

封閉型農業環境之溫濕度動態行為分析

Analysis of the Dynamic Behavior of Temperature and Humidity in Confined Agricultural Environments

國立宜蘭農工專校農機科副教授

廖 中 明

Chung-Min Liao

摘 要

從乾空氣，水份及濕空氣焓之聯立物質平衡式所導出的一組非線性方程式可描述封閉型農業環境中溫度與濕度之動態行為。此方程式有效地將外界熱負荷及系統空間中之熱負荷與水份負荷同時併入考慮。由於溫濕度聯合控制系統通常只允許在一所希求之操作點上有微小的溫濕度差異，因此，在一微小差異設限內，即，在一所希求穩定狀態條件之操作點上，非線性方程組可合理地被線性化。再以前人對比容及濕空氣焓在空氣及水系統中所得關係式，線性方程式更可化成一組線性非對偶之微分方程式。若用線性方程式所做之靈敏度分析與最初非線性方程式做一比較則兩者反應結果相當吻合。

ABSTRACT

A pair of nonlinear differential equations which describe the dynamic behavior of temperature and humidity in confined agricultural environments have been derived from simultaneous mass balances of dry air, water and the enthalpy of moist air. The equations are sufficiently to take into account external heat loads, and internal heat and moisture loads within a confined environment. Since temperature-humidity control systems allow usually only small derivations of temperature and humidity from a desired operating point, a linearization of the above equations within the bounds of small derivations is justified. Therefore, the nonlinear equations are linearized around a desired steady-state operating point. On using available relations for the specific volume and enthalpy of moist air, the linearized equations further result in a pair of linear uncoupled differential equations. The response from the linear equations is found to compare very favorably with that from the original nonlinear equations.

符 號 說 明

- [A] 狀態變數向量之常數矩陣
 A_r 熱傳導面積, FT^2
[B] 可控制變數向量之常數矩陣
[C] 不可控制變數向量之常數矩陣
 F_o 排出之空氣質量流率, $lb\ dry\ air/min$
 F_i 新鮮空氣質量流率, $lb\ dry\ air/min$
 F_{r_i} 進入之循環空氣質量流率, $lb\ dry\ air/min$
 F_{r_o} 排出之循環空氣質量流率, $lb\ dry\ air/min$
 H_i 進入之循環濕空氣之焓, $BTU/lb\ dry\ air$
 h_i 新鮮空氣之濕度, $lb\ water/lb\ dry\ air$
 h_i 進入之循環空氣濕度, $lb\ water/lb\ dry\ air$
 Q_o 外界熱負荷, BTU/min
 Q_r 內熱負荷, BTU/min
 q_i 新鮮空氣流量率, FT^3/min
 q_r 進入之總空氣流量率, FT^3/min
 T_o 系統周圍溫度, $^{\circ}F$
 T_i 新鮮空氣溫度, $^{\circ}F$
 T_i 進入之循環空氣溫度, $^{\circ}F$
 T_r 系統內溫度, $^{\circ}F$
 t 時間, min
 U 整體系統之熱傳導係數, $BTU/FT^2-^{\circ}F-hr$
 $\{u\}$ 可控制變數向量
 V 系統體積, FT^3
 $\{v\}$ 不可控制變數向量
 v_r 系統內濕空氣之比重, $FT^3\ moist\ air/lb\ dry\ air$
 W_r 系統內之水份負荷, $lb\ water/min$
 $\{X\}$ 狀態變數向量

一、前 言

封閉型農業環境如果控制簡陋而不當，常會導致農產品品質及產量低減；且近年來我國電腦產品之品高價廉而逐漸普及，因而封閉型農業環境的電腦控制是個極待研究之課題。一般言之，在封閉空間中不易取得適當生長環境，且最適切的環境條件亦需高品質的管理作業。如欲尋求最佳收成量，如何更準確描述及定義封閉農業設施中之最佳生長環境乃刻不容緩之事。由於組成環境因子很多，設施環境將承受許多干擾外力，欲克服這些干擾外力，需不斷施測及調節各環境因子。如果環境僅有溫度

因子受施測，由機械操作所達到的控制程度要比人為控制來得更穩定。如果更多的環境因子受施測，則控制作業更需強大的能力來處理更多的資訊及對這些資訊做更複雜的決定。

封閉型農業環境中有關熱環境的動態模擬及制控問題，在農業工程上一向都是很重要之課題；也有許多研究文獻提及關於數學模式化及模擬（Takakura, 1971; Udink Ten Cate, 1985; Bruce and Clark, 1979; Tiexeira and Manson, 1983），自動控制（Udink Ten Cate, 1987; Weaving, 1981; Boon, 1984, Bundy et al. 1984; Brown, 1982），及最佳控制（Davis, 1984; Cole, 1980; Tiexeira et al. 1969）的問題。以上提及的文獻大都把重點放在溫度或濕度單獨控制變數的處理上，很少能從溫度與濕度合併之觀點做關於封閉型農業環境溫濕度動態行為的分析，並以此分析所得之動態方程式做自動控制設計。

封閉型農業結構中的整體環境非常複雜，不能簡單地只以溫度指標來描述。這種環境的控制也許可用溫度做一初始指標，然而其他環境變數如二氧化碳濃度，有毒氣體，及氣懸顆粒（airborne particles）等都應該監測及納入整體控制決策裏。有關熱環境的控制，例如，欲維持溫室中花卉植物正常生成，畜舍中動物的成長順利，洋菇舍中高溫多濕的環境，或在食品工業上保持產品長期良好之狀況，都需適當的控制環境。

本文目的即是研究封閉型農業環境中包含了溫度及濕度之聯合控制之動態行為分析。文中將建立一組數學模式，藉此模式可適切描述封閉型農業環境中承受外界與內在熱負荷，及內在潮濕負荷的溫濕度動態行為。此數學模式在日後應用現代控制理論設計一反饋（feedback）溫濕度控制系統可提供一最佳系統表示式。藉由本模式的推導，日後亦可組合其他變數的考慮，如二氧化碳濃度及氣懸顆粒在封閉環境中之動態行為的描述（Liao et al. 1990; Liao and Feddes, 1990）而達到設計整體空間聯控系統的目的。

本文亦提供對如何從一個基本的農業環境問題，應用環境物理之基本理論建立適切的數學模式。此數學模式不只具有描述系統中狀態變數的動態行為，亦能應用現代控制理論探討系統之控制問題。如此，對任何動態系統方有基本的觀念與能力來處

理其中所涉及之三基本而重要的問題：數學模式化，模式分析，及系統控制。

二、數學模式化

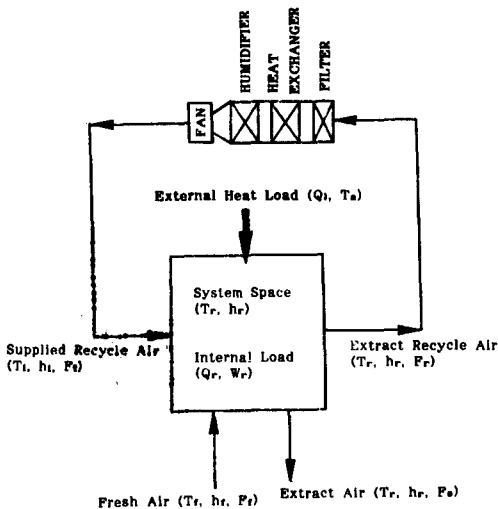
本文考慮之典型封閉型農業環境系統可以圖一表示。溫濕度控制之封閉農業環境可視為是一畜舍，溫室，洋菇舍或食品儲存室等；因而本文便以「室」來通稱一封闭空間。圖一所示，新鮮空氣藉由強制通風方式送進室內，而室內空氣亦經由熱交換氣及增濕器循環進入室內。

由於模式最終目的為尋出一控制策略，因而產生一不可避免的論點，即：模式化問題與控制問題並非獨立的，用更專門的話表示，便是：如果沒有模式的先設知識 (prior knowledge) 一個適切的控制策略是不能發生動作的，相同的，如果沒有關於控制策略的先設知識，描述系統之最佳模式亦不能發生效用。因此，數學模式化的大前提假設為：本模式為正確的，因而其精確性並不取決於控制策略。大前提假設一定，在推導溫濕度動態行為之系統方程式之幾個模式次假設便可設定。

(1)室內空氣假設為完全混合，即，任何瞬間的室內溫濕度都是均勻的。

(2)忽略室周圍邊界及室內物體的熱容量 (thermal capacitance)。

(3)室內水份假設僅由系統被處理對象，如畜舍中之動物，溫室中之花卉植物或洋菇舍中之洋菇及栽培土壤等所產生。



圖一、典型封閉型農業環境系統之空氣流量分佈

為推導系統方程式，室內乾空氣，水份，及濕空氣之焓的平衡關係式可由下列基本物質平衡式表示。乾空氣之平衡式：

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{V}{v_r} \right) = F_i + F_r - F_r - F_o \quad (1)$$

水份之平衡式：

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{V}{v_r} h_r \right) = F_i h_i + F_r h_r - (F_r + F_o) h_r + W_r \quad (2)$$

濕空氣焓之平衡式：

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{V}{v_r} H_r \right) = F_i H_i + F_r H_r - (F_r + F_o) H_r + Q_r + Q_o \quad (3)$$

方程式(2)之左式可表示為，

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{V}{v_r} h_r \right) = \frac{V}{v_r} \frac{dh_r}{dt} + h_r \frac{d}{dt} \left(\frac{V}{v_r} \right)$$

利用方程式(1)及(2)之關係，可得下式，

$$\frac{V}{v_r} \frac{dh_r}{dt} + h_r (F_i + F_r - F_r - F_o) = F_i h_i + F_r h_r - (F_r + F_o) h_r + W_r$$

上式可再簡化為，

$$\frac{dh_r}{dt} = \left(\frac{v_r}{V} \right) (F_i h_i + F_r h_r - (F_i + F_r) h_r + W_r) \quad (4)$$

經由相同的方程式推導程序，由方程式(1)及(3)的關係，亦可得下式，

$$\frac{dH_r}{dt} = \left(\frac{v_r}{V} \right) (F_i H_i + F_r H_r - (F_i + F_r) H_r + Q_r + Q_o) \quad (5)$$

由於濕空氣焓為溫度及濕度的函數，即，

$$H_r = H_r(h_r, T_r)$$

因此，將 H_r 做對時間的全微分可得，

$$\frac{dH_r}{dt} = \frac{\partial H_r}{\partial h_r} \frac{dh_r}{dt} + \frac{\partial H_r}{\partial T_r} \frac{dT_r}{dt}$$

由上式關係可得下式，

$$\frac{dT_r}{dt} = \frac{1}{(\partial H_r / \partial T_r)} \left(\frac{dH_r}{dt} - \frac{\partial H_r}{\partial h_r} \frac{dh_r}{dt} \right) \quad (6)$$

將方程式(4)與(5)代入方程式(6)，可得下式，

$$\frac{dT_r}{dt} = \frac{(v_r/V)}{(\partial H_r/\partial T_r)} \{F_i H_i + F_r H_r - (F_i + F_r) H_r + Q_r + Q_i - \frac{\partial H_r}{\partial h_r} (F_i h_i + F_r h_r - (F_i + F_r) h_r + W_r)\},$$

簡化上式可得

$$\begin{aligned} \frac{dT_r}{dt} = & \frac{(v_r/V)}{(\partial H_r/\partial T_r)} \left\{ F_i \left\{ (H_i - H_r) - (h_i - h_r) \frac{\partial H_r}{\partial h_r} + F_r (H_r - H_r) - (h_r - h_r) \frac{\partial H_r}{\partial h_r} \right\} \right. \\ & \left. + Q_r + Q_i - W_r \frac{\partial H_r}{\partial h_r} \right\}. \quad (7) \end{aligned}$$

最後，整體系統方程式便可以寫為：

$$\frac{dh_r}{dt} = \frac{v_r}{V} R, \quad (8)$$

$$\frac{dT_r}{dt} = \frac{(v_r/V)}{(\partial H_r/\partial T_r)} S. \quad (9)$$

其中：

$$R = F_i h_i + F_r h_r - (F_i + F_r) h_r + W_r, \quad (10)$$

$$\begin{aligned} S = & F_i \left\{ (H_i - H_r) - (h_i - h_r) \frac{\partial H_r}{\partial h_r} \right\} \\ & + F_r \left\{ (H_r - H_r) - (h_r - h_r) \frac{\partial H_r}{\partial h_r} \right\} \\ & + Q_r + Q_i - W_r \frac{\partial H_r}{\partial h_r}. \quad (11) \end{aligned}$$

方程式(8)及(9)便可用來描述室內溫度及濕度的動態行為。

三、系統方程式之線性化

方程式(8)與(9)為非線性方程式。若考慮在一所希求之穩定狀態操作點上，方程式(8)與(9)可藉由泰勒展開式合理地化為線性方程式。線性的意義乃指包含展開式中之線性項或第一階導數項式。由於對一特定處理對象，如畜舍中之動物，溫室中之花卉植物或菇舍中之洋菇等，系統內溫度及濕度一般皆應落在最佳成長環境範圍內。因此，合理之線性化將不致影響系統方程式本身對溫濕度之估算。

方程式(8)與(9)可改為寫為：

$$\frac{dh_r}{dt} = \frac{v_r}{V} R(\{y\}), \quad (8)$$

$$\frac{dT_r}{dt} = \frac{(v_r/V)}{(\partial H_r/\partial T_r)} S(\{y\}). \quad (9)$$

其中函數R及函數S皆由向量{y}來決定。由方

程式(10)及(11)可知，向量{y}中之組成元素乃為各種狀況下之溫度(T)，濕度(h)，空氣流量率(F)，熱負荷(Q)及水份負荷(W_r)之值；即：

$$\{y\} = \{T_r, T_i, T_a, T_r, h_r, h_i, h_r, F_r, F_i, F_a, Q_r, Q_i, W_r\}^T$$

若系統方程式處於穩定狀態，方程式(8)及(9)之值應等於零，然由於(v_r/V)及(v_r/V)/(∂H_r/∂T_r)兩項皆為非零值；因此，函數R及函數S應全為零值，亦即：

$$R(\{y\})_s = 0, \quad (12-1)$$

$$S(\{y\})_s = 0. \quad (12-2)$$

式中下標“S”表示穩定狀態之狀況。

導數變數(derivation variable)可被定義如下(Skelton, 1988)：

$$\Delta y = y_i - y_{is},$$

其中y_i為向量{y}中之第i個元素，Δy_i則為y_i值與穩定狀態值(y_{is})之微小差量。因此，方程式(8)及(9)之第一階泰勒展開式依序可寫為：

$$\begin{aligned} \frac{dh_r}{dt} & \approx \sum_i \frac{\partial}{\partial y_i} \left(\frac{v_r}{V} R \right)_s \Delta y_i \\ & = \left(\frac{v_r}{V} \right)_s \sum_i \left(\frac{\partial R}{\partial y_i} \right)_s \Delta y_i, \quad (13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dT_r}{dt} & \approx \sum_i \frac{\partial}{\partial y_i} \left(\frac{v_r/V}{\partial H_r/\partial T_r} S \right)_s \Delta y_i \\ & = \left(\frac{v_r/V}{\partial H_r/\partial T_r} \right)_s \sum_i \left(\frac{\partial S}{\partial y_i} \right)_s \Delta y_i. \quad (14) \end{aligned}$$

若方程式(13)及(14)中之偏導數項及總和項對向量{y}中之每個元素做一運算，則方程式(13)及(14)便可表示成下面重要之矩陣一向量微分方程式(推導請閱附錄)：

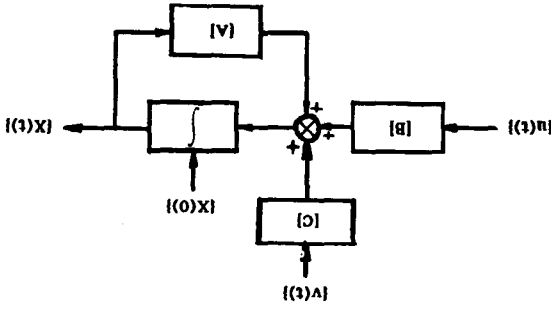
$$\begin{aligned} \dot{\{x(t)\}} & = [A]\{x(t)\} + [B]\{u(t)\} \\ & \quad + [C]\{v(t)\}, \quad (15-1) \end{aligned}$$

起始條件可假設如下：

$$\{x(0)\} = \{0\}, \quad (15-2)$$

其中：

$$\begin{aligned} \{x\} & = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta h_r \\ \Delta T_r \end{bmatrix} = \text{狀態變數向量}, \\ \{u\} & = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta h_i \\ \Delta T_i \\ \Delta F_i \\ \Delta F_r \end{bmatrix} = \text{可控制變數向量}, \\ \{v\} & = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta h_r \\ \Delta T_r \\ \Delta T_a \\ \Delta Q_r \\ \Delta W_r \end{bmatrix} = \text{不可控制變數向量}。 \end{aligned}$$



圖二、溫濕度線性動態方程式之方塊圖表示

方程式(15)即為一連續之溫濕度線性動態方程式。圖二之方塊圖式便可顯示出方程式(15)的動態意義。

所謂的可控制變數乃指那些能達到控制目的之變數，因此，其中任一或所有的這些變數可用來做為控制或決定變數而來控制整體之程序運作。不可控制變數則可視為擾動變數，亦即，會使整體程序運作之希求行為發生破壞之傾向。

方程式(15)中，矩陣 [A]，[B]，及 [C] 可表為下列之式子：

$$[A] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, [B] = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} \end{bmatrix},$$

$$[C] = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} & c_{25} \end{bmatrix}.$$

其中：

$$a_{11} = -\left[(F_1 + F_r) \frac{v_r}{V} \right], \quad a_{12} = 0,$$

$$a_{21} = \left[\left(\frac{v_r/V}{\partial H_r / \partial T_r} \right) \left(-\frac{\partial^2 H_r}{\partial h_r^2} \right) \left\{ F_1(h_1 - h_r) + F_r(h_r - h_r) + W_r \right\} \right],$$

$$a_{22} = \left[\left(\frac{v_r/V}{\partial H_r / \partial T_r} \right) \left\{ F_1 \left(-\frac{\partial H_r}{\partial T_r} - (h_1 - h_r) \frac{\partial^2 H_r}{\partial h_r \partial T_r} \right) + F_r \left(-\frac{\partial H_r}{\partial T_r} - (h_r - h_r) \frac{\partial^2 H_r}{\partial h_r \partial T_r} \right) + \frac{\partial Q_s}{\partial T_r} - W_r \frac{\partial^2 H_r}{\partial h_r \partial T_r} \right\} \right],$$

$$b_{11} = \left[\frac{v_r}{V} F_1 \right], \quad b_{12} = 0,$$

$$b_{13} = \left[\frac{v_r}{V} (h_1 - h_r) \right],$$

$$b_{14} = \left[\frac{v_r}{V} (h_r - h_r) \right],$$

$$b_{21} = \left[\frac{v_r/V}{\partial H_r / \partial T_r} F_1 \left(\frac{\partial H_1}{\partial h_1} - \frac{\partial H_r}{\partial h_r} \right) \right],$$

$$b_{22} = \left[\frac{v_r/V}{\partial H_r / \partial T_r} F_1 \left(\frac{\partial H_1}{\partial T_1} \right) \right],$$

$$b_{23} = \left[\frac{v_r/V}{\partial H_r / \partial T_r} \left\{ (H_1 - H_r) - (h_1 - h_r) \frac{\partial H_r}{\partial h_r} \right\} \right],$$

$$b_{24} = \left[\frac{v_r/V}{\partial H_r / \partial T_r} \left\{ (H_r - H_r) - (h_r - h_r) \frac{\partial H_r}{\partial h_r} \right\} \right],$$

$$c_{11} = \left[\frac{v_r}{V} F_r \right], \quad c_{12} = 0, \quad c_{13} = 0, \quad c_{14} = 0,$$

$$c_{15} = \left[\frac{v_r}{V} \right],$$

$$c_{21} = \left[\frac{v_r/V}{\partial H_r / \partial T_r} F_r \left(\frac{\partial H_r}{\partial h_r} - \frac{\partial H_r}{\partial h_r} \right) \right],$$

$$c_{22} = \left[\frac{(v_r/V)}{\partial H_r / \partial T_r} F_r \left(\frac{\partial H_r}{\partial T_r} \right) \right],$$

$$c_{23} = \left[\frac{v_r/V}{\partial H_r / \partial T_r} \left(\frac{\partial Q_s}{\partial T_s} \right) \right],$$

$$c_{24} = \left[\frac{v_r/V}{\partial H_r / \partial T_r} \right],$$

$$c_{25} = -\left[\frac{v_r/V}{\partial H_r / \partial T_r} \left(\frac{\partial H_r}{\partial h_r} \right) \right].$$

由於矩陣 [A]，[B] 及 [C] 中之各元素是在穩定狀態條件下估算的，因此，矩陣本身為常數矩陣，因而，方程式(15)更為一線性方程式。

Treybal (1980) 曾經導出空氣及水系統中有關比容 (v_r) 及 焓 (H) 與溫度及濕度間之關係式：

$$v_r = (10.0252 + 0.0405 h_r)(T_r + 460),$$

$$FT^3 \text{ moist air/lbm dry air, (16-1)}$$

$$H = (0.24 + 0.45h)(T - 32) + 1075.8 h$$

$$= 0.24 T + 0.45hT + 1061.4 h$$

$$- 7.68, B_{TU}/\text{lbm dry air. (16-2)}$$

上式中焓之關係式是依據氣態空氣及飽和液態水在溫度 32°F 所推導出。

利用方程式(16)中 v_r 及 H 之關係，矩陣 [A]、[B] 及 [C] 中之，各元素值可以改寫為：

$$a_{11} = -[K_1(F_1 + F_r)], \quad a_{12} = 0, \quad a_{21} = 0,$$

$$a_{22} = -\left[K_2 \left\{ F_1(0.24 + 0.45h_1) + F_r(0.24 + 0.45h) - \frac{\partial Q_s}{\partial T_r} + 0.45W_r \right\} \right].$$

$$\begin{aligned}
b_{11} &= [K_1 F_1]_s, b_{12} = 0, b_{13} = [K_1 (h_i - h_r)]_s, \\
b_{14} &= [K_1 (h_r - h_r)]_s, b_{21} = [0.45 K_2 F_1 \\
&\quad (T_i - T_r)]_s, \\
b_{22} &= [K_2 F_1 (0.24 + 0.45 h_i)]_s, \\
b_{23} &= [K_2 (0.24 + 0.45 h_i) (T_i - T_r)]_s, \\
b_{24} &= [K_2 (0.24 + 0.45 h_r) (T_r - T_r)]_s, \\
C_{11} &= [K_1 F_r]_s, C_{12} = 0, C_{13} = 0, C_{14} = 0, \\
C_{15} &= [K_1]_s, C_{21} = [0.45 K_2 F_r (T_r - T_r)]_s, \\
C_{22} &= [K_2 F_r (0.24 + 0.45 h_r)]_s, \\
C_{23} &= \left[K_2 \frac{\partial Q_s}{\partial T_s} \right]_s, C_{24} = [K_2]_s, \\
C_{25} &= -[K_2 (0.45 T_r + 1061.4)]_s.
\end{aligned}$$

其中：

$$K_1 = \frac{v_r}{V} = \frac{(0.0252 + 0.405 h_r) (T_r + 460)}{V},$$

$$K_2 = \frac{v_r/V}{\partial H_r / \partial T_r} = \frac{K_1}{0.24 + 0.45 h_r}.$$

若只考慮熱傳導現象，外界熱負荷可表示為：

$$Q_s = U A_r (T_s - T_r),$$

其中 U 為整體熱傳導係數， A_r 則為熱傳面積，於是，

$$\frac{\partial Q_s}{\partial T_s} = U A_r, \quad \frac{\partial Q_s}{\partial T_r} = -U A_r,$$

因此，

$$\begin{aligned}
a_{22} &= -[K_2 \{F_1 (0.24 + 0.45 h_r) \\
&\quad + F_r (0.24 + 0.45 h_r) + U A_r + 0.45 W_r\}]_s, \\
C_{23} &= [K_2 U A_r]_s.
\end{aligned}$$

於是方程式(15)便成為一組線性非對偶(uncoupled)之微分方程式。此方程式便可用在日後將要討論之反饋控制系統設計上。

四、線性與非線性方程式之比較

由於方程式(15)將在溫濕度系統中扮演主要角色，因此須決定方程式(15)是如何能適切地代表最初非線性方程式(8)及(9)。其中之一的的方法是將方程式(8)及(9)與方程式(15)以相同之輸入值與擾動值代入後比較兩者之反應結果。在做比較之前有兩個補充假設須先考慮。第一個假設為空氣質量流率， F_i 及 F_r 將保持一常數值。有兩個理由可說明為何做此假設：(1)在標準設計實例中，空氣質量流率通常都在一個適當的通風範圍內保持常數以減少封閉空間中之臭氣及空氣污染等問題 (ASHRAE, 1985)；(2)在一標準設計實例中，通常也都在一適當範圍內保持一調節之空氣質量流率而不致使封閉空間內之氣

流速度產生任何區域性的過冷現象 (ASHRAE, 1985)。基於以上之考慮，便令 F_i 及 F_r 為兩個固定變數值以代替最初之為時間函數之控制變數。第二個假設乃令室外空氣溫度與進入封閉空間中之新鮮空氣溫度相等，即： $T_s = T_r$ 。

將上面兩個假設考慮進問題分析中，方程式(15)可再改寫為：

$$\begin{aligned}
\dot{X}(t) &= [A]\{X(t)\} + [B]\{U(t)\} \\
&\quad + [D]\{v(t)\},
\end{aligned} \quad (17)$$

其中：

$$\{X\} = \begin{bmatrix} \Delta h_r \\ \Delta T_r \end{bmatrix}, \{u\} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta h_i \\ \Delta T_i \end{bmatrix}$$

$$\{v\} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta h_r \\ \Delta T_r \\ \Delta Q_r \\ \Delta W_r \end{bmatrix}$$

$$[A] = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix}, [B] = \begin{bmatrix} b_{11} & 0 \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$$

$$[D] = \begin{bmatrix} d_{11} & 0 & 0 & d_{14} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} \end{bmatrix}$$

其中矩陣 $[D]$ 中之元素有下面之關係：

$$d_{11} = C_{11}, d_{14} = C_{15}, d_{21} = C_{21},$$

$$d_{22} = C_{22} + C_{23}, d_{23} = C_{24}, d_{24} = C_{25}.$$

於是控制變數便減少為兩個，擾動變動則減少為四個。在以下的討論中使用方程式(17)與方程式(8)及(9)做比較分析。

為了能比較方程式(8)及(9)與方程式(17)，一組穩定狀態下的操作狀況值將做為比較之基本數據。在此選用美國中西部典型豬舍做為比較例子。其中假設畜舍體積為 $4000 \text{ FT}^3 (20 \times 20 \times 10 \text{ FT}^3)$ ，內有 4 隻約 100lb 的肉豬。基本之環境操作狀況數據列於表一。表一所示為兩組不同狀況，一為濕熱的夏天，二為乾冷的冬天。畜舍內之操作狀況 ($h_{r,s}$, $T_{r,s}$) 及畜舍外之空氣狀況 ($h_{r,i}$, $T_{r,i}$) 則採用一般常用的設計值 (midwest plan service, 1983)。外界熱干擾或損失假設只經由周圍牆而發生，且假設 400 FT^2 的周界面積，其 400 FT^2 面積中假設 375 FT^2 的牆外積及 25 FT^2 的玻璃面積。假設牆及玻璃的熱傳導係數分別為 (midwest plan service, 1983)：

$$U_{\text{wall}} = 0.25 \text{ BTU/hr}^\circ\text{F} \cdot \text{FT}^2,$$

$$U_{\text{window}} = 1.13 \text{ BTU/hr}^\circ\text{F} \cdot \text{FT}^2.$$

因此，

$$(UA)_{\text{wall}} = 93.75 \text{ BTU/hr-}^\circ\text{F},$$

$$(UA)_{\text{window}} = 28.25 \text{ BTU/hr-}^\circ\text{F}.$$

於是外界熱負荷便可估算為，

表一、穩定狀態之操作狀況

基本數據

$$V = 4000 \text{ FT}^3, W_{r,s} = 0.01467 \text{ lb water / lb dry air}$$

$$Q_{r,s} = 104.3 \text{ BTU/min}, Q_{l,s} = 2.03(T_{r,s} - T_{l,s}) \text{ BTU/min}$$

1. 夏天操作狀況

$$\text{畜舍內: } T_{r,s} = 75^\circ\text{F}, h_{r,s} = 0.0093 \text{ lbw/lba (50\%RH)}$$

$$\text{畜舍外: } T_{l,s} = 95^\circ\text{F}, h_{l,s} = 0.0186 \text{ lbw/lba (52\%RH)}$$

$$\text{循環空氣: } T_{l,s} = 60^\circ\text{F}, h_{l,s} = 0.0082 \text{ lbw / lba (75\%RH)}$$

$$\text{新鮮空氣質量流率: } F_{r,s} = 140 \text{ lba/min/pig}$$

$$\text{循環空氣質量流率: } F_{l,s} = 1253 \text{ lba/min/pig}$$

$$\text{畜舍內總空氣流量率: } (F_{l,s} + F_{r,s})V_{r,s} = 76225 \text{ FT}^3/\text{min}$$

2. 冬天操作狀況

$$T_{r,s} = 75^\circ\text{F}, h_{r,s} = 0.00643 \text{ lbw/lba (35\%RH)}$$

$$T_{l,s} = 10^\circ\text{F}, h_{l,s} = 0.00143 \text{ lbw/lba (}\approx 80\%\text{RH)}$$

$$T_{l,s} = 90^\circ\text{F}, h_{l,s} = 0.00679 \text{ lbw/lba (23\%RH)}$$

$$F_{r,s} = 14 \text{ lba/min/pig}$$

$$F_{l,s} = 153 \text{ lba/min/pig}$$

$$(F_{r,s} + F_{l,s})v_{r,s} = 2271 \text{ FT}^3/\text{min}$$

$$Q_1 = [(UA)_{\text{wall}} / (UA)_{\text{window}}] (T_r - T_l) = 122.0 (T_r - T_l) \text{ BTU/hr.}$$

畜舍熱產量 ($Q_{r,s}$) 則假設主要由肉豬及畜舍內照明產生。此假設照明為 4 W/FT^2 (midwest plan service, 1983)。根據每隻肉豬有 199 BTU/hr 之顯熱量 (midwest plan service, 1983)，則經由肉豬產生的熱量為，

$$q_1 = 4 \times 199 = 796 \text{ BTU/hr.}$$

根據有 400 FT^2 的地板面積，則由照明產生之熱量可估算，

$$q_2 = 4 \times 400 \times 3.413 = 5460 \text{ BTU/hr}$$

於是，

$$Q_{r,s} = q_1 + q_2 = 6256 \text{ BTU/hr}$$

畜舍內濕負荷 ($W_{r,s}$) 是依據每隻肉豬 231 BTU/hr 的潛能而估算 (midwest plan service, 1983)：

$$W_{r,s} = (231 \times 4) / (60 \times 1050)$$

$$= 0.01467 \text{ lb water/min,}$$

其中 1050 BTU/lb 為水在 75°F (畜舍內溫度) 的潛熱量。

乾空氣的穩定狀態質量流率 ($F_{r,s}$) 假設保持常數，其值在夏天為 140 lb dry air/min/pig 在冬天則為 14 lb dry air/min/pig (Helli-ckson and Walker, 1983)。依照上面數據，夏天新鮮空氣流量率為，

$$\begin{aligned} q_{r,s} &= (F_{r,s} \cdot v_{r,s}) \times 4 \\ &= 4 F_{r,s} [(0.0252 + 0.0405 h_{r,s}) (T_{r,s} + 460)] \\ &= 8064 \text{ FT}^3/\text{min.} \end{aligned}$$

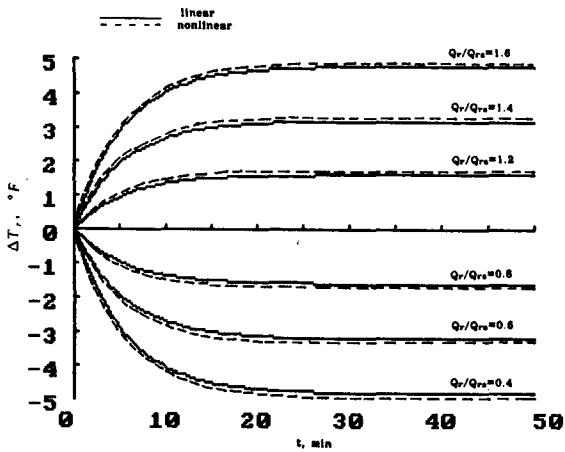
相同計算式子，冬天之 $q_{r,s}$ 則為 $672 \text{ FT}^3/\text{min}$ 。進入畜舍內的循環空氣之穩定狀態溫度 ($T_{l,s}$) 可假設在夏天為 90°F ，冬天則為 60°F (Threlbeld, 1970)。有了以上假設條件便可解方程式 (2) (先由方程式 (6) 求 $(\partial H_r / \partial h_r)$ 值後) 而得進入畜舍內之空氣質量流率 ($F_{l,s}$) 及進流濕度 ($h_{l,s}$) 值。夏天及冬天之計算結果示於表一。根據 $F_{l,s}$ 及 $F_{r,s}$ 值，進入畜舍內之總空氣流量率則可計算為：

$$q_{r,s} = (F_{l,s} + F_{r,s})v_{r,s}$$

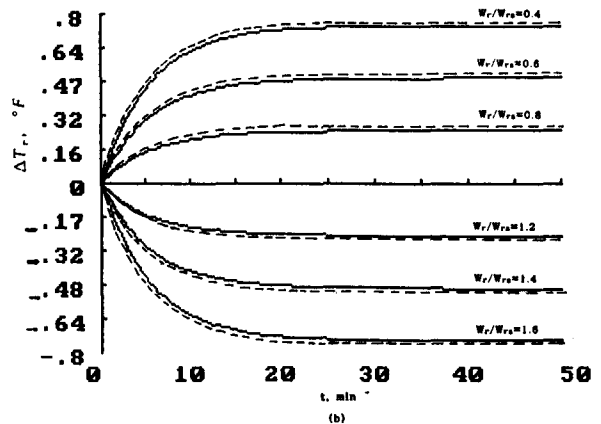
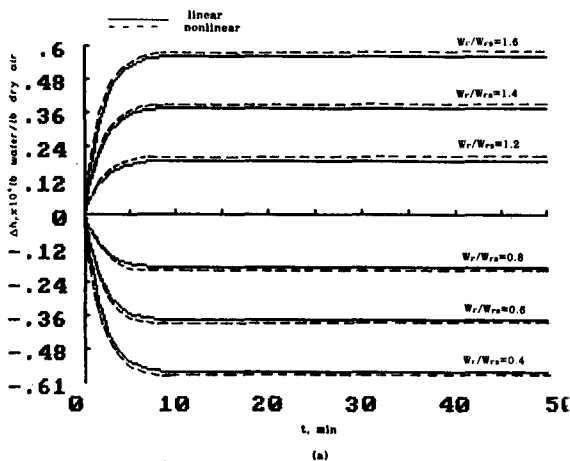
計算結果， $q_{r,s}$ 值在夏天為 $76,225 \text{ FT}^3/\text{min}$ ，在冬天則為 $2,271 \text{ FT}^3/\text{min}$ 。

非線性及線性方程式在夏天及冬天操作狀況下所得反應比較可代入各種不同數值之基本輸入變數，像 T_l 、 h_l 、 T_r 、 h_r 、 W_r 及 Q_r ，而最後再以圖形來表示兩者之反應結果。由圖形比較可知，介於線性及非線性間之差異非常小。因此，線性系統方程式 (7) 能夠很準確且有效地表示非線性系統方程式 (8) 及 (9)。模式分析亦採用了非常敏感之擾動值。例如，在夏天條件下， T_r 之改變值用到 152°F ($1.6 T_{r,s}$)， T_l 值則用到 96°F ($1.6 T_{l,s}$)；而 h_r 用到 $0.0325 \text{ lb water/lb dry air}$ ($1.75 h_{r,s}$)， h_l 則用到 $0.01446 \text{ lb water/lb dry air}$ ($1.75 h_{l,s}$)。雖然在這種極端條件下，兩組方程式之反應結果仍然非常吻合。

圖三及圖四所示為上述模式分析的典型反應圖。圖三所示為依 Q_r 的逐步改變值所得反應，圖四則為依 W_r 之逐步改變值所得之反應圖形。兩者



圖三、線性及非線性方程式對系統熱產生率之逐步改變值在夏天操作條件下之反應結果



圖四、(a)及(b)線性及非線性方程式對系統水分產生率之逐步改變值在夏天操作條件之反應結果

(T_i 、 T_r 、 Q_r) 却只對系統內溫度 (T_r) 值發生影響。

3. 若以現代控制理論對線性方程式(17)做一分析，將可導得一控制模式方程式。此控制方程式可

圖形皆為典型之第一階指數及第一階衰減反應。圖三中，因 Q_r 值的逐步增加或減少， ΔT_r 值亦隨着依次增加或減少，對 Δh_r 值却無影響。圖四中，因 W_r 的逐步增加， Δh_r 值也隨着依次增加，而 ΔT_r 值却有些許減少現象，若是逐步減少 W_r 值，對 Δh_r 及 ΔT_r 值的反應則剛好相反。

五、結 論

模式分析結果可得幾個重要的結論。

1. 方程式(8)及(9)中之溫濕度系統為一具線性特性之動態行為反應，且可合理有效地利用線性方程式(17)來表示。
2. 動態反應系統具非對偶之特性，即，任何濕度或水份負荷輸入值 (h_i 、 h_r 、 W_r) 主要只影響系統內濕度 (h_r) 值，而任何顯熱輸入值

直接設計封閉型農業環境中之溫濕度自動控制系統。此種狀態空間模式 (state-space Model) 之應用已被視為是最佳之控制系統設計技術 (Skeltan, 1988; Palm, 1983)。

REFERENCES

1. ASHRAE Handbook of Fundamentals. 1985. American Society of Heating, Refrigerating, and Air Conditioning. Engineers, New York.
2. Boon, C. R. 1984. The control of climate environment for finishing pig using lower critical temperature. *J. of Agric. Engng Res.* 29:295-303.
3. Brown, G. 1982. Application of microcomputer technologies in the food and allied industries. *Measurement and Control* 15:409-412.
4. Bruce, D. M., and Clark, J. J. 1979. Models of heat production and critical temperature for growing pig. *Animal Sci.* 28:353-369.
5. Bundy, D. S., Dvorak, R. E., and Mangold, D. W. 1982. Utilizing a microcomputer for controlling the environmental systems in a swine farrowing building. *In Proceedings, 2nd International Livestock Environment Symposium.* ASAE, St. Joseph, MI.
6. Cole, G. W. 1980. The application of control system theory to the analysis of ventilated animal housing environments. *Trans. of ASAE* 23:431-436.
7. Davis, P. E. 1984. A technique of adaptive control of the temperature in a greenhouse using ventilator adjustments. *In Proceedings, Agric. Engng '84 Conference, NIAE, Cambridge, A. P. London.*
8. Hellickson, M. A., and Walker, J. N. 1983. Ventilation of agricultural structures. ASAE Publishers, St. Joseph, MI.
9. Liao, C. M., and Feddes, J. J. R. 1990. Mathematical analysis of a lumped-parameter model for describing the behavior of airborne dust in animal housing. *Appl. Math. Modelling* 14: 248-257.
10. Liao, C.M., Wang, T.S., and Liu, C.M. 1990. A lumped-parameter model describing the behavior of carbon dioxide concentrations in a ventilated greenhouse. Has been accepted for publication in *J. of the Society of Agric. Structures, Japan.*
11. Midwest Plan Service, Structure and Environment Handbook. MWPS-1. 1983. 11th Ed. Iowa State University, Ames, IA.
12. Palm III, W. J. 1983. Modeling, analysis and control of dynamic systems. John Wiley & Sons, N.Y.
13. Skelton, R.E. 1988. Dynamic systems control. John Wiley & Sons, N.Y.
14. Takakura, T., Jordan, K. A. and Boyd, L. L. 1991. Dynamic simulation of plant growth and environment in the greenhouse. *Trans. of ASAE* 14:964-971.
15. Tiexeira, A.A., and Manson, T. E. 1983. Thermal process control for aseptic processing systems. *Food Tech.* 37:128-133.
16. Tiexeira, A. A., Dixon, J. R., Zahradnics, J.W. and Zinsmeister, G.E. 1969. Computer optimization of nutrient retention in thermal conduction heated food. *Food Tech.* 23:137-146.
17. Threlkeld, J. C. 1970. Thermal environmental engineering. 2nd Ed. Prentice-Hall, New Jersey.
18. Treybal, R. E. 1980. Mass-transfer operations. 3rd Ed. McGraw-Hill Book Company, N.Y.
19. Udink Ten Cate, A. J. 1985. Simulation models for greenhouse climate control. *In Proceedings, 7th IFAC*

Symposium. Identification and System Parameter Estimation, York, England. Pergamon, Oxford.

- 20 Udink Ten Cate, A. J. 1987. Analysis and synthesis of greenhouse climate controllers. *In* Computer Application in Agricultural Environments. J. A.

Clark Ed. Butterworths, London.

21. Weaving, G.S. 1981. Monitoring and control of the greenhouse environment using distributed microprocessors. *In* Report No. 35, The 5th ARC Data Logging Symposium, NIAE, Silsoe.

錄 附：方程式(15)的推導

R 為 F_i 、 h_i 、 h_r 、 h_r 及 W_r 的函數，其值也僅為時間的函數，因此，由方程式(10)可知：

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial R}{\partial F_i} \right]_s &= (h_i - h_r)_s, \left[\frac{\partial R}{\partial F_r} \right]_s = (h_r - h_r)_s, \\ \left[\frac{\partial R}{\partial h_r} \right]_s &= -(F_i + F_r)_s, \left[\frac{\partial R}{\partial h_i} \right]_s = (F_i)_s, \\ \left[\frac{\partial R}{\partial h_r} \right]_s &= (F_r)_s, \left[\frac{\partial P}{\partial W_r} \right]_s = 1. \end{aligned}$$

利用上列 R 之編導數項及方程式(13)的關係，經代數運算後可得下列的式子：

$$\begin{aligned} \frac{d(\Delta h_r)}{dt} &= \left(\frac{v_r}{V} \right) \left\{ (h_i - h_r)_s \Delta F_i + (h_r - h_r)_s \Delta F_r + (F_i)_s \Delta h_i \right. \\ &\quad \left. + (f_r)_s \Delta h_r - (F_i + F_r)_s \Delta h_r + W_r \right\}. \end{aligned} \quad (A 1)$$

另一方面，S 則為 F_i 、 F_r 、 h_i 、 h_r 、 h_r 、 T_i 、 T_r 、 T_r 、 W_r 、 Q_r 及 Q_r 的函數，而其中 Q_i 亦為 T_r 及 T_s 的函數，於是由方程式(11)可得：

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial S}{\partial F_i} \right]_s &= \left[(H_i H_r) - (h_i - h_r) \frac{\partial H_r}{\partial h_r} \right]_s, \\ \left[\frac{\partial S}{\partial F_r} \right]_s &= \left[(H_r - H_r) - (h_r - h_r) \frac{\partial H_r}{\partial h_r} \right]_s, \\ \left[\frac{\partial S}{\partial h_i} \right]_s &= \left[F_i \left\{ \frac{\partial H_i}{\partial h_i} - \frac{\partial H_r}{\partial h_r} \right\} \right]_s, \\ \left[\frac{\partial S}{\partial h_r} \right]_s &= \left[F_r \left\{ \frac{\partial H_r}{\partial h_r} - \frac{\partial H_r}{\partial h_r} \right\} \right]_s, \\ \left[\frac{\partial S}{\partial h_r} \right]_s &= \left[- \frac{\partial^2 H_r}{\partial^2 h_r} \left\{ F_i (h_i - h_r) + F_r (h_r - h_r) + W_r \right\} \right]_s, \\ \left[\frac{\partial S}{\partial T_i} \right]_s &= \left[F_i \left(\frac{\partial H_i}{\partial T_i} \right) \right]_s, \left[\frac{\partial S}{\partial T_r} \right]_s = \left[F_r \left(\frac{\partial H_r}{\partial T_r} \right) \right]_s, \\ \left[\frac{\partial S}{\partial T_r} \right]_s &= \left[F_i \left\{ - \frac{\partial H_r}{\partial T_r} - (h_i - h_r) \frac{\partial^2 H_r}{\partial h_r \partial T_r} \right\} + F_r \left\{ - \frac{\partial H_r}{\partial T_r} - (h_r - h_r) \frac{\partial^2 H_r}{\partial h_r \partial T_r} \right\} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial Q_s}{\partial T_r} - W_r \frac{\partial^2 H_r}{\partial h_r \partial T_r} \right]_s, \\ \left[\frac{\partial S}{\partial W_r} \right]_s &= - \left(\frac{\partial H_r}{\partial h_r} \right)_s, \left[\frac{\partial S}{\partial Q_r} \right]_s = 1. \\ \left[\frac{\partial S}{\partial T_s} \right]_s &= \left(\frac{\partial Q_s}{\partial T_s} \right)_s. \end{aligned}$$

利用上面 S 之編導數項及方程式(14)之關係，再經代數運算後，可得下式：

$$\frac{d(\Delta T_r)}{dt} = \left[\frac{v_r/V}{\partial H_r / \partial T_r} \right]_s \left\{ \left[(H_i - H_r) - (h_i - h_r) \frac{\partial H_r}{\partial h_r} \right]_s \Delta F_i \right.$$

(下轉第12頁)