318	0.7929
Bobee-Robitaille	0.7533	0.6631	0.2447	0.3436
Wallis	0.0509	0.1736	0.0914	0.2169
本研究所提 I 型公式	0.0152	0.0951	0.0154	0.0991
本研究所提 II 型公式	0.0017	0.0193	0.0043	0.0370

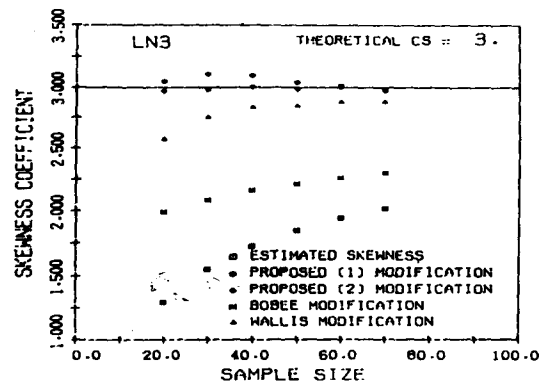


圖 5 各種校正公式之比較 (LN3,  $Cs=3.0$ )

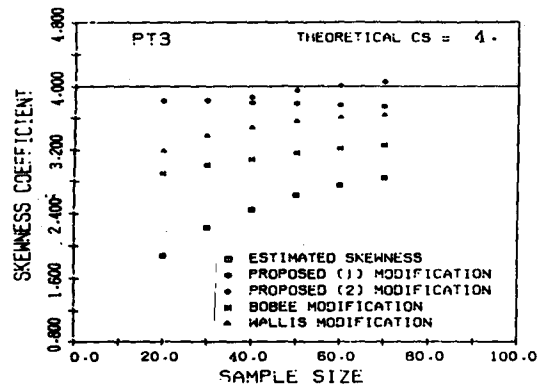


圖 6 各種校正公式之比較 (PT III,  $Cs=4.0$ )



另，為能更進一步了解本研究所提之校正公式之準確性，利用 LN3 及 PT III 兩種機分布分別產生合成資料，其平均值為 100.0，標準偏差為 33.3，即變異係數為 1/3，偏態係數為 1.0, 2.0, 3.0 及 4.0，變化資料長度 N=20, 30, 40, 50, 60 及 70，每種組合產生 50 組合成資料，計算其所推估偏態係數之平均值並利用各種校正公式修正其值，如

此，重覆作 1,000 次，所得校正後之偏態係數之平均值如表 3 所示，結果再次顯示，本研究所提之第二型校正公式最為準確，尤其當理論偏態係數值較大時更為明顯。

4-2 點繪法公式：

本研究利用 TN, LN2, LN3, EV1 及 PT III 五種機率分布產生合成資料，求各機率分布下於特

表 3 各種偏態係數校正公式準確度比較表

Cs	N	未校正		本研究 I 型校正公式		本研究 II 型校正公式		Bobee 及 Robitaille		Wallis	
		LN3	PT III	LN3	PT III	LN3	PT III	LN3	PT III	LN3	PT III
1.0	20	0.616	0.648	0.958	0.960	1.022	1.044	0.950	1.000	0.902	0.917
	30	0.713	0.744	0.996	0.989	1.014	1.017	0.964	1.005	0.936	0.946
	40	0.768	0.797	1.000	0.993	1.007	1.007	0.968	1.004	0.949	0.958
	50	0.807	0.834	1.002	0.997	1.006	1.005	0.973	1.006	0.961	0.968
	60	0.834	0.860	1.001	0.998	1.005	1.004	0.977	1.007	0.968	0.975
	70	0.855	0.879	1.000	0.999	1.005	1.004	0.980	1.007	0.973	0.980
2.0	20	1.043	1.209	2.132	2.119	2.069	2.096	1.609	1.866	1.790	1.827
	30	1.229	1.402	2.168	2.130	2.048	2.040	1.661	1.896	1.876	1.897
	40	1.343	1.514	2.140	2.105	2.028	2.015	1.693	1.908	1.902	1.924
	50	1.428	1.596	2.116	2.094	2.023	2.015	1.723	1.926	1.922	1.950
	60	1.491	1.654	2.093	2.081	2.018	2.013	1.746	1.937	1.933	1.964
	70	1.541	1.700	2.074	2.073	2.015	2.016	1.766	1.948	1.942	1.977
3.0	20	1.308	1.627	3.104	3.143	3.047	3.081	2.019	2.511	2.647	2.635
	30	1.561	1.905	3.154	3.136	3.050	3.014	2.110	2.575	2.816	2.757
	40	1.725	2.078	3.110	3.097	3.037	2.998	2.174	2.619	2.868	2.815
	50	1.851	2.206	3.072	3.075	3.043	3.008	2.233	2.662	2.904	2.861
	60	1.947	2.302	3.033	3.055	3.040	3.018	2.280	2.696	2.920	2.891
	70	2.026	2.379	3.003	3.044	3.040	3.031	2.322	2.727	2.933	2.915
4.0	20	1.480	1.890	3.840	3.849	3.938	3.880	2.284	2.916	3.408	3.219
	30	1.781	2.222	3.914	3.827	4.017	3.839	2.408	3.004	3.680	3.382
	40	1.983	2.449	3.867	3.802	4.041	3.902	2.500	3.087	3.776	3.489
	50	2.141	2.620	3.826	3.787	4.075	3.988	2.583	3.161	3.842	3.567
	60	2.264	2.744	3.780	3.764	4.081	4.048	2.651	3.214	3.872	3.610
	70	2.368	2.846	3.747	3.752	4.086	4.122	2.714	3.262	3.899	3.646

定N值時，

$$P_m = A_m + B$$

之A與B值，其結果如圖7及8所示。結果顯示，A值與N之關係不因機率分布不同而有所不同，然由圖8可知，B值與N之關係則受機率分布之影響，然，LN2與LN3兩機率分布所得之B值與N之關係十分接近。同時，經研究發現A、B與N之關係式滿足：

$$A = \frac{1}{N+a}$$

$$-B = \frac{b}{N+a}$$

本研究利用最小二乘法，求得各機率分布之a與b值如表4所示。為求得一通用點繪法公式，本研究利用各分布所得之(A<sub>i</sub>, N<sub>i</sub>)與(B<sub>i</sub>, N<sub>i</sub>)代入函歸式，所得之a與b值亦列於表4。另，本研究所提之點繪法當資料長度為10年時，其極大值所對應之迴歸週期為22.8年，為所有點繪法公式最大者。

表4 本研究點繪法公式

機 率 分 布	a	b
TN	0.25	0.408
LN2	0.25	0.678
LN3	0.25	0.678
EV1	0.25	0.514
PT3	0.25	0.469
通 式	0.25	0.549

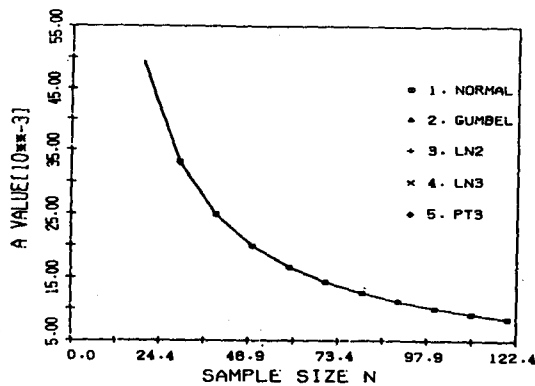


圖7 A值與N之關係圖

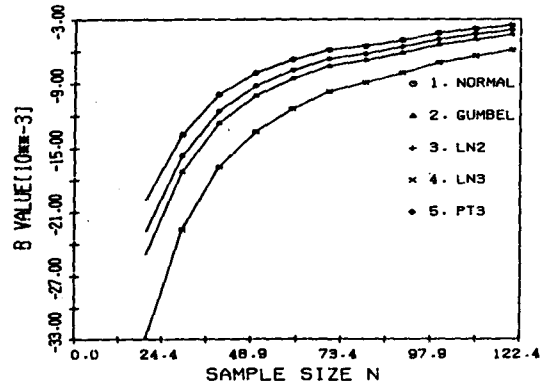


圖8 B值與N之關係圖

另，為能更進一步了解本研究所提之點繪法公式與其它現存11種點繪法公式之優劣，本研究利用合成資料加以探討，由於LN2與LN3兩分布之整體表現十分接近，合成資料僅依TN, LN3, EV1及PT3四種機率分布產生，各機率分布之平均值均設定為100.0，標準偏差33.3，即變異係數為1/3，另，LN3及PT3之理論偏態係數設定為1.0，資料長度N=20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110及120，每種組合產生5000組合成資料，共計分析4\*11\*5000=220,000組合成資料。由於洪水頻率分析，吾人所關心者為極大值部份，故本研究僅探討各種點繪公式在排序m=1至10之精確度。另，由於各種不同點繪法公式所推求之機率值不同，故，本研究採用無因次化之誤差百分比，即

$$j e^{K_{(m)}} = \frac{j X_{(m)}^K - j X_{(m)}}{j X_{(m)}^K} * 100$$

其中m=依大至小之排序，m=1, 2, ..., 10

K=第K種點繪法公式，K=1, 2, ..., 12

j=1, 2, ..., NEST (=5000) (即第j組合成資料)

$j X_{(m)}$  = 第j組排序第m大之理論值

$j X_{(m)}^K$  = 第j組排序第m大使用第K種點繪法公式之推估值

為能比較各種點繪法之優劣，本研究採用MSE為判斷準則，即

$$MSE^{K_{(m)}} = \frac{1}{NEST} \sum_{j=1}^{NEST} [j e^{K_{(m)}}]^2$$

MSE<sup>K</sup><sub>(m)</sub>之定義為排序為m時，第K種點繪法公式所得之MSE值。因此，吾人可知如一點繪法較

表5 各種點繪法公式於排序m=1至5時，誤差百分比之MSE及各種點繪法公式之優劣排名 (EV1, N=60)

資料母體為 EV1 平均值=100, 標準差=33, 偏態係數=1.0, SAMPLE SIZE=60										
點 繪 法	排 序									
	1		2		3		4		5	
	MSE	RANK	MSE	RANK	MSE	RANK	MSE	RANK	MSE	RANK
WEIBULL	359.0	11	158.2	11	110.5	11	87.7	11	71.6	11
BEARD	276.0	7	137.4	7	100.4	7	81.4	7	67.5	7
HAZEN	247.3	2	130.1	2	96.7	2	78.9	2	65.9	2
BENARD	278.7	9	138.3	9	100.9	9	81.7	9	67.8	9
BLOOM	263.4	5	134.4	5	98.9	5	80.4	5	66.8	5
TUKEY	271.2	6	136.3	6	99.8	6	81.0	6	67.2	6
GRINGORTEN	253.4	3	131.9	3	97.6	3	79.5	3	66.3	3
CALIFORNIA	363.3	12	161.2	12	112.8	12	89.7	12	73.3	12
CHEGODAJEW	278.2	8	137.9	8	100.7	8	81.5	8	67.6	8
CUNNANE	259.2	4	133.3	4	98.4	4	80.0	4	66.6	4
ADAMOWSKI	289.6	10	140.7	10	102.0	10	82.4	10	68.1	10
本 研 究	245.2	1	128.9	1	95.9	1	78.3	1	65.4	1

表6 各種點繪法公式於排序m=1至5時，誤差百分比之MSE及各種點繪法公式之優劣排名 (PT III N=90)

資料母體為 PT III 平均值=100, 標準差=33, 偏態係數=1.0, SAMPLE SIZE=90										
點 繪 法	排 序									
	1		2		3		4		5	
	MSE	RANK	MSE	RANK	MSE	RANK	MSE	RANK	MSE	RANK
WEIBULL	240.4	11	108.8	11	76.6	11	62.8	11	51.5	11
BEARD	289.4	7	95.8	7	70.3	7	58.7	7	48.7	7
HAZEN	175.4	1	92.1	2	68.4	2	57.3	2	47.9	2
BENARD	190.8	9	96.2	9	70.5	9	58.9	9	48.9	9
BLOOM	182.4	5	94.1	5	69.4	5	58.1	5	49.4	5
TUKEY	186.6	6	95.1	6	70.0	6	58.5	6	48.6	6
GRINGORTEN	177.5	3	92.8	3	68.8	3	57.6	3	48.1	3
CALIFORNIA	242.7	12	110.0	12	77.5	12	63.6	12	52.2	12
CHEGODAJEW	190.6	8	96.1	8	70.4	8	58.8	8	48.8	8
CUNNANE	180.2	4	93.6	4	69.2	4	57.9	4	48.2	4
ADAMOWSKI	197.3	10	97.7	10	71.2	10	59.3	10	49.1	10
本 研 究	176.0	2	91.8	1	68.2	1	57.1	1	47.7	1

優，則其對應之 MSE 值應較其它點繪法公式之 MSE 為小。

本研究共計分析 TN, LN3, EV1 及 PT III 分布，於 N=30, 60, 90 及 120 情形下，各種點繪法公式之優劣。如表 5 所示為當 EV1 分布及 N=60 時，各種點繪法之 MSE 值與其優劣排名，而 PT III 分布及 N=90 之結果如表 6 所示。由研究結果顯示，整體而言，本研究所提點繪法公式之精確度較高，然當其應用於 TN 分布時結果較不盡理想，同時 Hazen 點繪法公式之結果極為穩定，其優劣排名居於第二。

### 五、結 論

本研究係利用合成資料探討水文頻率分析中偏態係數推估值之校正公式及點繪法公式。研究中以平均值法分別探討三參數對數常態分布及皮爾遜 III 型分布兩種機率分布之偏態係數校正公式，結果顯示於某特定理論偏態係數時，校正因子取對數後之倒數與資料長度成一線性關係。研究中提出二種校正公式並與 Bobee-Robitallie 及 Wallis 所提之修正公式作一比較。另，本研究採用平均值法與最小誤差平方法，探討一合適於六種常用於水文頻率分析之機率分布之通用點繪法公式，並與其它現有十一種點繪法公式作一比較。根據研究結果，可得下初步結論：

- (1) 偏態係數之校正因子，不僅為資料長度之函數，且為資料長度與偏態係數推估值乘積之函數。
- (2) 本研究所提之第 II 型校正公式所得結果之精確度較高。
- (3) Hazen 點繪法公式所得結果十分穩定，其精確度於所有點繪法中屬較高者。
- (4) 本研究所提之點繪法公式，較其它點繪法公式精確。

### 謝 誌

本研究承蒙經濟部水資源統一規劃委員會「八〇水科技八、(二).1.(7)~03第079號研究計劃」之經濟補助，得以順利完成，特此致謝。又，研究中國內多位學者專家如吳建民先生、李柏齡先生、易任教授及林國峰教授等多人之寶貴意見，使研究更為完整，以及淡江大學水資源及環境工程研究所助理張國霖及黃志強等在諸多事務上之協助，謹此一併致謝。

### 參 考 文 獻

1. 王如意、易任，應用水文學，國立編譯館，民國 75 年。
2. 「臺灣水文頻率分析機率分布之選擇研究」，行政院農業發展委員會補助計畫，71 農建--4.1--源--15(2)號報告，(臺灣省水利局叢刊第 147 號，民國七十一年十二月。)
3. 虞國興，「臺灣水文頻率分析之規範標準研究」經濟部水資源統一規劃委員會，78 水科技八、(二) 1.(7)--01 第 064 號，民國 78 年 12 月。
4. 虞國興、朱欽興、劉振忠，「皮爾遜 III 型分布中偏態係數修正方法之研究」，第五屆水利工程研討會論文集，頁 87~98，國立成功大學，民國 79 年 7 月。
5. Bobee, B., and R. Robitaille, "Correction of bias in the estimation of the coefficient of skewness", *Water Resour. Res.*, 11(6), 851-854, 1975.
6. Burges, S. J., Lettenmaier, D. P., and C. L. Bates, "Properties of the Three-Parameter Lognormal Distribution", *Wat. Res. Res.*, Vol. 11, No. 2, pp. 229-235, 1975.
7. Cunnane, C., "Unbiased Plotting Positions-A View", *J. Hydrol.*, 37, 205-222, 1978.
8. Gringorten, I. I., 1963. "A Plotting Rule for Extreme Probability Paper". *Journal of Geophysical Research* 68(3): 813-814.
9. Gumbel, E. J., *Statistics of Extremes*, Columbia University Press, 1958.
10. Harter, H. L., "Expected Values of Normal Order Statistics", *Biometrika* 48, Land 2, pp. 151-165, 1961.
11. Kendall, M. G. and A. Stuart, *The Advanced Theory of Statistics*, Vol. I, Griffin, London, 1963.
12. Kirby, W., "Algebraic boundedness of sample statistics", *Water Resour. Res.*, 10(2), 220-222, 1974.
13. Landwehr, J. M. N.C. Matalas, and J.

- R. Wallis, "Some Comparison of Flood Statistics in Real and Log Space", *Water Resour. Res.*, 14(5), 902-920, 1978.
14. Matalas, N. C., J. R. Slack and J. R. Wallis, "Just a Moment", *Water Resour. Res.*, 10(2), 211-219, 1974.
15. Matalas, N. C., J. R. Slack and J. R. Wallis, "On the Value of Information to Flood Frequency Analysis", *Water Resour. Res.*, 11(5), 629-647, 1975.
16. Matalas, N. C., J. R. Slack, "Regional Skew in Search of a Parent", *Water Resour. Res.*, 11(6), 815-826, 1975.
17. Ndgel W. Arnell, Max Beran and J. R. M. Hosking, "Unbiased Plotting Positions for the General extreme Value Distribution", *J. Hydrol.*, 86, 59-69, 1986.
18. Nozdryn-Plotnicki, M. J. and W. E. Watt, "Assessment of Fitting-Techniques for the Log Pearson Type III Distribution Using Monte Carlo Simulation", *Water Resour. Res.*, 15(3), 714-718, 1979.
19. Stedinger, J.R., "Fitting Log Normal Distribution to Hydrologic Data", *Water Resour. Res.*, 16(3), 481-490, 1980.
20. U. S. Water Resources Council. "Guidelines for Determining Flood Flow Frequency", Bulletin 17B of the Hydrology Subcommittee, 1982.
21. Wilk, M. B. et al., "Probability Plots for the Gamma Distribution", *Technometrics* 4(1):1-20, 1962.
22. Wallis J. R., "Just a moment!", *Water Resour. Res.*, 10(2), 211-222, 1974.
23. Xuewu, J.D. Jing, H.W. Shen and J.D. Salas, "Plotting Positions for Pearson Type III Distribution", *J. Hydrol.*, 74, 1-29, 1984.
24. Yevjevich, V., *Probability and Statistics in Hydrology*. Water Resour., Pub., Fort Collins, Colorado, USA, 1972.

收稿日期：民國80年 5月16日

接受日期：民國80年 6月 5日

(上接第24頁)

16. Paul, W. 1990. A concept for estimating the fate of material inputs in agricultural ecosystem. *In* Technical Papers and Posters Abstracts, International Conference on Agricultural Engineering, Berlin, Oct. 24-26, 1990. Pp. 156-157.
17. Patten, B. C., and E. P. Odum. 1981. The cybernetic nature of ecosystems. *Am. Nat.* 118: 886-895.
18. Seneta, E. 1981. *Non-negative matrices and Markov chains*. (2nd ed.) Springer-Verlag, New York, N. Y.
19. Wiener, N. 1965. *Cybernetics: or Control and communication in the animal and the machine* (2nd ed.). The M. I. T. Press, Cambridge, MA.

收稿日期：民國80年 2月 2日

修正日期：民國80年 2月25日

接受日期：民國80年 3月18日