

臺灣水文頻率分析之規範標準研究

(年一日、二日及三日最大暴雨)

The Guidelines for Hydrologic Frequency Analysis in Taiwan

(Annual 1-day, 2-day, and 3-day Maximum Rainfall)

淡江大學水資源及環境工程研究所副教授

虞 興

Gwo-Hsing Yu

摘要

本研究為探討適合臺灣雨量資料之機率分布，藉以訂定頻率估計標準，以供有關單位決策實施之參考，並藉此使實際之工程設計規劃問題可尋求此規範解決，避免眾說紛歧之現象發生。研究中以合成資料探討有關頻率分析之問題，並為分析實測資料之依據。研究結果顯示，當著眼於全省、中區及南區時宜採用 LN3 分布、海生 (Hazen) 點繪法及修正資料之偏態係數。另，當著眼於北區及東區時，宜採用 PTⅢ 分布、海生 (Hazen) 點繪法及修正資料之偏態係數。

ABSTRACT

The objective of this research reported herein was to investigate the most appropriate probability distribution for the rainfall data in Taiwan. Hopefully, the guidelines for hydrologic frequency analysis could then be set up. In the present study, the synthetic data were generated and used to investigate the relevant problems in frequency analysis. Meanwhile, the results obtained from the study of synthetic data were directly employed for the analysis of the real data.

The results indicated that the 3-parameter lognormal distribution with modification of the estimated skewness coefficient and the Hazen plotting position should be used when the analyzed rainfall data chose from the central and southern Taiwan area. Furthermore, the Pearson type Ⅲ distribution with the modification of the estimated skewness coefficient and the Hazen plotting position should be used when the analyzed rainfall data comes from the northern and eastern Taiwan area.

一、緒論

頻率分析在水資源之規劃與設計上扮演十分重要之角色，諸如壩高、堤防高度設計流量等之決定完全取決於頻率分析之結果。然而，截至目前為止水文學家對一水文量應屬何種機率分布仍無一共識，亦即，並無任何一機率分布滿足某水文現象，同時，近年來世界各地之氣象變化異常，致使特殊水文事件發生並帶來相當之災害，近年來本省時時發生特殊之水文事件即是一明例。另，由於國內各單位對頻率分析各有其推算方法或所採用之機率分布，沒有共同可遵循之規範準則，亦導致不少疑慮，如民國76年10月23日至25日之琳恩颱風所帶來之雨量及洪水量為多少年之頻率，各單位亦無一共識。因此，針對臺灣地區暴雨量及洪水量頻率標準研擬出適用之方法，以為今後在特殊氣象、水文事件發生頻率時考量之依據，一方面提供規劃設計時之參考，實為一刻不容緩之研究課題。

本研究之主要目的在於決定適合臺灣暴雨量及洪水量之機率分布並訂定其頻率估計標準，以供有關單位決策實施之參考，並藉此使實際之工程設計規劃問題可尋求此規範解決，避免衆說紛歧之現象發生。然而，如吾人所知，頻率分析之規範標準擬定，除涉及選定合適之機率分布外，其涉及之問題十分廣泛，諸如點繪法之選定、參數推估方法之選定（本研究採用動差法）如參數推估時資料是否須轉換、參數推估時資料之偏態係數是否須修正，種種問題極待確定，又上述問題之決定在在須要一合理客觀之準則來加以判定，因此判斷準則須先加以確定。今就本研究探討之主題依序分列如下：(1)選定可能之判斷準則，(2)決定參數推估時是否須轉換，(3)決定參數推估時偏態係數是否須修正，(4)決定合適之點繪法，(5)偵測各機率分析能力之探討，(6)根據(2)～(5)決定合適臺灣暴雨量之機率分布，及(7)建議合適臺灣日暴雨量之頻率估算規範標準。

本論文之大綱如下：有關頻率分析之理論及本研究所採用之方法詳述於第二節，第三節介紹本研究所使用之資料（包括合成資料與實測資料）及其統計特性，第四節討論合成資料及實測資料之研究結果，最後，第五節為結論並建議合適臺灣日暴雨量頻率估算之規範標準。

二、理論基礎

本研究對六種普遍應用於水文頻率分析之六種

機率分布及六種點繪法在三種判斷準則下，對其表現本省水文資料之適切性加以探討。各分布及其參數推估法、點繪法及、偵測各種機率分布能力之探討、研究方法及各分布合成資料產生之方法，將分別敘述如下：

2.1 六種機率分布及其參數推估

本節將分別敘述六種分布之各項參數之推估方法。通常當分析二參數對數常態分布與對數皮爾遜III型分布時於推估參數時資料須經對數轉換，本研究中亦對資料不轉換時，二參數對數常態分布和對數皮爾遜III型分布之參數推估方法加以討論。三參數對數常態分布、皮爾遜III型分布及對數皮爾遜III型分布於推估參數時，資料之偏態係數是否須修正，本研究亦加以探討。本研究皆以動差法推估參數，為方便說明，假設一水文資料序列 $\{X_i\}, i = 1, 2, \dots, n$ 其平均值為 μ_x ，變異數為 σ_x^2 ，且偏態係數為 C_{sx} 。

(1) 常態分布 (TN)

常態分布其中 μ_x 及 σ_x^2 兩參數之推估值為 \bar{X} 與 $\hat{\sigma}_x^2$ ，如 (1a)、(1b) 二式所示：

$$\bar{X} = 1/n \sum_{i=1}^n X_i \quad (1a)$$

$$\hat{\sigma}_x^2 = 1/n \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \quad (1b)$$

(2) 二參數對數常態分布 (LN2)

二參數對數常態分布中 μ_y 及 σ_y^2

兩參數之推估值 \bar{Y} 及 $\hat{\sigma}_y^2$ 可依資料轉換與否，分別敘述如下：

(a) 資料轉換

令 $y_i = \ln X_i$ ，則

$$\mu_y \text{ 之推估值為 } \bar{y} = 1/n \sum_{i=1}^n y_i \quad (2a)$$

$$\sigma_y^2 \text{ 之推估值為 } \hat{\sigma}_y^2 = 1/n \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \quad (2b)$$

(b) 資料不做轉換

由常態分布之動差母函數 (moment generating function)

$$M_y(t) = E[e^{ty}] = E[x^t] \\ = \exp(t^2 \sigma_y^2 / 2 + \mu_y t)$$

可得知：

$$\mu_y = 2 \ln E[x] - \ln E[x^2] / 2 \quad (2c)$$

$$\sigma_y^2 = \ln E[X^2] - 2\ln E[X] \quad (2d)$$

故資料不需經過轉換，即可直接由原始資料之平均值及變異數利用 (2c) 及 (2d) 兩式推估得二參數對數常態分布之參數 μ_y 及 σ_y^2 。

(3)三參數對數常態分布 (LN3)

三參數對數常態分布中 $y = \ln(X - a)$ ， a 為一下限邊界 (lower boundary)，且另兩參數 μ_y 與 σ_y^2 分別為 y 之平均值及變異數。由 $\{X_i\}$ 及 $\{X_i - a\}$ 之變異係數 (coefficient of variation) 分別為

$$Cv_1 = \sigma_x / \mu_x$$

$$Cv_2 = \sigma_x / (\mu_x - a)$$

整理得

$$a = \mu_x - \sigma_x / Cv_2 \quad (3a)$$

其中 Cv_1 可直接由資料求得，至於 Cv_2 則由 $\{X_i\}$ 之偏態係數 (coefficient of skewness, Cs_x) 與 Cv_2 的關係式 (3b) 式求得。

$$Cs_x = 3Cv_2 + Cv_2^3 \quad (3b)$$

解得 $Cv_2 = (1 - w^{2/3}) / w^{1/3}$ ，其中 $w = (-Cs_x + (Cs_x^2 + 4)^{1/2}) / 2$ 。另外， μ_x 及 σ_x^2 與 μ_y 及 σ_y^2 之關係式，可用常態分布之動差母函數整理得

$$\sigma_y = [\ln(Cv_2^2 + 1)]^{1/2} \quad (3c)$$

$$\mu_y = \ln(\sigma_x / Cv_2) - \ln(Cv_2^2 + 1) / 2 \quad (3d)$$

故資料不需經過轉換，可以直接由原始資料之平均值、變異數及偏態係數利用 (3a)、(3c) 與 (3d) 三式推估得三參數對數常態分布之各項參數。

當偏態係數不須經修正時，參數之推估利用 (3a)、(3c) 及 (3d) 三式求得。然而，Bobee 及 Robitaille (1976) 證明資料之偏態係數 Cs_x 之估計值為一具偏差性之估計值 (Biased Estimator)，並建議將其修正為 Cs_x' ，其定義如 (3e) 式所示：

$$Cs_x' = Cs_x \frac{[N(N-1)]^{1/2}}{N-2} \left(1 + \frac{8.5}{N}\right) \quad (3e)$$

上式中， N 為資料長度。則以修正之'取代 Cs_x 後，(3b) 式可改寫為

$$Cs_x' = 3Cv_2 + Cv_2^3 \quad (3f)$$

求得 Cv_2 值後，則其參數之推估亦可利用 (3a)、(3c) 及 (3d) 三式求得。

(4)極端值 (最大) I 型分布 (EV1)

極端值 (最大) I 型分布中之兩參數 α 與 β 可

由對原點之第 r 階動差式求得

$$\mu_x = \beta + 0.5772157/\alpha$$

$$\sigma_x^2 = \pi^2 / (6\alpha^2)$$

$$Cs_x = 1.14$$

整理參數 α 與 β 之推估式為

$$\alpha = 1.2825 / \sigma_x \quad (4a)$$

$$\beta = \mu_x - 0.45\sigma_x \quad (4b)$$

(5)皮爾遜 III 型分布 (PT III)

皮爾遜 III 型分布中之參數 α 、 β 與 θ 可由對原點之前三階動差式求得

$$\beta = (2/Cs_x)^2 \quad (5a)$$

$$\alpha = \sigma_x / \beta^{1/2} \quad (5b)$$

$$\theta = \mu_x - \sigma_x \beta^{1/2} \quad (5c)$$

當偏態係數不須經修正時，參數之推估利用 (5a)、(5b) 及 (5c) 三式可求得。如偏態係數須經修正時，利用 (3e) 式可得修正後之偏態係數 Cs_x' ，則

$$\beta = (2/Cs_x')^2 \quad (5d)$$

此時，其參數之推估亦可利用 (5b)、(5c) 及 (5d) 三式求得。

(6)對數皮爾遜 III 型分布 (LPT III)

對數皮爾遜 III 型分布中之參數 θ 、 μ_y 及 σ_y 之推估值可依資料轉換與否兩種情形，分別敘述如下：

(a)資料轉換

令 $y_i = \ln X_i$ ，其他步驟同皮爾遜 III 型分布。當偏態係數無須修正時，參數之推估可利用 (6a)、(6b) 及 (6c) 三式求得。

$$\beta = (2/Cs_y')^2 \quad (6a)$$

$$\alpha = \sigma_y / \beta^{1/2} \quad (6b)$$

$$\theta = \mu_y - \sigma_y \beta^{1/2} \quad (6c)$$

如偏態係數須經修正時，可利用 (3e) 式加以修正得 Cs_y' ，則 (6a) 式可改寫為

$$\beta = (2/Cs_y')^2 \quad (6d)$$

此時，其參數之推估可利用 (6e)、(6b) 及 (6c) 三式求得。

(b)資料不做轉換

$$Cs_x \sigma_x^3 = E[(X - \mu_x)^3]$$

$$\text{可得 } 2 - Cs_x Cv_x^3 = 3E[X^2]/E^2[X]$$

$$- E[X^3]/E^3[X] \quad (6e)$$

$$\text{其中 } Cv_x = \sigma_x / E[X] \text{。}$$

由皮爾遜 III 型分布之動差母函數 $M_x(t) = E[e^{tx}] = E[X^t] = e^{t\alpha} / (1 - t\alpha)^{\theta}$ ，分別

以 $t = 1, 2, 3$ 代入求得 $E(X)$, $E(X^2)$, $E(X^3)$, 代入 (6e) 後整理得

$$2 - C_{s_x} C_{v_x}^3 = 3(1-\alpha)^{2\beta}/(1-2\alpha)^\beta - (1-\alpha)^{3\beta}/(1-3\alpha)^\beta$$

$$\text{另 } 1 + C_{v_x}^2 = (1-\alpha)^{2\beta}/(1-2\alpha)^\beta \quad (6f)$$

由 (6e) 及 (6f) 兩式解得

$$2 - C_{s_x} C_{v_x}^3 - 3(1 + C_{v_x}^2) = -(1-\alpha)^{3\beta}/(1-3\alpha)^\beta \quad (6g)$$

$$\text{令 } K_1 = 1 + C_{v_x}^2 \quad (6g)$$

$$\text{則 } K_2 = 3K_1 - 2 + C_{s_x} C_{v_x}^3 \quad (6h)$$

$$K_1 = 1 + C_{v_x}^2 = (1-\alpha)^{2\beta}/(1-2\alpha)^\beta \quad (6i)$$

$$K_2 = (1-\alpha)^{3\beta}/(1-3\alpha)^\beta \quad (6j)$$

解聯立方程式，得

$$\ln[K_2/(K_1^{3/2})] = \beta \left[\ln \frac{(1-2\alpha)^{3/2}}{(1-3\alpha)} \right]$$

$$\text{令 } K_3 = K_2/(K_1^{3/2}) \quad (6k)$$

$$\beta = \ln k_3 / \left[\ln \frac{(1-2\alpha)^{3/2}}{(1-3\alpha)} \right] \quad (6l)$$

代入 (6j) 式，得

$$\frac{\ln K_1}{\ln K_3} = \left[\ln \frac{(1-2\alpha)^2}{(1-2\alpha)} \right] / \left[\ln \frac{(1-2\alpha)^{2/3}}{(1-3\alpha)} \right] \quad (6m)$$

由 (6m) 式可以數值方法（如牛頓法）解得 α ，再代入 (6i) 式，可得 β ，另由 $M_x(1) = E[X] = \mu_x = e^\theta / (1-\alpha)^\theta$ ，可以求解 θ ，即

$$\theta = \ln \mu_x + \beta \ln(1-\alpha) \quad (6n)$$

當偏態係數無須修正時，參數之推估可利用 (6l)、(6m) 及 (6n) 三式求得。如偏態係數須經修正時，可利用 (3e) 式求得 C_{s_x}' ，則 (6n) 式可改寫為

$$k_s = 3k_1 - 2 + C_{s_x}' C_{v_x}^3 \quad (6p)$$

此時，其參數之推估亦可利用 (6l)、(6m) 及 (6n) 三式求得。

2-2 點繪法

點繪法乃根據所選定之機率值，定出觀測水文資料點。本研究依水文資料之大小順序排列，對於發生大於或等於某一特定水文事件之機率，選擇六種點繪法（王如意及易任，民國75年），分別表示如下：

$$(1) \text{ 海生法 (Hazen)} \quad \frac{2m-1}{2N}$$

$$(2) \text{ 格林哥頓法 (Gringorden)} \quad \frac{m-0.44}{N+0.12}$$

(3) 波姆法 (Blom)	$\frac{m-3/8}{N+1/4}$
(4) 杜凱法 (Tukey)	$\frac{3m-1}{3N+1}$
(5) 却洛得也夫法 (Chegodayev)	$\frac{m-0.3}{N+0.4}$
(6) 威伯法 (Weibull)	$\frac{m}{N+1}$

其中，

N：水文資料數

m：水文資料大小順序（即 $X_1 \geq X_2 \geq X_3 \dots \geq X_n$ ($m=1$ 為最大) 上列不同點繪法均有理論基礎，其差異僅在確定較大水文事件之迴歸週期時始漸呈明顯。

2-3 判斷準則

一般頻率分析時，常採用適合度檢定如 Chi-Square 及 K-S 檢定，來初步判定資料所屬之機率分布是否恰當，由於實際水文資料之資料個數甚少，上述兩種檢定之結果十分不可靠，尤為本研究不採用適合度檢定而採用下列判斷準則之主要動機，同時，資料是否確屬某特定機率分布，自然可由判斷準則數值大小來了解。

由於本研究之主要目的在於探討何種機率分布最合適於分析臺灣水文資料，因此，本研究之重點不在於個別水文資料之表現情形，而在於所有資料之整體表現。然而，因各地水文資料大小差異甚大，為能避免某一機率分布實際上較合適於大多水文資料，而因其不合適於某一些組數值較大之水文資料，所帶來較大之誤差，而造成錯誤判斷認定其它機率分布較合適本省水文資料，故本研究中所有選定準則均經無因次化 (Dimensionless) 期使所有資料均能在同一大小程度上做一合理客觀之比較。各種判斷準則之定義如下：對於一組資料 $X_i, i=1, 2, \dots, N$ ，其合適之機率分布選定，依下列三種準則加以判定。

$$U = \frac{[\sum (X_i - \hat{X}_i)^2 / N]^{1/2}}{[1/N \sum X_i^2]^{1/2} + [1/N \sum \hat{X}_i^2]^{1/2}} ;$$

$$UI = \left[\frac{\sum (X_i - \hat{X}_i)^2}{\sum X_i^2} \right]^{1/2} ;$$

$$MAPE = \frac{\sum |X_i - \hat{X}_i| / X_i}{N} ;$$

上式中 X_i 为第 i 順序大之實際值

\hat{X}_i 为第 i 順序大之實際值所對應由某特定點繪法及機率分布所推估之值

2-4 研究方法

為能探討何種點繪法較佳、何種判斷準則較準確及於推估參數時資料是否須轉換以及偏態係數之推估值是否須要校正，本研究擬以合成資料(Synthetic data)加以探討，因此時資料來自何種機率分布已知。對於選定何種機率分布最合適臺灣水文資料，自然，將以實測資料為研究對象。茲將本研究所採用之觀念與方法說明如下：

1. 資料轉換否之選定：

當分析 LN2 及 LPT III 時於參數推估涉及資料是否須經對數轉換，本研究擬以合成資料對此一問題做一有系統之探討，所使用之誤差定義如下：

$$e_i = X T_i - \hat{X} T_i \quad (7)$$

上式中

$$T_i = 1/P_i \quad (\text{各種點繪法之第 } i \text{ 大小順序所對應之迴歸週期})$$

$X T_i$ = 表某特定機率分布具迴歸週期 T_i 之隨機變數理論值；

$\hat{X} T_i$ = 表某特定機率分布具迴歸週期 T_i 之隨機變數推估值。

如此，則各種準則可改寫為：

$$U = \frac{\left[\sum (X T_i - \hat{X} T_i)^2 / N \right]^{1/2}}{\left[1/N \sum X T_i^2 \right]^{1/2} + \left[1/N \sum \hat{X} T_i^2 \right]^{1/2}} \quad (8)$$

$$UI = \left[\frac{\sum (X T_i - \hat{X} T_i)^2}{\sum X T_i^2} \right]^{1/2} \quad (9)$$

及

$$MAPE = \frac{\sum |X T_i - \hat{X} T_i| / X T_i}{N} \quad (10)$$

茲將本研究方法之觀念，以例說明如下：假設有一組合成資料 X_1, X_2, \dots, X_n 依大小順序排列是由 LPT III 機率分布產生，因此其參數 μ_x, σ_x^2 及 C_{sx} 之理論值均已知，則第 i 順序值 X_i 所對應之迴歸週期 $T_i = 1/P_i$ (使用某一特定點繪法) 之理論值，可依 LPT III 之機率分布求得。同時，第 i 順序值 X_i 所對應之迴歸週期 T_i 之推估值 $\hat{X} T_i$ ，可依資料經或未經對數轉換求得。因此由誤差 $e_i = X T_i - \hat{X} T_i$ ，可利用各種判斷準則值之大小，得知資料是否須經對數轉換。本研究中共計探討三種判斷準則，如此，可就各種點繪法計算得

$$e_{ijk} = X T_{ijk} - \hat{X} T_{ijk},$$

式中 i = 該組資料依大小排列之順序；

$$j = \begin{cases} 1 & \text{資料未經對數轉換} \\ 2 & \text{資料經對數轉換} \end{cases};$$

$k = 1, 2, \dots, 6$ (六種點繪法)。

因此，每一種判斷準則對應六種不同點繪法及二種情形(不轉換或轉換)，如以 UI 判斷準則為例，則計有 UI_{jk} , $j=1, 2$ 及 $K=1, 2, \dots, 6$ 。因為各種判斷準則均為誤差之函數，故如當

$$UI_{1k} < UI_{2k}, K = 1, 2, \dots, 6.$$

則知資料未經轉換所得之結果較經轉換結果更趨近真值，即建議當分析 LPT III 分布時採用未經轉換之資料直接推估參數。如此，吾人可判定各種判斷準則時資料是否須轉換，並由此決定當分析 LPT III 時資料是否經轉換之依據。

2. 偏態係數修正否之選定：

當分析 LN3, PT III, 及 LPT III 時於參數推估涉及偏態係數是否須經修正，本研究中亦分別以合成資料對分析此三種機率分布時，偏態係數是否須經修正之問題做一有系統之探討，所使用之誤差及三種判斷準則之定義如(7)、(8)、(9)及(10)式所示。

假設有一組合成資料 X_1, X_2, \dots, X_n 依大小順序排列是由 LN3 機率分布產生。本研究中共計探討三種判斷準則，如此，可就各種點繪法計算得

$$e_{ijk} = X T_{ijk} - \hat{X} T_{ijk},$$

式中 i = 該組資料依大小排列之順序；

$$j = \begin{cases} 1 & \text{資料之偏態係數未經修正} \\ 2 & \text{資料之偏態係數經修正} \end{cases};$$

$k = 1, 2, \dots, 6$ (六種點繪法)。

因此，每一種判斷準則對應六種不同點繪法及二種情形(資料之偏態係數經或不經修正)，如以 UI 判斷準則為例，則計有 UI_{jk} , $j=1, 2$ 及 $K=1, 2, \dots, 6$ 。因為各種判斷準則均為誤差之函數，故如當

$$UI_{2k} < UI_{1k}, K = 1, 2, \dots, 6.$$

則知資料之偏態係數經修正所得之結果較未經修正之結果更趨近真值，即建議當分析 LN3 分布時採用修正偏態係數較佳。

3. 點繪法之選定：

點繪法之選定乃在於何種點繪法所得之結果較接近其所屬之機率分布，基於此觀點，所使用之誤差定義如下：

$$e_i = \hat{X} T_i - X_i \quad (11)$$

如此，則各種準則可改寫為：

$$U = \frac{[\sum(X_i - \hat{X}_T_i)^2 / N]^{1/2}}{[\sum X_i^2 / N]^{1/2} + [\sum \hat{X}_T_i^2 / N]^{1/2}} \quad (12)$$

$$UI = \left[\frac{\sum(X_i - \hat{X}_T_i)^2}{\sum X_i^2} \right]^{1/2} \quad (13)$$

及

$$MAPE = \frac{\sum |X_i - \hat{X}_T_i| / X_i}{N} \quad (14)$$

假設有一組合成資料 X_1, X_2, \dots, X_n 依大小順序排列是由某特定機率分布產生。本研究中共計探討三種判斷準則，如此，可就各種點繪法計算得

$$e_{ijk} = X T_{ijk} - X_{ijk}$$

式中 i = 該組資料依大小排列之順序；

$j = 1, 2, \dots, 6$ (六種點繪法)；

$k = 1, 2, \dots, 6$ (六種機率分布)。

因此，每一種判斷準則對應六種不同點繪法及六種不同機率分布，如以 UI 判斷準則為例，則計有 UI_{ijk} , $j=1, 2, \dots, 6$ 及 $K=1, 2, \dots, 6$ 。因為各種判斷準則均為誤差之函數，故對某一特定 K 值（即機率分布），最合適之點繪法 j 為其所對應之 UI_{kj} 值為最小，對所有 $j=1, 2, \dots, 6$ 。如此，吾人可得適合每一種機率分布之點繪法。

4. 偵測各機率分布能力之探討

判斷準則偵測各機率分布能力之準確性是本研究探討之主要目的之一，因其準確性之良莠足以影響分析實測資料到底何種機率分布結果之正確性。其基本概念為如一判斷準則適用，其應能正確地判斷資料所屬之機率分布，例如一組資料屬 $PT III$ 分布，則該判斷準則應能判定 $PT III$ 分布為最好機率分布，即，假設有一組合成資料 X_1, X_2, \dots, X_n 依大小順序排列是由 $PT III$ 分布產生。此時吾人同時分別分析 $TN, LN2, LN3, EV1, PT III$ 及 $LPT III$ ，則某一判斷準則若適用，應能正確偵測出此組合成資料係來自 $PT III$ ，亦即由 $PT III$ 所求得之判斷準則值，在所有六種機率分布所得者中為最小。基於此，本研究擬採用合成資料做一有系統之探討，所使用之誤差及三種判斷準則之定義如(7)、(8)、(9)及(10)式所示。

茲將本研究方法之觀念，以例說明如下：

假設有一組合成資料 X_1, X_2, \dots, X_n 依大小順序排列是由 $LPT III$ 機率分布產生，因此其參數 μ_x, σ_x^2 及 Cs_x 之理論值均已知，則第 i 順序值 X_i 所對應之迴歸週期 $T_i = 1/P_i$ （使用某一特定點繪法）之

理論值，可依 $LPT III$ 之機率分布求得。同時，第 i 順序值 X_i 所對應之迴歸週期 T_i 之推估值 \hat{X}_T_i ，此可依六種機率分別求得，由此可定義誤差 $e_i = X T_i - \hat{X}_T_i$ ，利用各種判斷準則值之大小，得其適合之機率分布，如此若一準則未能判斷 $LPT III$ 分布較合適此組資料，則該判斷準則不適用，同理，吾人可分別由 $TN, LN2, LN3, EV1$ 及 $PT III$ 分布分別產生合成資料，每組資料均利用六種機率加以分析，分別探討其所適用之判斷準則，而一適用之判斷準則應能適用於所有六種分布，才能據之對實測資料作正確判斷。

5. 機率分布之選定

根據上述四項研究主題分別為(1)確定推估參數時資料是否須轉換、(2)偏態係數是否須修正、(3)應使用何種點繪法及(4)應使用那些判斷準則。如此，吾人可求得實測資料各機率分布所得判斷準則之值，並根據各種機率分布之判斷準則來決定何種機率分布最合適於臺灣雨量資料之分析（即發生判斷準則最小值所對應之機率分布）。故本研究所使用之誤差定義如下：

$$e_i = X_i - \hat{x}_i \quad (15)$$

上式中

$\hat{x}_i =$ 第 i 順序大實際值所對應由特定點繪法決定之推估值

如此，則各種準則可改寫為：

$$U = \frac{[\sum(X_i - \hat{x}_i)^2 / N]^{1/2}}{[\sum X_i^2 / N]^{1/2} + [\sum \hat{x}_i^2 / N]^{1/2}} \quad (16)$$

$$UI = \left[\frac{[\sum(X_i - \hat{x}_i)^2]}{\sum X_i^2} \right]^{1/2} \quad (17)$$

$$MAPE = \frac{\sum |X_i - \hat{x}_i| / X_i}{N} \quad (18)$$

本研究除探討全省地區最合適之機率分布外，亦將區分為北、中、南及東四區加以探討其最合適之機率分布，藉以了解區域性變化之情形。

2-5 合成資料之產生

本研究中採用 IMSL Package 之 PC 版本在 FORTRAN 3.3 下產生合成資料，同時，為確定由某特定機率分布（如 $EV1$ ）所產生之合成資料確屬某特定機率分布（如 $EV1$ ），亦採用 Chi-Square 檢定法（本研究採用 5% 之顯著水準），加以粗略地判定所產生之該組資料之統計特性不致與理論上之某機率分布（如 $EV1$ ）之統計特性相

差太遠，藉以提昇研究結果之可靠度。如欲產生 n 個資料 X_i , $i=1, 2, \dots, n$, 其理論平均值為 μ_x , 變異數為 σ_x^2 及偏態係數 Cs_x ，吾人可利用 IMSL 之 Subroutine GGNML 產生 Z_i , $i=1, 2, \dots, n$, Z_i 為常態分布具平均值為 0 及變異數 1。今分別簡述六種機率分布合成資料產生方法如下：

1. 常態分布

計算 $X_i = \mu_x + \sigma_x Z_i$, $i=1, 2, \dots, n$

2.二參數對數常態分布

計算 $X_i = \mu_x + K_1 \sigma_x$, $i=1, 2, \dots, n$

其中

$$K_1 = \frac{\exp[(\ln(1+Cv^2))^{1/2}Z_1 - \ln(1+Cv^2)/2] - 1}{Cv}$$

及 $Cv = \mu_x / \sigma_x$

3.三參數對數常態分布

計算 $X_i = \mu_x + K_1 \sigma_x$, $i=1, 2, \dots, n$

其中

$$K_1 = \frac{\exp[(\ln(1+Cv_2^2))^{1/2}Z_1 - \ln(1+Cv_2^2)/2] - 1}{Cv_2}$$

$$\text{及 } Cv_2 = \frac{1 - W^{2/3}}{W^{1/3}}$$

$$W = 1/2[-Cs_x + (4 + Cs_x^2)^{1/2}]$$

4.極端值（最大）I型分布

(1)利用 IMSL 之 Subroutine GGUBS 產生 u_i , $i=1, 2, \dots, n$, u_i 為 $(0, 1)$ 之均勻分布。

(2)計算

$$X_i = (-\ln(-\ln u_i)) / \alpha + \beta, \quad i=1, 2, \dots, n$$

其中 $\alpha = 1.2826 / \sigma_x$

$$\text{及 } \beta = \mu_x - 0.45005 \sigma_x$$

5.皮爾遜III型分布

計算 $X_i = \alpha \beta [1 - 1/9 \beta + (1/9 \beta)^{1/2} Z_i]^3 + \theta$

$$\text{其中 } \beta = (2/Cs_x)^2$$

$$\alpha = \sigma_x / \beta^{1/2}$$

$$\text{及 } \theta = \mu_x - \sigma_x / \beta^{1/2}$$

6.對數皮爾遜III型分布

(1)計算 α 可由下式求得：

$$\frac{\ln K_1}{\ln K_3} = \left[\ln \frac{(1-2\alpha)^2}{(1-2\alpha)} \right] / \left[\ln \frac{(1-2\alpha)^{2/3}}{(1-3\alpha)} \right]$$

$$\text{式中 } K_1 = 1 + \sigma_x^2 / \mu_x^2$$

$$K_2 = 3K_1 + Cs_x \sigma_x^2 / \mu_x^2 - 2$$

$$K_3 = K_2 / (K_1^{3/2})$$

$$\text{及 } \beta = \ln K_3 / \left[\ln \frac{(1-2\alpha)^{2/3}}{(1-3\alpha)} \right]$$

$$\theta = \ln \mu_x + \beta \ln(1-\alpha)$$

(2)計算

$$\mu_y = \exp(\theta) / (1-\alpha)^{\beta}$$

$$\sigma_y^2 = \exp(2\theta) \left[\frac{1}{(1-2\alpha)^{\beta}} - \frac{1}{(1-\alpha)^{2\beta}} \right]$$

$$\text{及 } Cs_y = \sigma_y^3 \exp(3\theta) \left[\frac{1}{(1-3\alpha)^{\beta}} - \frac{3}{(1-\alpha)^{\beta}} \frac{1}{(1-2\alpha)^{\beta}} + \frac{2}{(1-\alpha)^{3\beta}} \right]$$

(3)計算

$$K_1 = Z_1 + (Z_1^2 - 1)k + (1/3)(Z_1^3 - 6Z_1)k^2 - (Z_1^2 - 1)k^3 + Z_1 k^4 + (1/3)k^5,$$

$i = 1, 2, \dots, n$

$$\text{式中 } k = Cs_y / 6$$

(4)計算

$$Y_i = K_1 \sigma_y + \mu_y, \quad i=1, 2, \dots, n$$

(5)計算

$$X_i = \exp[Y_i], \quad i=1, 2, \dots, n$$

三、本研究所使用之資料

本研究所使用之資料共分實測資料與合成資料兩部份，今分述如下：

3-1 實測資料：

本研究共搜集本省各流域各雨量站之年最大一日、二日及三日暴雨量計有 832 站，為探討本省雨量資料是否受地域之影響，亦依地域區分為北、中、南及東四區，分別加以探討。並經以下四步驟篩檢不合理或不適用之資料，以提昇本研究結果之可靠性，分述如下：

(1)每組資料至少須有 20 年，另，由於對缺失資料不予補遺，故對不連續資料，取其連續部份記錄年數較大者，若仍不大於 20 年，則刪除此組資料。然後，再剔除不合理資料，如年二日最大暴雨量不可能大於年一日最大暴雨量之兩倍以上。

(2)資料須滿足隨機性，本研究採用 Run Test 測試資料之隨機性，採用此法之原因主要在於其適用於檢定各種機率分布隨機變數之隨機性。

(3)正偏態係數之檢定：

因大多數暴雨量資料之偏態係數均為正值，同時，本研究中亦探討三參數對數常態分布之適用性，而三參數對數常態分布之偏態係數必須為正值。

(4)不相關係數之檢定：

檢視是否存在有些組資料對本研究所採用之六種機率分布均十分不合適者，因此種極端不合適者在探討全省所有資料之整體表現時易造成某種程度之誤導，故本研究採用 K_x 不相關係數之檢定，其與相關係數 (ρ) 存在下列關係：

$$\rho^2 = 1 - K_x^2$$

$$K_x = \left[\frac{\sum (X_i - \bar{X} T_i)^2}{\sum (X_i - \bar{X})^2} \right]^{1/2};$$

本研究刪除凡 K_x 大於 0.4 之組數。

經過上述四步驟篩檢後之資料，稱之為合理資料，表 1 所示為北、中、南、東四區及全省統計之

原始搜集站數、不合理資料刪除後之站數、經隨機性檢定後之站數、正偏態係數檢定後之站數及其經不相關係數檢定後之站數（即合理站數）。各區資料之統計特性表 2 所示為北、中、南、東四區及全省一日、二日及三日最大暴雨量各組資料四種統計量（資料長度、平均值、標準偏差及偏態係數）之平均值，即其資料長度之平均值（取四捨五入後之值）、標準偏差之平均值、及偏態係數之平均值。

3-2 合成資料

合成資料之產生除可直接利用各機率分析之參數求得外，並可直接利用前幾階動差求得，本研究

表 1 北、中、南、東四區及全省資料分析整理統計表

資 料 站 數		原 始 資 料 站 數	合 理 資 料 站 數	隨 機 性 站 數	正 偏 態 係 數 站 數	不 相 關 係 數 檢 定 後 站 數
一 日 暴 雨	北 區	152	93	90	88	88
	中 區	291	197	188	187	187
	南 區	275	216	213	211	209
	東 區	114	56	51	45	45
	全 省	832	562	542	531	529
二 日 暴 雨	北 區	152	93	91	90	90
	中 區	291	197	191	185	185
	南 區	275	216	213	210	209
	東 區	114	56	53	51	51
	全 省	832	562	548	536	535
三 日 暴 雨	北 區	152	93	87	87	87
	中 區	291	197	190	189	189
	南 區	275	216	213	211	211
	東 區	114	56	54	53	53
	全 省	832	562	544	540	540

採用後者其原因為希望由合成料所模擬得之結果能直接應用於實測資料上，但實測資料之理論機率分布為何及其理論之參數為何，並無法得知，但實測資料之前幾階動差極易得知，而本省一日、二日及三日最大暴雨量之資料站數極多，其間各站之前幾階動差彼此間之差異頗大，故求一合理之前階動差

範圍頗為不易，本研究則以每一階動差之平均值為研究對象，即，利用實測資料之各站資料長度平均值（取四捨五入後之值）為產生合成資料長度之依據；利用實測資料各站資料平均值之平均值為產生合成資料平均值之依據；利用實測資料各站資料標準偏差之平均值為產生合成資料標準偏差之依據及

表2 北、中、南、東四區及全省各站之一日、二日、及三日最大暴雨量之資料長度、平均值、標準偏差及偏態係數四種統計量之平均值

	一日暴雨					二日暴雨					三日暴雨				
	北區	中區	南區	東區	全省	北區	中區	南區	東區	全省	北區	中區	南區	東區	全省
平均之資料長度	37	39	42	35	39	37	39	42	34	40	37	39	42	34	39
平均之平均值	233.5	189.3	212.8	262.2	212.1	319.5	260.6	298.7	371.9	296.0	356.1	294.7	348.4	425.7	338.5
平均之標準偏差	113.1	92.8	94.0	120.0	98.9	158.5	125.4	134.1	169.4	138.6	180.8	135.2	157.9	204.0	158.2
平均之偏態係數	1.02	1.32	1.04	0.69	1.11	1.20	1.30	1.08	0.77	1.15	1.30	1.20	1.11	0.93	1.16

利用實測資料各站資料偏態係數之平均值為產生合成資料偏態係數之依據。

表2共計有15組（不同區域之一日至三日暴雨，資料長度與前三階動差）情形，此即本研究用來產生合成資料之依據，由於本研究採用動差法推估參數，此15組情形即相當於15組理論參數值，因此，研究之參數範圍亦屬寬廣且具代表性。同時，本研究為避免受合成資料太短之影響（因實測資料之平均長度約34至42），導致推估值之偏差，致使研究結果可靠度不高，故對任意一組理論值（資料長度與前三階動差）均將產生5000組合成資料，藉以避免因樣本太小所造成之誤判。本研究共計分析1275000組合成資料，每組資料長度約34至42。茲將本研究中各種研究方法所分析之合成資料組數分述如下：

1. 資料轉換否之選定：

當分析LN2及LPTⅢ分布時，參數推估涉及資料是否須經對數轉換，故，本研究於探討資料是否須轉換時共計分析15（理論值之組別）×2（兩種機率分布）×5000（每種情形產生5000組合成資料）=150000組合成資料。

2. 偏態係數修正與否之選定

當分析LN3, PTⅢ及LPTⅢ分布時於參數推估涉及資料之偏態係數是否須經修正，故本研究於探討資料之偏態係數是否須經修正時共計分析15（理論值之組別）×3（三種機率分布）×5000（每種情形產生5000組合成資料）=225000組合成資料。

3. 點繪法之選定：

本研究於探討各種點繪法之優劣時，共計分析15（理論值之組別）×6（六種機率分布）×5000（每種情形產生5000組合成資料）=450000組合成資料。

4. 偵測各種機率分布能力之探討

本研究於探討偵測各種機率分布能力時，共計分析15（理論值之組別）×6（六種機率分布）×5000（每種情形產生5000組合成資料）=450000組合成資料。

四、結果與討論

4-1 合成資料

為了能將由合成資料所探討得之結果，直接應用在臺灣水文資料上，本研究乃根據所收集來之實測資料共計1604站之統計特性來產生合成資料。由於實測資料之資料長度平均約在38左右，故於合成資料模擬時，常因資料不夠長，導致推估上之偏差，為避免此種情形發生，本研究先採用100組之合成資料，計算所須推估之值（如第*i*順位大小之某特定機率分布及點繪法所對應迴歸週期之隨機變數之推估值）之平均值，並以此來計算，此為1大組，（即研究中之1大組，實為100組合成資料），如此每一種情形（理論值之組別）共計分析50大組（即5000組合成資料），再由此50大組之情形來判定其結果。今分述各項合成資料之研究結果如下：

1. LN2分布推估參數時資料轉換否之判定：

探討當分析LN2分布時，於推估參數時資料

表 3 LN2 轉換較好之組數 (一日暴雨之結果)

Plotting Position	北區一日			中區一日			南區一日			東區一日			全省一日		
	Criteria			Criteria			Criteria			Criteria			Criteria		
	U	UI	MAPE												
Hazen	34	34	43	31	31	42	33	33	42	33	33	46	31	31	41
Gringorden	34	34	42	32	31	42	33	33	41	35	35	46	31	31	41
Blom	34	34	42	32	32	42	33	33	41	35	35	46	31	31	41
Tukey	34	34	42	32	32	43	33	33	41	35	35	46	31	31	41
Chegodayev	34	34	42	32	32	43	33	33	41	35	35	46	31	31	41
Weibull	34	34	41	33	33	43	33	33	40	35	35	45	31	31	41

註：人造資料共產生50大組（即5000組）

表 4 LN3 偏態係數修正較好之組數 (二日暴雨之結果)

Plotting Position	北區二日			中區二日			南區二日			東區二日			全省二日		
	Criteria			Criteria			Criteria			Criteria			Criteria		
	U	UI	MAPE												
Hazen	50	50	50	50	50	50	50	50	48	36	36	30	50	50	50
Gringorden	50	50	50	50	50	50	50	50	48	36	36	30	50	50	50
Blom	50	50	49	50	50	50	50	50	48	32	32	30	50	50	50
Tukey	50	50	49	50	50	50	49	49	48	33	33	30	50	50	50
Chegodayev	50	50	49	50	50	50	49	49	48	33	33	30	50	50	50
Weibull	50	50	47	50	50	50	48	48	48	33	33	28	50	50	48

註：人造資料共產生50大組（即5000組）

表 5 PT III 分布偏態係數修正較好之組數（三日暴雨之結果）

	北區三日			中區三日			南區三日			東區三日			全省三日		
Plotting Position	Criteria														
	U	UI	MAPE												
Hazen	48	48	42	45	45	38	43	43	35	42	43	29	43	43	38
Gringorden	48	48	42	44	44	38	43	43	35	40	40	28	43	43	38
Blom	47	47	42	43	43	38	43	43	35	39	39	26	43	43	36
Tukey	47	47	40	43	43	36	41	42	33	39	39	26	43	43	35
Chegodayev	47	47	40	43	43	36	40	40	33	39	39	25	42	42	35
Weibull	43	43	36	39	39	32	37	37	31	34	34	23	38	38	31

註：人造資料共產生50大組（即5000組）

表 6 LPT III 分布當資料轉換且偏態係數不修正較資料不轉換且偏態係數修正較好之組數（三日暴雨之結果）

	北區三日			中區三日			南區三日			東區三日			全省三日		
Plotting Position	Criteria														
	U	UI	MAPE												
Hazen	31	31	33	33	33	34	26	26	36	18	18	28	31	31	30
Gringorden	33	33	34	34	34	35	27	27	36	19	19	28	31	31	32
Blom	33	33	35	34	34	35	29	29	36	21	21	29	32	32	34
Tukey	33	33	36	34	34	36	31	31	37	23	23	30	32	32	35
Chegodayev	34	33	36	34	34	36	32	32	37	24	24	30	32	32	36
Weibull	35	35	36	34	34	40	36	36	39	27	27	34	32	32	39

註：人造資料共產生50大組（即5000組）

是否須經轉換，其結果如表 3 所示（只列出一日暴雨之結果）為於各種理論值組、各種點繪法及各種判斷準則時，50大組合成資料中分析結果認定於推估參數時資料須經轉換較好之組數，所有結果均認定資料須經轉換較好。由其結果可知資料取對數轉換後分析所得之結果較準確，因其較趨近理論值。同時，結果顯示所有的三種判斷準則及六種點繪法均獲致相同結果，又，MAPE 判斷準則認定資料須經對數轉換之平均比例更高達 85% 左右。就整體而言平均約 75% 以上認為如此。一般而言，所承擔之風險愈小愈好，故本研究建議當分析 LN2 時，於推估參數時最好將資料做一對數轉換後再行分析。

2. LN3 分布推估參數時資料之偏態係數修正否之判定：

探討當分析 NN3 布時，於推估參數時資料偏態係數是否須修正，其結果如表 4 所示（只列出二日暴雨之結果）由其結果可知，資料之偏態係數經修正後所得之結果較準確，因其較趨近理論值。然而，結果顯示東區一日所得之結果認定資料偏態係數不須經修正較好，但本研究之重點，在於探討適合全省之情形，對特殊個例並不重視，而由整體而言平均約 95% 以上認定偏態係數須經修正，同樣地，以承擔之風險而論，本研究建議當分析 LN3 時，於推估參數時最好將資料之偏態係數加以修正。

3. PT III 分布推估參數時資料之偏態係數修正否之判定：

探討當分析 PT III 分布時，於推估參數時資料偏態係數是否須修正，其結果如表 5 所示（只列出三日暴雨之結果），由其結果可知，資料之偏態係數經修正後所得之結果較準確，因其較趨近理論值。同時由整體而言平均約 85% 以上認定偏態係數須經修正，同樣地，以承擔之風險而論，本研究建議當分析 PT III 時，於推估參數時最好將資料之偏態係數加以修正。

4. LPT III 分布推估參數時資料須轉換否及偏態係數修正否之判定：

此研究主題，共分三步驟加以探討：(1)首先比較當資料轉換時偏態係數是否須修正，(2)再比較當資料不轉換時偏態係數是否須修正，及(3)將上述(1)與(2)較好之情形再做比較。由此吾人可判定當分析 LPT III 分布時資料是否須轉換及偏態係數是否須

修正，今分述其結果如下：

(1) 資料轉換時偏態係數是否須修正之判定：

結果顯示，資料經轉換後其偏態係數不經修正所得之結果較準確，因其較趨近理論值。同時，整體而言平均約 65% 左右認定偏態係數不須修正，同樣地，以承擔之風險而論，本研究建議當分析 LPT III 時，若僅考慮當資料經轉換時，於推估參數時最好將資料之偏態係數不加以修正。

(2) 資料不轉換時偏態係數是否須修正之判定：

結果顯示，資料未經轉換時其偏態係數經修正後所得之結果較準確。同時，由整體而言平均約 95% 以上認定偏態係數須經修正，同樣地，以承擔之風險而論，本研究建議當分析 LPT III 時，若僅考慮當資料未經轉換時，於推估參數時最好將資料之偏態係數加以修正。

(3) 資料轉換且偏態係數不修正與不轉換且偏態係數修正之比較：

其結果如表 6 所示（只列出一日暴雨之狀況），由其結果可知，資料未經轉換時其偏態係數經修正後所得之結果較準確。由整體而言平均約 60% 以上認定資料經轉換且偏態係數不須經修正較好。同樣地，以承擔之風險而論，本研究建議當分析 LPT III 時，於推估參數時最好將資料做轉換且偏態係數無須加以修正。

5. 點繪法之選定：

表 7 所示為中區一日、二日及三日最大暴雨量合成資料分析之結果，表中分別標出各種判斷準則下各種機率分析所合適之點繪法及在 50 大組中認定此種點繪法最合適某特定機率分布之組數。同時，表中亦顯示綜合三種判斷準則對各種機率分布所認定最合適之點繪法及其在 150 大組中認定此種點繪法最合適之組數。表 7 中最合適之點繪法一欄所示即為本研究用以分析實測資料時所採用之點繪法。就整體資料而言，當分析北、中、南、東四區及全省之一日、二日及三日暴雨量資料時，本研究建議各機率分布所合適之點繪法為：分析 TN 分布時宜採用波姆 (Blom) 點繪法，分析 LN2 分布時宜採用格林哥頓 (Gringorden) 點繪法，及分析 LN3 及 EV1 分布時宜採用海生 (Hazen) 點繪法，至於當分析 PT III 及 LPT III 分布時，依地域及資料屬一日或二日或三日等其所合適之點繪法各有所不同。

表7 點繪法之判定（人造資料依中區一、二及三日統計特性產生）

		點 繪 法																	
Criteria		中 區 一 日						中 區 二 日						中 區 三 日					
		TN	LN2	LN3	EV1	PT III	LP III	TN	LN2	LN3	EV1	PT III	LP III	TN	LN2	LN3	EV1	PT III	LP III
U	B (35)	G (24)	H (50)	H (38)	H (46)	G (26)	B (42)	G (26)	H (50)	H (38)	H (45)	G (25)	B (46)	G (25)	H (50)	H (39)	H (44)	G (26)	
UI	B (29)	G (25)	H (50)	H (38)	H (46)	G (26)	B (36)	G (26)	H (50)	H (38)	H (45)	G (25)	B (45)	G (25)	H (50)	H (39)	H (44)	H (26)	
MAPE	W (50)	G (44)	H (45)	G (22)	H (50)	G (49)	W (50)	G (44)	H (43)	G (23)	H (50)	G (49)	W (50)	G (43)	H (40)	G (28)	H (50)	G (48)	
最合適之點繪法	B (64)	G (93)	H (145)	H (76)	H (142)	G (101)	B (78)	G (96)	H (143)	H (76)	H (140)	G (99)	B (91)	G (93)	H (140)	H (78)	H (138)	G (100)	

註：上列表中

1:(N)：括號內之數值表示在某特定機率分布下，此種點繪法於六種點繪法中顯示最合適之大組數。人造資料共產生50大組（即5000組）。

2:H=HAZEN點繪法； G=GRINGORDEN 點繪法； B=BLOM 點繪法； T=TUKY 點繪法；

C=CHEGODAYEV 點繪法； W=WEIBULL 點繪法。

表8 在各種判斷準則下各種機率分布所合適之點繪法
(人造資料由北區一、二及三日最大暴雨量統計特性產生)

	TN	LN2	LN3	EV1	PT III	LPT III
U	B (109)	G (65)	H (146)	H (122)	H (119)	B G (56)(21)
UI	B (98)	G (65)	H (145)	H (122)	H (107)	B G (56)(21)
MAPE	W (150)	G (100)	H (113)	G (62)	H (147)	G (133)
最合適之點繪法	B (207)	G (230)	H (404)	H (244)	H (373)	G (175)

註：上列之表

1:(N)：括號內之數值表示在某特定機率分布下，此種點繪法於六種點

繪法中顯示合適之大組數。人造資料共產生 150 大組（即 15000 組）。

2: H = HAZEN 點繪法； G = GRINGORDEN 點繪法； B = BLOM 點繪法；

T = TUKEY 點繪法； C = CHEGODAYEV 點繪法； W = WEIBULL 點繪法。

表8 所示為在各種判斷準則下，於北區各機率分布所合適之點繪法，此即為本研究用以分析北區所有暴雨量資料時所採用之點繪法。就所有資料之結果可知，北、中、南及東四區各機率分布所合適之點繪法皆相同，即，本研究建議分析 TN 分布時宜採用波姆 (Blom) 點繪法，分析 LN2 及 LPT III 分布時宜採用格林哥頓 (Gringorden) 點繪法，以及當分析 LN3、EV1 及 PT III 分布時宜採用海生 (Hazen) 點繪法。

當考慮適合用來分析全省資料時，在各種判斷準則下，探討於全省各機率分布所合適之點繪法，及其在 750 大組中認定此種點繪法為最合適之點繪法，此即為本研究探討何種機率分布較合適全省日暴雨量時所採用之點繪法。依據研究所得之結果，本研究建議分析 TN 分布時宜採用波姆 (Blom) 點繪法，分析 LN2 及 LPT III 分布時宜採用格林哥頓 (Gringorden) 點繪法，以及當分析 LN3、EV1 及 PT III 分布時宜採用海生 (Hazen) 點繪法。

茲就本研究所得之結果與前人研究結果做一比較。Cunnane (1978) 曾對 12 種點繪法以其無偏差 (unbiased) 性做一綜合之探討，其結論為(1)威伯 (Weibull) 點繪法為均勻分布之無偏差性推估值；(2)波姆 (Blom) 點繪法為常態分布 (TN) 之無偏差性推估值；(3)格林哥頓 (Gringorden)

點繪法為極端值 (最大) I 型分布 (EV1) 之無偏差性推估值及(4)其發現海生 (Hazen) 點繪法之表現遠比威伯 (Weibull) 點繪法好，同時，其表現並不比其它點繪法差。由此結果可知，本研究根據本省所有實測資料之統計量所產生之合成資料，研究適合本省水文特性之各機率分布所適合之點繪法有其相當之準確性。

6. 偵測各種機率分布能力之探討

表 9 至表 11 所示分別為 LN3、EV1 及 PT III 分布之偵測能力結果，即當合成資料由 LN3、EV1 及 PT III 產生時，計算所得判斷準則之平均值，及在三種判斷準則下，各機率分布在六種機率分布中之排名個數，同時，表中亦顯示三種判斷準則之排名個數總和。其中，判斷準則之平均值愈小者表示其推估值愈接近產生合成資料母體之理論值，而排名愈佳之個數愈多者，亦代表其推估值接近理論值之情形愈佳。研究結果顯示，三種判斷準則 (U、UI 及 MAPE) 對偵測資料由 TN、LN2、EV1 及 LPT III 分布之能力十分強。其中，當資料由 TN 分布產生時，如利用判斷準則 U 及 UI 時，可偵測得所有 750 大組分布全部顯示 TN 分布為最適合之機率分布，而判斷準則 MAPE 則稍遜。當資料由 LN2 及 LPT III 分布產生時，判斷準則 MAPE 偵測 LN2 及 LPT III 分布為最適合機

表9 偵測機率分布之能力結果（人造資料由 LN3 產生）

平均 值						
	TN	LN2	LN3	EV1	PT III	LPT III
u-coeff.	.04177	.03036	.00602	.00732	.00788	.00556
ui-coeff.	.08307	.06052	.01198	.01458	.01568	.01108
mape	.10091	.03637	.01255	.01738	.02083	.01184
u 之排名						
1	0	0	260	123	10	357
2	0	0	176	326	116	132
3	0	0	223	140	212	175
4	0	2	91	161	410	86
5	186	562	0	0	2	0
6	564	186	0	0	0	0
ui 之排名						
1	0	0	260	123	10	357
2	0	0	176	326	116	132
3	0	0	223	140	212	175
4	0	2	91	161	410	86
5	186	562	0	0	2	0
6	564	186	0	0	0	0
mape 之排名						
1	0	1	223	145	2	379
2	0	0	284	205	41	220
3	0	15	235	209	153	138
4	0	93	8	184	452	13
5	43	598	0	7	102	0
6	707	43	0	0	0	0
總體排名						
1	0	1	743	391	22	1093
2	0	0	636	857	273	484
3	0	15	681	489	577	488
4	0	97	190	506	1272	185
5	415	1722	0	7	106	0
6	1835	415	0	0	0	0

本表由15種情形（各50組）總和而成，全部合成資料組數為 750組

表10 偵測機率分布之能力結果（人造資料由EV1產生）

平均 值						
	TN	LN2	LN3	EV1	PT III	LPT III
u-coeff.	.04335	.02868	.00581	.00447	.00843	.00688
ui-coeff.	.08623	.05707	.01155	.00889	.01677	.01370
mape	.10393	.03502	.01170	.00993	.02184	.01316
u 之 排 名						
1	0	0	107	541	0	102
2	0	0	358	209	26	157
3	0	0	237	0	209	304
4	0	0	48	0	515	187
5	33	717	0	0	0	0
6	717	33	0	0	0	0
ui 之 排 排						
1	0	0	107	541	0	102
2	0	0	358	209	26	157
3	0	0	237	0	209	304
4	0	0	48	0	515	187
5	33	717	0	0	0	0
6	717	33	0	0	0	0
mape 之 排 名						
1	0	0	96	513	0	141
2	0	0	398	164	5	183
3	0	0	254	70	36	390
4	0	34	2	3	675	36
5	0	716	0	0	34	0
6	750	0	0	0	0	0
總 體 排 名						
1	0	0	310	1595	0	345
2	0	0	1114	582	57	497
3	0	0	728	70	454	998
4	0	34	98	3	1705	410
5	66	2150	0	0	34	0
6	2184	66	0	0	0	0

本表由15種情形（各50組）總和而成，全部合成資料組數為 750組

表11 偵測機率分布之能力結果（人造資料由PT III產生）

平均值						
	TN	LN2	LN3	EV1	PT III	LPT III
u-coeff.	.04501	.02113	.00825	.00994	.00749	.00765
ui-coeff.	.08982	.04228	.01645	.01984	.01494	.01527
mape	.10638	.02553	.01813	.02359	.01826	.01287
u 之排名						
1	0	57	138	41	241	273
2	0	45	202	136	235	132
3	0	51	120	240	212	127
4	0	24	251	204	61	210
5	124	449	39	129	1	8
6	626	124	0	0	0	0
ui 之排名						
1	0	57	138	41	241	273
2	0	45	202	136	235	132
3	0	51	120	240	212	127
4	0	24	251	204	61	210
5	124	449	39	129	1	8
6	626	124	0	0	0	0
mape 之排名						
1	0	152	70	1	15	512
2	0	162	142	91	155	200
3	0	91	181	125	321	32
4	0	62	264	278	140	6
5	19	264	93	255	119	0
6	731	19	0	0	0	0
總體排名						
1	0	266	346	83	497	1058
2	0	252	546	363	625	464
3	0	193	421	605	745	286
4	0	110	766	686	262	426
5	267	1162	171	513	121	16
6	1983	267	0	0	0	0

本表由15種情形（各50組）總和而成，全部合成資料組數為750組

表12 南區一日最大暴雨量實測資料頻率分析統計表

總組數：209

平均值

	TN	LN2	LN3	EV1	PT III	LPT III
U-COEFF.	.05989	.04508	.03090	.03749	.03173	.03576
UI-COEFF.	.12544	.09569	.06451	.07839	.06630	.07455
MAPE	.11681	.06212	.05423	.06661	.06144	.05069

u之排名

1	6	3	70	14	99	17
2	1	19	70	14	58	47
3	4	29	53	24	30	69
4	22	35	16	78	19	39
5	17	78	0	76	3	35
6	159	45	0	3	0	2

ui之排名

1	6	2	71	14	99	17
2	1	20	67	14	58	49
3	4	29	54	24	31	67
4	23	35	17	74	18	42
5	18	76	0	80	3	32
6	157	47	0	3	0	2

mape之排名

1	4	17	38	20	32	98
2	2	40	40	12	53	62
3	3	55	61	14	44	32
4	12	42	52	54	38	11
5	15	38	18	96	37	5
6	173	17	0	13	5	1

總體排名

1	16	22	179	48	230	132
2	4	79	177	40	169	158
3	11	113	168	62	105	168
4	57	112	85	206	75	92
5	50	192	18	252	43	72
6	489	109	0	19	5	5

率分布之能力較判斷準則U及U I為強。判斷準則U及U I偵測EV1分布為最適合之機率分布之能力較強。故本研究在綜合判定何種機率分布較合適時，以MAPE及U為判定準則。

同時資料由LN3產生時，判斷準則U、U I及MAP E三者皆可明確地偵測資料絕非來自TN、LN2、EV1及PT III分布，然而，其結果則多數判定資料來自LPT III分布，其原因可能可歸納為(1)本研究所採用偏態係數之理論值（即由所有實測資料之偏態係數之平均值），其範圍為0.69~1.32，並非十分寬廣，致使無法分辨此二機率分布，(2)本研究採用動差法推估參數，對於小樣本(34至42)其估計能力較差，亦可能導致此結果。然而，由研究結論吾人可知如資料是由LPT III分布產生時，其誤判為LN3分布之可能性甚小。

4-2 實測資料

本研究於分析實測資料時，採用動差法推估參數及上述合成資料之結果，今分述如下：

1. 資料是否轉換之選定：

- (1) 分析LN2分布時資料採用對數轉換。
- (2) 分析LPT III分布時資料採用對數轉換。
- (3) 分析TN, LN3, EV1及PT III分布時資料自然無須採用對數轉換。

2. 資料偏態係數是否修正之選定：

- (1) 分析LN3分布時資料偏態係數須修正。
- (2) 分析PT III分布時資料偏態係數須修正。
- (3) 分析LPT III分布時資料偏態係數無須修正。
- (4) 分析TN, LN2, EV1分布時偏態係數自然無須修正。

3. 點繪法之選定：

(1) 表7中之最合適點繪法一欄中所示為分析中區一日、二日及三日最大暴雨量資料時，其各種機率分布所採用之合適點繪法。其餘各區之結果本文省略。

(2) 表8中之最合適之點繪法一欄中所示為分析北區所有暴雨量資料時，其各種機率分布所合適之點繪法。綜而言之，北、中、南及東四區之各種機率分布所合適之點繪法皆相同，即分析TN分布時採用波姆(Bлом)點繪法；分析LN2分布時採用格林哥頓(Gringorden)點繪法；分析LN3, EV1及PT III分布時採用海生(Hazen)點繪法；及當分析LPT III分布時採用波姆(Bлом)點

繪法。

(3) 研究結果顯示當分析全省所有暴雨量資料時，其各機率分布所合適之點繪法，亦如分析所有北、中、南及東四區資料所採用者一致。

今將上述所決定之推估參數方法與各機率分布所合適之點繪法，藉以分析合適臺灣暴雨量資料之機率分布，其結果分述如下：

(1) 一日最大暴雨量資料：

表12所示為分析南區一日最大暴雨量，各機率分布依合適之點繪法所求得各判斷準則之平均值，及在三種判斷準則下，各機率分布在六種機率分布中之排名個數，同時，表中亦顯示三種判斷準則之排名個數總和。其中，判斷準則之平均值愈小者表示此機率分布適合實測資料之情形愈佳，而排名個數愈多者，亦代表此機率分布較適合此組實測資料。總結北、中、南、東四區及全省之結果如下：

- (a) TN、LN2、EV1及LPT III分布皆不合適。
- (b) LN3及PT III分布較合適。
- (c) 以所承擔之風險而論，可知北、中、南、東四區及全省之一日最大暴雨量宜採用PT III分布。

(2) 二日最大暴雨量資料：

總結北、中、南、東四區及全省之結果如下：

- (a) TN、LN2、EV1及LPT III分布皆不合適。
- (b) LN3及PT III分布較合適。
- (c) 以所承擔之風險而論，可知北、中、南、東四區及全省之二日最大暴雨量宜採用LN3分布。

(3) 三日最大暴雨量資料：

總結北、中、南、東四區及全省之結果如下：

- (a) TN、LN2及EV1分布皆不合適。
- (b) LN3、PT III及LPT III分布較合適。
- (c) 以所承擔之風險而論，可知除北及東兩區之三日最大暴雨量採用LPT III分布外，其餘各區及全省宜採用LN3分布。

(4) 各分區最大暴雨量資料：

表13所示為分析北區所有一日、二日及三日最大暴雨量，各機率分布依合適之點繪法所求得各判斷準則之平均值，及在三種判斷準則下，各機率分布在六種機率分布中之排名個數，同時，表中亦顯示三種判斷準則之排名個數總和。其中，判斷準則之平均值愈小者表示此機率分布適合實測資料之情形

表13 北區一日、二日及三日最大暴雨量全部實測資料頻率分析統計表

總組數：260

平均值						
	TN	LN2	LN3	EV1	PT III	LPT III
U-COEFF.	.07378	.05520	.03761	.04682	.03840	.04397
UI-COEFF.	.15685	.11927	.07930	.09941	.08110	.09262
MAPE	.15672	.07638	.07166	.09557	.08685	.06128
u之排名						
1	4	6	79	17	115	39
2	1	31	96	10	51	71
3	10	30	71	37	58	54
4	25	65	14	93	20	43
5	15	79	0	102	16	48
6	205	49	0	1	0	5
ui之排名						
1	4	6	79	17	116	38
2	1	31	99	9	51	69
3	10	31	69	37	57	56
4	26	65	13	92	20	44
5	14	78	0	104	16	48
6	205	49	0	1	0	5
mape之排名						
1	13	25	32	19	25	146
2	3	63	68	12	45	69
3	5	74	70	23	60	28
4	6	50	61	62	73	8
5	8	28	28	139	48	9
6	225	20	1	5	9	0
總體排名						
1	21	37	190	53	256	223
2	5	125	263	31	147	209
3	25	135	210	97	175	138
4	57	180	88	247	113	95
5	37	185	28	345	80	105
6	635	118	1	7	9	10

表14 全省一日、二日及三日最大暴雨量全部實測資料頻率分析統計表

總組數：1591

平均 值						
	TN	LN2	LN3	EV1	PT III	LPT III
U-COEFF.	.06763	.05229	.03471	.04304	.03585	.04162
UI-COEFF.	.14276	.11194	.07284	.09070	.07535	.08726
MAPE	.13776	.07350	.06487	.08117	.07805	.05840
u 之排名						
1	36	43	615	102	631	164
2	5	179	544	105	401	357
3	84	177	360	212	347	411
4	160	351	71	548	145	316
5	129	476	0	614	67	305
6	1177	365	1	10	0	38
ui 之排名						
1	36	35	624	100	629	167
2	7	185	541	105	401	352
3	84	176	356	214	352	409
4	161	364	69	528	144	325
5	136	452	0	634	65	304
6	1167	379	1	10	0	34
mape 之排名						
1	59	141	260	172	200	759
2	25	359	337	107	317	446
3	40	377	503	135	290	246
4	88	272	359	411	350	111
5	88	268	130	704	373	28
6	1291	174	2	62	61	1
總體排名						
1	131	219	1499	374	1460	1090
2	37	723	1422	317	1119	1155
3	208	730	1219	561	989	1066
4	409	987	499	1487	639	752
5	353	1196	130	1952	505	637
6	3635	918	4	82	61	73

形愈佳，而排名個數愈多者，亦代表此機率分布較適合此組實測資料。總結四區之結果如下。

- (a) TN、LN2、EV1及LPT III 分布皆不合適。
- (b) LN3及PT III 分布較合適。
- (c) 以所承擔之風險而論，可知北區宜採用PT III 分布，中、南及東區宜採用LN3分布。
- (5) 全省最大暴雨量資料：
表14所示為分析全省所有一日、二日及三日最大暴雨量，各機率分布依適合之點繪法所求得各判斷準則之平均值，及在三種判斷準則下，各機率分佈在六種機率分佈中之排名個數，同時，表中亦顯示三種判斷準則之排名個數總和。其中，判斷準則之平均值愈小者表示此機率分布適合實測資料之情形愈佳，而排名個數愈多者，亦代表此機率分布較適合此組實測資料。由此表可知：
 - (a) TN、LN2、EV1及LPT III 分布皆不合適。
 - (b) LN3及PT III 分布較合適。
 - (c) 以所承擔之風險而論，可知當考慮全省所有暴雨資料整體表現時，宜採用LN3分布。

五、結論與建議

本研究主要目的在於探討合適於臺灣水文資料之機率分佈，並藉以研擬適用之臺灣地區暴雨及洪水頻率估計標準之方法，以為今後在特殊氣象、水文事件發生頻率時考量之依據，另一方面提供規劃設計時之參考。本文主要分析之對象為日暴雨量。研究中，分別對下列各主題利用人造資料加以探討，以為分析實測資料之依據。

- (1) 推估參數時資料是否須轉換。
- (2) 推估參數時資料偏態係數是否須修正。
- (3) 點繪法之選定。
- (4) 偵測各機率分佈能力之探討。

研究中共計分析1275000組人造資料，每組資料長度約34至42。實測資料共計分析一日暴雨529站、二日暴雨535站及三日暴雨540站。

研究結果顯示，並不存在一機率分佈真正十分適合於某地區之雨量資料，同時，由人造資料之結果亦顯現此現象。基於此，本研究於探討何種分佈較適合時，暫時僅考慮認定某機率分佈發生之組數最多者為最適合之機率分佈。於是，綜合本研究之結果，可暫且建議臺灣之雨量資料頻率分析之規範

標準如下：

- 1. 著眼於最合適臺灣全省雨量時，宜採用
 - (1) LN3分佈。
 - (2) 海生 (HAZEN) 點繪法。
 - (3) 推估參數時資料之偏態係數須修正。
- 2. 著眼於最合適臺灣北區雨量時，宜採用
 - (1) PT III 分佈。
 - (2) 海生 (HAZEN) 點繪法。
 - (3) 推估參數時資料之偏態係數須修正。
- 3. 著眼於最合適臺灣中區雨量時，宜採用
 - (1) LN3分佈。
 - (2) 海生 (HAZEN) 點繪法。
 - (3) 推估參數時資料之偏態係數須修正。
- 4. 著眼於最合適臺灣南區雨量時，宜採用
 - (1) LN3分佈。
 - (2) 海生 (HAZEN) 點繪法。
 - (3) 推估參數時資料之偏態係數須修正。
- 5. 著眼於最合適臺灣東區雨量時，宜採用
 - (1) PT III 分佈。
 - (2) 海生 (HAZEN) 點繪法。
 - (3) 推估參數時資料之偏態係數須修正。

謝　　誌

本研究承經濟部統一規劃委員會經費補助，得以順利完成，特此致謝。又，研究中國內多位學者專家如吳建民先生、胡文章先生、易任教授、王如意教授、劉長齡教授及徐享崑教授等多人之寶貴意見，使研究更為完整，以及淡江大學水資源及環境工程研究所研究助理林慶杰、林賢義、劉振忠及陳澄輝等在諸多事務上之幫助，謹此一併致謝。最後，論文審查者所提供之寶貴意見，對提高本文之可讀性及完整性幫助甚大，作者由衷感謝。

參　　考　　文　　獻

1. 王如意、易任：應用水文學，國立編譯館，民國75年。
2. 「臺灣水文頻率分析機率分佈之選擇研究」，行政院農業發展委員會補助計畫，77農建-4.1-源-15(2)號報告。
3. 虞國興，「臺灣水文頻率分析之規範標準研究一年雨量資料」經濟部水資源統一規劃委員會補助計畫，78水科技八、(二)1.(7)-01第064號，即將印出。

4. Amorocho, J., and J.E. Nash. "The Accuracy of the Prediction of Floods of High Return Period". Water Resour. Res., 2(2), 191-198, 1966.
5. Bobee, B., "The Log-Pearson Type III Distribution and Its Application in Hydrology", Water Resour. Res., 11 (5), 681-689, 1975.
6. Bobee, B., and Fahin Ashkar, "The Generalized of Moments as Applied to Problems of Flood Frequency Analysis: Some Practical Results for the Log-Pearson Type III Distribution", J. Hydrol., 90, 199-217, 1987.
7. Bobee, B. and Roland Robitaille, "The Use of the Pearson Type III and Log Pearson Type III Distribution Revisited", Water Resour. Res., 13(2), 427-443, 1977.
8. Burges, S.J., D.P. Lettenmaier and C. L. Bates. "Properties of the Three-Parameter Log-Normal Probability Distribution", Water Resour. Res, 11 (2), 229-235, 1975.
9. Chow, V.T., "Handbook of Applied Hydrology", .Editor-in-chief, McGraw-Hill, 1964.
10. Chow, V.T., "The Log-Probability and Its Engineering Application". Proc. ASCE, 80(536), 1-25, 1954.
11. Cunnane, C., "Unbiased Plotting Positions-A View", J. Hydrol., 37, 205-222, 1978.
12. Matalas, N. C. and J. R. Wallis, "Eureka! It Fits a Pearson Type III Distribution", Water Resour. Res., 9(2), 281-289, 1973,
13. Gumbel, E.J., "Statistic of Extremes", Columbia University Press, 1958.
14. Gumbel E.J., "The Return Period of Flood Flows", Ann. Math. Statist., 12 (2), 163-190, 1941.
15. Hirsch, R.M. and J. R. Stedinger, "Plotting Positions for Historical Floods and Their Precision" Water Resour. Res., 23(4), 715-727, 1987.
16. Xuewu, J., D. Jing, H. W. Shen and J. D. Salas, "Plotting Positions for Pearson Type III Distribution", J. Hydrol., 74, 1-29, 1984.
17. Kendall, M. G. and A. Stuart, The Advanced Theory of Statistics, Vol. I, Griffin, London. 1963.
18. Kite, G. W., "Confidence Limits for Design Events", Water Resour. Res., 11(1), 48-53, 1975.
19. Kite, G. W., Frequency and Risk Analyses in Hydrology, Water Resour. Publications, 1977.
20. Matalas, N.C., J.R. Slack and J.R. Wallis, "On the Value of Information to Flood Frequency Analysis", Water Resour. Res., 11(5), 629-647. 1975.
21. Matalas, N. C., J.R. Slack and J.R. Wallis, "Apparent Regional Skew", Water Resour. Res., 13(1), 159-182, 1977.
22. Matalas, N.C., J.R. Slack and J.R. Wallis, "Just a Moment", Water Resour. Res., 10(2), 211-219, 1974.
23. Matalas N.C., and J.R. Slack. "Regional Skew in Search of a Parent", Water Resour. Res. 11(6), 815-826, 1975.
24. Benson, M.A., "Uniform Flood Frequency Estimating Methods for Federal Agencies", Water Resour. Res., 4(5), 891-908, 1968.
25. Ndgel W. Arnell, Max Beran and J.R.M. Hosking. "Unbiased Plotting Positions for the General Extreme Value Distribution", J. Hydrol., 86, 59-69, 1986.
26. Nozdryn-Plotnicki, M. J. and W. E. Watt, "Assessment of Fitting Techniques for the Log Pearson Type III Distribution Using Monte Carlo Simulation", Water Resour. Res., 15(3),

—

714-718, 1979.

27. Ramberg, J.S., "A Probability Distribution and its uses in fitting data".
Technometrics. 21(2), 201-214, 1979.

28. Stedinger, J.R., "Fitting Log Normal Distributoin to Hydrologic Data",
Water Resour. Res., 16(3), 481-490, 1980.

29. U.S. Water Resources Council. "Gu-

delines for Determining Flood Flow Frequency", Bulletin 17B of the Hydrology Subcommitte, 1982,

收稿日期：民國79年 3月21日

修改日期：民國79年 4月 2日

接受日期：民國79年 4月27日

專營土木、水利、建築等工程

南輝營造有限公司

地址：高雄市河北路74號

專營土木、水利、建築等工程

上友營造有限公司

負責人：高輝煌

地址：高雄縣鳳山市復華街54號

電話：(07) 7237365

專營土木、水利、建築等工程

築封土木包工業

負責人：紀敏鑄

地址：台中縣龍井鄉田中村龍北路35號

電話：(046) 353537

專營土木、水利、建築等工程

仁義土木包工業

負責人：劉仁義

地址：台中縣外埔鄉大同村281號

電話：(046) 832957